linear algebra

hyeonho lee

2018년 12월 18일

Contents

1 vector

벡터는 2차원 이상의 값을 가질 수 있다.
$\vec{v} = (5,0) = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, 벡터의 길이를 구할 수 있다.
또한 실수공간 좌표를 $R^2 = real \ \ coordinate \ \ space$로 표현하기도 한다.
$two \ \ dimensional$이라고도 한다.
$R^3 = 3D \ \ real \ \ coordinate \ \ space$: 3-tuples

vector의 연산

원점을 꼭 vector의 꼬리로 둘 필요는 없다.

덧의 경우 차원이 같으면 그냥 하면 된다. vector b의 꼬리를 vector a의 머리에 두는 것이 +연산이 라고 할 수 있다. 교환법칙은 성립한다. visual적으로도 개념적으로 이해…

스칼라와의 곱
마찬가지로 곱하면 된다. 단, visual, 개념적으로 이해하면 매우 좋다.
scalar(스칼라)와 scale up(확대하다)의 어원이 같다.
스칼라의 곱은 벡터를 확대화한다.
negative scalar을 곱하면 vector의 방향이 바뀐다.
뺄셈의 경우
vector a의 꼬리에서 vector b의 꼬리가 시작된다.

단위벡터(=unit vector)

unit vector의 경우 $\vec{a}$대신에 $\hat{a}$를 사용한다.
2차원이라고 가정하면, 주로 $\hat{i}$가 수평방향 즉 단위벡터 i라고 하고 $\hat{j}$가 수직방향 단위벡터 j라고 한다.
따라서 vector v는 $2\hat{i} + 3\hat{j}$라고 할 수 도있다.
$\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

직선의 매개변수

t라는 매개변수를 사용하여 다차원의 식들을 선형대수학스러운, 간단하게 표현 할 수 있다.

2 선형결합과 생성(=linear combination)

선형결합이란 단순히 다 더하라는 의미이다.
선형결합은 상수배를 한후, vector끼리 더하는 연산이다. 선형의 말이 붙는 이유는 상수배를 하기 때문이다.
(2차원일때) 어떠한 vector를 만든다면 2개의 벡터의 선형결합으로 만들 수 있다.
3 선형종속과 독립

선형독립이란(linear independence)

한 벡터에 대한 스칼라 결합이 가능하다… 이것은 선형종속이다 라고 말 한다.
집합의 한 벡터를 집합의 다른 벡터의 선형결합으로 나타낼 수 있다는 것을 말한다.
기저의 개념이 나오는데, 효과적으로 R^2 공간에서 나타낼 수 있는 벡터 2개의 느낌.
예를들어 3개의 방향성을 제시한다면 R^3 공간, 즉 3개의 basis를 가진다 라고 하고 선형독립이라고 결론을 내릴 수 있다.

선형종속(linear dependence)

한 벡터를 여러개의 벡터로 표현 할 수 있다.
선형결합을 했을 때 $= 0$이 된다면 이것은 선형종속이라고 이야기 한다.
단 c_1, c_2가 모두 0이라면, 이것은 선형독립이다.

4 부분공간과 부분공간의 기저

선형부분 공간

선형 부분공간(linear subspace)
V subspace of R^n 은 V는 영벡터를 포함하는 것을 의미한다. $\vec{X}$ is V=;$c\vec{X}$ in V를 의미한다. vector a와 vector b가 V에 속하면 연산후의 결과도 V에 속한다.
closed under multiplecation
R^2 공간에 대한 이해

부분공간의 기저

V = span$(\vec{v_1}, ..., \vec{v_n})$ 일 때, 선형독립이다.
S is a basis for V
T is linearly dependent : T is not a basis for V
기저는 최소한의 공간이다. 어떠한 공간을 생성하는데 필요한 최소한의 벡터집합이라고 할 수 있다.
예를들어 S는 R^2를 생성하고 선형독립이라면, 집합S는 R^2의 기저라고 할 수 있다.
그렇다면 S가 R^2의 유일한 기저일까?
그것은 아니다. 무한개의 기저가 존재한다.
standard basis 집합 $T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

5 벡터의 내적과 외적

벡터의 내적과 벡터의 길이

벡터 내적의 성질 증명

코시-슈바르츠 부등식의 증명

벡터의 삼각부등식

벡터 사이의 각 정의하기

점과 법선벡터를 이용하여 R3에서 평면 정의하기

벡터의 외적이란?

증명 : 외적과 각의 사인값과의 관계

내적과 외적의 비교/직관

벡터의 삼중적의 확장

평면방정식의 법선 벡터

점과 평면 사이의 거리

평면 사이의 거리

6 가감법으로 연립방정식을 풀기 위한 행렬

행 사다리꼴 행렬을 이용하여 3차 연립방정식과 4개의 변수 풀기

행렬을 이용하여 선형계 풀기

행 사다리꼴을 이용하여 선형계는 해가 없다는 것을 알아보기

7 영공간과 열공간

행렬 벡터의 곱

행렬의 영공간이란?