Stochastische Prozesse
Woche 1

Oliver Dürr

Institut für Datenanalyse und Prozessdesign

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

oliver.duerr@zhaw.ch

Winterthur, 24 Februar 2015

Kontakt

Zurich University
of Applied Sciences

Oliver Dürr

School of Engineering

Rosenstrasse 3

8400 Winterthur

http://oduerr.github.com

E-Mail: oliver.duerr@zhaw.ch

Vorstellung des IDP
Institut für Datenanalyse und Prozessdesign

Zurich University
of Applied Sciences

zh
aw

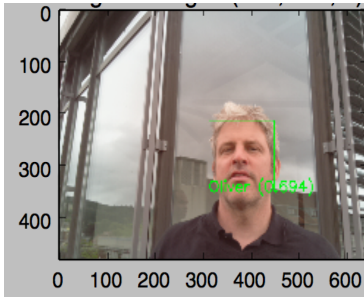
We are "quants" and focus on:

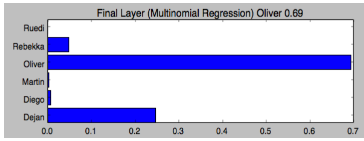
Data Analysis
Optimization & Experimental Design
Business Analytics

Kurz zu meiner Person
Oliver Dürr

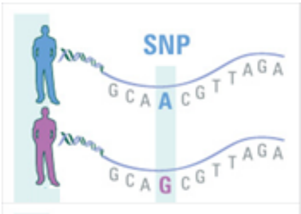
Aktuell

Machine Learning
Deep Learning
KI



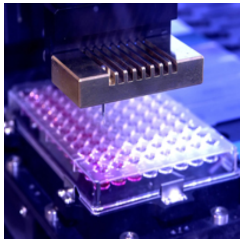


- 1991-1998 Studium in Physik Uni Konstanz
- 1998-2003 Promotion in der theoretischen Physik Uni Konstanz (Diffusionsprozesse)
- 2003-2012 Genedata Basel
  - Softwareentwicklung und Consulting
- 2012- ZHAW IDP

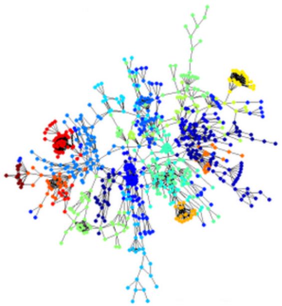


Mutationen
in der DNA

Genexpressionsanalyse



Screening:
Daten von 1 Mio
Experimenten



Analyse von
Netzwerken

No laptops,
no phones, no problems

Zurich University
of Applied Sciences

Multitasking senkt Lerneffizienz:
Keine Laptops im Theorie-Unterricht!

Vorlesungsbesuch ist freiwillig.

Organisatorisches

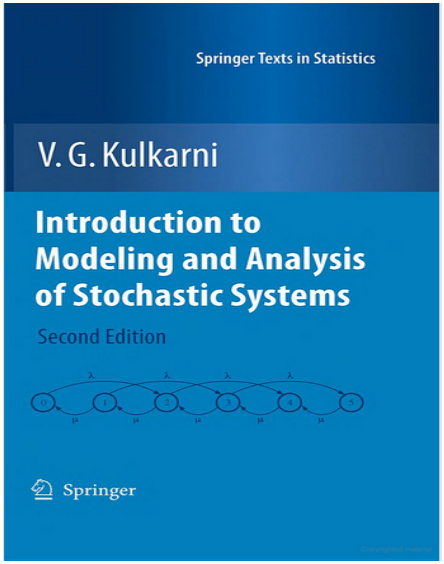
Vorlesungsmaterial ist auf

http://oduerr.github.com/teaching/stop

- Vorlesung 2h, Übungen 2h
- Schein (definitiv in der Modulvereinbarung):
  - 1 Zwischenprüfungen (20 %). Am 14.4 um 8:00, freiwillig
  - Punkte beim Vorrechnen (10%).
  - 1 Endprüfung (mindestens 70 %).
  - **Best of all**
- Bei Anregungen / Problemen bitte melden

