定义域、值域与像集

Domain, Range and Image

刘铎
liuduo@bjtu.edu.cn

定义域与值域

- 假设 A、B 是集合，$R \subseteq A \times B$ 是 A 到 B 的一个二元关系，
- R 的**定义域**（domain）为集合

$\mathrm{Dom}(R) = \{ a \mid a \in A$，存在 $b \in B$ 使得 $(a, b) \in R \}$，

即R中所有有序对的第一元素构成的集合；

- R 的**值域**（range）为集合

$\mathrm{Ran}(R) = \{ b \mid b \in B$，存在 $a \in A$ 使得 $(a, b) \in R \}$，

即R中所有有序对的第二元素构成的集合。

定义域与值域

- Dom(R)=

  $\{\ a \mid a\in A,\ \exists\ b\in B$ such that $(a, b)\in R\ \}$

- Ran(R)=

  $\{\ b \mid b\in B,\ \exists\ a\in A$ such that $(a, b)\in R\ \}$

定义域与值域

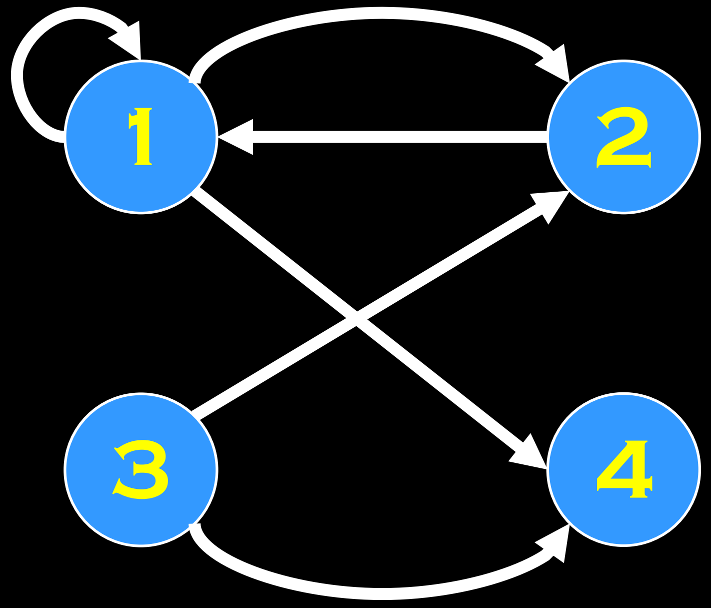
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$
- $R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (3, 4) \}$

- $\mathrm{Dom}(R) = \{ 1, 2, 3 \}$
- $\mathrm{Ran}(R) = \{ 1, 2, 4 \}$

定义域与值域

- $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- $R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (3, 4) \}$

	1	2	3	4
1	1	1	0	1
2	1	0	0	0
3	0	1	0	1
4	0	0	0	0



像集

- 假设 A、B 是集合，$R \subseteq A \times B$ 是 A 到 B 的一个二元关系，
- 对于 A 中任一元素 x，可定义 x 的**像集(image)**为

$$R(x) = \{ y \in B \mid xRy \};$$

- 对于A的任一子集A_1，可定义A_1的**像集**为

$$R(A_1) = \{ y \in B \mid xRy \text{ 对某 } x \in A_1 \text{ 成立} \},$$

且定义 $R(\varnothing)=\varnothing$。

像集

- $R(x) = \{ y \in B \mid xRy \}$

- $R(A_1) = \{ y \in B \mid xRy$ 且存在 $x \in A_1 \}$

  $R(A_1) = \cup R(x)$，对所有 $x \in A_1$

  $R(\varnothing) = \varnothing$

像集

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$
- $R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (3, 4) \}$
- $R(2) = ?$
- $R(3) = ?$
- $R(\{2, 3\}) = ?$

- $R(2) = \{1\}$
- $R(3) = \{2, 4\}$
- $R(\{2,3\}) = \{1,2,4\}$

像集

- 定理：

  假设 A、B 是集合，R、S 是 A 到 B 的二元关系，若对于所有 $a \in A$ 都有 $R(a) = S(a)$ 成立，则 $R = S$ 。

- 证明：
  - ① $R \subseteq S$
  - ② $S \subseteq R$

像集

- 证明：

① $R \subseteq S$

若 $(a, b) \in R$

则 $b \in R(a) = S(a)$

于是 $(a, b) \in S$.

因此 $R \subseteq S$.

② $S \subseteq R$

……

End