• 例題 🔏 15.5

在例題 15.2 中一 2 kg 的質點接著一 k = 200 N/m 的彈簧,其位移為

$$x = 0.05 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$$

(a) 當 $t = \pi/15$ s , 求 $K \times U$ 及 E ; (b) 當 x = A/2 時的速率?

解

(a) 總能為最大位能值。因 $A = 0.05 \, \text{m}$,得

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(200 \text{ N/m})(0.05 \text{ m})^2 = 0.25 \text{ J}$$

位能及動能為

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(200 \text{ N/m}) \left[(0.05 \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}) \right]^2 = \frac{1}{16} \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2 \text{ kg}) \left[(0.5 \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m/s}) \right]^2 = \frac{3}{16} \text{ J}$$

明顯地,E = K + U,本該如此。

(b) 代
$$x = A/2$$
 入 15.11 式得

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(\frac{A}{2})^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

由此得 n = 0.43 m/s。

因此

$$v^2 = \frac{3kA^2}{4m} = \frac{3(200 \text{ N/m})(0.05 \text{ m})^2}{4 \times 2 \text{ kg}} = 0.188 \text{ m}^2/\text{s}^2$$