

# 3. HALLOV POJAV

## 3.1 Uvod

E. H. Hall si je leta 1879 zamislil eksperiment pri katerem je kovinski trak snovi, po katerem je tekel tok, postavil v prečno magnetno polje, pravokotno na trak. Domneval je, da magnetna sila pritegne tok elektronov ob enega izmed robov kovinskega traku, kar bi se poznalo na povečanju upora skozi kovinski trak (zaradi zmanjšanja efektivnega preseka traku). Ker tega ni zaznal, je sklepal, da se med robovoma traku pojavi električna napetost (danes poznana kot Hallova napetost), kjer nastalo električno polje preko električne sile uravnovesi magnetno silo na gibajoče se elektrone.

### 3.1.1 Hallova napetost

Hallov eksperiment je prikazan na sliki 1. Pravokotno izrezan kovinski trak s stranicami  $a$ ,  $b$  in  $c$  po katerem teče električni tok  $I$  v smeri osi  $x$ , postavimo v prečno magnetno polje  $B$  v smeri osi  $z$ . Predpostavimo, da so nosilci naboja elektroni z nabojem  $-e_0$ . Gostota toka  $j = I/(bc)$  je za elektrone podana tudi z izrazom  $j = -ne_0v$ , kjer sta  $n$  in  $v$  gostota in hitrost nosilcev naboja. Elektroni se zaradi magnetne sile  $F_m = -e_0vB$ , ki deluje v smeri osi  $-y$ , začnejo kopici ob robu kovinskega traku. Tam se nabere plast negativnega naboja, na drugi strani, kjer je primanjkljaj elektronov, pa plast pozitivnega naboja. Ti dve plasti ustvarita prečno električno polje  $E_y$  v smeri osi  $-y$  in s tem električno silo  $F_e = -e_0(-E_y) = e_0E_y$ , ki ravno uravnovesi magnetno silo. V stacionarnem stanju (to se vzpostavi v zelo kratkem času, ki je reda velikosti  $10^{-12}$ s) velja  $F_m + F_e = 0$ , torej

$$e_0E_y = e_0vB. \quad (1)$$

Iz tega sledi izraz za velikost prečnega električnega polja  $E_y$ :

$$E_y = vB = -\frac{jB}{ne_0}. \quad (2)$$

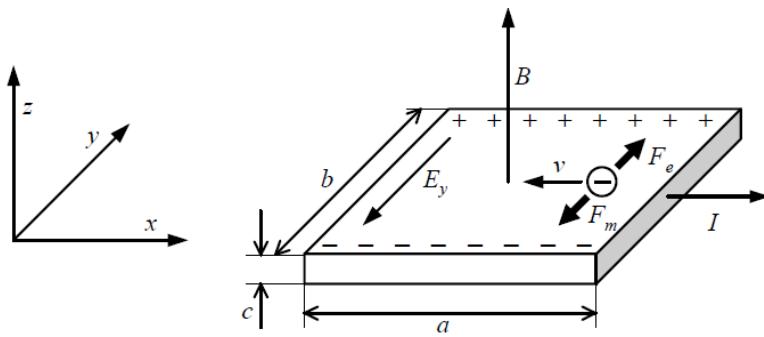
Hallova napetost  $U_H$ , to je napetost, ki nastane zaradi prerazporeditve naboja med robovoma kovinskega traku, je definirana kot

$$U_H = E_y b = -\frac{jBb}{ne_0} = -\frac{IB}{ne_0c}. \quad (3)$$

Kvocient  $E_y/jB$  imenujemo Hallova konstanta in ga označimo z  $R_H$ . Sledi

$$R_H = -\frac{1}{ne_0} = \frac{U_H c}{IB}. \quad (4)$$

Pri tem velja omeniti, da dobimo s pomočjo natančnejših izračunov (transportna teorija) še dodaten predfaktor v izrazu za Hallovo napetost  $U_H$  in Hallovo konstanto  $R_H$ , ki znaša  $3\pi/8$ . Vendar so tudi v tem primeru upoštevane določene predpostavke, kot so



Slika 1: Shema Hallovega eksperimenta.

neodvisnost proste poti od energije nosilcev naboja, ter številni termoelektrični efekti, do katerih pride, če vzorec ni izotermen. Meritve pokažejo, da so slednji efekti nekaj redov velikosti manjši od Hallovega pojava.

