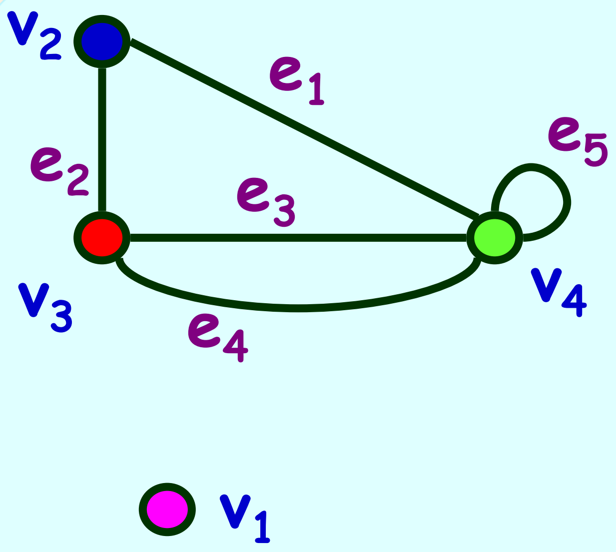
握手定理

Handshake Theorem

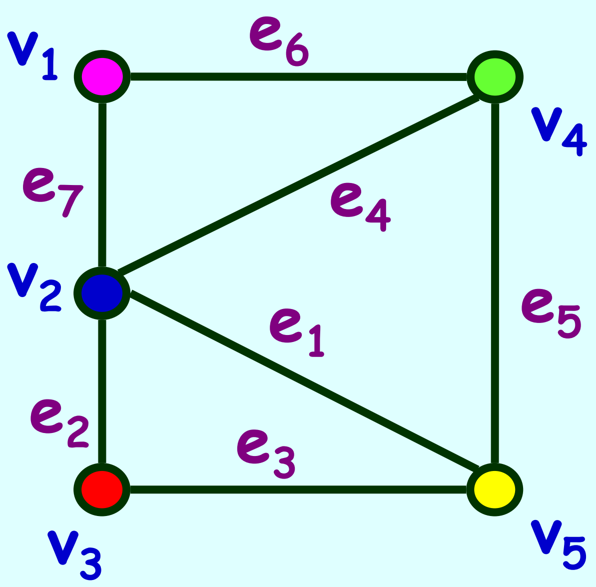
刘铎
liuduo@bjtu.edu.cn

握手定理



$\deg(v_1) = 0$	
$\deg(v_2) = 2$	
$\deg(v_3) = 3$	
$\deg(v_4) = 5$	
sum:	**10**

握手定理



$\deg(v_1) = 2$	
$\deg(v_2) = 4$	
$\deg(v_3) = 2$	
$\deg(v_4) = 3$	
$\deg(v_5) = 3$	
sum:	14

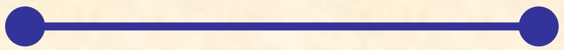
握手定理

- 定理（图论基本定理/握手定理）
  - 假设 $G=(V, E, \gamma)$ 为无向图，则$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$，即所有顶点度数之和等于边数的两倍。
- 推论
  - 在任何无向图中，奇数度的顶点数必是偶数。

握手定理

- 定理（图论基本定理/握手定理）
  - 所有顶点度数之和等于边数的两倍

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$$



握手定理

- 推论
  - 在任何无向图中，奇数度的顶点数必是偶数

$$\sum_{v\in V}\deg(v)=2|E|$$

握手定理

- 例　假设一共有9个工厂，证明在它们之间
  - (a) 不可能每个工厂都只与其它3个工厂有业务联系
  - (b) 不可能只有4个工厂与偶数个工厂有业务联系
- 证明. 将每个工厂用一个点表示，在有业务联系的2个工厂之间加边，则可构成一个无向图。
  - (a) 如果每个工厂都只与其它3个工厂有业务联系，那么图 *G* 中每个点的度数都是3，与推论矛盾
  - (b) 如果只有4个工厂与偶数个工厂有业务联系，则有5个工厂与奇数个工厂有业务联系，即图 *G* 中有5个顶点具有奇数度数，与推论矛盾

握手定理

- 定理
  - 对于任意有向图 (V, E, γ)，有

$$\sum_{v\in V}\deg^{+}(v)=\sum_{v\in V}\deg^{-}(v)=|E|$$

End