Literatur

- Vorlesungsmaterial: Skript, Folien
- Internet
  - Google, Wikipedia, …
- Lehrbuch (optional)



Für Heute

Zurich University of Applied Sciences

- Einführung in das Thema
- Wiederholung wichtiger Konzepte aus WaSt2
- Wiederholung Lineare Algebra

Einführung

Gegenstand der Vorlesung

Stochastische Prozesse

- Zeitlich geordneten, zufälligen Vorgängen
- Mathematische Definition (kommt noch):
    - Folge von Zufallsvariablen X_t t ist Zeit

Gegenbeispiel:

- Deterministische Zeitentwicklung …

Gegenbeispiel
Deterministisches Modell – Federpendel

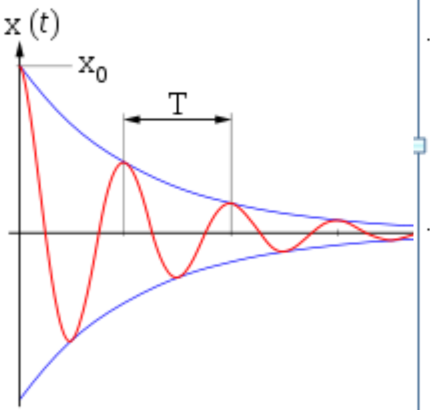
$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = 0$$

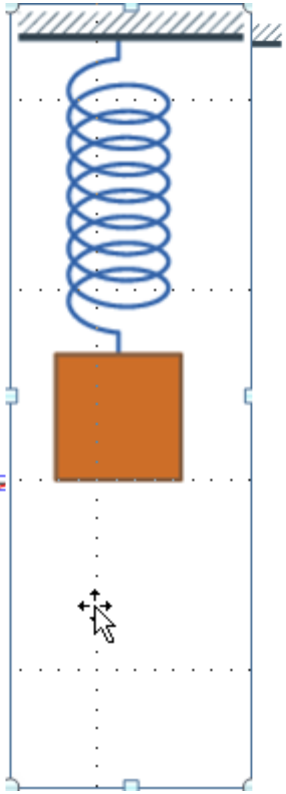
Dabei ist

m die Masse,

d die Dämpfungskonstante und

k die Federkonstante (das Rückstellmoment).





Allgemeine Lösung

$$x(t) = X_1 e^{\lambda_1 t} + X_2 e^{\lambda_2 t}.$$

Schwingfall

$$x(t) = e^{-\delta t}\left(X_3 \sin(\omega_d t) + X_4 \cos(\omega_d t)\right)$$

System ist bestimmt (deterministisch). Es reicht aus was zu kennen?

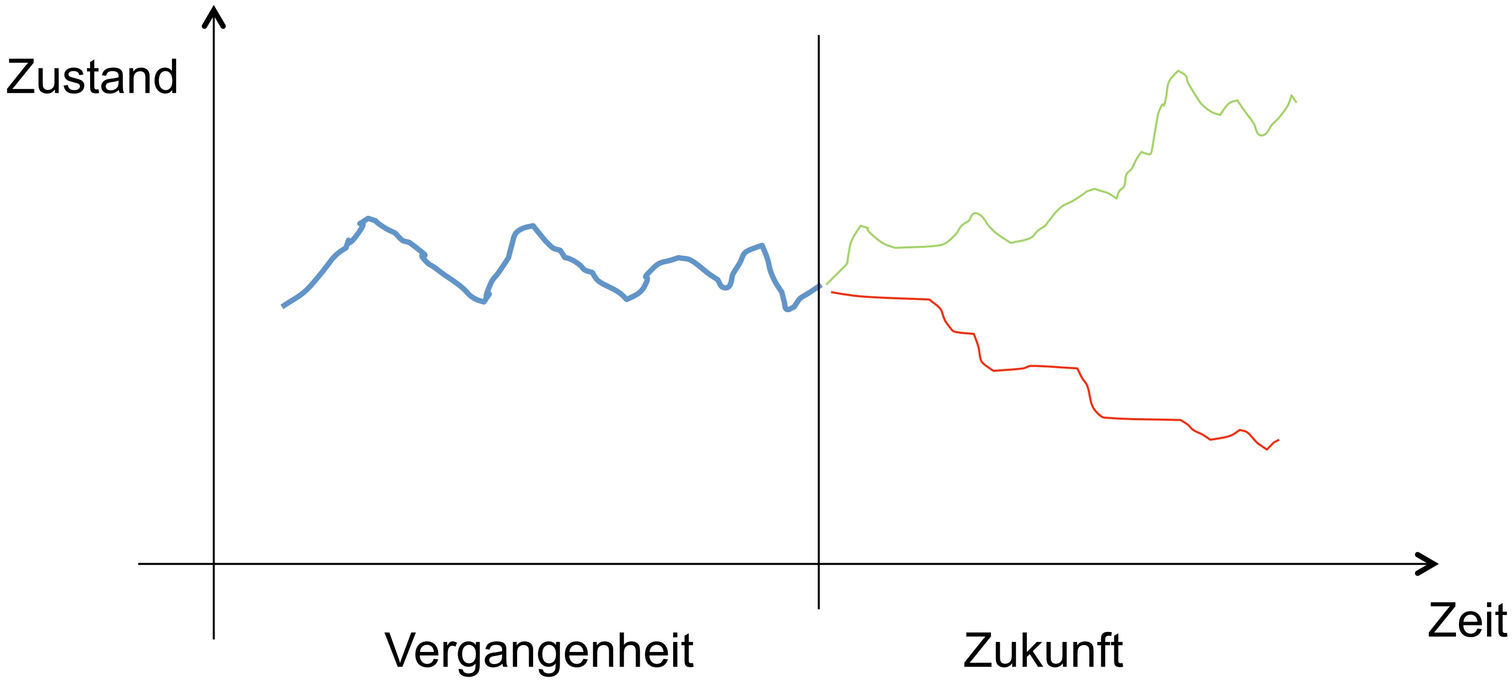
Deterministisch:
Kennt man Ort und Geschwindigkeit zu einem Zeitpunkt,
kennt man Ort und Geschwindigkeit zu allen anderen Zeitpunkten.
Ort und Geschwindigkeit: Zustand

Stochastischer Prozess: Aktien

Es reicht **nicht aus**, den Wert der Aktie zu kennen, um exakte Vorhersagen für die Zukunft zu treffen. Nicht mal alle Ableitungen.

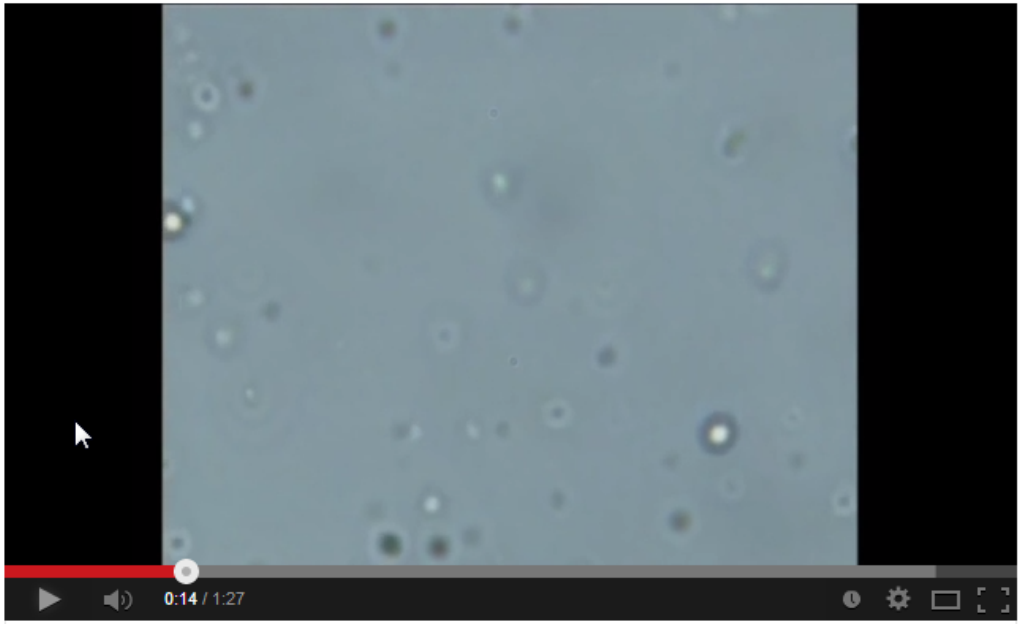
Das System entwickelt sich zufällig / **stochastisch** weiter.

Typische Aufgabe



Wie wahrscheinlich ist es (gegeben der blauen Kurve), dass sich System wie in der roten oder grünen Kurve weiterentwickelt.

Stochastisches Prozess:
Brown'sche Molekularbewegung



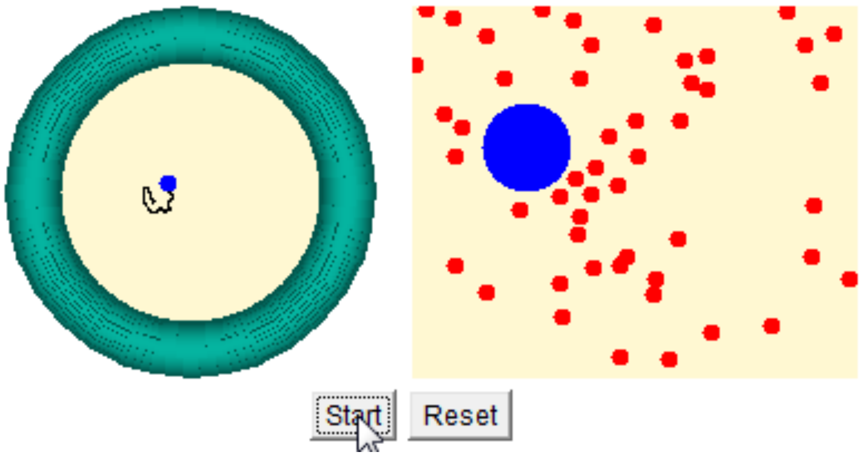
http://www.youtube.com/watch?v=Dgi4SKp-YIA

Aus Wikipedia:

Als **brownsche Bewegung** (oder **brownsche Molekularbewegung**) wird die vom schottischen Botaniker Robert Brown im Jahr 1827 wiederentdeckte Wärmebewegung von Teilchen in Flüssigkeiten und Gasen bezeichnet

Stochastisches Prozess:
Brown'sche Molekularbewegung

Zurich University of Applied Sciences



http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/Applets/brownian/brownian.html

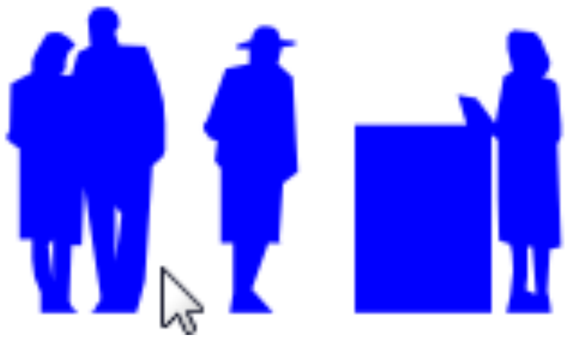
Zustand: Ort des grossen (blauen Teilchens)

