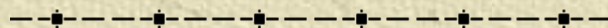


# 函数

## Function

刘 铎

[liuduo@bjtu.edu.cn](mailto:liuduo@bjtu.edu.cn)



# 函数

- ✧  $A$  和  $B$  为非空集合
- ✧ 设  $f$  为  $A$  到  $B$  的二元关系, 若对于任意  $x \in \text{Dom}(f)$  都存在唯一的  $y \in \text{Ran}(f)$  使得  $(x, y) \in f$  成立, 则称  $f$  为函数 (function)。
- ✧ 函数也称作映射 (mapping) 或变换 (transformation)

# 函数

✧  $\{ (1,1), (2,3), (4,1), (3,5), (5,3) \}$   
是一个函数

✧  $\{ (1,1), (1,3), (4,1), (3,5), (5,3) \}$   
不是函数

# 函数

- ✧ 假设  $A$  到  $B$  的二元关系  $f$  为函数
- ✧ 如果  $a \notin \text{Dom}(f)$ , 那么  $f(a) = \emptyset$
- ✧ 如果  $f(a) = \{b\}$ , 习惯上使用元素  $b$  来表示集合  $\{b\}$  并且写作  $f(a) = b$
- ✧  $f$  可以被描述为有序对的集合  $\{(a, f(a)) \mid a \in \text{Dom}(f)\}$

# 函数

✧  $f = \{ (1, 1), (2, 3), (4, 1), (3, 5), (5, 3) \}$   
是一个函数

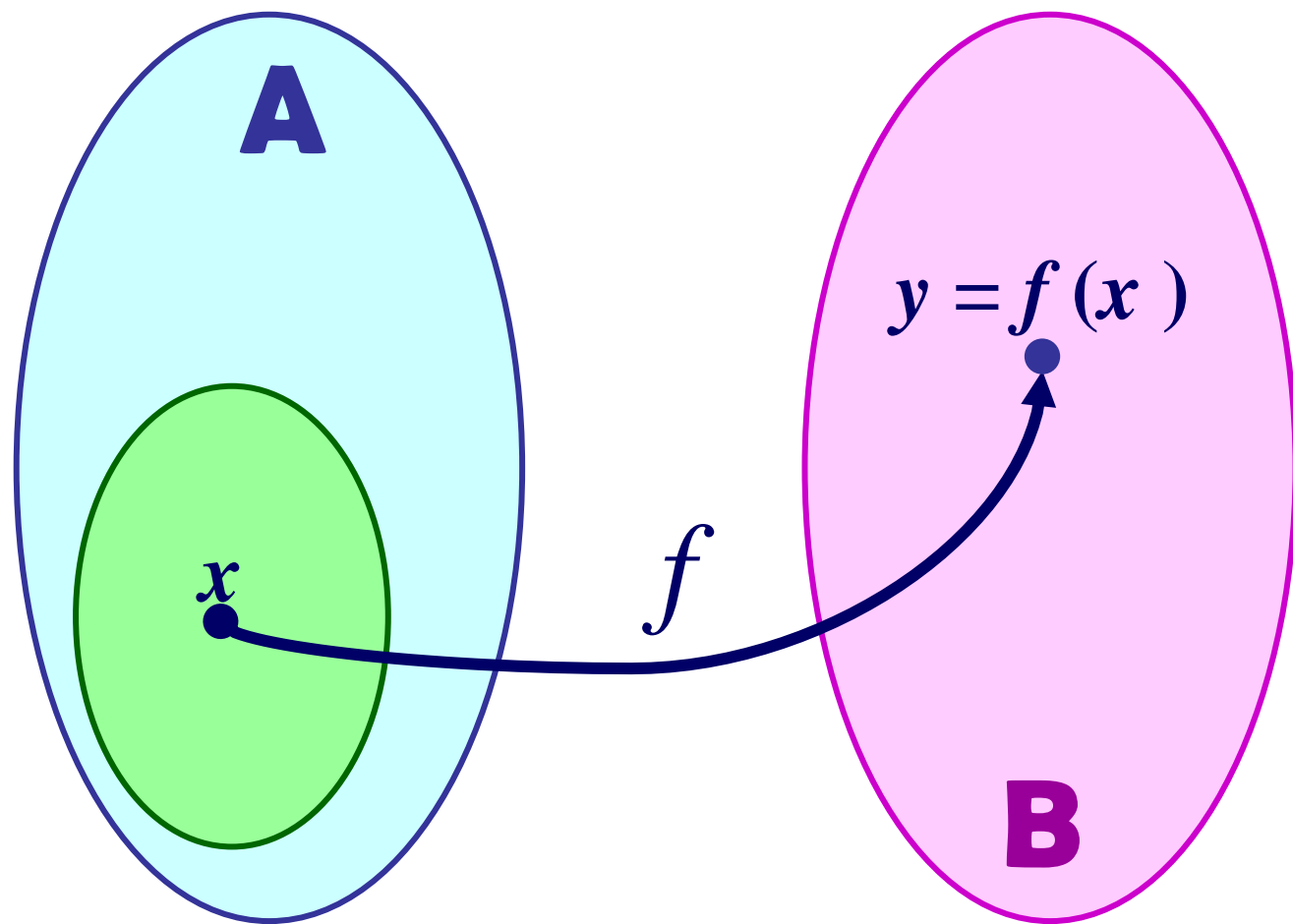
$$- f(1)=1, f(2)=3, f(4)=1, f(3)=5, f(5)=3$$

