

关系矩阵与关系图

The Matrix of a Relation & Digraphs

刘 铎

liuduo@bjtu.edu.cn



关系矩阵

- 设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, R 是从 A 到 B 的关系,
- 定义 R 的关系矩阵为一个 $m \times n$ 的布尔矩阵 $\mathbf{M}_R = [r_{ij}]_{m \times n}$, 其中

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } (a_i, b_j) \in R \\ 0 & \text{if } (a_i, b_j) \notin R \end{cases}$$



关系矩阵

- $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- $R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (3, 4) \}$

	1	2	3	4
1	√	√		√
2	√			
3		√		√
4				

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



关系矩阵

- “选课”的例子
 - $R = \{ (张, 离散数学), (张, 数据结构), (白, 数据结构), (方, 计算机网络) \}$

	离散	数据结构	网络
张	√	√	
白		√	
宋			
方			√

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



关系图

- 设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, R 是 A 上的关系
- 例:
 - $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 - $R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (3, 4) \}$



关系图

- 对 A 中每个元素，画一个圆形，并在圆形之中标明该元素。
- 此称之为关系图的**顶点** (vertice)

- $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$



- $R = \{ (1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (3,2), (3,4) \}$

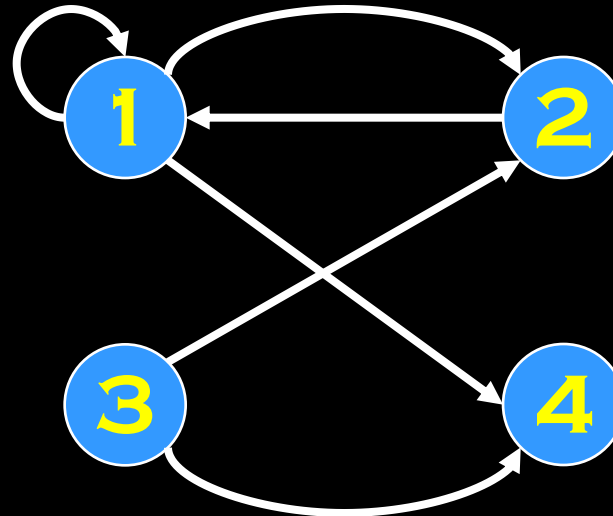




关系图

- 若 $(a_i, a_j) \in R$ ，则从顶点 a_i 向顶点 a_j 画一个箭头，称为**有向边**或简称**边**（edge），若 $a_i = a_j$ 则称这条边为**自环**（cycle）。

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$
- $R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (3, 4) \}$

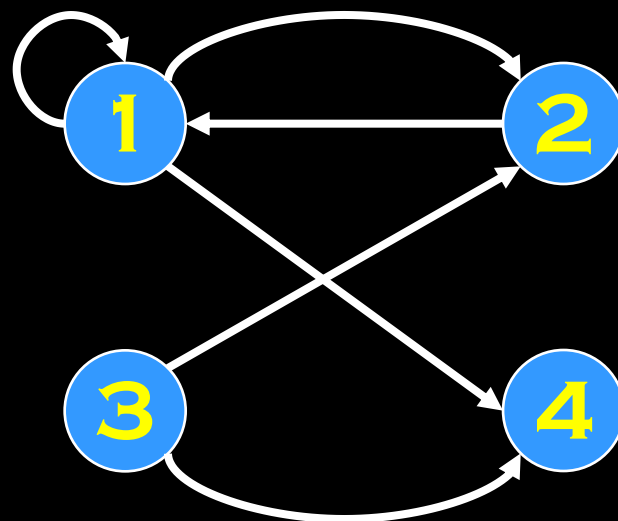




关系图

- 得到的图表示称作关系 R 的关系图
(directed graph, 或digraph)。

- $A=\{1,2,3,4\}$
- $R=\{ (1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (3,2), (3,4) \}$





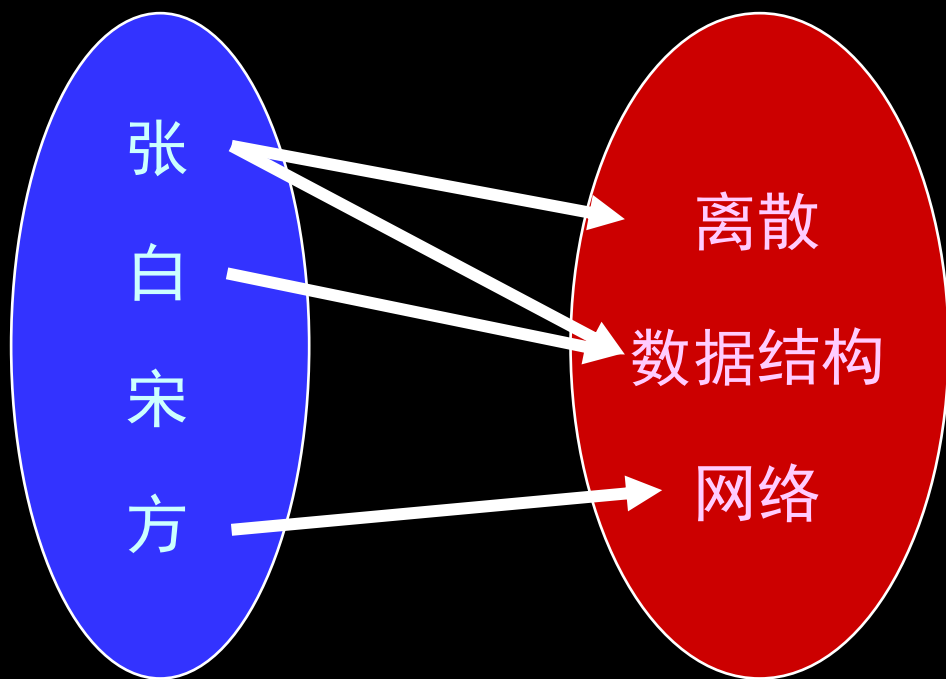
二元关系的表示形式

- 二元关系主要具有以下三种表示方法
 - 笛卡尔积的子集
 - 有序对的集合
 - 关系矩阵
 - 有向图表示

关系的示意图（和关系图不同）



- $R = \{ (张, 离散数学), (张, 数据结构), (白, 数据结构), (方, 计算机网络) \}$



End

