向量组的线性相关性

一、线性相关性

1.定义: 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，若存在一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_m$使

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=\mathbf{0},$$

则称向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性相关。否则，称向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关。

设$\alpha_1=(1,2,-1),\alpha_2=(2,-3,1),\alpha_3=(4,1,-1)$，证明：$\alpha_3$是$\alpha_1$, α_2的线性组合。

$$\Rightarrow \alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\text{是线性相关的。}$$

注 **(1) 当向量组只含一个向量时,**

若该向量是零向量,则它线性相关; $1\cdot 0=0$.

若该向量是非零向量,则它线性无关.

$$k\alpha = 0, \alpha \neq 0, \Rightarrow k = 0.$$

(2) 两个向量线性相关的充要条件是其对应分量成比例.

$k_1\alpha + k_2\beta = 0, \Rightarrow k_1\alpha = -k_2\beta.$ 若$k_1 \neq 0, \Rightarrow \alpha = -\dfrac{k_2}{k_1}\beta.$

$\alpha = -\dfrac{k_2}{k_1}\beta = k\beta.$

设$\alpha_1 = (1,2,-1), \alpha_2 = (2,-3,1), \alpha_3 = (4,1,-1)$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$中任两个向量线性无关。

(1) 当向量组只含一个向量时,若该向量是零向量,则它线性相关;若该向量是非零向量,则它线性无关.

(2) 两个向量线性相关的充要条件是其对应分量成比例.

(3) 任一含有零向量的向量组线性相关.

3.讨论向量组的相关性: