【緒言】 90年代初頭より、Freak waveの出現に高次の非線型相互作用の影響が大きいとの認識が高まり、これと並行して水面変位の高次モーメントと異常波浪との関係についての研究が行われてきた。その結果、3次の非線型干渉が強くなると、高次モーメントの値が増大し、Freak waveのような波形を持つ異常波の出現確率も高まることが明らかにされている。しかし、力学的に求まる非線型干渉の強さと、統計量である高次モーメントとの直接的な関係が不明であり、統一的な理論が必要とされている。本研究では、Zakharov方程式をもとに高次の非線型干渉の強さと水面変位の高次モーメントおよびスペクトル形状の関係について明らかにする。

【研究の概要】 深海域を伝播する不規則波を対象とし、水面変位のアクションに関する Zakharov 方程式(Zakharov,1968)を均一かつ定常波浪場($\langle a_1 a_2^* \rangle = \frac{\omega}{2g} N_1 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2), \langle a_1 a_2 \rangle = 0$)に書き換える.ここでaは水面変位のフーリエ振幅,Nはアクション密度, ω は角周波数,gは重力加速度である.記号<>は,アンサンブル平均を意味する.アンサンブル平均したZakharov方程式より,3次の非線型干渉による4波相互作用項 $T_{1,2,3,4}$ (Krasitskii,1993)と水面変位の高次モーメントの関係を得る.

$$\kappa_{40} = \frac{\langle \eta^4 \rangle}{m_0^2} - 3 = \mu_4 - 3 = \frac{12}{g^2 m_0^2} \int k_{1,2,3,4} T_{1,2,3,4} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4} \, \delta_{1+2-3-4} R_r(\Delta \omega, t) N_1 N_2 N_3 \quad (1)$$

$$\kappa_{22} = \frac{\langle \eta^2 \zeta^2 \rangle}{m_0^2} - 1 = \frac{1}{3} \kappa_{40},\tag{2}$$

ここで、 κ_{40} は水面変位 η の 4 次キュムラント、 κ_{22} は水面変位 η と包絡線 ζ との 2 次の結合キュムラント、 μ_4 はkurtosis、 R_r は非線型エネルギー伝達関数、 m_0 は η のRMS値である。ついで、式(1)を挟帯スペクトルの仮定の下で、周波数スペクトル $E(\omega)$ について書き換えると次式を得る。

$$\kappa_{40} = \frac{12gk_0^3}{m_0^2} \mathcal{P} \int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \sqrt{\frac{\omega_4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}} \frac{E(\omega_1)E(\omega_2)E(\omega_3)}{\Delta \omega}, \tag{3}$$

ここでPは積分定数である。式(2)より、与えられた周波数スペクトル $E(\omega)$ より、 κ_{40} および κ_{22} を求めることができる。さらに、 κ_{40} とJanssen(2003)の提案した異常波浪指標であるBenjamin Feir Index (BFI)の関係について調べ、スペクトル幅と不安定性および異常波浪の関係を明かにした。ついで、式(1)の関係を用いて、スペクトル形状と水面変位の4次モーメント μ_4 (= κ_{40} - 3)とBFIの関係について調べた。まず始めに、周波数スペクトルにWallops型とJONSWAP、方向分布関数に光易型方向関数を与え、 $H_{1/3}$ 、 $T_{1/3}$ およびスペクトル形状パラメータのmおよび γ および S_{max} を変化させて、 μ_4 とBFIの変化を調べた。図 1 および 2 に示すのはその一例であり、 S_{max} = 45、 $T_{1/3}$ =10sの条件下で式(1)を数値積分した結果である。これより $T_{1/3}$ 一定の下では、 $H_{1/3}$ が大きくなると μ_4 とBFIの値は単調に増加することがわかった。また周波数スペクトル幅が狭くなると($m \rightarrow 100$, $\gamma \rightarrow 10$) μ_4 とBFIは急激に増加し、3 次の非線型干渉の影響が顕著に現れることがわかった。最後に、非線型干渉の寄与とスペクトル幅の関係について解析的に調べ、不規則波の不安定性限界とスペクトル幅の関係について定式化を行った。

【結語】 以上,本研究ではこれまで直接的関係が不明であった3次の非線型干渉と水面変位の高次モーメントの関係を定式化し,スペクトル形状と異常波浪の関係について明らかにした.

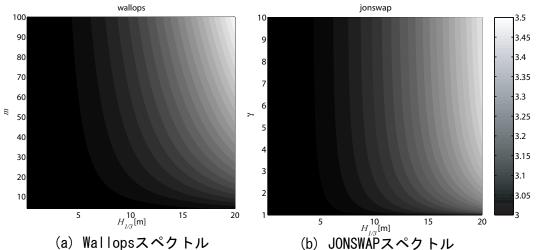
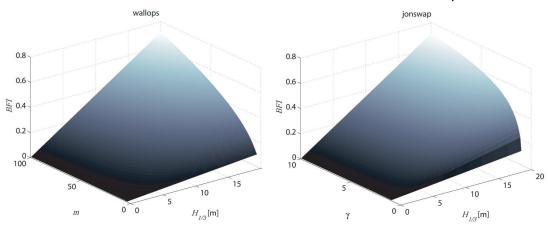


図1:スペクトル形状および有義波高と水面変位の4次モーメントµ4の関係



(a) Wallopsスペクトル (b) JONSWAPスペクトル 図2:スペクトル形状および有義波高と異常波浪指標BFIの関係