Задача 2.

Сумма членов ряда Тейлора

В соответствие с номером варианта:

на интервале от xn до xk с шагом dx и с точностью ε вывести таблицу с заголовком и шапкой.

Каждая строка должна содержать: значение аргумента, значение суммы, значение функции Y (которая разложена в ряд), количество просуммированных членов ряда, обеспечивающих заданную точность.

Представить вывод рекуррентных соотношений.

стовые сообщения о попадании в

Задание 3. Ряды Тейлора

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции, заданной с помощью ряда Тейлора, на интервале от $x_{\text{нач}}$ до $x_{\text{кон}}$ с шагом dx с точностью ε. Таблицу снабдить заголовком и шапкой. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента, значение функции и количество просуммированных членов ряда.

1. $\ln\frac{x+1}{x-1} = 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = 2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}+\frac{1}{5x^5}+\ldots\right), \ |x|>1.$

2. $e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots, \ |x| < \infty.$

3. $e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots, \ |x| < \infty.$

4. $\ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \ldots, \ -1 < x < 1.$

5. $\ln\frac{1+x}{1-x} = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots\right), \ |x| < 1.$

6. $\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots\right), \ -1 <= x < 1.$

7. $\operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n+1}}{2n+1} = \frac{\pi}{2} - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} - \ldots, \ |x| < 1.$

8. $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \ldots, \ x > 1.$

9. $\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots, \ |x| < 1.$

10. $\operatorname{arth} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots, \ |x| < 1.$

11. $\operatorname{arth} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \ldots, \ |x| > 1.$

12. $\operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}} = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \ldots, \ x < -1.$

13. $e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} - \ldots, \ |x| < \infty.$

14. $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots, \ |x| < \infty.$

15. $\frac{\sin x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \ldots, \ |x| < \infty.$

16. $\ln x = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} = 2\left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \ldots\right), \ x > 0.$

17. $\ln x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)x^{n+1}} = \frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \ldots, \ x > \frac{1}{2}.$

18. $\ln x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^{n+1}}{(n+1)} = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \ldots, \ 0 < x < 2.$

19. $\arcsin x = x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1) \cdot x^{2n+1}}{2 \cdot 4 \cdots 2n \cdot (2n+1)} =$

$$= x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} \ldots, \quad |x| < 1.$$

20. $\arccos x = \frac{\pi}{2} - \left(x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1) \cdot x^{2n+1}}{2 \cdot 4 \cdots 2n \cdot (2n+1)} \right) =$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} \ldots \right), \quad |x| < 1.$$