

Blue Screen Matting

Alvy Ray Smith and James F. Blinn

Microsoft Corporation

蓝屏抠图

原文链接：<http://graphics.stanford.edu/courses/cs148-09-fall/papers/smith-blinn.pdf>

译文出处：<https://github.com/hyifan/TranslatePapers>

摘要

抠图 (matting) 是关于图像的一个经典问题, 该问题指从一个 (通常是) 矩形的背景图像中分离出一个非矩形的前景图像。例如, 在胶片帧中, 我们需要从场景中提取出演员的图像以允许替换不同的背景。面对这个困难和存在已久的问题, 我们已经进行了许多研究, 在此我们仅讨论从背景颜色为纯色 (constant) 或几乎是纯色的图像中分离出我们期待的前景图像。这种背景颜色通常是蓝色, 所以问题也称为蓝屏抠图 (Blue Screen Matting)。当然, 这种背景颜色还可以是黄色或绿色等其他颜色, 即该论文讨论的技术同样可以推广到其他纯色抠图 (Constant Color Matting) 问题上。纯色抠图的数学含义被提出并被证明在通常的解法下是无解的。因为该技术通常只用于电影和视频这一事实, 限制了我们提出解决问题的方案, 或者至少显著地削减了解决方案的搜索空间。我们提出了一个可行的解决问题的算法, 并将通过让前景在两种纯色背景中来回切换证明算法可行性。事实上, 只要两个任意的背景在各像素处完全不同, 就可以在它们之间来回切换。

关键字：蓝屏遮罩创建 (blue screen matte creation), alpha 通道 (alpha channel), 合成 (compositing), 抠像 (chromakey), 蓝溢出 (blue spill), 耀斑 (flare), 背景阴影 (backing shadows), 背景杂质 (backing impurities), 分离表面 (separating surfaces), 三角测量抠图 (triangulation matting)

定义

遮罩 (matte) 最初指的是一块在某些地方透明的单独的单色胶片, 且在彩色胶片上相应的透明的地方被保存, 而其他地方不透明。因此, 当用光投射彩色胶片时, 光通过并照亮了我们所期待的位置, 而其他地方阻挡了光。关于 holdout 遮罩的一个补充: 它在感兴趣的地方是不透明的, 在其他地方是透明的。在这两种情况下, 部分密集区域允许一些光通过。因此一些包含遮罩的彩色胶片图像被部分照亮。

在计算机图形学中常常使用 alpha 通道来形成任意图像组合。alpha 通道为彩色图像提供形状和透明度。灰色通道是一个数字化的 holdout 遮罩, 在彩色图像中全值像素的位置 (即不透明的) 是能被完全看到的, 0 值像素的位置 (即完全透明的) 是不能被看到的。我们将使用 1 和 0 表示这两个 alpha 值, 尽管典型的 alpha 通道有 8 位, 能表示 255 至 0。alpha 的值能表示彩色图像中具有部分透明的图像。

我们将交替地使用“alpha 通道”和“遮罩”，可以理解它实际上是一个类似 alpha 通道的 holdout 遮罩。

视频行业经常使用“key”和“keying”，例如 chromakeying，代替电影行业的 matte 和 matting。在指出抠像（chromekey）有比原来更复杂的含义之后，我们将一致使用电影术语。

我们将假设图像的颜色通道被相应的 alpha 通道预乘，并将其称为预乘的 alpha。具有非预乘 alpha 的导数不是那么优雅。

问题

几张图片的混合--元素--形成单一的结果图片--合成（composite）--是一个非常普遍的概念。这里我们将讨论局限于电影和电视中频繁出现的特殊复合材料，即 matte shot。这包括至少两种元素，一个或多个前景对象，每个前景对象针对特殊的背景颜色拍摄 -- 通常是亮蓝色或亮绿色 -- 和一个背景。我们将仅限于一个易于展示的前景元素的情况。

抠图问题可以认为是一种感知过程，将复杂的视觉场景分析为构成它的对象。如果遮罩能与被正确隔离出来的给定对象结合，那表示它被成功提取（pulled）出来了。其中正确隔离的对象指的是人类认为在现实中应该跟统称为背景的其他对象单独分离的对象。请注意，此分析问题与基于经典 3D 几何的计算机图形相反，后者同时合成对象及其遮罩，因此没有抠图问题。

同样的在几种多膜抠图技术（例如钠，红外和紫外线过程）的情况下，我们正在考虑的类型也没有抠图问题。这些技术将前景元素记录在一条胶片上，并将其遮罩同时记录在另一条胶片上。

我们需要解决的问题是，为前景对象提取遮罩，并只给出包含前景对象的合成图像。一般来说，我们将看到即使背景是纯色的情况下，这也是一个未知的问题。请注意，合成图像不包含有关构成它的元素的明确信息。我们使用术语“合成”（composite）来表达给定图像实际上是同时看到的几个对象的表示。当然，问题在于确定这些对象中的一个或多个。在电影（或视频）世界中，问题在于从单胶片处理中提取遮罩，也就是说，对要提取的对象没有任何特殊知识，它们可能同时包含在单独的电影片中或多电影过程中。

接下来是关于问题的正式介绍。我们期待的合成图像上的每一个点为颜色 $C = [R \ G \ B \ \alpha]$ ，它可以由关于前景颜色 C_f 和两个元素中的对应点处的新背景颜色 C_b 的函数表示。为方便起见，我们通过增加 alpha 值将常用三位颜色增加到四位。如已经提到的，假设前三个原色坐标中的每一个都被 alpha 坐标预乘。对于颜色 C ，我们有时仅使用缩写 $c = [R \ G \ B]$ 来指代这些坐标。对于任何下标 i ，我们定义 $C_i = [R_i \ G_i \ B_i \ \alpha_i]$ ， $c_i = [R_i \ G_i \ B_i \ \alpha_i]$ 。假设 4 个坐标的值域为 $[0,1]$ 。对于 C_f 和 C_b ，我们将总是假设 $\alpha_f = \alpha_b = 1$ ，即给定的前景和新背景是不透明的矩形图像。

前景元素 C_f 可以被认为是特殊背景的合成，其所有点都具有（几乎）恒定的背景颜色 C_k 和一个前景 C_o ， C_o 是与任何背景隔离并且是透明的或部分透明的能显出背景颜色的前景对象。我们有时将 C_o

称为未复合的前景色 (uncomposited foreground color)。因此, $C_f = f(C_o, C_k)$ 将逐点前景元素表示为 C_k 和 C_o 的给定合成函数 f 。对于 C_k , 我们将始终取 $\alpha_k = 1$ 。

我们假设 f 是 over 函数, $C_a + (1 - \alpha_a) C_b$, 通过 α_a 将 C_b 和 C_a 结合 (预乘), $0 \leq \alpha_a \leq 1$ 。预乘 alpha 公式的特征之一是应用于三原色坐标的数学与应用于 alpha 坐标的相同。alpha 通道在图像的每个点保持因子 α_a , 因此我们将同义地使用通道和坐标, 这有助于以下表示:

抠图问题 (the matting problem)

给定相应点上的 C_f 和 C_b , 并且 C_k 是已知的背景颜色, 假设 $C_f = C_o + (1 - \alpha_o)C_k$, 对于 C_f 和 C_b 共同拥有的所有点, 当在相应的位置给出复合颜色 $C = C_o + (1 - \alpha_o)C_b$, 就可以确定 C_o 。

我们称 C_o , 即包含 alpha 通道的前景对象, 为抠图问题的解决方案。一旦在每个点都知道, 我们就能计算出每个点的 C 值以获得期望的结果, 在背景上的合成比单个颜色更有趣。我们将上面的 C_f 方程称为抠图方程 (Matting Equation)。我们有时将未复合的前景对象 ($\alpha_o > 0$ 的像素) 称为图像精灵 (image sprite), 或简称为精灵 (sprite)。

之前的工作

蓝屏抠图已经在电影和视频行业中使用了很多年, 直到最近才受到专利保护。其中最新的一个专利已于 1995 年 7 月到期。然而, 包含该过程改进的新专利仍然存在。应根据现有专利仔细检查蓝屏工艺或扩展的任何商业用途。

该领域的杰出发明家是 Petro Vlahos, 他定义了问题并在电影和视频中发明了解决方案。他最初的电影解决方案被称为颜色差分技术 (color-difference technique)。他的视频解决方案是在现代视频工作室常用的设备中实现的, 称为 Ultimatte。它本质上是早期颜色差分电影技术的电子实现。Vlahos 在 1995 年获得奥斯卡终生成就奖, 并与他的儿子 Paul 分享。

Vlahos 提了一个对他工作至关重要的意见, 我们称之为 Vlahos 假设。蓝屏抠图在前景对象上进行, 蓝色与 $B_o \leq a_2 G_o$ 的绿色相关。他的技术允许的通常范围是 $0.5 \leq a_2 \leq 1.5$ 。这种做法是否经常有效并不明显。我们将试着在本文中说明原因。

对于 α_o 的 Vlahos 公式, 从他最早电子专利的主张中抽象出来并转换成我们的符号, 为:

$$\alpha_o = 1 - a_1(B_f - a_2 G_f)$$

它的极端值为 0 和 1, a_i 是一个可调整的常数 (通常作为用户控件提供)。我们称之为第一 Vlahos Form (First Vlahos Form)。在专利中首选的实践例子是使用 $\min(B_f, B_k)$ 代替 B_f , 其中 B_k 是恒定的背景颜色 (如果其强度变化, 则为最小值, 在实践中通常是这样)。在 Vlahos 工艺的第二个步骤中, 通过将前景颜色的蓝色限制到 $\min(B_f, a_2 G_f)$, 在合成新的背景之前, 需要对前景色进行进一步的修改。

更一般的 Vlahos 电子专利介绍:

$$\alpha_o = 1 - a_1 \left(B_f - a_2 \left(a_5 \max(r, g) + (1 - a_5) \min(r, g) \right) \right)$$

其中 $r = a_3 R_f$, $g = a_4 G_f$, a_i 是调整参数。再次确保 0 和 1 为限制值。我们称之为第二 Vlahos Form (Second Vlahos Form)。在进一步处理之前, 再次修改前景图像的蓝色分量。

来自最近专利 (几种新 Form 之一) 的 α_0 应该足以显示 Vlahos 及其同事在 Ultimatte Corp 引入的持续改进 :

$$\alpha_0 = 1 - \left((B_f - a_1) - a_2 \max(r, g) - \max(a_5(R_f - G_f), a_6(G_f - R_f)) \right)$$

像之前一样限制值域。他们不断扩展可成功被提取为遮罩的前景对象的数量。

我们相信 Vlahos 等人通过多年的经验和实验研究出这些 Form, 而不是通过这里提出的抽象数学方法。我们得出的 Form 与它们的 Form 有关, 正如我们将要展示的那样, 但更适合于分析。

凭借这些专利, Vlahos 定义并解决了几个抠图问题: 蓝溢出 (blue spill) 或蓝色光晕 (blue flare) (前景物体上蓝色光线反射蓝光), 蓝色屏幕背景阴影 (backing shadow) (背景上前景物体的阴影, 希望保留作为前景物体的一部分), 和背景杂质 (backing impurities) (纯蓝色背景屏幕颜色偏离纯蓝色)。我们将在后面的章节中进一步探讨这些问题。

对抠图的另一个贡献是基于以下思想: 在颜色空间中找到一系列嵌套曲面, 将前景对象颜色与背景颜色分开。对应于 α_0 值的每个表面被认为是前景色和背景色的 α_0 混合的一组颜色。参见图 4。基于此概念, Photron Ltd. 的 Primatte® 设备使用嵌套的凸面多面体 (128 面) 作为分离面。我们将在后面的部分讨论分离表面模型的问题。

