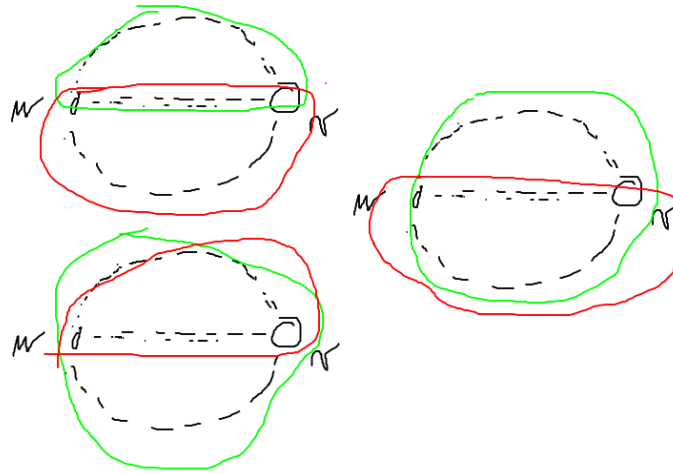


1 Úkol 1

Z popisu grafu zjistíme, že existují pouze 3 způsoby, jak rozdělit graf na kružnice, které nebudou totožné, viz obr. 1. Tedy abychom vytvořili konstru, musíme



Obrázek 1: Grafy

odstranit 2 hrany z dvou různých cyklů na obrázku. To lze udělat $m \cdot l + m \cdot k + l \cdot k$ způsoby.

2 Příklad 2

Přidáním hrany nám v grafu vznikne cyklus a zachová se souvislost (strom je maximálně acyklický). Každý cyklus má alespoň 3 hrany, proto existují alespoň 2 hrany na nově vzniklém cyklu (3. hrana je ta nově přidaná), které můžeme z nově vzniklého cyklu odebrat a vytvořit tak strom, tedy novou konstru. Tedy právě jsme ukázali, že po přidání hrany budou existovat alespoň 2 jiné hrany, které můžeme odebrat a vytvořit tak novou konstru.

3 Příklad 3

Stačí dokázat pouze případ pro $G \setminus \{u, v\}$, pro $G \setminus \{u\}$ a $G \setminus \{v\}$, poté bude plynout triviálně. Každý strom s alespoň 2 vrcholy, má alespoň 2 listy. Zároveň pro každý souvislý graf jsme schopni najít konstru. Označme si nějakou takou konstru našeho grafu G jako T . T je z definice souvislá a zároveň pro její konstrukci jenom odebíráme hrany z původního grafu. Jelikož je T z definice strom, pak existují dva jeho listy, které můžeme odebrat aniž bychom porušili souvislost (mají stupeň 1). Nově vzniklý graf bez 2 listů a, b označme S . Nyní celý proces obrátíme a z S vytvoříme původní graf $G \setminus \{a, b\}$. Pro každou odebranou hranu $\{u, v\}$ při tvorbě T , budeme postupovat následovně: Pokud $\{a, b\} \not\subset \{u, v\}$, danou hranu přidáme do S , tedy $E_S \cup \{u, v\}$. Jelikož přidáním hran nezměníme souvislost,

podařilo se nám odebrat 2 vrcholy z původního grafu a zachovat souvislost. Ještě by se slušelo podotknout, že jelikož má graf G alespoň 3 vrcholu, můžeme 2 odebrat a vznikne nám graf.

4 Příklad 4

Za graf si můžeme vzít cestu délky větší než 3. Protože pokud odebereme z cesty jiný vrchol než krajní, graf se stane nesouvislý. Jelikož množina M obsahuje vždy 3 vrcholy, vždy jsme schopni odebrat jiný vrchol než krajní (krajní vrcholy jsou vždy 2).



Obrázek 2: cesta