Iz enačbe 3 sledi, da lahko uporabimo Hallov pojav za merjenje gostote magnetnega polja  $B$ . V t.i. Hallovi sondi imamo prevoden trak, ki ga postavimo v neznano magnetno polje, skozi katerega napeljemo vedno isti tok in z občutljivim voltmetrom merimo Hallovo napetost. Ker je ta sorazmerna z magnetnim poljem, je potrebno Hallovo sondo le enkrat umeriti v znanem magnetnem polju. Iz enačbe (4) pa sledi, da lahko z merjenjem Hallove konstante določimo predznak in gostoto nosilcev naboja v raznih materialih. Pri tej vaji bomo določili vrsto nosilcev v vzorcu, germanijevem polprevodniku. V polprevodniku namreč nečistoče odločilno vplivajo na gostoto nosilcev naboja.

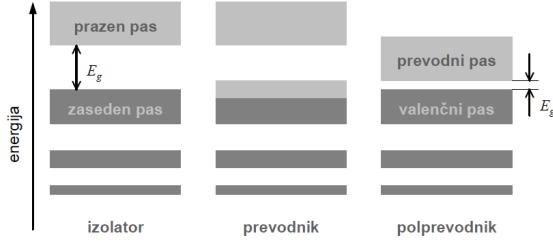
### 3.1.2 Polprevodniki

V kristalu z  $N$  atomi se zaradi Paulijevega izključitvenega načela vsaka izmed prvotnih diskretnih energij v izoliranih atomih razcepi v  $N$  energijskih nivojev. Energijski nivoji, ki ležijo skupaj in izvirajo iz iste energije v izoliranem atomu, tvorijo energijski pas. V vsakem pasu je lahko  $2N$  elektronov (faktor 2 zaradi spina). Energijski pasovi se lahko prekrivajo ali pa med njimi nastanejo prepovedani pasovi. To so energije, ki jih ne more imeti noben elektron v kristalu.

Kristal je izolator (glej sliko 2), če ima vse energijske pasove do neke energije povsem polne, višje ležeči pasovi pa so prazni in ločeni s širokim prepovedanim pasom z energijsko režo, večjo od tipično 2 eV. To pomeni, da pri sobni temperaturi termična energija, ki je reda velikosti  $k_B T = 0,025\text{eV}$ , ne omogoči skoka elektrona v višje ležeče nezasedene pasove. Sledi, da takšen kristal ne prevaja električnega toka, saj tedaj elektroni ne morejo prejeti sicer majhne kinetične energije, ko steče električni tok. Elektroni namreč nimajo prostih stanj z nekoliko višjo energijo, kamor bi lahko skočili. Z drugimi besedami, povsem zapolnjeni pasovi v kristalih ne prevajajo električnega toka.

V prevodniku je najvišje ležeči neprazni energijski pas le delno zaseden. Tako lahko elektroni prejmejo kinetično energijo, ko se gibljejo v električnem polju. V prevodniku torej električno polje požene električni tok.

Če je energijska reža med najnižjim nezasedenim (prevodnim) pasom in najvišjim polnim (valenčnim) pasom okoli 1 eV, lahko pri dovolj visoki temperaturi termična energija zadošča, da del elektronov preide v prevodni pas in s tem prevaja električni tok. V tem primeru k prevodnosti prispevajo tako elektroni kot tudi vrzeli, ki nastanejo v valenčnem pasu. Za čisti polprevodnik velja (glej literaturo), da je gostota elektronov  $n_p$ , ki so dvignjeni iz valenčnega pasu enaka



**Slika 2:** Shema energijskih pasov za izolator, prevodnik in polprevodnik. Temni pasovi so zasedeni, svetli so prazni.  $E_g$  predstavlja energijsko režo, ki je v izolatorju večja od nekaj eV, v polprevodniku pa dovolj ozka, da termično gibanje omogoči skok elektronov iz valenčnega pasu v prevodni pas.

$$n_p(T) = \frac{1}{4} \left( \frac{2m_e k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{E_g}{2k_B T} \right), \quad (5)$$

kjer je  $m_e$  efektivna masa elektrona in  $E_g$  velikost energijske reže med prevodnim in valenčnim pasom.

### 3.1.3 Hallov pojav v polprevodniku tipa n

Gostota nosilcev naboja (in s tem prevodnost) se v polprevodniku drastično poveča v prisotnosti primesi, ki se vgradijo v polprevodniški kristal. Kristal čistega polprevodnika običajno sestavlja štirivalentni atomi kot sta germanij in silicij. Če dodamo primes petivalentnih atomov, kot je arzen, se ta vgradi v strukturo štirivalentnih atomov in ima tako en odvečni elektron. Ta elektron potrebuje zelo majhno energijo (nekaj stotink eV), da se od njega odtrga in skoči v prevodni pas. Dodatni donorski nivo tako leži tik pod prevodnim pasom. Energijsko režo označimo z  $E_d$  (glej sliko 3). Izkaže se (glej literaturo), da so v primeru dopiranja polprevodnika s petivalentnimi atomi večinski nosilci naboja elektroni, zato pravimo takšnemu polprevodniku, da je tipa n. Podobno so večinski nosilci naboja vrzeli (pozitivni naboji), če polprevodnik dopiramo s trivalentnimi atomi, kot je galij. Tedaj govorimo o polprevodniku tipa p.

