Hynek Kydlicek

8. listopadu 2020

1 Dcv. 2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim$$
$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right)$$

Matice $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ je hledaná inverz. Ověříme zkouškou.dasfasdf

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 & \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \\ 1 + -1 & \frac{3}{2} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ -1 + 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2 Dcv. 3

2.1 a)

Neplatí pokud A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$,$A + B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .Matice A,B jsou regulární, ale A+B není.

2.2 b)

Z definice symetrické matice $A = A^T$. A je regulární existuje tedy A^{-1}. Proto platí:

$$A * A^{-1} = I_n \tag{1}$$

Transpozice neměnί rovnost(pouze přeuspořádáme prvky). Tranponujeme tedy rovnost.

$$(A * A^{-1})^T = (I_n)^T$$
$$(A^{-1})^T * A^T = I_n| \text{ viz přednáška}$$
$$(A^{-1})^T * A = I_n| \text{ symetrie}$$

To znammená, že $(A^{-1})^T$ je inverzní k A. Protože inverze k regularní matici existuje právě jedna, platí $(A^{-1})^T = A^{-1}$. Tedy inverzní matice A^{-1} je symetrická.