✧ 它也可以写作

$$- \{ (1, f(1)), (2, f(2)), (4, f(4)), \\ (3, f(3)), (5, f(5)) \}$$



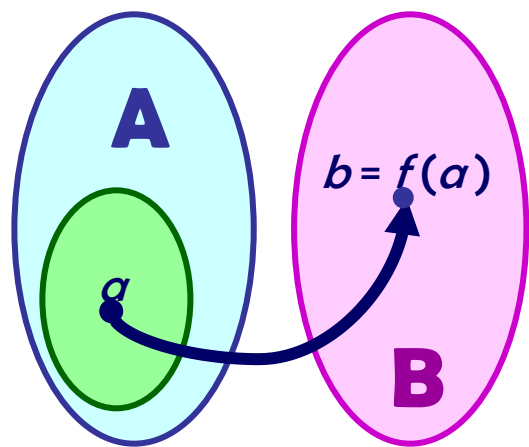
# 函数



# 函数

✦ 假设  $A$  到  $B$  的二元关系  $f$  为函数

✦  $y = f(x)$  中,  $x$  称为**自变量 (argument)**,  
 $y$  为  $f$  在  $x$  的**值 (value)** 或  $x$  在  $f$  作用下的**像 (image)**。



# 函数

## ✦例

- $A = B = \mathbb{R}$

- $f(x) = x + 1$

- $f(x) = \sqrt{x}$

- $f(x) = \frac{1}{x}$



# 函数

✦ 设  $A$ 、 $B$  是非空集合， $f$  是  $A$  到  $B$  的一个关系，如果对每个  $x \in A$ ，存在唯一的  $y \in B$ ，使得  $(x, y) \in f$ ，则称  $f$  为  **$A$  到  $B$  的函数**，记作  **$f: A \rightarrow B$** 。

✦ 对于  $A$  到  $B$  的函数  $f$ ，

$$\text{Dom}(f) = A, \text{Ran}(f) \subseteq B.$$

# 函数

✦例

$A$ 到 $B$ 的函数？

–  $A = B = \mathbb{R}$

–  $f(x) = x + 1$  ✓

–  $f(x) = \sqrt{x}$  ✗

–  $f(x) = \frac{1}{x}$  ✗

# 函数

$$f: \quad A \quad \rightarrow \quad B$$

$$a^* \quad \mapsto \quad b^*$$

$$a \quad \mapsto \quad b = f(a)$$

# 函数

✦ 设  $A$  是一个任意非空集合.  $A$  上的恒等函数表示为  $1_A$ , 其定义为  $1_A(a)=a$

下一讲 ——

# 函数的性质

