

Stochastische Prozesse

Woche 9

Aufgabe 1 Wieso nennt man Poisson-Prozesse Poisson-Prozesse?

Hintergrund: Wir haben die Poisson-Prozesse, als Prozesse bei denen die Wartezeit exponentiell Verteilt ist definiert. Wie so nennt man solche Prozesse, Poisson-Prozesse und nicht etwa Exponential-Prozesse?

- Ziehen Sie 100 Wartezeiten aus eine Exponentialverteilung mit der Rate $\lambda = 0.8$. Plotten Sie die Zeitpunkte der Ereignisse als Striche auf der X-Achse. R-Tipps: rexp, cumsum
- Betrachten Sie nun ein Zeitintervall der Länge 2.5. Bestimmen Sie die Anzahl der Events, die jeweils nach einem Event, in dem Zeitfenster liegen. Plotten Sie die relativen Häufigkeiten. Wie sind diese verteilt? Um eine bessere Statistik zu bekommen, verwenden Sie nun mindestens 1000 Wartezeiten, anstelle der 100 aus a). Welcher Verteilung genügt die Anzahl der Ereignisse im Zeitintervall?
- Schieben Sie nun das Zeitfenster über die Ereignisse (Schrittweite 0.1) und zählen Sie jeweils die Anzahl der Events in dem Intervall. Ändert sich etwas an der Verteilung gegenüber b)? Gilt Ihre Beobachtung auch für beliebige Erneuerungsprozesse?
- Nehmen Sie nun an, dass Sie sich in einem Land befinden, in dem die Busse als Poisson-Prozess ankommen. Hätten Sie einen Grund sich darüber aufzuregen, dass Ihnen gerade ein Bus vor der Nase weggefahren ist?

Aufgabe 2 Busmanagement

An einer Bushaltestelle kommt (exakt) alle halbe Stunde ein Bus an. Die Fahrgäste kommen zur Bushaltestelle in einem Poissonprozess mit Rate 0.5/min. Nehmen Sie an, dass Fahrgäste, die wegen Busüberfüllung nicht mitgenommen werden, die Bushaltestelle sofort verlassen und nicht auf den nächsten Bus warten.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit p_{Full} , dass ein Bus mit 15 Sitzplätzen nicht alle Wartenden mitnehmen kann?
- Wie viele Fahrgäste nimmt der Bus im Mittel mit?
- Wie viele Sitzplätze muss der Bus mindestens haben, damit die Wahrscheinlichkeit für Überfüllung kleiner als 5 Prozent ist? Plotten Sie dazu die Überfüllungswahrscheinlichkeit gegen die Anzahl der Sitzplätze.