H gostoti elektronov v prevodnem pasu v primeru polprevodnika tipa n prispevajo tudi elektroni, ki so bili termično dvignjeni iz donorskega nivoja. Iz velekanonične porazdelitve (glej literaturo) dobimo naslednji izraz v limiti nizkih temperatur ( $k_B T \ll E_d$ )

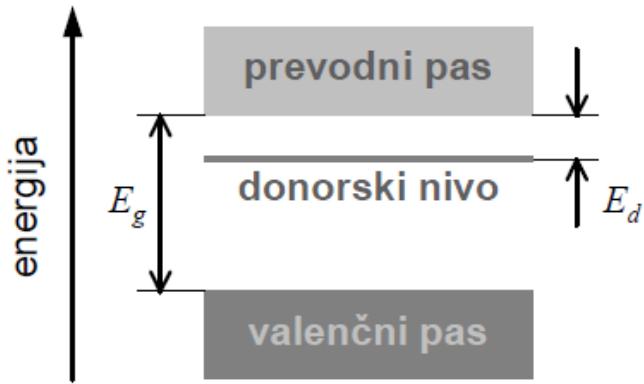
$$n_p(T) = N_d^{1/2} \left( \frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/4} \exp \left( -\frac{E_d}{2k_B T} \right), \quad (6)$$

kjer je  $N_d$  gostota donorskih primesi. Ko pa je termična energija dovolj velika ( $k_B T > E_d$ ), so v prevodni pas vzbujeni vsi donorski elektroni

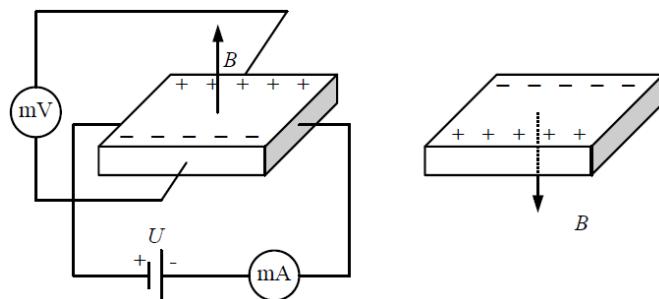
$$n_p(T) = N_d \quad (7)$$

Ker je gostota valenčnih elektronov v polprevodniku približno  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  in gostota nečistoč tipično med  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  in  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , prevladuje pri nižjih temperaturah prevodnost zaradi vzbujenih donorskih elektronov, pri višjih temperaturah pa zaradi valenčnih elektronov, vzbujenih v prevodni pas.

Iz zgornjega je razvidno, da lahko z merjenjem Hallove napetosti (enačba (4)) izmerimo temperaturno odvisnost gostote nosilcev naboja v polprevodniku tipa n in preverimo ustreznosti izrazov (5 - 7)



**Slika 3:** Valenčni in prevodni pas v polprevodniku tipa n. Donorski nivo leži tik pod dnem prevodnega pasu. Zato je dovolj že majhna energija  $E_d$ , da elektron iz donorskega nivoja preide v prevodni pas.

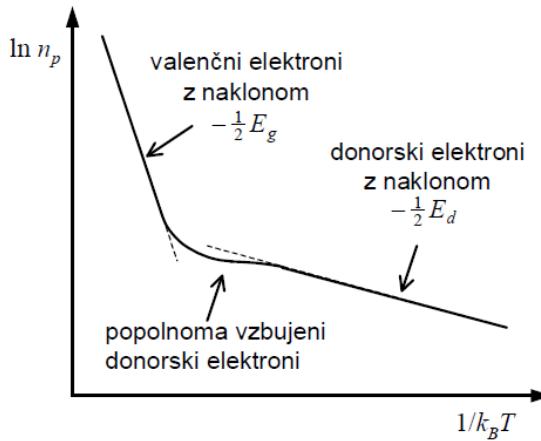


**Slika 4:** Električna shema eksperimenta. Če obrnemo vzorec, kar je ekvivalentno temu, da obrnemo smer magnetnega polja, dobimo Hallovo napetost z nasprotnim predznakom. Pri tem se napetost zaradi nesimetrije kontaktov ne spremeni (glej enačbo (8)).

