

● 例題 4.4

在 16 m 高的屋頂，把球沿水平朝上 30° ，以 21 m/s 拋出去 (參見圖 4.9)。求其：(a) 飛行時間；(b) 水平射程；(c) 最大高度；(d) 球落地的角度；(e) 高於屋頂 2 m 時的速度。

解

座標系和原點如圖 4.9 所示。

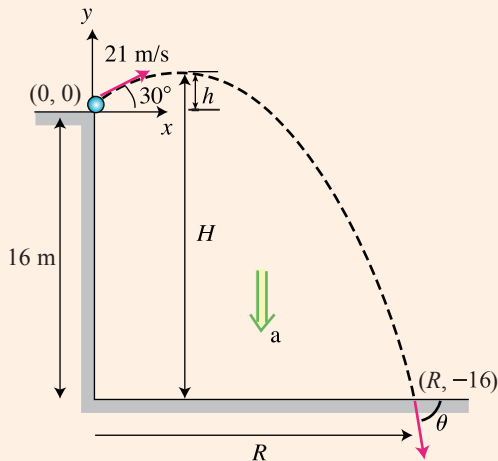
已知： $x_0 = 0$ ； $y_0 = 0$ m； $v_0 = 21$ m/s； $\theta = 30^\circ$ 。

因此 $v_{0x} = v_0 \cos \theta = 18.2$ m/s， $v_{0y} = v_0 \sin \theta = 10.5$ m/s。

由 4.9 及 4.11 式可得

$$x = 18.2t$$

$$y = 0 + 10.5t - 4.9t^2$$



- (i) **► 圖 4.9** 若著地點高或低於起始點，路徑就不會對稱於最高點。著地的角度可由 $\tan \theta = v_y/v_x$ 求得。
- (ii)

(a) 當 $y = -16 \text{ m}$ 時飛行終止。因此依 (ii) 式可得

$$\begin{aligned} t &= \frac{10.5 \pm \sqrt{10.5^2 + 64 \times 4.9}}{9.8} \\ &= 3.17 \text{ s}, -1.03 \text{ s} \end{aligned}$$

故飛行時間為 3.17 s 。

(b) 把 $t = 3.17 \text{ s}$ 代入 (i) 式，

可得射程為 $R = (18.2 \text{ m/s})(3.17 \text{ s}) = 57.7 \text{ m}$ 。

(c) 在最高點時， $v_y = 0$ 。由 4.12 式可得

$$0 = (10.5)^2 - 2(9.8)(h)$$

故 $h = 5.6 \text{ m}$ 。最高點與地面之高度 $H = h + 16 = 21.6 \text{ m}$ 。

(d) 要計算球落地的角度，就必須求得速度向量的方向。

其中水平分量維持不變，亦即 $v_x = v_{0x} = 18.2 \text{ m/s}$ 。垂直分量則為 $v_y = v_{0y} - gt = 10.5 - (9.8)$

$(3.17) = -20.6 \text{ m/s}$ 。與 x 軸的夾角為

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{v_y}{v_x} \\ &= \frac{-20.6}{18.2} \\ &= -1.13 \end{aligned}$$

故 $\theta = -48.5^\circ$ 水平朝下。

(e) 因方程式 4.10 中包含另一個未知量 (即 t)，故改用方程式 4.12，

代入 $y = 2 \text{ m}$ 來求 v_y ：

$$v_y^2 = 10.5^2 - 2(9.8)(2 - 0)$$

則 $v_y = 8.43 \text{ m/s}$ 或 -8.43 m/s 。由於題目中並未排除任一種情形，因此兩者均可接受。

即 $\mathbf{v}_1 = 18.2\mathbf{i} + 8.4\mathbf{j} \text{ m/s}$ 與 $\mathbf{v}_2 = 18.2\mathbf{i} - 8.4\mathbf{j} \text{ m/s}$ 。