Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

School of Engineering
IDP Institut für Datenanalyse und Prozessdesign

FS 2016

Stochastische Prozesse

Woche 10

Die *Industriellen Werke Basel* verwenden das Leuchtmittel 70W NAV E der Firma Bosch. Insgesamt sind 2350 solcher Leuchtmittel im Einsatz. Diese leuchten 12h am Tag.

Gegenwärtig werden die Leuchtmittel nach 3 Jahren ausgetauscht. Die Lampen werden dabei in ganzen Strassenzügen gewechselt. Bei vorzeitigem Ausfall muss das Wartungsteam ausrücken und die ausgefallene Lampe austauschen.

Sie haben Daten von einem Strassenzug mit 10 Lampen. In dem Beobachtungszeitraum von 5 Jahren (21900 Betriebstunden) sind 7 Lampen nach folgenden Stunden ausgefallen:

```
times <- c(12558, 13766, 18984, 16015, 14976, 14350, 20373)
```

a) Nehmen Sie an die Ausfallzeiten genügen einer Weibull-Verteilung. Bestimmen Sie die Parameter der Weibull-Verteilung, in dem Sie mit `R` eine Gerade an $y = \log(\log(1/(S(x))))$ und $x_i = \log(t_{(i)})$ fitten. Plotten Sie ferner die geschätzte Verteilungsfunktion $F(t)$ zusammen mit den Daten.

Die letzten drei Beobachtungen sind unbekannt, man weiss aber, dass die Ausfallzeitpunkte der 7 defekten Lampen der Grösse nach sortiert $t_{(1)}, t_{(2)}, \ldots, t_{(7)}$ von insgesamt 10 Beboachtungen sind.

```
number <- 10
S <- 1 - ((1:length(times))-0.3) / (number + 0.4)
x <- log(sort(times)) #Siehe Folien
y <- log(log(1/(S)))
res <- lm(y ~ x)
inter <- res$coefficients[1];inter
```

```
(Intercept)
  -48.90098
```

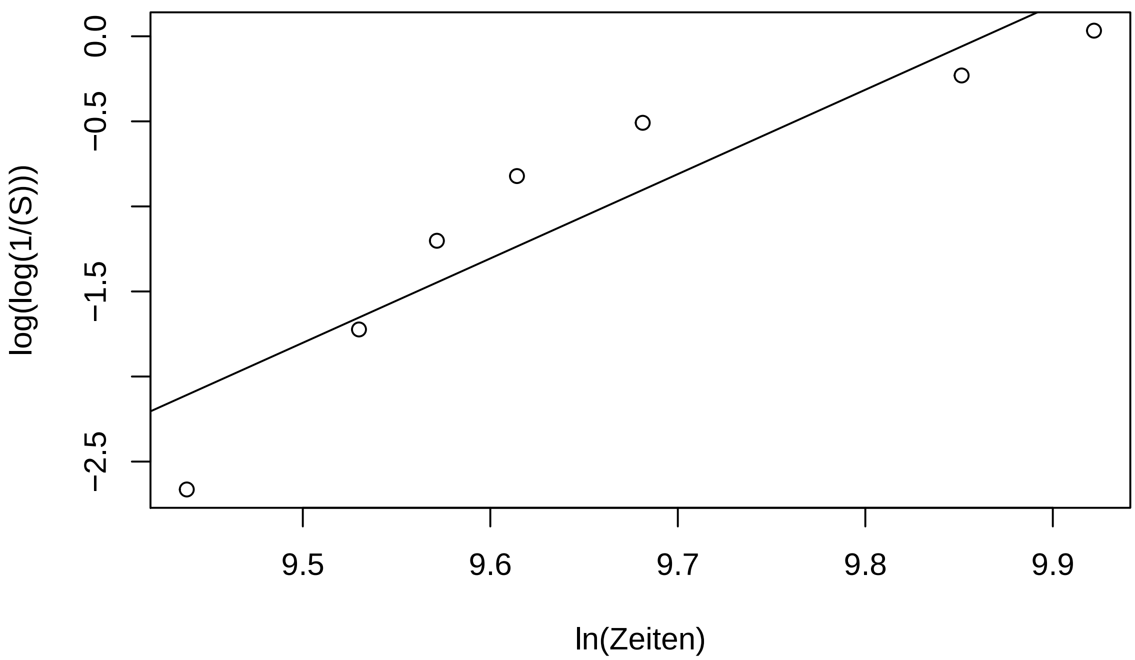
```
slope <- res$coefficients[2];slope
```

```
        x
4.957818
```