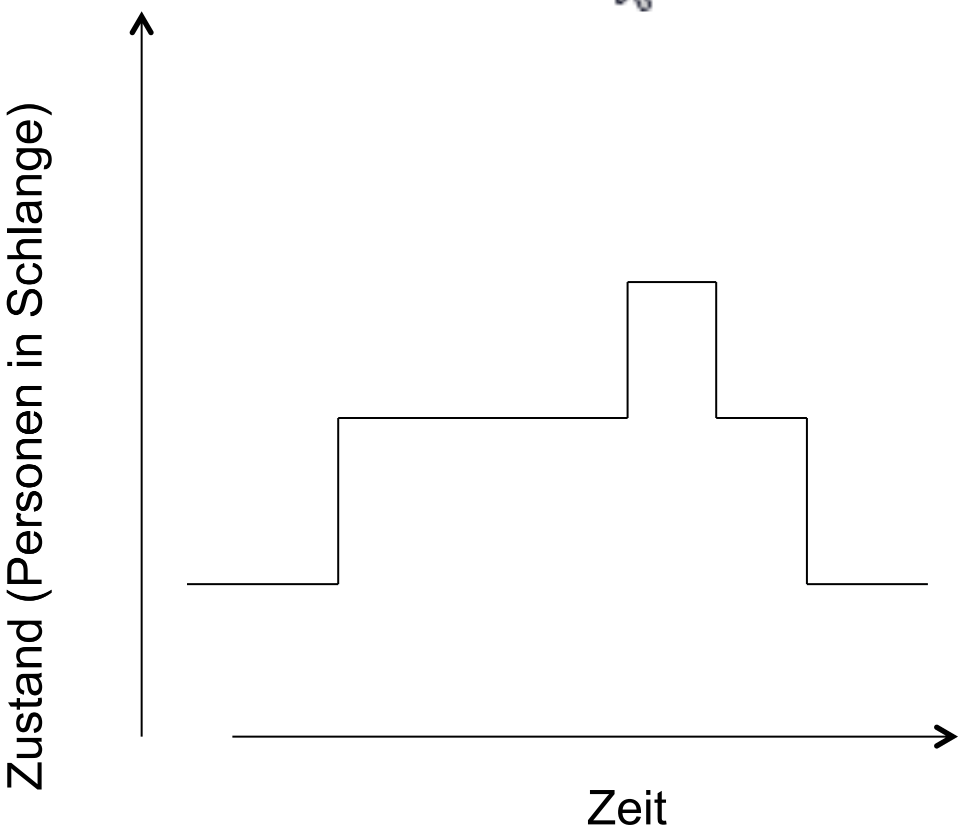
Einer der 3 Geistesblitze Einsteins im Wunderjahr 1905

"Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen"

Stochastische Prozesse: Warteschlangen

Zurich University
of Applied Sciences





Fragestellungen:

Wie wahrscheinlich ist es, dass mehr als 10 Personen anstehen.

