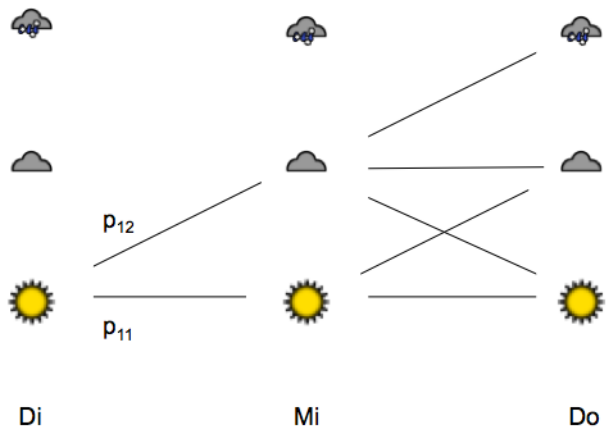
StoP: Handout Woche 3

Aufgabe 1 Zustandsvektoren / Zustandsverteilungen



Wir modellieren das Wetter an jedem Tag, als eine Markov-Kette. Dienstag entspricht dem Zeitpunkt t=1 usw. Sonne dem Zustand 1, Bewölkt dem Zustand 2 und Regen dem Zustand 3. Für den Fall, dass am Dienstag die Sonne scheint hatten wir mit der Übergansmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.0 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.00 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

folgende Wahrscheinlichkeiten berechnet.

Mittwoch: W'keit Regen 0.1, W'keit Sonne 0.9
Donnerstag: W'keit Regen 0.05, Bewölkt 0.18, Sonne = ???

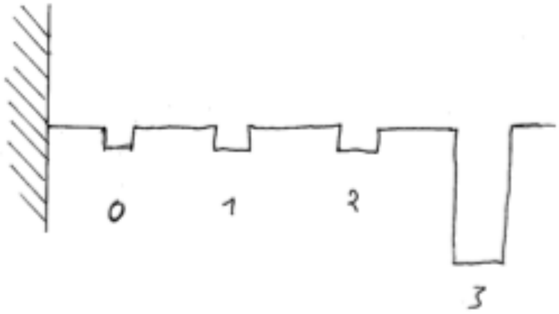
a) Schreiben Sie die Zustandsvektoren $\vec{\pi}(t)$ für t=1,2,3 hin.
   - $\vec{\pi}(1) = (\quad , \quad , \quad)$
   - $\vec{\pi}(2) = (\quad , \quad , \quad)$
   - $\vec{\pi}(3) = (\quad , \quad , \quad)$

b) Berechnen Sie $\vec{\pi}(1)P$. Was fällt Ihnen auf?

c) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus b) $(\vec{\pi}(1)P)P$

Aufgabe 2 Prozesse

Betrachten Sie folgenden Prozess, bei dem ein Tierchen mit der Wahrscheinlichkeit von ½ nach links oder rechts springt (siehe Skizze). Das Tierchen versucht in jedem Zeitschritt zu springen. Falls es gegen die Wand springt bleibt es im bei 0. Falls bei 3 ist, kommt es nicht mehr raus und bleibt bis in alle Ewigkeiten in dem Topf.



a) Beschreiben Sie den Prozess als Markov-Kette. Zeichnen Sie das Übergangsdiagram, wie lautet die Übergansmatrix P?

b) Das Tierchen befinde sich zum Zeitpunkt t=1 im Zustand 0. Wie lautet der Zustandsvektor $\vec{\pi}(2)$?

Aufgabe 3 Wechselseitige Erreichbarkeit

Malen Sie in der Abbildung unten alle Gruppen von Zuständen mit der gleichen Farbe an, die Wechselseitig erreichbar sind. Gibt es einen absorbierenden Zustand?