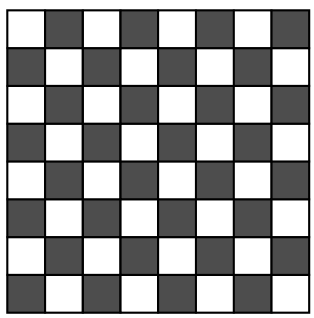
Toplotna prevodnost šahovnice iz anizotropnega materiala narezanega pod dvema različnima kotoma

Samo Krejan

september 2025

1 Uvod

Človeštvo igra šah že vsaj šeststo let, šahovnice pa so v zgodovini uporabljali že za drugačne igre še devetsto let pred tem. Šahovnica ima 64 kvadratih polj razvrščenih v 8 stolpcev in 8 vrstic pobarvane pa so alternirujoče črno in belo (oziroma kakšnih drugih kontrastnih barv). V širšem smislu ima lahko tudi drugačno število polj; 8x8 šahovnici bomo naprej govorili *klasična šahovnica*.



Slika 1: klasična šahovnica

Tradicionalno so ljudje izdelovali šahovnice večinoma iz lesa in se izognili potrebi po barvanju, tako da so šahovnico izdelali iz dveh različnih vrst lesa z različnima barvama. Čisto zares pa bi se lahko izdelovalec šahovnic odločil, da bo razlikoval med polji tako, da bo lesne letnice 'črnih' polj postavil pod nek kot glede na stranico, letnice 'belih' pa pod drugačen kot. Taka šahovnica je zelo zanimiva za fizike, saj ima namreč les mnogo lastnosti (med njimi tudi toplotno prevodnost) ki je drugačna če jo opazujemo vzdolž letnic in prečno na letnice. Tako je efektivna toplotna prevodnost celotne šahovnice precej težavna za določit, a ravno to bomo želeli doseči mi.

2 Teoretični uvod

Pri nalogi se bomo ukvarjali zgolj s toplotno prevodnostjo, tako da bomo kakšne druge pojave, ki bi nam v realistični situaciji *nagajali* (npr.: toplotni raztezek) ignorirali.

Pri naši nalogi bomo rabili zgolj dve enačbi. (1) nam pove kako je toplotni tok odvisen od gradienta temperature, (2) pa nam pove kako se temperatura spreminja zaradi toplotnega toka.

$$\mathbf{j} = -\underline{\underline{\lambda}}\boldsymbol{\nabla} T \tag{1}$$

$$\rho\ c_p\ \frac{\partial T}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{j} \tag{2}$$

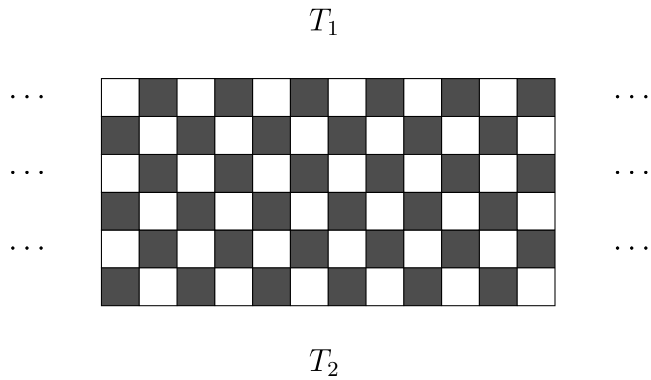
V obeh enačbah je $\mathbf{j}$ vektor gostote toplotnega toka, T temperatura, ρ gostota, c_p specifična toplota in $\underline{\underline{\lambda}}$ tenzor toplotne prevodnosti, o njem bomo malo več povedali kasneje.

V naši nalogi, bomo obravnavali zgolj statične primere, torej velja: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, kar spremeni enačbo (2) v:

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{j} = 0$$

Toplotni tok lahko nato izrazimo iz enačbe (1) in vstavimo v (2) in tako dobimo (3):

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\underline{\underline{\lambda}}\boldsymbol{\nabla} T = 0 \tag{3}$$



Slika 2: Skica problema (šahovnica se nadaljuje neskončno v levo in desno)