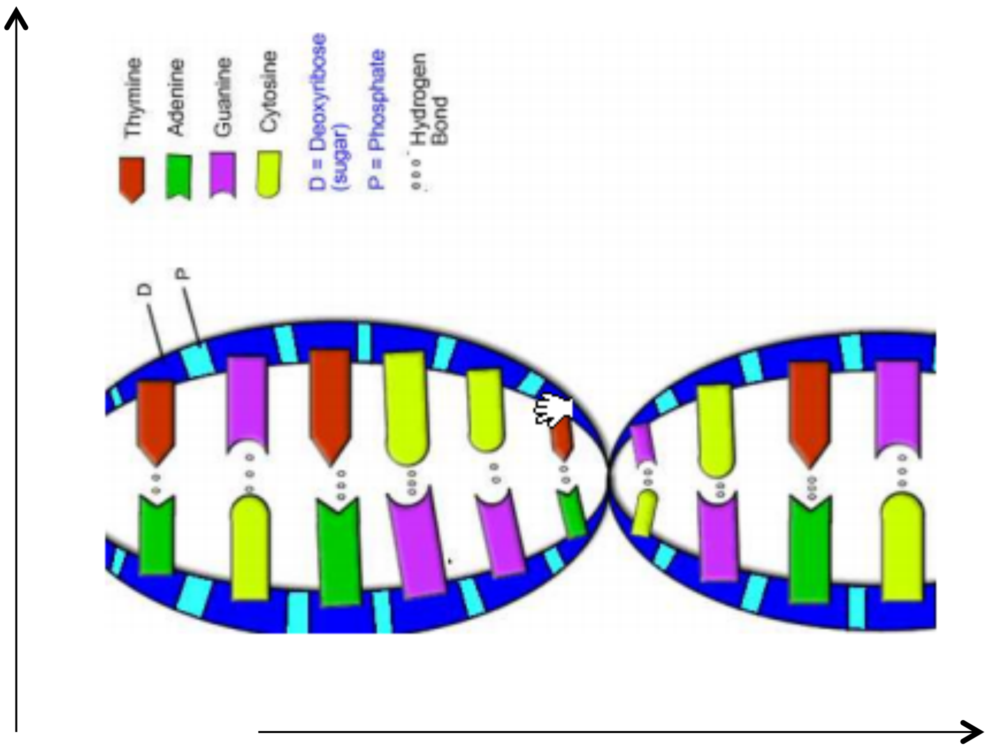
Soll ich jemand neues einstellen?

Analog: Serveranfragen…

Stochastische Model: DNA

Zurich University
of Applied Sciences

Zustand (Base)



«Zeit» (Position in Basenpaare)

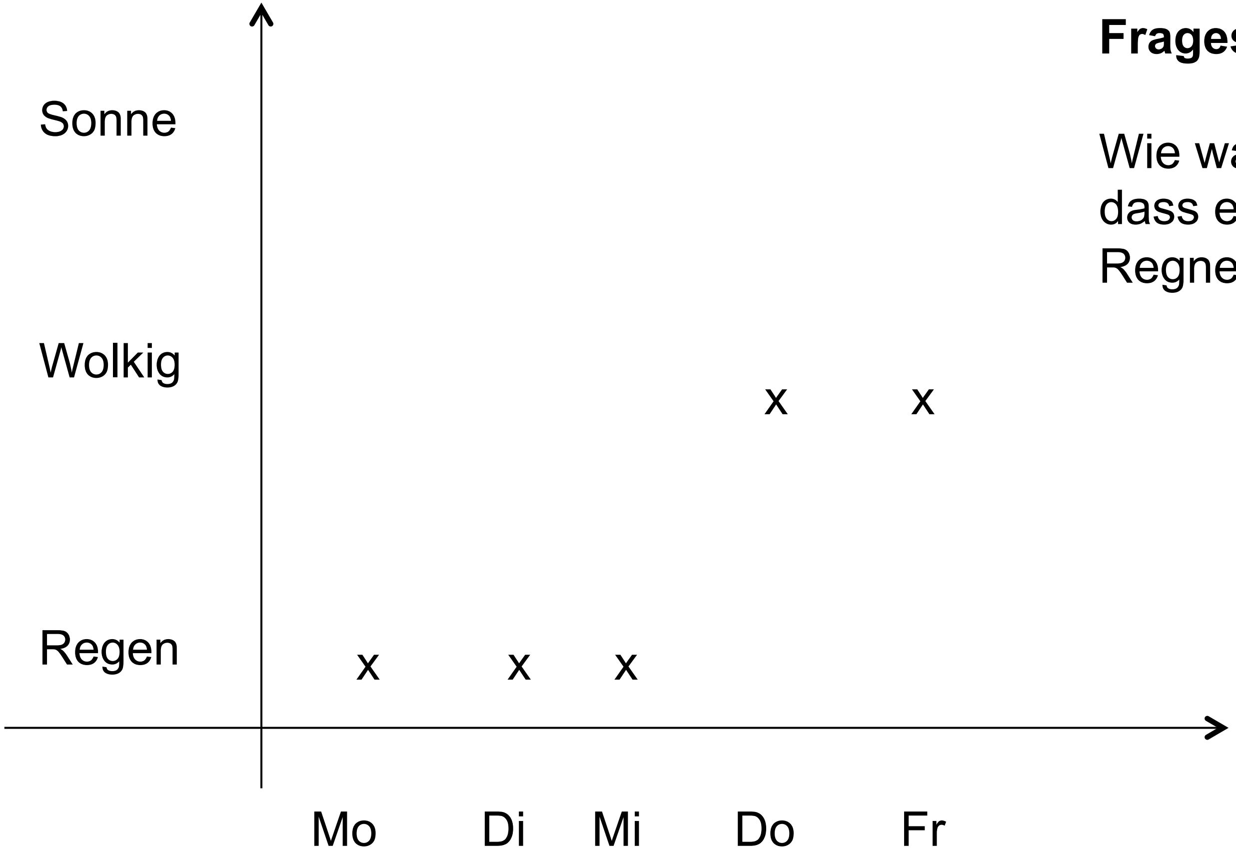
Fragestellungen:

