

Neural Network Basic Assignment

이름: 이혁중

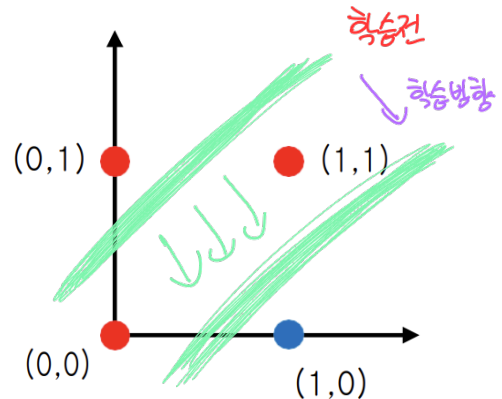
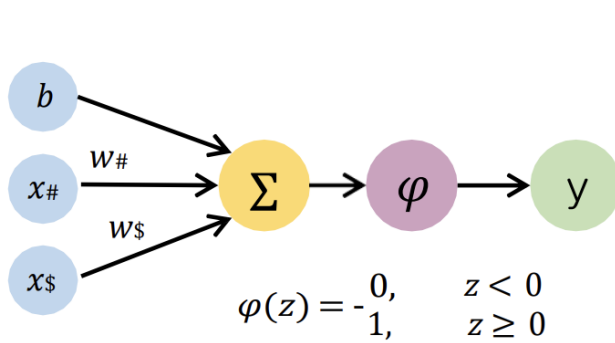
1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{1 + e^{-z}} \right) = \frac{e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{1 + e^{-z} - 1}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{1}{1 + e^{-z}} - \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{1}{1 + e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-z}} \right)$$

$$= \sigma(z) \{ 1 - \sigma(z) \}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



$$y = \varphi(b + w_1 x_1 + w_2 x_2)$$

2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

let $\begin{cases} b = -0.5 \\ w_1 = -1 \\ w_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$

x_1	0	0	1	1
x_2	0	1	0	1
S	-0.5	0.5	-1.5	-0.5
	0 ①	1	0	0 ②

틀린 배열
↓
update를 통해 수정

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 하주세요.

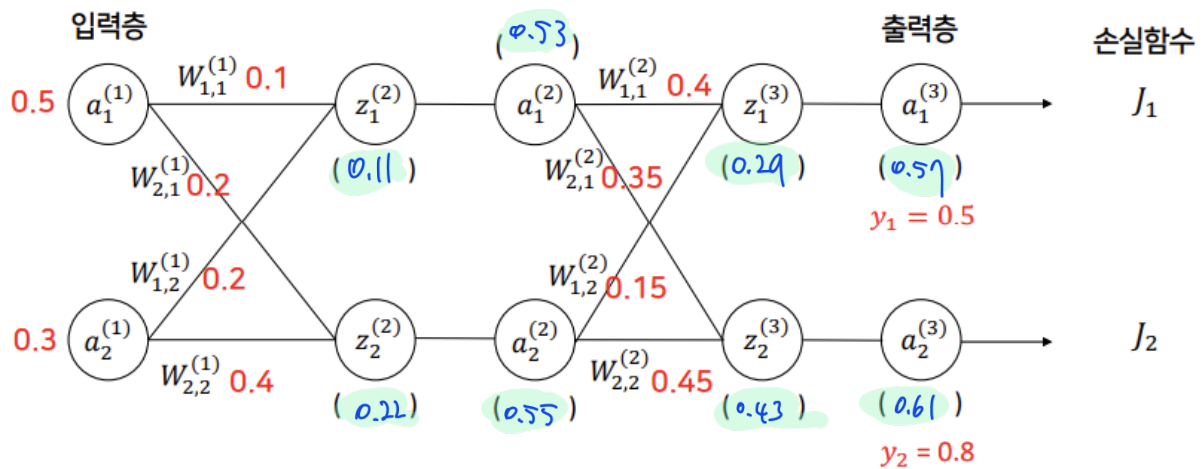
learning : $w_i += \eta(y - o)x_i$ (y : target, o : output) , $\eta = 1$
(클래스 update를 각기 있음)

① $\begin{cases} b += 1(1-0) \\ w_1 += 1(1-0)0 \\ w_2 += 1(1-0)0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0.5 \\ w_1 = -1 \\ w_2 = 1 \end{cases}$
→ b에는 1이 곱해서 있다고 생각!

더이상 update 필요없음.

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)

bias 값.



