

# 划分

## Partitions

刘 铎

[liuduo@bjtu.edu.cn](mailto:liuduo@bjtu.edu.cn)



# 划分

- 一个问题——
  - 将学生们分成若干个小组
    - 每名同学一定在某个小组中
    - 没有同学同时出现在不同小组中



## 划分

- 集合  $A$  的非空子集的集合  $\mathcal{P}$  称作  $A$  的一个划分或者商集，如果
  - 1.  $A$  中的每一个元素都包含于  $\mathcal{P}$  中的一个元素；
  - 2. 若  $A_1$  和  $A_2$  是  $\mathcal{P}$  中的相异元素，则必然有  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ 。
- $\mathcal{P}$  中的元素称作这个划分的划分块。

# 划分



- $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p\}$

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l
m	n	o	p



# 划分

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l
m	n	o	p

- {  
    { a, b, e, f, i, j, m, n },  
    { c, g, k, o },  
    { d },  
    { h, l, p }  
}

构成一个划分



# 划分

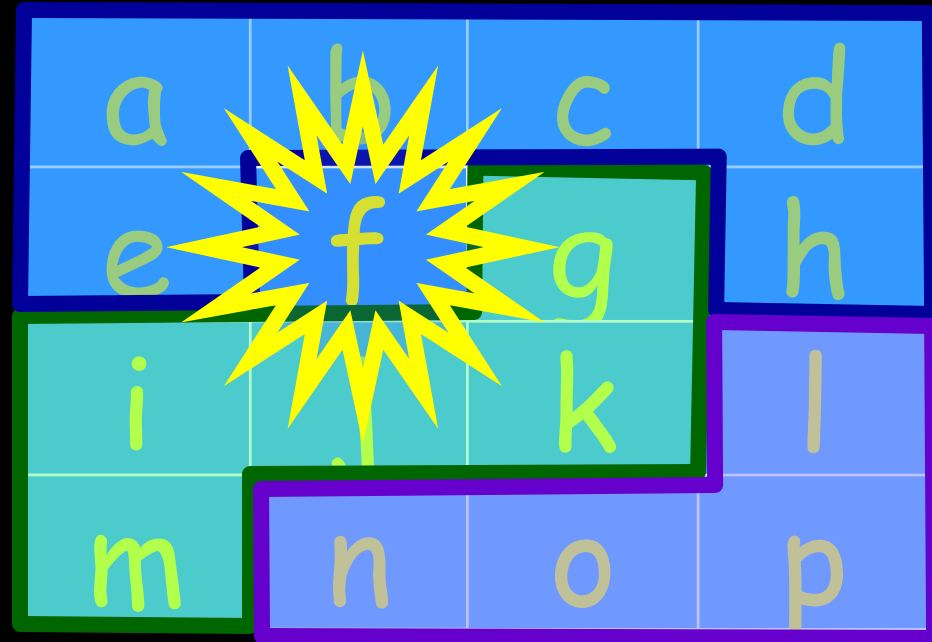
a	b	c	d
e	f	g	h
i	i	k	l
m	n	o	p

- {  
    {a, b, e, f, i, j},  
    {g, k, m, n, o},  
    {c, d, h},  
    {l, p}  
}

构成一个划分



# 划分

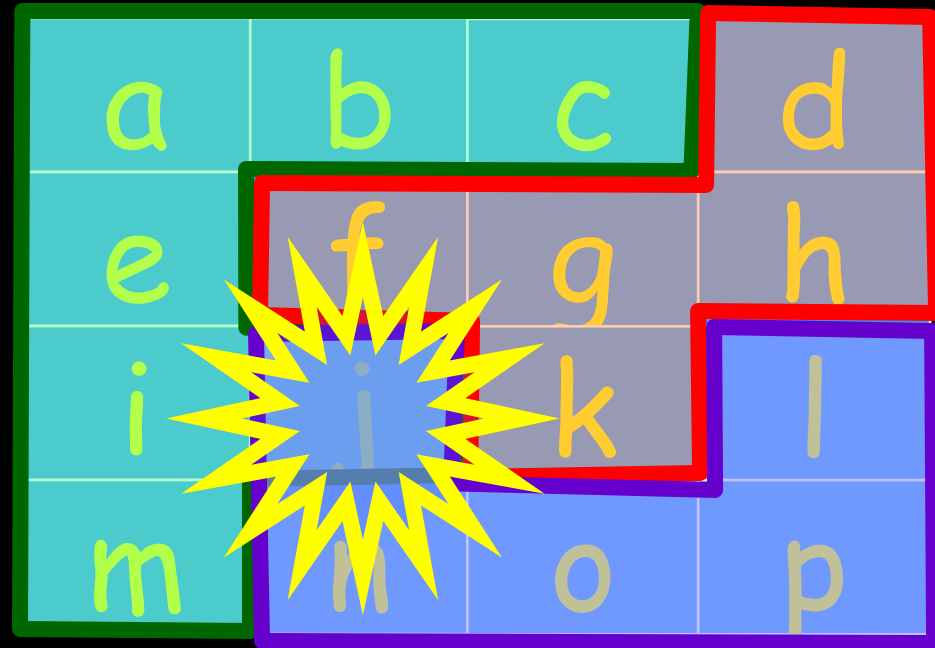


- {  
    { a, b, c, d, e, h },  
    { g, i, j, k, m },  
    { l, n, o, p }  
}

构成划分么？



# 划分



- {  
    { a, b, c, e, i, j, m },  
    { d, f, g, h, k },  
    { j, l, n, o, p }  
}

构成划分么？





## 划分

- 假设  $A$  是整数集的任一子集,  $n$  是一个大于1的正整数
- 则可以根据模  $n$  的余数对  $A$  进行划分



## 划分

- 如何证明  $\mathcal{P}$  是  $A$  的一个划分？
  - ① 对于任意  $a \in A$ ，存在  $B \in \mathcal{P}$ ，使得  $a \in B$ ；
  - ② 对于任意  $A_1, A_2 \in \mathcal{P}$ ， $A_1 \neq A_2$ ，则  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ 。

**End**