Wie wahrscheinlich ist es, dass ein A nach GATATATA kommt.

Die nächste Base G,A,T,C ist nicht mit Sicherheit vorherzusagen. Wir können nur Wahrscheinlichkeiten angeben, dass z. B. nach A ein T folgt.

Zeit ist allgemein zu verstehen.

Wetter



Fragestellungen:

Wie wahrscheinlich ist es, dass es am Wochenende Regnet?

Einteilung der stochastischen Prozesse

Zeit: Diskret / Stetig

Zustand: Diskret / Stetig In der Vorlesung nur diskrete Zustände

	Zustand Diskret	Zustand Stetig
Zeit Diskret	• Tagesproduktion (#Autos) • DNA	• Tagesregenmenge Siehe auch Vorlesung: Zeitreihen
Zeit stetig	• Warteschlagen	• Molekularbewegung • Aktien (Wiener/Ito-Prozesse)

Fokus ↑

Weitere Beispiele

Aufgabe Einteilung der stochasitischen Prozesse:

Geben Sie bitte jeweils an, ob es sich um einen stochastischen Prozess handelt und was die Zustände sind. Sind die Zustände und „Zeiten“ diskret oder kontinuierlich?

Beispiele:

1. Temperatur in °C um 6:00 Uhr jeden Tages an einer meteorologischen Wetterstation
2. Position eines Wurfgeschosses, welches mit 10 m/sec geworfen wurde.
3. Die Geldmenge, die ein Spieler im Roulette gewinnt oder verliert.
4. Webseiten die ein Besucher Ihrer Webseite auswählt.
5. Anzahl der Personen, die in der Mensa anstehen.

Inhalt der Vorlesung

Zurich University of Applied Sciences

1. Markov-Ketten mit endlichem Zustandsraum

   Zeit diskret, Zustand diskret (sogar endlich)

2. Punkt- und Zählprozesse

   Zeit kontinuierlich / 1 Zustand

3. Markov-Prozesse in kontinuierlicher Zeit

   Zeit kontinuierlich / endlich viele Zustände

Übersicht der Vorlesung

Zurich University of Applied Sciences
zh aw

StoP

Kap 2
Zeit: Diskret / N Zustände

Markov-Ketten

- **Kurze Zeiten**
  - First Passage Time
  - Kosten Kap
- **Lange Zeiten (Asymptotik)**
  - Spezielle Markov-Ketten Aperiodisch, irreduzibel
  - Grenzwertverhalten Eigenwertanalyse
    - Kosten Kap
    - MCMC

Kap 3
Zeit: Kontinuierlich / 1 Zustand

Punktprozesse
kumulative Prozesse Kap..

