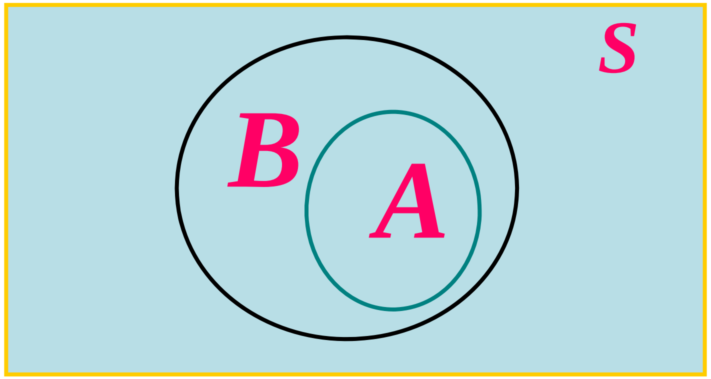
❖事件的关系（包含、相等）

$1^\circ\ A \subset B$: 事件A发生一定导致B发生.

$$2^\circ\ A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$$

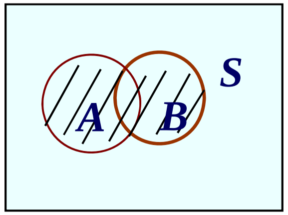


事件的运算及关系

✓ A与B的和事件，记为$A\cup B$

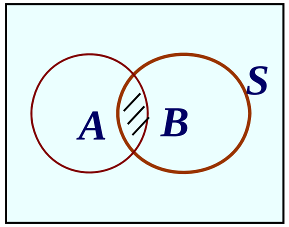
$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$：

A与B至少有一发生.



✓ A与B的积事件，记为$A\cap B,\ A\cdot B,\ AB$

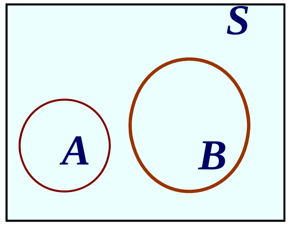
$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$：$A$与$B$同时发生.



$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \to$ 表示$A_1, A_2, \cdots A_n$至少有一发生

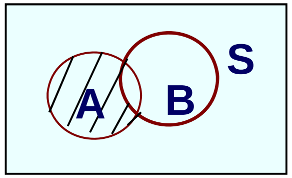
$\bigcap_{i=1}^{n} A_i \to$ 表示$A_1, A_2, \cdots A_n$同时发生

✓ 当$AB=\varnothing$时，称事件A与B不相容或互斥.



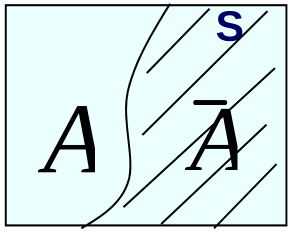
✓ A与B的差事件

$$A-B=\{\,x \mid x\in A \text{ 且 } x\notin B\,\}$$



✓ A的逆事件, 记为$\overline{A}$, 也称A的互逆、对立事件.

$$A\cup\overline{A}=S,\;\; A\overline{A}=\varnothing,\;\; \overline{\overline{A}}=A$$



A与B的差事件可以表示为:

$$A-B=A\overline{B}=A\cup B-B=A-AB$$

事件的运算定律

交换律：$A\cup B=B\cup A$ ，$A\cap B=B\cap A$;

结合律：$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$， $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$;

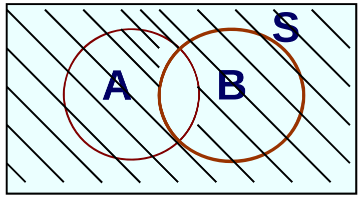
分配律：$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$，$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$;

对偶律：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$ ，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$; (德·摩根定律)

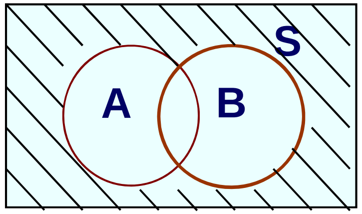
对偶律推广：
$$\overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}=\overline{A}_1\cup\overline{A}_2\cup\cdots\cup\overline{A}_n;$$
$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}=\overline{A}_1\overline{A}_2\cdots\overline{A}_n.$$

注意 $\overline{AB}$ 与 $\bar{A}\,\bar{B}$ 的区别：

$\overline{AB}$是表示　A、B不同时发生



$\bar{A}\,\bar{B}$是表示　A、B都不发生

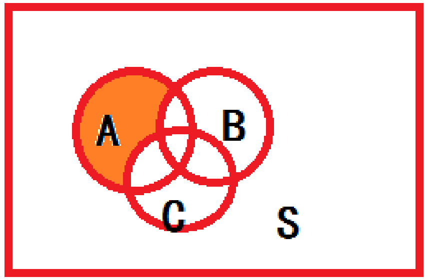


实际上两者有关系：

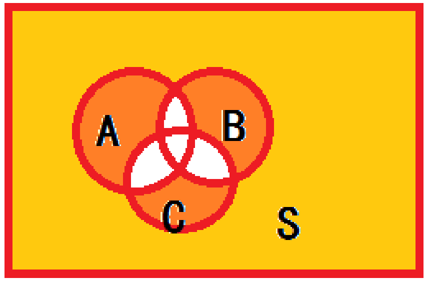
$$\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} \cup A\bar{B} \cup \bar{A}B$$

例4：用A、B、C三个事件关系及运算表示下列各事件

- A发生，B、C都不发生：$A\bar{B}\bar{C}=A-B-C$



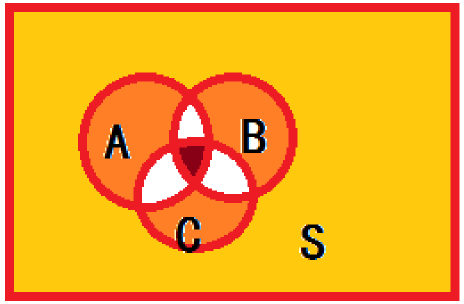
- 恰有一个发生：$A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C$



- 至少有一个发生：$A\cup B\cup C=\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}$

$$=(A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C)\cup(\bar{A}BC\cup A\bar{B}C\cup AB\bar{C})\cup ABC$$

例4：用A、B、C三个事件关系及运算表示下列各事件



- 至少有两个发生：$AB \cup AC \cup BC$

$$= \bar{A}BC \cup A\bar{B}C \cup AB\bar{C} \cup ABC$$

- 至少有一个不发生：$\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C} = \overline{ABC}$

$$= \bar{A}BC \cup A\bar{B}C \cup AB\bar{C} \cup A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$