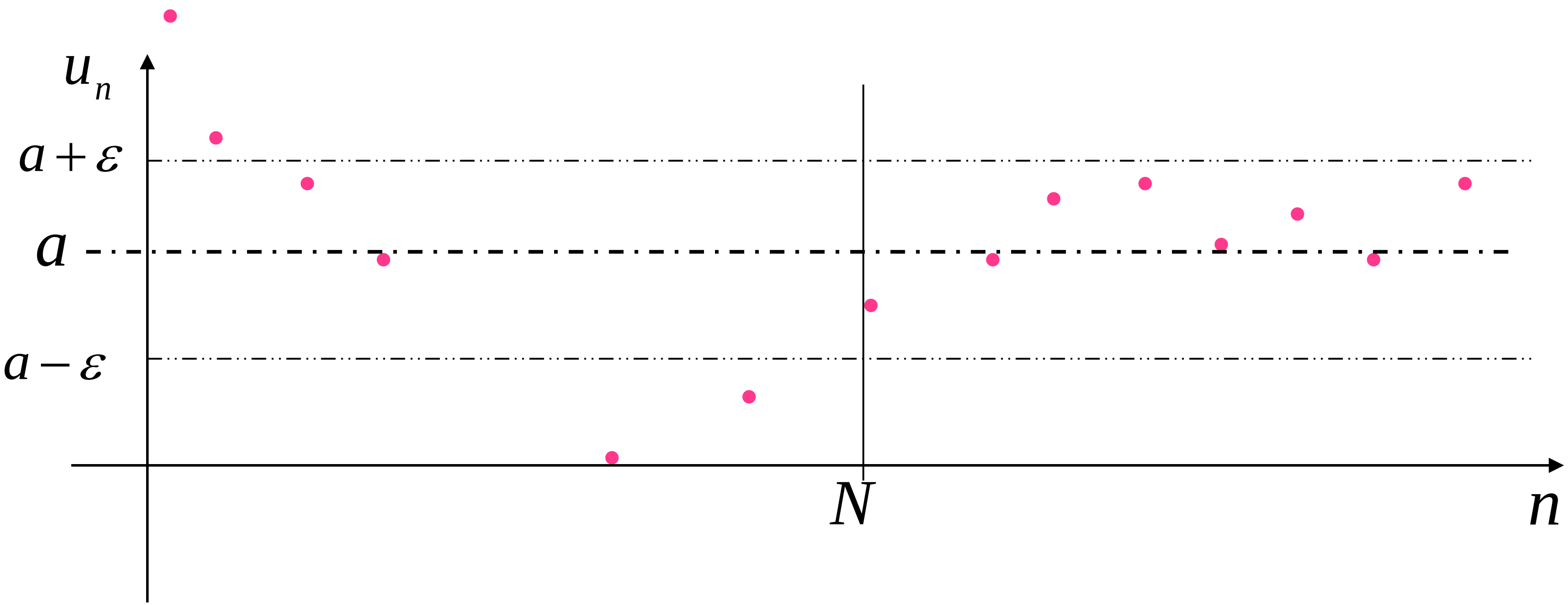
定义. $\{x_n\}$以某一确定的数a为极限是指，对于任意固定的$\varepsilon > 0$，都存在一个与此ε相对应的$N(= N(\varepsilon))$，使得对所有的$n > N$，都有$|x_n - a| < \varepsilon$成立. 记作$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$，此时称$\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$有极限，否则称为无极限.

关于数列极限的定义的符号描述:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\forall \varepsilon > 0, \exists N,\ s.t.\ \forall n > N,\ |x_n - a| < \varepsilon}$$

$$\boxed{\forall \varepsilon > 0, \exists N,\ s.t.\ \ |x_n - a| < \varepsilon \quad \forall n > N}$$

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ 几何解释:



如果存在a，使得$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$，则称数列$\{x_n\}$是收敛的，否则称为发散的.

如数列$\left\{\dfrac{(-1)^n}{n}\right\}$，$\left\{\dfrac{1}{n}\right\}$等是收敛的，数列$\{(-1)^n\}$与$\{n^2\}$是发散的.

但有些时候我们也会说数列$\{n^2\}$的极限为无穷大

(但不会说它收敛！)，记作$\lim\limits_{n\to\infty} n^2 = \infty$.