Kumulative Prozesse Kap

Erneuerungsprozesse

Poisson Prozesse (Markov)

Kap 4
Zeit: Kontinuierlich / N Zustände

Markov-Prozesse

- **Kurze Zeiten Kap 4.3**
  - Kosten Kap 4.4, 4.5
- **Lange Zeiten (Asymptotik) 4.6**
  - Spezielle Markov-Prozesse irreduzibel Kap 4.6
    - Kosten Kap 4.7
  - Warte schlangen

Woche 1-8 | Woche 9-11 | Woche 11-14

90 Jahre Frackwoche 1926 - 2016

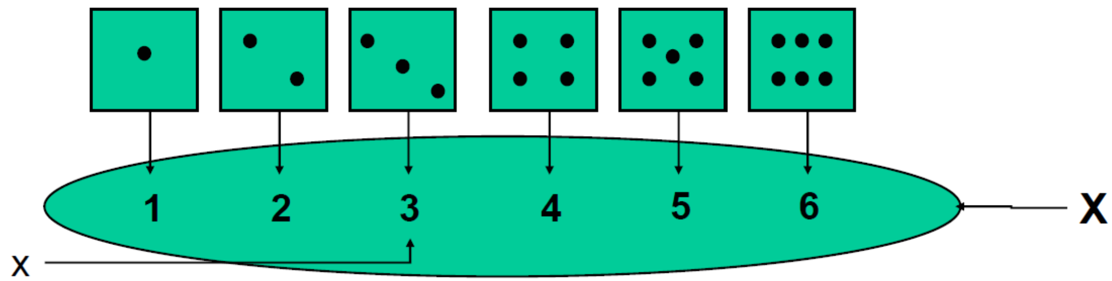
Wiederholung WaSt2

Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung und Verteilungsfunktion beim Würfel-Modell

Zurich University
of Applied Sciences

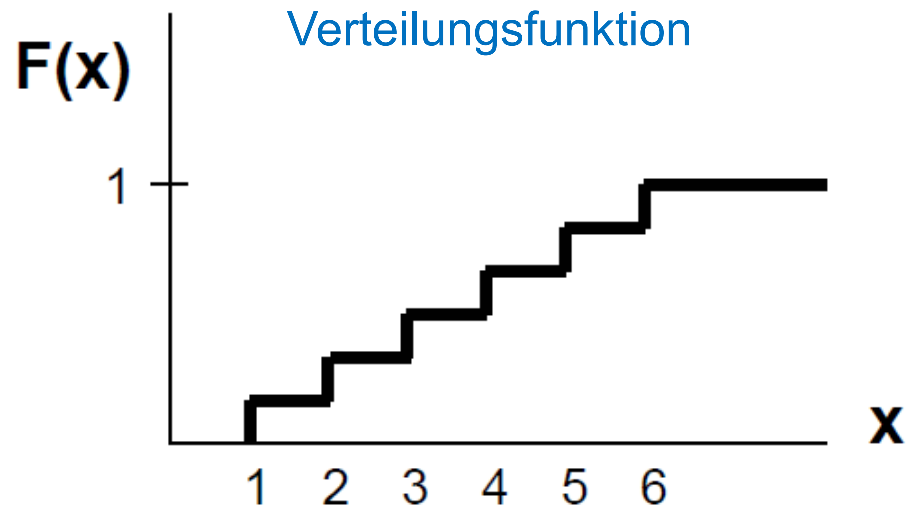
ZV X

x eine Real.
der ZV X



Diskrete
Wahrscheinlikeitsverteilung

Verteilungsfunktion



P(x)=P(X=x) W'keit, dass ZV X den Wert x annimmt.