

# 关系的性质 —— 传递性

## Properties of Relations — Transitivity

刘 铎

[liuduo@bjtu.edu.cn](mailto:liuduo@bjtu.edu.cn)



## 传递性

- 自反关系、非自反关系
  - 涉及“1个”元素
- 对称关系、非对称关系、反对称关系
  - 涉及“2个”元素
- 传递关系
  - 涉及“3个”元素



## 传递性

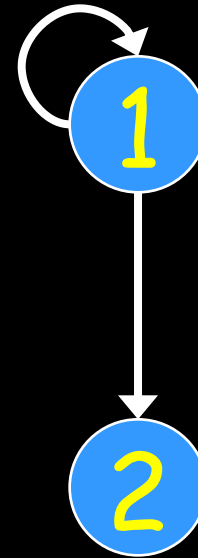
- ③ 假设  $R$  为集合  $A$  上的关系，
  - 如果对于任意  $a, b, c \in A$ ，若  $(a, b) \in R$  且  $(b, c) \in R$  必然有  $(a, c) \in R$ ，则称  $R$  是传递的（transitive），或称  $R$  满足传递性。



## 具有传递性?

- $A = \{1, 2\}, R = \{ (1, 1), (1, 2) \}$

$a$	$b$	$c$	$aRb$	$bRa$	$aRc$	$aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$
1	1	1	T	T	T	T
1	1	2	T	T	T	T
1	2	1	T	F	T	T
1	2	2	T	F	T	T
2	1	1	F	T	F	T
2	1	2	F	T	F	T
2	2	1	F	F	F	T
2	2	2	F	F	F	T

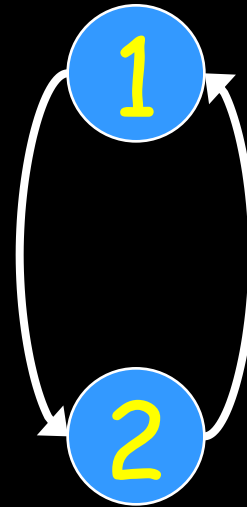




## 具有传递性?

- $A = \{1, 2\}, R = \{ (1, 2), (2, 1) \}$

$a$	$b$	$c$	$aRb$	$bRa$	$aRc$	$aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$
1	1	1	F	F	F	T
1	1	2	F	T	T	T
1	2	1	T	T	F	F
1	2	2	T	F	T	T
2	1	1	T	F	F	T
2	1	2	T	T	F	F
2	2	1	F	T	F	T
2	2	2	F	F	F	T





## 具有传递性?

- $A = \{1, 2\}, R = \{ (1, 2) \}$

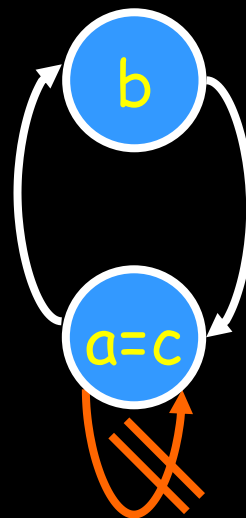
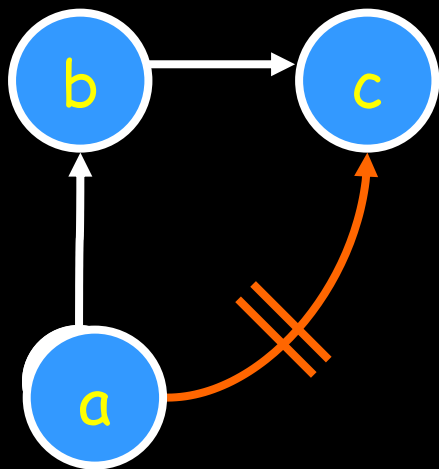
$a$	$b$	$c$	$aRb$	$bRa$	$aRc$	$aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$
1	1	1	F	F	F	T
1	1	2	F	T	T	T
1	2	1	T	F	F	T
1	2	2	T	F	T	T
2	1	1	F	F	F	T
2	1	2	F	T	F	T
2	2	1	F	F	F	T
2	2	2	F	F	F	T





## 不具有传递性

$$\sim \forall a \forall b \forall c ( (a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R )$$
$$\equiv \exists a \exists b \exists c ( (a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \wedge (a, c) \notin R )$$





## 具有传递性?

●  $A = \{1, 2\}, R = \{ (1, 2) \}$

$a$	$b$	$c$	$aRb$	$bRa$	$aRc$	$aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$
1	1	1	F	F	F	T
1	1	2	F	T	T	T
1	2	1	T	F	F	T
1	2	2	T	F	T	T
2	1	1	F	F	F	T
2	1	2	F	T	F	T
2	2	1	F	F	F	T
2	2	2	F	F	F	T







# 具有传递性?

- 练习与思考

- “握手”
- 平面上三角形的“相似”关系
- “同班同学”关系
- 恒等关系
- 集合的“包含”关系
- 实数的“大于”关系
- 实数的“大于等于”关系
- 整数的“整除”关系



# 传递性

	关系矩阵 的特点	关系图 的特点
传递关系 $\forall a \forall b \forall c ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$	?	?

下一讲——

# 关系性质的判断

