

## HW1 – Randomized and deterministic selection

자유전공학부 2012-13311

안 효 지

### 1. 구현방법

쉽게 배우는 알고리즘 책을 참고하여 cpp로 구현하였다. ①**Randomized selection**은 quick sort에서 사용했던 partition을 이용하였는데, randomized라는 이름에 더욱 걸맞도록 srand()를 이용해 pivot을 random하게 정하였다.

② **Deterministic selection**을 구현하는 과정에서, 원소가 5개 이하인 경우에는 다른 코드를 더 구현하지 않고 ①Randomized selection을 사용해 중간값을 구하도록 하였다. 또한, 처음에는 어짜피 median of medians 값만 구하면 되므로 원소가 5개인 그룹들의 medians를 전체 arr의 앞 인덱스부터 차례차례 채우려고 했었다. 하지만 재귀를 거듭할수록 partition이 망가지는 것을 알게 되어 medians를 담은 vector를 만들어 거기에 push를 해주었다.

③ **Check()** 기능은 내가 짠 알고리즘이 내놓은 output이 정말 i번째로 작은 원소가 맞는지를 확인하면 된다. Array를 for문으로 한 번 반복하면서 output보다 '작은 원소의 개수(smaller)'들과 output과 '같은 값의 원소의 개수(equal)'를 따로 센 후,  $smaller < ith \leq smaller + equal$  인지 확인하면 된다.

가령, -1 0 0 0 1 의 5개 원소의 배열에서 2번째~4번째로 작은 원소는 전부 0이며, 5번째로 작은 원소는 1이다. 우리는 0이 두 번째로 작은 원소가 맞느냐는 질문에도 yes, 세 번째로 작은 원소냐는 물음에도 yes 라고 답을 해야한다. 따라서, 0보다 작은 원소가 배열에 1개 있고, 0과 동일한 원소는 3개가 있으므로, 0은  $1 < ith \leq 1 + 3$ (작은 원소 개수 + 동일 원소 개수)의 범위를 충족하여 2, 3, 4번째로 작은 숫자들이 된다.

이 check 알고리즘은 크기가 n인 배열에서 for문을 한 번만 돌기 때문에  $\Theta(n)$  시간이 걸린다.

### 2. 시간측정

시간은 size 100k, 500k, 1m, 5m 10m일 때, 총 10번씩 실행하여 평균을 내었다. 결과는 아래와 같다.

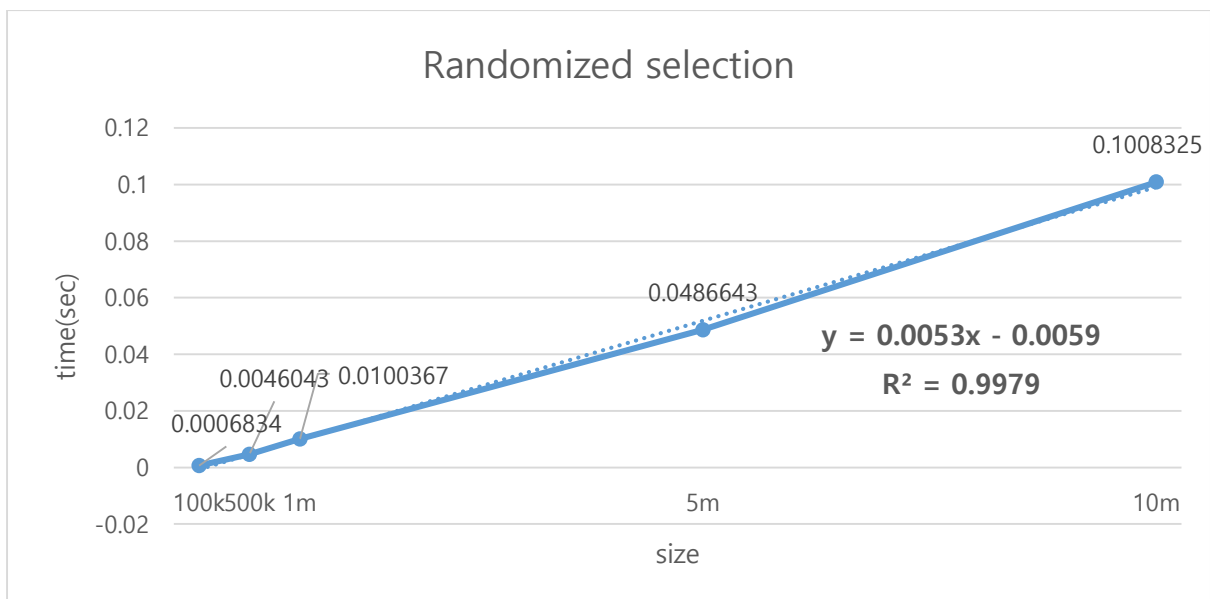
size 100k				size 500k			
time(sec)	randomized	deterministic	deter/random	time(sec)	randomized	deterministic	deter/random
test1	0.000887	0.204644		test1	0.00432	1.09585	
test2	0.000597	0.222262		test2	0.003762	1.09898	
test3	0.000595	0.205648		test3	0.004584	1.09521	
test4	0.000449	0.19823		test4	0.003901	1.09695	
test5	0.000439	0.197027		test5	0.004924	1.06481	
test6	0.000413	0.194492		test6	0.004595	1.07303	
test7	0.000425	0.195313		test7	0.005752	1.09301	
test8	0.000514	0.219636		test8	0.004602	1.08113	
test9	0.001252	0.206352		test9	0.00399	1.08245	
test10	0.001263	0.20967		test10	0.005613	1.07023	
avg	0.0006834	0.2053274	300.3181153	avg	0.0046043	1.085165	235.6851204