内在的困难

我们现在表明, 通常在电影或视频效果室中实施的单电影抠图本质上是困难的。事实上, 我们表明存在无限的解决方案。这意味着没有用于从给定前景元素中提取遮罩的算法方法。必须有一个人 -- 或者有一天一个足够聪明的图像处理软件 -- 在循环中当他 (她或它) 看到一个像素时, “知道” 该像素是一个正确的遮罩, 并且必须为他提供足够丰富的控制让他可以在一个好的遮罩附近成功地 “回家”。matting 机的成功, 例如 Ultimatte 或 Primatte, 降低了设计师在选择和提供这样一组控制时所需的聪明才智。

该论点如下: 我们知道 R_f 是从 R_k 到 R_0 的插值, 其权重为 α_0 , 或 $R_f = R_0 + (1 - \alpha_0)R_k$, 并且类似的关系适用于 G_f 和 B_f 。我们的缩写表示法为 $c_f = c_0 + (1 - \alpha_0)c_k$ (我们忽略了 α_f 的关系, 因为它很简单)。一个完整的解决方案需要 R_0, G_0, B_0, α_0 。因此, 我们三个方程和四个未知数, 一个未完全指定的问题, 因此有无穷无尽的解决方案, 却没有更多信息使得该问题得到唯一解。

在某些特殊情况下, 抠图问题的解决方案确实存在并且很简单。

解决方案 1 : 没有蓝色 (no blue)

如果已知 c_0 没有蓝光, 即 $c_0 = [R_0 \ G_0 \ 0]$, 并且 c_k 只由蓝色组成, 即 $c_k = [0 \ 0 \ B_k]$, 那么

$$c_f = c_0 + (1 - \alpha_0)c_k = [R_0 \ G_0 \ (1 - \alpha_0)B_k]$$

因此可得 $B_f = (1 - \alpha_o)B_k$, 将解得的 α_o 代入 C_o 可得 :

$$C_o = \begin{bmatrix} R_f & G_f & 0 & 1 - \frac{B_f}{B_k} \end{bmatrix}, \quad \text{其中 } B_k \neq 0$$

这个例子非常理想, 对没有蓝光的前景物体的限制是相当严重的, 它不包括所有的灰色但包括黑色, 加上粉调和其他剩余的色调(白色也需要蓝光), 总共不包括大约三分之二的色调。基本上, 它仅对 3D RGB 色彩空间的一个平面即 RG 平面有效。

关于完全平坦且完美的蓝色背景颜色的假设是不现实的。甚至非常精心准备的用于电影特效作为背景的“蓝屏”都具有轻微的空间亮度变化, 并且还具有一些红色和绿色杂质(背景杂质)。在可重复镜头的情况下, 亮度变化的实际解决方案是: 在没有前景物体的情况下先拍摄背景, 使得产生关于每一点的 B_k , 以用于第二次拍摄有前景物体时, 计算 C_o 的值。

我们更愿意任意选择纯蓝色作为背景颜色。这是电影和视频一贯的理想的做法(尽管人们在视频中看到越来越多的绿色屏幕)。我们将很快展示如何推广到任意和非恒定的背景颜色, 从而在某些情况下消除所谓的背景杂质问题。

解决方案 2 : 灰色或肤色 (gray or flesh)

如果已知 C_o 是灰色的, 则可以解决抠图问题。我们可以放松这个说法, 说如果 R_o 或 G_o 等于 B_o , 它就可以解决了。事实上, 我们可以做出一般性陈述: 如果 R_o 或者 $G_o = aB_o + b\alpha_o$, c_k 是纯蓝色且 $aB_k + b \neq 0$ 。为此, 我们推导出关于绿色案例的解决方案 C_o , 红光的解决方案可以类似地得到:

则重写色彩坐标为:

$$c_f = [R_o \ aB_o + b\alpha_o \ B_o + (1 - \alpha_o)B_k]$$

从 G_f 和 B_f 的表达式中消除 B_o 来求解 α_o :

$$C_o = \begin{bmatrix} R_f & G_f & B_\Delta + \alpha_o B_k \frac{G_f - aB_\Delta}{aB_k + b} \end{bmatrix}, \quad \text{其中 } aB_k + b \neq 0$$

这里我们要介绍一个非常有用的定义: $C_\Delta = C_f - C_k$ 。

考虑特殊情况如对于 R_o 和 G_o , $a = 1$ 且 $b = 0$, 显然灰色的 C_o 满足解决方案 2。因此, 科幻小说空间电影有效地使用蓝屏过程(颜色差分技术) 并不奇怪, 因为许多前景物体是中性色彩的航天器。正如我们从实践中所知道的那样, 该技术通常适用于去饱和(偏向灰色) 前景物体, 这是许多现实世界物体的典型特征。

电影和视频中一个特别重要的前景元素是肉体(flesh), 通常具有颜色 $[d \ 0.5d \ 0.5d]$ 。人群肤色倾向于有相同的原色比例, 因此 d 是暗化或光亮的因素。这是一个满足解决方案 2 的非灰色示例, 所以蓝屏过程适用于人体也就不足为奇了。

注意条件 $G_o = aB_o + b\alpha_o$, $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ 且 $b = 0$, 类似于 Vlahos 假设, $B_o \leq a_2 G_o$ 。在特殊情况下 $b = 0$, 我们派生的 α_o 表达式可以看作与第一 Vlahos Form 相同的形式:

$$\alpha_o = 1 - \frac{1}{B_k} \left(B_f - \frac{1}{a} G_f \right)$$

因此我们的 B_k 是 Vlahos 的 $1/a_1$ 而我们的 a 是他的 $1/a_2$ 。仔细阅读表明 $B_k = 1/a_1$ 确实与文献[18]一致。通过这些数值可以看出，Vlahos 用 $\min(B_f, a_2 G_f)$ 代替 B_f 只是他计算我们称之为 B_o 的方式。

下一个解决方案与现实世界中使用的任何技术都不相似。我们相信它是完全原创的。

解决方案 3：三角测量

假设 c_o 是以两种不同色调的背景颜色来表示的。存在完整的解决方案，如下面正式所述。它不需要任何关于 c_o 的特殊信息。图 1(a-d)展示了这种三角测量解决方案：

设 B_{k1} 和 B_{k2} 为背景颜色的两种不同色调，即 $B_{k1} = cB_k$ ， $B_{k2} = dB_k$ ， $0 \leq d < c \leq 1$ 。对于 c_o 已知这两种色调。这里有一个抠图问题中 c_o 的解决方案 N.B.， c_{k2} 可以是黑色的，即 $d = 0$ 。

对于 c_o 这两种 B_k 色调是已知的假设等同于以下内容：

$$\begin{aligned} c_{f1} &= [R_o \ G_o \ B_o + (1 - \alpha_o)B_{k1}] \\ c_{f2} &= [R_o \ G_o \ B_o + (1 - \alpha_o)B_{k2}] \end{aligned}$$

可以组合 B_{f1} 和 B_{f2} 的表达式并且消除 B_o 以解得

$$\alpha_o = 1 - \frac{B_{f1} - B_{f2}}{B_{k1} - B_{k2}}$$

其中分母不是 0，因为两个背景色调是不同的。然后得出

$$\begin{aligned} R_o &= R_{f1} = R_{f2} \\ G_o &= G_{f1} = G_{f2} \\ B_o &= \frac{B_{f2}B_{k1} - B_{f1}B_{k2}}{B_{k1} - B_{k2}} \end{aligned}$$

完成解决方案。

没有常用的抠图技术要求在两种不同的背景下拍摄前景物体。对于电脑控制的拍摄，这是一个可能性，但通常不这么做。如果要添加计算机摄像头拍摄以解决前面提到的非均匀背景的问题，那么三角测量就需要拍四次。

对于应用三角测量解决方案的情况，请考虑背景阴影 (backing shadow) 问题。前景对象的阴影是该对象的一部分，其密度与背景颜色无关。对于发光的背景屏幕，在不改变前景对象的阴影的情况下执行变暗将是棘手的。我们将很快提供更好的解决方案。



图 1

理想的三角测量抠图。(a)背景为恒定蓝色的物体。(b)背景为恒定黑色的物体。(c)提取的物体。(d)在新背景下合成。(e)背景为已知的(f)。(g)背景为不同的已知的(h)。(i)提取的物体。(j)新的合成图像。注意(i)基底附近的黑色像素，其中两个背景中的像素相同导致技术失败。

推广

上述的解都是通过将抠图方程转化为矩阵形式从而得到的一般化的特殊情况：

$$C_o \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 & t_3 \\ -R_k & -G_k & -B_k & t_4 \end{bmatrix} = [R_\Delta \ G_\Delta \ B_\Delta \ T]$$

其中第四列已添加到左右两个位置以将未指定的问题转换为完全指定的问题。让

$$\bar{t} = [t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4]$$

如果 4×4 的行列式不为 0，则矩阵方程有解 C_o ，或

$$t_1 R_k + t_2 G_k + t_3 B_k + t_4 = \bar{t} \cdot C_k \neq 0$$

因为总有 $\alpha_\Delta = 0$ ， α_o 可表示为

$$\alpha_o = \frac{T - (t_1 R_\Delta + t_2 G_\Delta + t_3 B_\Delta)}{\bar{t} \cdot C_k} = \frac{T - \bar{t} \cdot C_\Delta}{\bar{t} \cdot C_k} = 1 - \frac{\bar{t} \cdot C_f - T}{\bar{t} \cdot C_k}$$

最后通过抠图方程解得 $c_o = c_\Delta + \alpha_o c_k$ 。

因此，对于 \bar{t} 和 T ，可以通过使用以下两个值获得解决方案 1 和解决方案 2，其中 $\bar{t} \cdot C_k$ 的条件在括号中给出：

$$\begin{aligned} \bar{t} &= [0 \ 0 \ 1 \ 0], \quad T = 0, \quad (B_k \neq 0) \\ \bar{t} &= [0 \ -1 \ a \ b], \quad T = 0, \quad (-G_k + aB_k + b \neq 0) \end{aligned}$$

后一种情况通过选择纯蓝色背景颜色（即 $G_k = 0$ ）得到解决方案 2。我们把一般结果作为一个定理来说明这些解是如何推论出来的：

定理 1

如果未合成的前景物体的颜色存在线性条件 $\bar{t} \cdot C_o = 0$ ，则存在对抠图问题的解 C_o ，其中 $\bar{t} \cdot C_k \neq 0$ 。

证明

上述线性条件等价于一般化矩阵方程中 $T = 0$ ，则可得出

$$\alpha_o = 1 - \frac{\bar{t} \cdot C_f}{\bar{t} \cdot C_k}$$

第二 Vlahos Form 可以被展示为 a_1 与 $1/\bar{t} \cdot C_k$ 之比。几何上，定理 1 意味着所有 C_o 解都位于同一个平面上，并且 C_k 不在该平面。

解决方案 3 也可看成是具有以下这些选择和条件的一般化矩阵方程的特殊情况，其中通过扩展定义 $C_{\Delta i} = C_{fi} - C_{ki}$ ， $i = 1$ 或 2 ：

$$\bar{t} = [0 \ 0 \ 1 \ -B_{k2}], \quad T = B_{\Delta 2}, \quad (B_{k1} - B_{k2} \neq 0)$$

其中 $C_k = [0 \ 0 \ B_{k1} \ 1]$ ，一般化矩阵方程右侧可表示为 $[R_{f1} \ G_{f1} \ B_{\Delta 1} \ B_{\Delta 2}]$ 。以上通过假设的条件都可以为真。这个解决方案也有更普遍的定理，其中 C_{k1} 不限于蓝色色调：

定理 2

如果已知未分解的前景对象存在于两种不同的背景颜色 C_{k1} 和 C_{k2} ，其中 C_{k1} 是任意的， C_{k2} 是纯蓝色的色调，并且 $B_{k1} - B_{k2} \neq 0$ ，那么存在解决抠图问题的解 C_o 。

证明

这里的 \bar{t} 和 T 与上述方案 3 的一般化矩阵方程一样，但 C_k 一般化为 $[R_{k1} \ G_{k1} \ B_{k1} \ 1]$ ，则一般化矩阵方程的右侧为 $[R_{\Delta 1} \ G_{\Delta 1} \ B_{\Delta 1} \ B_{\Delta 2}]$ 。因此，对于方案 3，

$$\alpha_o = \frac{B_{\Delta 2} - B_{\Delta 1}}{B_{k1} - B_{k2}} = 1 - \frac{B_{f1} - B_{f2}}{B_{k1} - B_{k2}}$$

定理 2 的一般化使用了 C_{k2} 的所有背景颜色信息。设任何颜色 C_a 的颜色坐标之和为

$$\sum_a = R_a + G_a + B_a$$

定理 3

如果已知未分解的前景对象存在于两种不同的背景颜色 C_{k1} 和 C_{k2} ，其中 C_{k1} 和 C_{k2} 是任意的，并且 $\sum_{k1} - \sum_{k2} = (R_{k1} - R_{k2}) + (G_{k1} - G_{k2}) + (B_{k1} - B_{k2}) \neq 0$ ，那么存在解决抠图问题的解 C_o 。

证明

将定理 2 的证明中的 \bar{t} 和 T 改为

$$\bar{t} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -\sum_{k2} \end{bmatrix}, \quad T = \sum_{\Delta 2}$$

上式得出

$$\bar{t} \cdot C_o = \sum_o - \alpha_o \sum_{k2} = \sum_{f2} - \sum_{k2}$$

这正是通过将抠图方程中的三原色方程加在一起得到的, $C_o - \alpha_o C_{k2} = C_{\Delta 2}$ 。解法是：

$$\alpha_o = \frac{\sum_{\Delta 1} - \sum_{k2}}{\sum_{k1} - \sum_{k2}} = 1 - \frac{\sum_{f1} - \sum_{f2}}{\sum_{k1} - \sum_{k2}} = 1 - \frac{(R_{f1} - R_{f2}) + (G_{f1} - G_{f2}) + (B_{f1} - B_{f2})}{(R_{k1} - R_{k2}) + (G_{k1} - G_{k2}) + (B_{k1} - B_{k2})}$$

$$c_o = c_{\Delta 1} + \alpha_o c_{k1} = c_{f1} - (1 - \alpha_o) c_{k1} \quad \text{或} \quad c_o = c_{f2} - (1 - \alpha_o) c_{k2}$$

译者注：

我计算的 α_o 为

$$\alpha_o = \frac{\sum_{\Delta 2} - \sum_{\Delta 1}}{\sum_{k1} - \sum_{k2}}$$

与论文不同，计算结果与论文相同的小伙伴请赐教

定理 3 的条件非常宽 -- 只要两种背景颜色的原色坐标的总和不同。实际上，甚至不需要恒定的背景颜色。我们已经成功地使用该技术在随机着色像素的背景和相同的但暗淡了 50% 的背景中拉出遮罩。图 1(e-j)显示了该技术的另一种应用，但图 2 显示了更现实的情况。另见图 5。

对于一个超定系统 (overdetermined system) 来说，由两个不同底色组成的完整信息的三角测量问题可以用这个非平方矩阵方程来表示：

$$C_o \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -R_{k1} & -G_{k1} & -B_{k1} & -R_{k2} & -G_{k2} & -B_{k2} \end{bmatrix} = [R_{\Delta 1} \quad G_{\Delta 1} \quad B_{\Delta 1} \quad R_{\Delta 2} \quad G_{\Delta 2} \quad B_{\Delta 2}]$$

通过添加矩阵的最后三列和向量的最后三个元素来获得定理 3 形式。

解决这个问题的标准最小二乘法是将方程的两边乘以非平方矩阵的转置，得出：

$$C_o \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -(R_{k1} + R_{k2}) \\ 0 & 2 & 0 & -(G_{k1} + G_{k2}) \\ 0 & 0 & 2 & -(B_{k1} + B_{k2}) \\ -(R_{k1} + R_{k2}) & -(G_{k1} + G_{k2}) & -(B_{k1} + B_{k2}) & \aleph \end{bmatrix} = [R_{\Delta 1} + R_{\Delta 2} \quad G_{\Delta 1} + G_{\Delta 2} \quad B_{\Delta 1} + B_{\Delta 2} \quad \beth]$$

其中

$$\aleph = R_{k1}^2 + G_{k1}^2 + B_{k1}^2 + R_{k2}^2 + G_{k2}^2 + B_{k2}^2$$

$$\beth = -(R_{k1}R_{\Delta 1} + G_{k1}G_{\Delta 1} + B_{k1}B_{\Delta 1} + R_{k2}R_{\Delta 2} + G_{k2}G_{\Delta 2} + B_{k2}B_{\Delta 2})$$

如果对称矩阵的 4×4 行列式 $4((R_{k1} - R_{k2})^2 + (G_{k1} - G_{k2})^2 + (B_{k1} - B_{k2})^2)$ 不为 0，则求出对称矩阵的逆矩阵，并将两边相乘，得出最小二乘解 C_o 。因此，我们得到了最有力的结果：

定理 4

如果已知未分解的前景对象存在于两种不同的背景颜色 C_{k1} 和 C_{k2} ，其中它们之间有一个非零距离， $(R_{k1} - R_{k2})^2 + (G_{k1} - G_{k2})^2 + (B_{k1} - B_{k2})^2 \neq 0$ ，那么存在解决抠图问题的解 C_o 。

期待的 α_o 可以被显示为：

$$\frac{(R_{f1} - R_{f2})(R_{k1} - R_{k2}) + (G_{f1} - G_{f2})(G_{k1} - G_{k2}) + (B_{f1} - B_{f2})(B_{k1} - B_{k2})}{(R_{k1} - R_{k2})^2 + (G_{k1} - G_{k2})^2 + (B_{k1} - B_{k2})^2}$$