### 3.2 Opis eksperimenta

Shema vaje je prikazana na sliki 4. Vzorec je pravokotno izrezan kos germanijevega polprevodnika, ki je tipa n. To pomeni, da so v njem donorske primesi in so večinski nosilci naboja elektroni. Z merjenjem Hallove napetosti  $U_H$  lahko pri znani vrednosti polja  $B$ , debelini vzorca  $c$  in znanem toku  $I$  skozi vzorec, iz enačbe (4) določimo vrednost Hallove konstante  $R_H$ . Le-ta je neposredno povezana z gostoto nosilcev naboja. Ker lahko pri vaji spremenimo temperaturo vzorca, tako pomerimo temperaturno odvisnost gostote nosilcev naboja. Izkaže se, da se za dani vzorec na merjenem temperaturnem območju med  $20^\circ\text{C}$  in  $80^\circ\text{C}$  zelo občutno spremeni razmerje v deležu donorskih in valenčnih elektronov, ki so se vzbudili v prevodni pas.

Če narišemo graf  $\ln n_p$  v odvisnosti od  $1/k_B T$ , pričakujemo odvisnost, ki je prikazana na sliki 5. Pri nižjih temperaturah ima odvisnost naklon  $-\frac{1}{2}E_d$ , vmes je konstantna, pri višjih temperaturah pa ima naklon  $-\frac{1}{2}E_g$ . To ustreza enačbam (5 - 7) in razmisleku, da pri nižjih temperaturah sprva prevajajo vzbujeni donorski elektroni, pri višjih pa prevladujejo vzbujeni valenčni elektroni, saj jih je bistveno več od števila donorskih elektronov. Ker znašata v danem vzorcu germanija, ki je dopiran s petivalentnimi atomi,  $E_g = 0.66\text{eV}$  ter  $E_d \approx 0.01\text{eV}$ , lahko sklepamo, da so že pri sobni temperaturi vzbujeni skoraj vsi donorski elektroni, tako da nizkotemperaturne limite, ki jo popiše enačba (6) pri danem eksperimentu niti ne izmerimo.



Slika 5: Pričakovana odvisnost  $\ln n_p$  od  $1/k_B T$  za polprevodnik tipa n, ki ustreza enačbi (7).

### 3.3 Naloge

1. Izmeri temperaturno odvisnost Hallove napetosti vzorca polprevodnika tipa n na temperaturnem območju med  $20^\circ\text{C}$  in  $80^\circ\text{C}$ .
2. Nariši graf Ohmske upornosti  $R$  v odvisnosti od temperature  $T$ .
3. Nariši graf Hallove konstante  $R_H$  v odvisnosti od temperature  $T$ .
4. S pomočjo enačbe (4) nariši graf  $\ln n_p$  v odvisnosti od  $1/k_B T$ .
5. Določi vrsto nosilcev naboja v germanijevem vzorcu na tem temperaturnem območju. Preveri ustreznost enačb (5 - 7)!

### 3.4 Navodila za izvedbo

Germanijev vzorec z debelino  $c = 0,95\text{mm}$  vtaknemo z nosilnim okvirjem v režo magneta z gostoto magnetnega polja  $B = 0,173\text{T}$ . Z vzorcem je potrebno ravnati previdno, saj je krhek. Električna vezava vzorca je prikazana na sliki 4. Ker kontakti na vzorcu niso povsem simetrični, je izmerjena napetost  $U_1$  vsota Hallove napetosti  $U_H$  in potencialne razlike, ki nastane zaradi nesimetrije kontaktov  $U_p$ , torej je  $U_1 = U_H + U_p$ . Običajno je napetost  $U_p$  po absolutni vrednosti večja od  $U_H$ . Če vzorec v magnetnem polju obrnemo (glej sliko 4), se spremeni le predznak Hallove napetosti, torej je  $U_2 = -U_H + U_p$ . Iz obih izmerjenih napetosti tako lahko določimo iskanou Hallovou napetost

$$U_H = \frac{1}{2}(U_1 - U_2). \quad (8)$$

Temperaturo vzorca povečujemo postopoma po približno  $5^\circ\text{C}$ . To dosežemo z grelcem. Pred vsako meritvijo počakamo vsaj 5 minut, da se z mešanjem temperatura vzorca čim bolj ustali in izenači s temperaturo olja. Merimo v čim večjem temperaturnem območju (tipično med  $20^\circ\text{C}$  in  $80^\circ\text{C}$ ).

### 3.5 Vprašanja

1. Ali se spremeni predznak Hallove konstante, če so nosilci naboja vrzeli?

2. Ali so za Hallovo sondo, ki je namenjena merjenju gostote magnetnega polja, primerni nejni prevodniki ali polprevodniki?
3. S pomočjo ionizacijske energije atoma petvalentne primesi oceni velikost donorske reže  $E_d$  za polprevodnike tipa n (glej literaturo).

### 3.6 Literatura

N. W. Ashcroft in N. D. Mermin. *Solid State Physics*. Saunders College Publishing. C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc. J. Strnad. *Fizika*, četrti del. DMFA, Ljubljana.