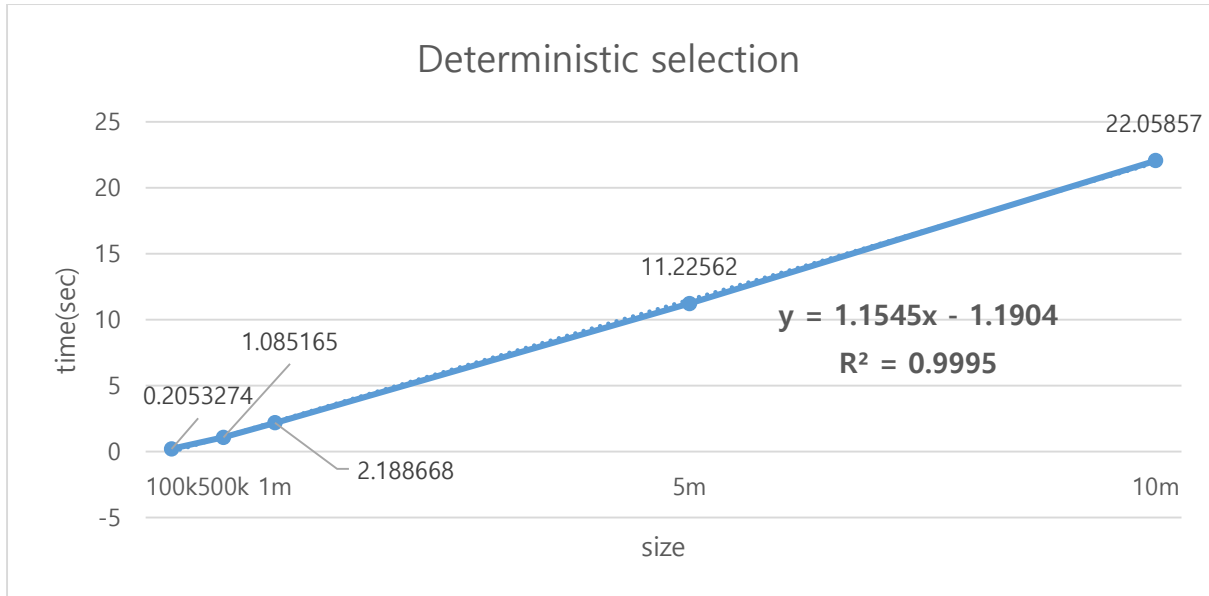
size 1m				size 5m			
time(sec)	randomized	deterministic	deter/random	time(sec)	randomized	deterministic	deter/random
test1	0.009196	2.2136		test1	0.046223	11.3517	
test2	0.009613	2.14795		test2	0.068611	11.3341	
test3	0.008277	2.18249		test3	0.047958	11.136	
test4	0.011568	2.22674		test4	0.049389	11.1626	
test5	0.011019	2.14735		test5	0.04166	10.9985	
test6	0.008279	2.19866		test6	0.045264	11.2658	
test7	0.010512	2.19989		test7	0.051345	11.2456	
test8	0.009622	2.17785		test8	0.044085	11.2765	
test9	0.01283	2.16343		test9	0.053098	11.3566	
test10	0.009451	2.22872		test10	0.03901	11.1288	
avg	0.0100367	2.188668	218.066496	avg	0.0486643	11.22562	230.6746424