定理 3 和 4 关于 α_o 的表达式相对于两个背景是对称的，这反映在我们关于 c_o 的两个表达式中（定理 3 的证明中）。

定理 2 和 3 实际上只是定理 4 的特例。对于定理 2，两种颜色需要具有不同的蓝色坐标。对于定理 3，它们是不位于常数 Σ 的同一平面上的两种任意颜色。在实践中，我们发现定理 3 的简单条件通常比定理 4 的条件更能支持和允许使用计算。

定理 4 允许使用非常一般的背景。实际上，一个物体在固定但变化的背景上移动进行两次拍摄可以满足定理 4，如图 1 示例所示。如果前景对象可以在从左到右移动时逐帧对齐，则两个不同位置的背景可以作为两个背景。

请注意，定理 3 和 4 技术会导致背景阴影解决方案，而简单的变暗可能无效。另外一个要求是两种背景颜色的照明水平和发光方向相同，使得阴影具有相同的密度和方向。

上面的超定线性系统总结了针对两种不同背景颜色的两次拍摄的所有信息。还包括针对第三个背景颜色的第三次拍摄，用 4×9 矩阵替换 4×6 矩阵，并且用 1×9 矢量替换右边的 1×6 矢量。然后将应用相同的最小二乘解决方案技术来找到针对这个更加过度确定的问题的解决方案。类似地，可以使用针对甚至更多背景颜色的第四次，第五次等拍摄。超定系统在其解决方案中可能受到数值不稳定性的影响。我们没有经历过，但如果它们出现，可以使用奇异值分解（singular value decomposition）技术（文献[11]）。



图 2

实用的三角测量抠图。(a-b)两个不同的背景。(c-d)背景下的物体。(e)提取的物体。(f)新的合成图片。(g-i)和(j-l)相同的三角测量过程应用于另外两个对象(后备镜头未显示)。(l)合成两个对象。桌子和其他不相干的设备使得镜头中有“垃圾遮罩”。见图 5。

实施说明

图 1(a-d)示例完全符合定理 2 (实际上是解决方案 3 特殊情况) 的标准, 因为给定的蓝色和黑色背景图片是通过在完美的蓝色和黑色背景上合成对象来制造的。正如定理所预测的那样, 我们能够以原始形式提取原始对象, 只有很小的最低有效位错误。类似地, 图 1(e-j)说明了定理 3 或 4。

图 2 是真实工作室中的真实物体的一组真实相机镜头。我们的相机因为定理 3 和 4 所需的两次拍摄而被锁定, 另外还有所需的两次拍摄是因为前面提到的背景颜色校准。此外, 四次拍摄使用恒定曝光, 并且遥控快门防止轻微的相机移动。结果足以证明算法的有效性, 但仍然存在数字化过程中引入的错误信息 - 未使用引脚配准 - 以及相对于彼此具有不同亮度的前景对象的缺陷, 也被认为是扫描伪影。

从 α_0 的定理 3 和 4 表达式中可以看出, 该技术对亮度和配准错误非常敏感。如果前景色在它们应该相等的位置不同, 则 α_0 从其正确值 1 开始降低, 从而允许一些对象透明。一般而言, 该技术往往会增加透明度。

同一错误的另一个表现就是我们称之为“细线”问题。考虑一条细的暗线, 在一个明亮的环境或补充物上拍摄, 或一条细的亮线存在黑暗环境中。如我们的算法所示, 这种一条与另一条背景有略微不对准的线, 在其沿着线的像素处的亮度可以显着不同。透明度的错误趋势将导致提取的物体中出现精细透明线。

结论很明确：为了有效地使用三角测量，应该使用引脚注册的拍摄和数字化来确保四次拍摄之间的正常稳定性，并且必须在拍摄期间非常仔细地监控照明和曝光，以确保前景的恒定亮度物体由胶片（或其他记录介质）记录。

由于三角测量仅适用于非移动物体（不包括刚性运动，例如简单平移），因此应该可以通过在每个步骤平均多次重复拍摄来减少由于噪声引起的处理步骤之间的亮度变化。

一个下限

到目前为止解决问题的麻烦在于场地太理想了。看起来似乎解决方案 1 和 2 以及定理 1 概括的问题对前景对象颜色的限制是不切实际的。令人惊讶的是，如此多的实际工作几乎达到了这些解决方案的条件。解决方案 3 和定理 2-4 的条件需要镜头加倍，即使镜头完全可重复，也还有很多要求。现在我们回到一般的单背景情况并推导出 α_o 的边界，这限制了搜索空间以寻找可能的解决方案。

作为解决方案提供的任何 C_o 必须满足颜色的物理限制。必须是 $0 \leq R_o \leq \alpha_o$ （因为 R_o 预先乘以 α_o ），并且类似的情况对于 G_o 和 B_o 成立。抠图方程给出 $R_f = R_o + (1 - \alpha_o)R_k$ 。给出应用于此表达式的 R_o 的不等式：

$$(1 - \alpha_o)R_k \leq R_f \leq (1 - \alpha_o)R_k + \alpha_o$$

左边是 $R_o = 0$ 的表达式，右边是 $R_o = \alpha_o$ 的表达式。类似的不等式适用于 G_f 和 B_f 。图 3 显示了在上面的关系中使用相等作为边界的 α_o ， R_f ， G_f 和 B_f 的有效组合的所有区域。该图的颜色 C_k 被认为是略微不纯的蓝色[0.1 0.2 0.98]。

图 3 中的垂直虚线表示该图给定的 C_f ，[0.8 0.5 0.6]。水平点线表示对于每一个有效的 R_o ， G_o 和 B_o ，对应于 R_f ， G_f ， B_f 来说最小的 α_o 。将这三个 α_o 称为 α_R ， α_G 和 α_B 。由于每种颜色只生成一个 α_o ，因此必须满足以下关系：

$$\alpha_o \geq \max(\alpha_R, \alpha_G, \alpha_B)$$

我们将在等于 α_{\min} 时称为满足这种关系的 α_o ，并且任何 $\alpha_o \geq \alpha_{\min}$ 将被称为有效的 α_o 。请注意，尽管可能的 α_o 的范围被这种推导减少了，但仍然存在无限的有效选择，因此有无穷无尽的解。