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11 \quad a_1^{(2)} = \sigma(0.11) = 0.53$$

$$z_2^{(2)} = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22 \quad a_2^{(2)} = \sigma(0.22) = 0.55$$

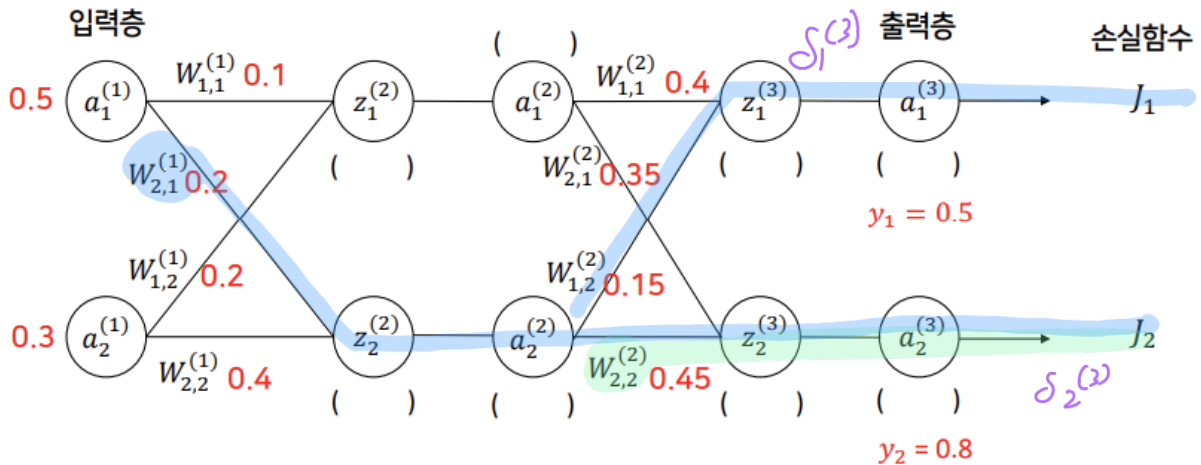
$$z_1^{(3)} = 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29 \quad a_1^{(3)} = \sigma(0.29) = 0.59$$

$$z_2^{(3)} = 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.43 \quad a_2^{(3)} = \sigma(0.43) = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (0.59 - 0.5)^2 = 0.002449$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(2)}$ 과 $W_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$w_j \leftarrow \eta \frac{\partial J_{total}}{\partial w_j}$$

i) $W_{2,2}^{(2)}$ 일때 $J_{total} = J_2$

$$\frac{\partial J_2}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}}$$

① ② ③

① $\frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} = \frac{\partial}{\partial a_2^{(3)}} \left\{ \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 \right\} = (a_2^{(3)} - y_2) = (0.61 - 0.8) = -0.19$

② $\frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} = a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) = 0.61 (1 - 0.61) = 0.238$

③ $\frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial}{\partial w_{2,2}^{(2)}} (a_1^{(2)} w_{2,1}^{(2)} + a_2^{(2)} w_{2,2}^{(2)}) = a_2^{(2)} = 0.55$

$\therefore 0.1 \times (-0.19) \times (0.238) \times (0.55) = -0.0025$

Updated $W_{2,2}^{(2)}$: 0.4525

9a) $w_{2,1}^{(1)}$ 대해 $J_{\text{total}} = J_1 + J_2$

$$\frac{\partial J}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \underbrace{\frac{\partial J}{\partial a_2^{(2)}}}_{(1)} \times \underbrace{\frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}}}_{(2)} \times \underbrace{\frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}}_{(3)}$$

다해 $\frac{\partial J}{\partial a_2^{(2)}} = \delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)}$

다음, 앞에서 $\delta_2^{(3)} = -0.045$

① $\delta_1^{(3)} = (a_1^{(2)} - y_1) \times a_1^{(2)} (1 - a_1^{(2)}) = (0.51 - 0.5) \times 0.51 \times (1 - 0.51)$
 $= 0.011$

∴ $\frac{\partial J}{\partial a_2^{(2)}} = (0.011) \times (0.15) + (-0.045) \times (0.45)$
 $= -0.02$

② $\frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} = (0.22) (1 - 0.22) = 0.172$

③ $= 0.5$

∴ $\frac{\partial J}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = (-0.02) (0.172) (0.5) = -0.00172$

∴ update $w_{2,1}^{(1)} = 0.1983$