Hyslan Silva Cruz
Iara Regina Grilo Papais

# Transformações Lineares e suas aplicações

Suzano

2024

Hyslan Silva Cruz
Iara Regina Grilo Papais

# Transformações Lineares e suas aplicações

Monografia de graduação à Universidade Virtual do Estado de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.
Orientadora: Lorena Salvi Stringheta

Universidade Virtual do Estado de São Paulo

Orientadora: Lorena Salvi Stringheta

Suzano
2024

# Resumo

Resumo de nosso trabalho.

**Palavras-chave: Transformação Linear, Álgebra Linear, Matrizes**

# Abstract

This is the english abstract.

**Keywords**: latex. abntex. text editoration.

# Lista de tabelas

# Lista de símbolos

| | |
|---|---|
| $\mathbb{R}$ | Conjunto dos números reais. |
| $\exists$ | Símbolo de existe. |

# Sumário

# 1 Introdução

Com o decorrer do tempo, depois da era de ouro da álgebra linear nos meados do século XVIII. Onde, Euler e Louis Lagrange publicaram o "Recherche d'Arithmétique", entre 1773 e 1775, no qual estudavam certos conceitos da transformação linear. Posteriormente, Johann Carl Friedrich Gauss, também estudou sobre assuntos que apresentou similaridade com a matriz de transformação linear.

Até se arrefecer o assunto no século XIX e XX, com Giuseppe Peano, onde foi cunhado o termo "sistema linear"com a primeira definição de axiomática para espaço vetorial. Nos dias atuais, a apresentação da álgebra linear, temas abordados nesse campo da matemática são frequentemente esquecidos, portanto, este estudo trata de buscar o entendimento e compreender sobre as transformações lineares em sua totalidade e aplicações no contexto atual contemporâneo.

Passado esse brevíssimo contexto histórico e motivador para a nossa pesquisa e deleite deste ramo de estudado, iremos nos adiantar a certos conceitos matemáticos elementares já bastantes fundamentados no decorrer dos anos escolares do ensino básico regular. Para isto, passaremos a certas definições matemáticas primordiais que serão apresentadas nesta monografia para as discussões advindas a posteriori neste estudo.

Portanto, dividimos esta monografia em 4 capítulos, a saber, revisão literária fundamentais, pesquisas de artigos, teses e discussões recentes sobre as transformações lineares em diversas aplicações, seu contexto educacional atual em questão de matéria aplicada e por conseguinte nossa metodologia utilizada, os resultados obtidos dessa pesquisa e, por fim, nossa discussão final, a saber, do uso da transformação linear atualmente.

# 2 Revisão da Literatura

Começaremos pela definição de um espaço vetorial e seu subespaço, pois, podemos tratar como vetor ao designar um elemento do espaço vetorial de um número $\mathbb{R}$ definido abaixo:

**Definição 01:** Seja um conjunto V, não vazio, com duas operações: soma, $V \times V \rightarrow V$, e multiplicação por escalar, $R \times V \rightarrow V$, tais que, para quaisquer $u, v, w \in \mathbb{R}$, satisfaçam as propriedades:

1. $(u + v) + w = u + (v + w)$ e $1u = u$.
2. $u + v = v + u$.
3. $\exists 0 \in V$ tal que $u + 0 = u$.
4. $\exists - u \in V$ tal que $u + (-u) = 0$.
5. $a(u + v) = au + av$.
6. $(a + b)v = av + bv$.
7. $(ab)v = a(bv)$.
8. $1u = u$.

**Observação: 0** é o vetor nulo.

**Observação:** Limitaremos nossa discussão, demonstrações e aplicações dentro do conjuntos dos números reais apenas.

**Exemplo 01:** Suponhamos uma matriz $M_{(2,2)}$, onde é denotado por $M_{(m,n)}$, dado por $M = [a_{ij}]_{m \times n}$ podendo ser interpretada dessa forma, $V = M(2, 2)$, onde $V$, é um conjunto não vazio, seus escalares pertencentes ao conjunto dos $\mathbb{R}$, que satisfazem todas as propriedades de um espaço vetorial.

