

Zwischenprüfung StoP FS 2014

8. April 2014

Name:	Klasse:
-------	---------

Erlaubte Hilfsmittel:

- Zwei DIN-A4 Blätter Aufschrieb
- Taschenrechner, R und in RStudio geöffnete R-Skripte mit kommentierten R-Befehlen

Hinweise:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 75 Minuten.
- Falsche Antworten bei Multiple Choice Aufgaben geben 0.5 Punkte Abzug.
- Bearbeiten Sie die Aufgaben auf den ausgegebenen Blättern.
- Falls Sie Zusatzblätter verwenden sollten, versehen Sie alle Zusatzblätter mit Ihrem Namen und verwenden Sie pro Aufgabe ein extra Zusatzblatt.
- Lesen Sie die Aufgabenstellung sorgfältig durch und achten Sie darauf, keine Frage zu übersehen.
- Für Aufgabenteile die mit R zu lösen sind: Übertragen Sie den R-Code und die Ergebnisse
- Erfragte Begründungen müssen in ganzen Sätzen ausformuliert werden und nachvollziehbar sein.
- Die angegebenen Punkte können sich noch leicht ändern.

Punkte:

Note:

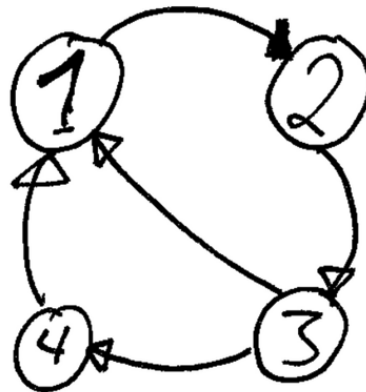
Viel Erfolg !!

Aufgabe 1 (Multiple Choice)

5*1.5=7.5 Punkte

Bitte beachten Sie, falsche Lösungen geben einen halben Punkt Abzug.

- a) Wenn eine Markovkette zwei Eigenvektoren mit Eigenwert 1 hat, ist sie reduzibel.
☐ Richtig ☐ Falsch
- b) Eine reduzible Markovkette hat genau einen Eigenvektor mit Eigenwert 1.
☐ Richtig ☐ Falsch
- c) Ist die unten abgebildete Markovkette irreduzibel?
☐ Richtig ☐ Falsch
- d) Ist die unten abgebildete Markovkette aperiodisch?
☐ Richtig ☐ Falsch
- e) Eine irreduzible periodische Markovkette hat mindestens zwei Eigenwerte mit Betrag 1.
☐ Richtig ☐ Falsch



Aufgabe 2

Je 2 Punkte 16

Eine Markov-Kette mit dem Zustandsraum $S = 1, 2, 3$ habe die Übergangsmatrix:

$$P = \begin{pmatrix} x & 0 & 1-x \\ 0.1 & 0 & 0.9 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{pmatrix}$$

Wobei x aus dem Anfangsbuchstaben Ihres Vornamens aus folgender Tabelle berechnet wird:

##		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
## x		0.03	0.06	0.09	0.12	0.15	0.18	0.21	0.24	0.27	0.3	0.33	0.36	0.39	0.42
##		O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z		
## x		0.45	0.48	0.52	0.55	0.58	0.61	0.64	0.67	0.7	0.73	0.76	0.79		

Tragen Sie hier Ihren Vornamen und das daraus resultierende x ein:

Vorname (Ausgeschrieben):

$x =$

Beispiel: Mein Vorname ist Oliver, er beginnt mit O, somit schreibe ich $x = 0.45$

Der Anfangszustand für $t = 0$ sei $X(0) = 1$. Berechnen Sie folgende Größen mit R. Bitte denken Sie daran den R-Code und die Ergebnisse zu übertragen.

a) Zeigen Sie, dass P eine Übergangsmatrix ist:

b) Ist dieser Prozesse aperiodisch und irreduzibel? Geben Sie eine kurze Begründung.

c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Prozess bei $t = 5$ nicht im Zustand 3 ist?

Resultat : _____

R-Code:

- d) Wieviel Zeit verbringt der Prozess während der Gesamtlaufzeit $t = 0 \dots 10$ im Mittel in Zustand 1?

Resultat : _____

R-Code:

- e) Nehmen Sie an, dass ein Aufenthalt im Zustand 1 genau 1 Fr., im Zustand 2 genau 2 Fr. und im Zustand 3 genau 3 Fr. kostet. Nehmen Sie ferner an, dass die Kosten nur während den Zeiten $t = 2, 3, 4$ anfallen. Wie hoch sind dann die erwarteten Kosten in der Gesamtlaufzeit?

Resultat : _____

R-Code:

f) Berechnen Sie die stationäre Verteilung.

Resultat : _____

R-Code:

g) Wie oft wechselt der Prozess in den Zeitraum $t = 0 \dots 10$ den Zustand, falls er zum Zeitpunkt $t = 0$ im stationären Zustand ist.

Resultat : _____

R-Code:

h) Wie oft wechselt der Prozess langfristig ($t \rightarrow \infty$) pro Zeitschritt den Zustand?

Resultat : _____

R-Code:

Aufgabe 3

6 Punkte

Sie als Veranstalter einer riesen Party müssen am Mittwoch entscheiden, ob die Party am Samstag (der gleichen Woche) in einer Halle oder im Freien stattfindet. In der Halle: Gewinn 20'000 CHF in jedem Fall. Im Freien: Dann gewinnen Sie 40'000 CHF, falls die Sonne scheint, 35'000, falls es bewölkt ist und nichts, falls es regnet. Die Übergangsmatrix der 3 Zustände des Wetters (1=sonnig, 2=bewölkt, 3=regnerisch) ist:

$$P = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.0 & 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie den erwarteten Gewinn für beide Fälle, falls es am Mittwoch regnet. Wie würden Sie entscheiden?

Resultat : _____

R-Code: