

• 例題 15.2

一 $k = 200 \text{ N/m}$ 的彈簧連接著一 2 kg 物體。彈簧由被拉伸長 5 cm 處於 $t = 0$ 時釋放。求：(a) 位移對時間的函數；(b) 當 $x = +A/2$ 時的速度；(c) 當 $x = +A/2$ 時的加速度。

解

(a) 要先求出 15.2 式中的 A 、 ω 、 ϕ 。振幅即一開始的伸長量，即 $A = 0.05 \text{ m}$ 。

由 15.7 式，角頻率為

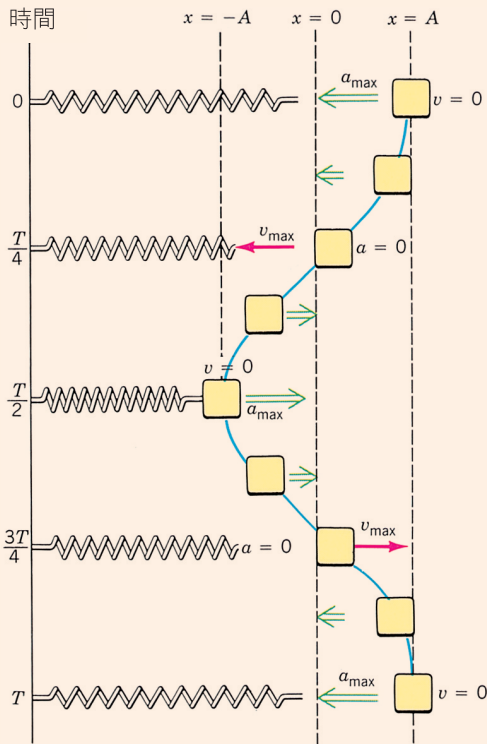
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$$

為了求 ϕ 要注意當 $t = 0$ ， $x = +A$ 且 $v = 0$ 。因此，由 15.2 式及 15.3 式

$$A = A \sin(0 + \phi)$$

$$0 = 10A \cos(0 + \phi)$$

因 $\sin \phi = 1$ 而 $\cos \phi = 0$ ，故 $\phi = \pi/2 \text{ rad}$ 。因此，



► 圖 15.5 一物體在彈簧尾端的振盪，每隔 $T/4$ 時間內加速度及速度的值。

$$x = 0.05 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m} \quad (\text{i})$$

(b) 要求當 $x = A/2$ 時的速度，由 (i) 式得 $1/2 = \sin(10t + \pi/2)$ ，由此知 $(10t + \pi/2) = \pi/6$ 或 $5\pi/6$ (我們只須知道相位，不必知道時間)。速度為

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = 0.5 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m} \\ &= 0.5 \cos \frac{\pi}{6} \text{ 或 } 0.5 \cos \frac{5\pi}{6} \\ &= +0.43 \text{ m/s 或 } -0.43 \text{ m/s} \end{aligned}$$

在一給定位置，有兩個速度值，等大而反向。

(c) $x = A/2$ 時的加速度值由 15.5 式得：

$$\begin{aligned} a &= -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \\ &= -(10 \text{ rad/s})^2(0.05/2 \text{ m}) = -2.5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$