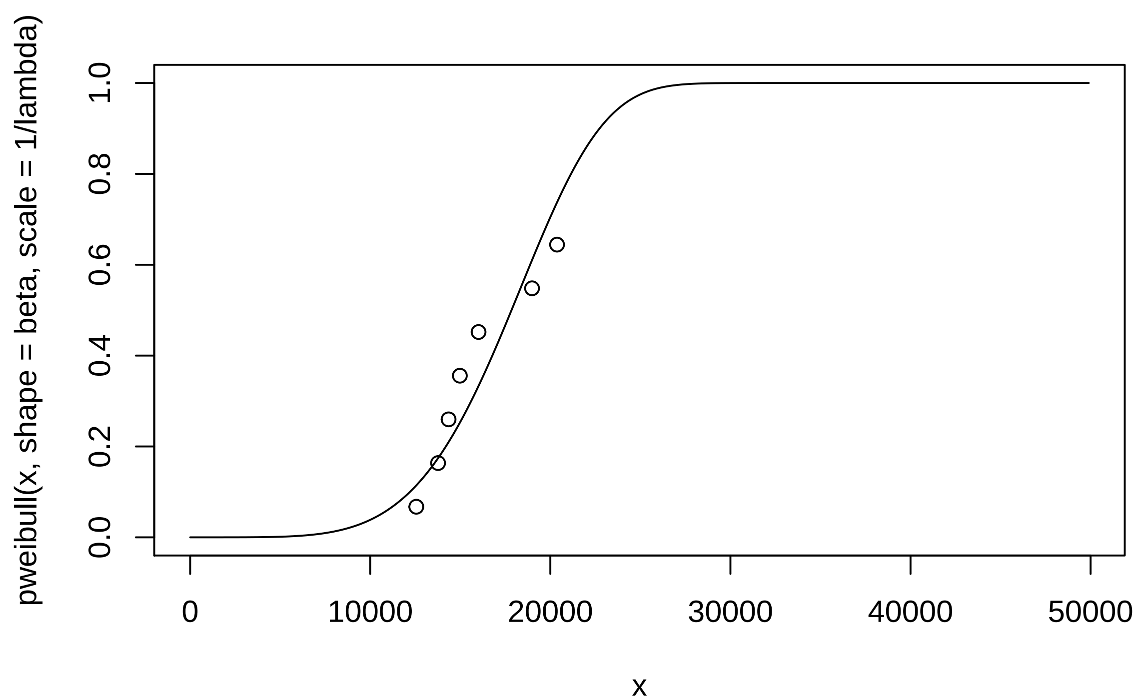
```
beta <- slope;
lambda <- exp(inter / beta);1/lambda
```

```
(Intercept)
   19214.26
```

```
plot(x,y, xlab="ln(Zeiten)", ylab="log(log(1/(S)))")
abline(res)
```




```
x <- seq(1,50000, 100)
plot(x, pweibull(x, shape=beta, scale=1/lambda), type="l")
points(sort(times), 1 - S)
```



b) Mit dem Fit der Daten in a): Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Lampe nach 15000h bzw. 20000h Stunden ausgefallen ist. Nach welcher Zeit ist die Hälfte der Lampen defekt? Wie hoch ist der Erwartungswert der Lebensdauer? Für den Erwartungswert der Weibull-Verteilung in Abhängigkeit der Parameter können Sie zum Beispiel bei Wikipedia nachschlagen. Die Gamma-Funktion Γ ist in `R` als `gamma()` implementiert.

```r
pweibull(15000, shape=beta, scale=1/lambda)
```

```
[1] 0.2539812
```

```r
pweibull(20000, shape=beta, scale=1/lambda)
```

```
[1] 0.7047183
```

```r
qweibull(0.5, shape=beta, scale=1/lambda)   # Berechnung des Medians
```

```
[1] 17845.05
```

```r
1/lambda * gamma(1 + 1/beta) # Berechnung des Mittelwertes
```

```
(Intercept)
   17633.29
```