如果 $R_f > R_k$ ，如图 3 的例子中那样，那么 α_R 对应于 $R_o = \alpha_o$ ， R_f 和 α_o 之上的不等式的右侧。如果 $R_f < R_k$ 则 α_R 对应于 $R_o = 0$ 即左侧。因此

$$\alpha_R = \begin{cases} 1 - \frac{R_f}{R_k}, & \text{if } R_f < R_k \\ \frac{R_k}{1 - R_k}, & \text{if } R_f > R_k \\ 0, & \text{if } R_f = R_k \end{cases}$$

在图 3 的例子中， $\alpha_{\min} \approx 0.78$ 。对于纯蓝色背景的特殊情况， $\alpha_{\min} = \max(R_f, G_f, 1 - B_f)$ 。只要存在有效的 α_o ，就可以如前所述通过 $c_o = c_\Delta + \alpha_o c_k$ 从给定的 C_f 导出前景对象颜色。

一个上限

Tom Porter 指出（在一份未发表的技术备忘录中），通过从 Vlahos 学习，也可以为 α_0 建立一个上限。

Vlahos 假说指出，当假说成立，有 $B_0 \leq \alpha_2 G_0$ 。上面的绿色通道的抠图等式的后置范围是

$$G_0 = G_f - (1 - \alpha_0)G_k$$

另一个后置范围，这次是蓝色通道，为

$$\alpha_0 = 1 + \frac{B_0 - B_f}{B_k} \leq 1 + \frac{\alpha_2 G_0 - B_f}{B_k}$$

将这两者结合起来，将 G_0 的等式代入 α_0 的不等式并求解，给出

$$\alpha_0 \leq 1 - \frac{B_f - \alpha_2 G_f}{B_k - \alpha_2 G_k}$$

必要时趋向于 $[0,1]$ 。回想一下通常 $0.5 \leq \alpha_2 \leq 1.5$ 。令 α_0 等于 α_{\max} 。然后，在我们的图 3 示例中， $\alpha_2 = 1$ 得到 $\alpha_{\max} \approx 0.87$ ，它可以有更多地约束可能的解： $0.78 \leq \alpha_0 \leq 0.87$ 。

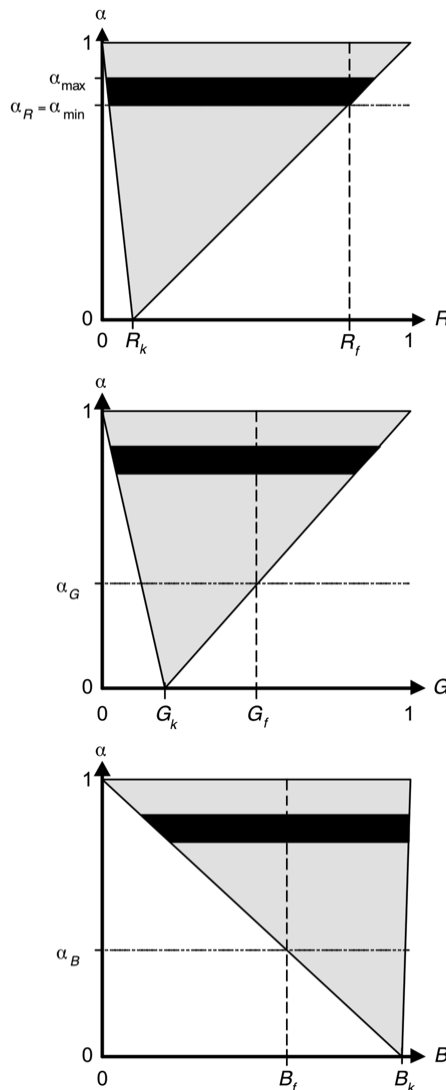


图 3

阴影区域显示解决方案空间。黑色区域受到给定前景色的有效 α 的上限和下限 α 限制。 C_0 的有效 α 位于 C_f （虚线）与黑色区域的交点处。

蓝溢出

Vlahos 解决了非常重要的蓝色出（蓝色光晕）问题，即背景光反射在前景物体（文献[19]）中。他通过我们称之为第二 Vlahos 假设的东西解决了一类重要的对象，即明亮的白色和肉色调：前景物体有 $\max(B_o - G_o, 0) \leq \max(G_o - R_o, 0)$ 。如果不是这样，则假定颜色为背景颜色或闪光。像以前一样，物体透明度与 $B_o - G_o$ 成正比，这就区分了两种情况。

我们对抠图问题的陈述需要改变以使它包括蓝光问题。我们当前的模型指出前景色 C_f 是未复合的前景对象颜色 C_o 和背景颜色 C_k 的线性组合， $C_f = C_o + (1 - \alpha_o)C_k$ 。扩展抠图问题将包括用于支持溢出贡献的术语 C_s 。例如，它可以被建模为单独的前景对象，具有其自己的 α_s ，与期望的前景对象颜色 C_o 具有线性组合：

$$C_f = C_s + (1 - \alpha_s)(C_o + (1 - \alpha_o)C_k)$$

现在问题变得更难以从给定信息 C_f 和 C_k 确定 C_s 和 C_o 两者。

为了简化，我们假设溢出颜色与背景颜色相同，即 $C_s = \alpha_o C_k$ 。因此，

$$C_f = (1 - \alpha_s)C_o + (1 - \alpha_o + \alpha_o \alpha_s)C_k$$

简洁起见，让 $C_{\Delta s} = C_{\Delta} / (1 - \alpha_s)$ 。然后可以将此溢出模型放入与之前相同形式的矩阵方程中（但请单独地注意 $\alpha_s = 1$ ）：

$$C_o \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 & t_3 \\ -R_k & -G_k & -B_k & t_4 \end{bmatrix} = [R_{\Delta s} \quad G_{\Delta s} \quad B_{\Delta s} \quad T]$$