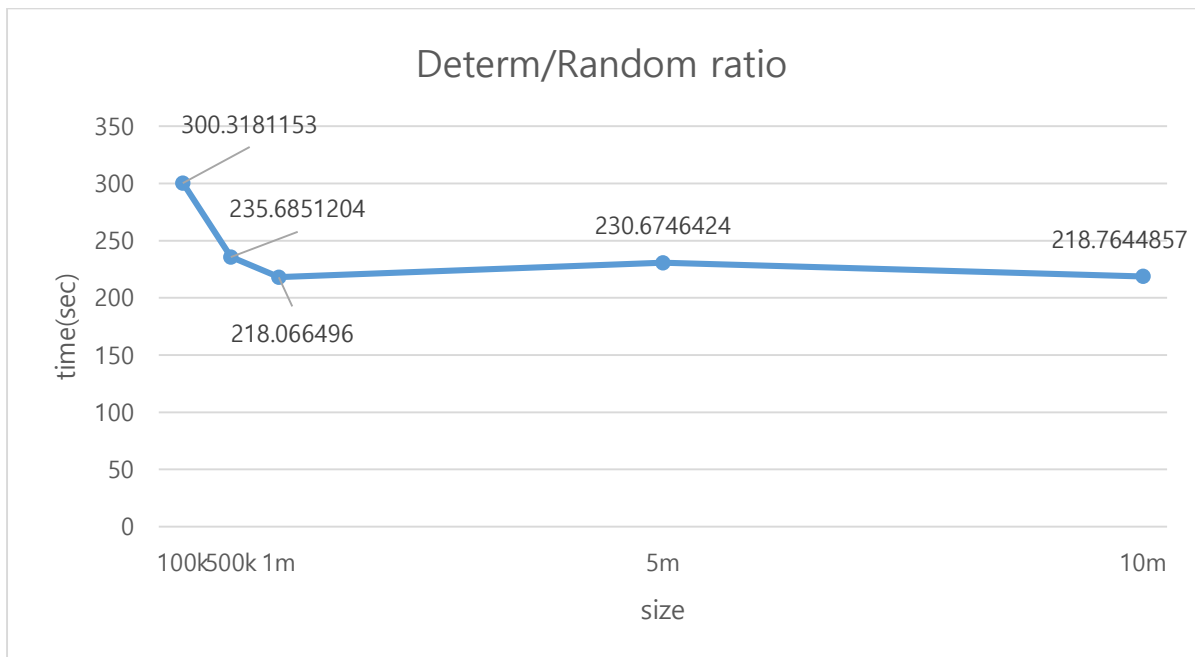
size 10m			
time(sec)	randomized	deterministic	deter/random
test1	0.088631	22.5615	
test2	0.092733	21.8601	
test3	0.122484	21.9935	
test4	0.066334	22.0623	
test5	0.13169	22.0298	
test6	0.098271	21.767	
test7	0.109888	21.9994	
test8	0.099128	21.8842	
test9	0.108747	22.1676	
test10	0.090419	22.2603	
avg	0.1008325	22.05857	218.7644857



randomized selection은 worst case인 경우에는  $\Theta(n^2)$ 의 시간복잡도를 보이나, 이번 실험에서는 선형의 시간복잡도를 보였다.  $R^2$ 의 값이 1에 근사한 것을 통해 알 수 있다.



deterministic selection은 worst case인 경우에도  $\Theta(n)$ 의 시간복잡도를 보장하는데, 이를 위해  $\Theta(n)$ 의 오버헤드를 사용한 다음 입력의 크기가  $n/10$ 인 문제를 재귀적으로 호출한다. 균형을 맞추는 오버헤드가 너무 커져버리면 linear time complexity를 보장할 수 없으나, 본 실험에서는 선형 시간복잡도를 보임을  $R^2$ 값을 통해 알 수 있다.



1차항 계수의 비를 계산하면 217정도로 아주 크게 나오는데, 이는 deterministic selection의 오버헤드 때문이다. 이 오버헤드의 크기에 따라 deterministic의 사용 여부가 정해진다.

### 3. Example running

Compile & run 방법은 README.md에 작성해두었다. 하지만 기존 스켈레톤코드와 Makefile을 그대로 사용하였기 때문에 특별한 것은 없다. 똑같이 make, make run을 통해 실행이 가능하다.

아래는 실행 예시이다. \$ make run을 하면 아래와 같이 나온다. Size500k, 1m은 시간이 약간 걸린다. 나머지 size5m, 10m은 시간이 오래 걸려 Makefile에는 넣어놓지 않았다.

```
~/workspace/2021course/algorithm_2021spring/hw1/cpp master* ↑ > make run
./program input/1.in
randomized select : 2 (CORRECT) (elapsed time: 6e-06 sec)
deterministic select : 2 (CORRECT) (elapsed time: 3e-06 sec)
./program input/2.in
randomized select : 3 (CORRECT) (elapsed time: 7e-06 sec)
deterministic select : 3 (CORRECT) (elapsed time: 6e-06 sec)
./program input/3.in
randomized select : 9122284 (CORRECT) (elapsed time: 1.7e-05 sec)
deterministic select : 9122284 (CORRECT) (elapsed time: 0.000391 sec)
./program input/4.in
randomized select : 8 (CORRECT) (elapsed time: 1e-05 sec)
deterministic select : 8 (CORRECT) (elapsed time: 6.5e-05 sec)
./program input/5.in
randomized select : 0 (CORRECT) (elapsed time: 8e-06 sec)
deterministic select : 0 (CORRECT) (elapsed time: 3.2e-05 sec)
./program input/size100k.in
randomized select : 8368309 (CORRECT) (elapsed time: 0.000772 sec)
deterministic select : 8368309 (CORRECT) (elapsed time: 0.211214 sec)
./program input/size500k.in
randomized select : 5668288 (CORRECT) (elapsed time: 0.003272 sec)
deterministic select : 5668288 (CORRECT) (elapsed time: 1.10088 sec)
./program input/size1m.in
randomized select : 5823012 (CORRECT) (elapsed time: 0.008958 sec)
deterministic select : 5823012 (CORRECT) (elapsed time: 2.37644 sec)
```