c) Ein Austausch nach einem Defekt kostet 200 CHF Selbstkosten plus 20 CHF Leuchtmittel, also insgesamt 220 CHF. Ein vorzeitiger Austausch nach einer gewissen Zeit T_a kostet 90 CH plus 20 CHF Leuchtmittel, also insegesamt 110 CHF Mit den Parametern der Weibull-Verteilung, die Sie in a) geschätzt haben: Was sind die erwarteten Kosten $E(K; T_a)$ bis zum ersten Austausch, wenn Sie spätestens nach $T_a = 1, 3, 300$ Jahren austauschen?

```r
kosten <- function(Ta) {
    p <- pweibull(Ta, shape=beta, scale=1/lambda) # P(T <= t) --> 220CHF
    return (p * 220 + (1-p)*110)
    }
kosten(1 * 12 * 365)
```

```
[1] 110.072
```

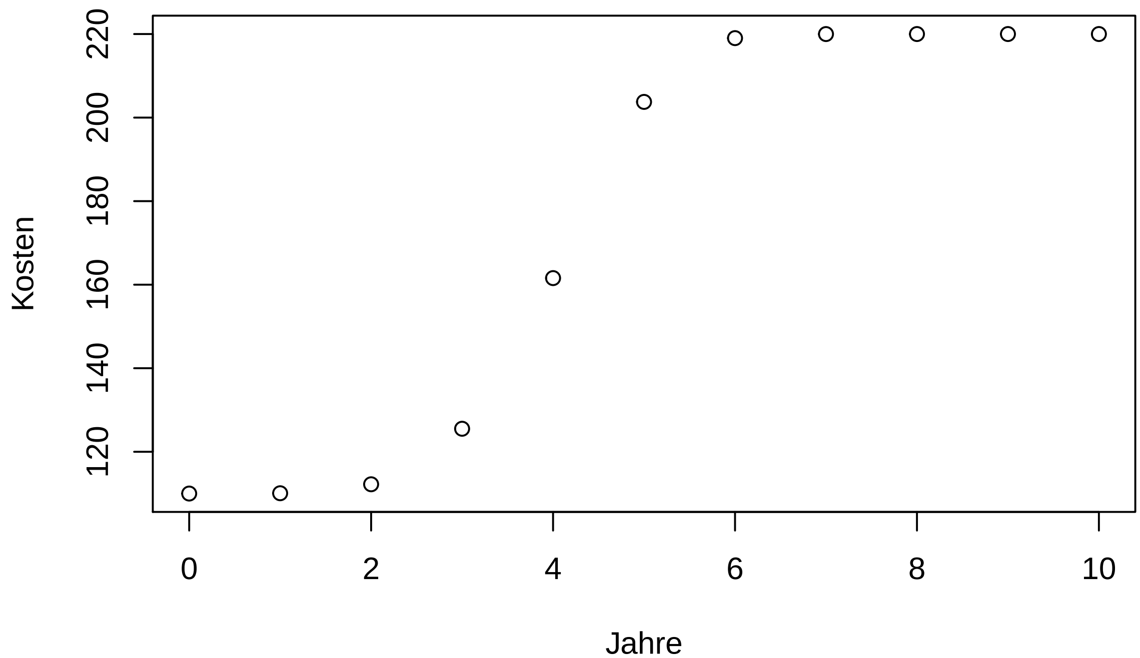
```r
kosten(3 * 12 * 365)
```

```
[1] 125.5105
```

```r
kosten(300 * 12 * 365)
```

```
[1] 220
```

```r
plot(0:10, kosten(365 * 12 * 0:10), xlab="Jahre", ylab="Kosten")
```



Kosten
220
200
180
160
140
120
0
2
4
6
8
10
Jahre