因此，由于总有 $\alpha_{\Delta s} = 0$ ，所以解与以前的形式相同：

$$\alpha_o = \frac{T - \bar{t} \cdot C_{\Delta s}}{\bar{t} \cdot C_k}$$
$$c_o = c_{\Delta s} + \alpha_o c_k$$

这并不能解决问题，因为 α_s 仍然未知。我们不会在这里进一步讨论蓝溢出问题，但建议将其用于未来的研究。

分离表面问题

图 4 展示了一般抠图问题的分离表面问题。为清楚起见，图示展示了单个颜色空间平面。在背景颜色 C_k 和物体颜色之间建立了一系列三个不同 α_o 值的分离面。给定的前景色 C_f 显示在沿着直线通过对象颜色 A 和 B 的 $\alpha_o = 0.5$ 轨迹的交点处。

Vlahos（或 Ultimatte）的抠图解决方案可以投射到分离表面模型中。在第一 Vlahos Form（也是解决方案 1 和解决方案 2 和定理 1）中，图 4 的每条点线都只是一条直线（一个 RGB 平面）。在第二 Vlahos Form 中，它是两条直线段的线（两个多边形共享 RGB 边缘）。第三种形式只是在该形状上添加第三个分段（多边形）。Primatte 解决方案将此趋势扩展到许多（最多 128 个）段（凸多面体的面）。

图 4 展示了分离表面模型的一般问题。如果 A 确实存在于前景物体中，则所有具有背景颜色的混合物

将被正确提取。但是，B 与背景的所有混合物都不会被正确提取，因为它们已被伪装成 A 的混合物。

另一个问题是，前景物体颜色与背景颜色不相交并不总是可能的。另一个假设是，常数 α_0 的轨迹是表面而不是体积的，连接而不是高度断开，可以是平面或凸面。

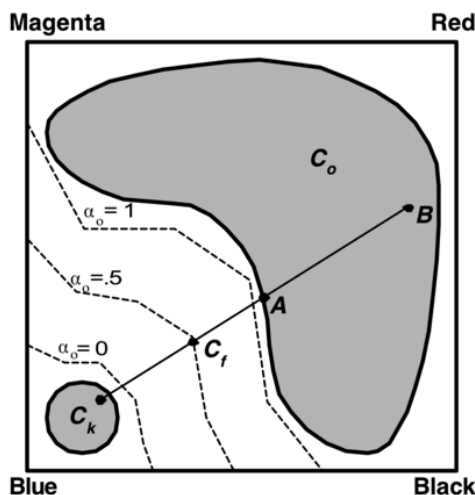


图 4

通过 (非凸) 多面体表面的切片通过恒定的 alpha 分离背景颜色与前景对象颜色的切片。给定颜色 C_f 将被解释为 A, α 为 0.5, 而对象实际上可能是 B, α 为 0.25。

总结

Vlahos 基础专利的到期激发了我们向计算机图形界推出了一类非常有趣的恒色抠图问题。因此，我们的目的之一就是回顾该领域的问题 -- 从恒定的彩色镜头中提取遮罩以及相关的子问题，例如蓝溢出，背景杂质和背景阴影。

这里介绍的数学方法我们认为比 Vlahos 专利的特殊方法更容易理解，这是蓝屏抠图的标准参考。此外，我们相信这里的处理方式可以说明为什么这个过程应该像现实世界的应用（灰色，近灰色和肤色）一样好用，鉴于这里的证据，这一点很令人惊讶。问题有无穷无尽的解决方案。与缺乏通用算法解决方案一致的是，在电影或视频中提取遮罩几乎总是需要人工交互。

我们的主要想法是，可以通过两个图像的模型来表示要从中提取出的遮罩的图像，两个图像是未复合的前景对象图像（精灵）和背景颜色图像，使用前景对象的 Alpha 通道线性组合。我们的主要结果是从这个模型推导出来的。在每种情况下，期望的 α 通道 α_0 的表达式是模型中的两个图像的函数， C_f ，给定图像 - 由我们的模型和 C_k 的复合，给定的背景图像。这可以与 α 的 Vlahos 表达式进行比较，该表达式仅是给定图像 C_f 的函数。

我们已经引入了一个算法解决方案，三角测量解决方案，通过实际操作的蓝屏过程添加一个新步骤：前景对象与第二种背景颜色的另一个镜头。由于需要可重复性，这种多背景技术不能用于现场演员或其他移动的前景对象。然而，只要它适用，它就是强大的，对两个背景的唯一限制是它们逐个像素地不同。因

此，背景颜色甚至不必是恒定的或纯的 - 不存在背景杂质问题。然而，为了解决背景阴影问题，两个背景的照明水平和方向必须相同，如果它们是通过光发射而不是反射产生的，则尤其重要。

我们为一般的非算法问题提供了解决方案空间，这是 Vlahos 全部作品的新扩展。希望这将激发对这一棘手问题的进一步研究。请参阅 Vlahos 专利（包括文献[4]和文献[5]）以获得进一步的灵感。

我们已经触及蓝溢出（蓝色光晕）问题，并建议针对这个重要问题进行额外的研究。我们已经为这项研究勾勒出一个可能的模型，概括了给定图像是其他图像的组合适的想法。特别是，我们建议通过附加的蓝溢出图像建模蓝溢出物的想法，以及它自己的 α ，可能会导致进一步的洞察力。

最后，我们简要回顾了分离表面的抠图问题的建模（参见文献[8]），展示了如何从这个角度展开 Vlahos 的工作，并讨论了一般概念的一些问题。我们敦促进一步探索这类解决方案，并在此处给出的初步处理之外阐明其基本问题。



图 5

使用图 2 所示的三角测量技术从工作室照片中提取的九个图像精灵的合成。