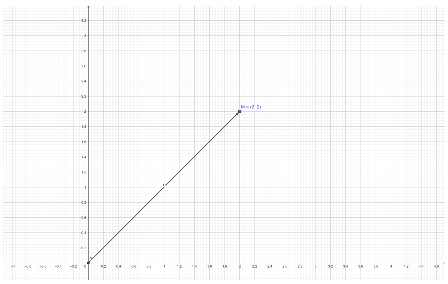

Figura 1 – Exemplo 01

A partir disso, podemos perceber o uso analítico dos espaços vetoriais para resolução de problemas em geral. Vejamos mais alguns exemplos.

**Exemplo 02:** O exemplo anterior, tratou-se de plotar uma matriz de $\mathbb{R}^2$ no plano, agora iremos expandir para $\mathbb{R}^3$, seja um vetor $A = (x, y, z)$ ou representado pela forma matricial:

$$A = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

Assim, por quaisquer números reais, podemos fazer uma projeção ortogonal no espaço, segue um exemplo traçado:

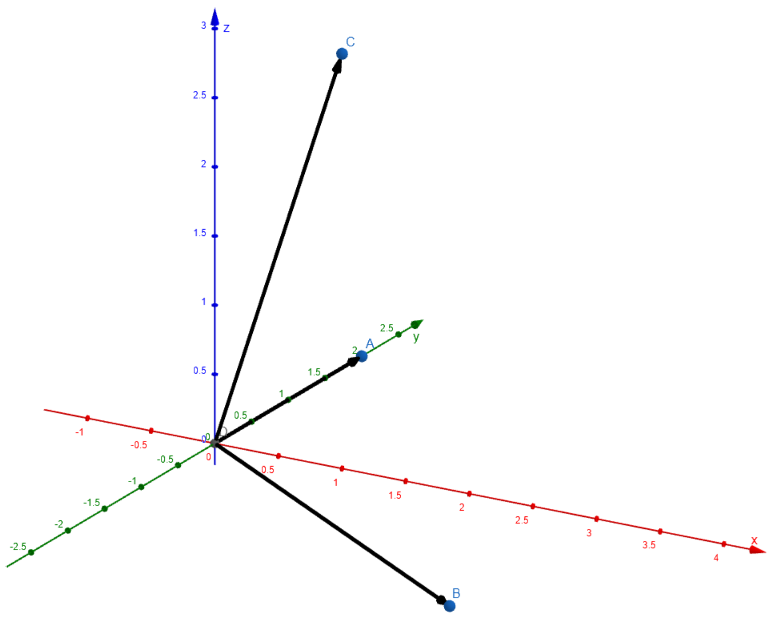


Figura 2 – Exemplo 02: Exemplo de vetor no espaço.

**Definição 02:** Dado um espaço vetorial V, um subconjunto W, não vazio, será um subespaço vetorial de V se:

1. Para quaisquer $u, v \in W$ tivermos $u + v \in W$.

2. Para quaisquer $a \in R, u \in W$ tivermos $au \in W$.

Sabendo tais definições, podemos expressar agora a definição de um transformação linear:

**Definição 03:** Sejam V e W dois espaços vetoriais. Uma transformação linear (aplicação linear) é uma função de V em W, $F : V \to W$, que satisfaz as seguintes condições:

1. Para quaisquer $u$ e $v$ em $V$, $F(u+v) = F(u) + F(v)$.

2. Para quaisquer $k \in R$ e $v \in V$, $F(kv) = kF(v)$.

# 3 Metodologia

Estudo sobre a literatura e aplicação direta, principalmente computacional.

# 4 Resultados

Os resultados foram...

# 5 Conclusão

That's all folks!

# Referências