● 例題 🚽 11.4

一實心球及圓盤在如圖 11.17 的斜面上在同點釋放,它們只滾不滑在底部時誰的速率較大。設 無任何消耗力。

解

若設在斜面底時重力位能 $U_{\rm g}=0$,初時只有位能而最後只有動能:

$$E_{\rm f} = MgH$$

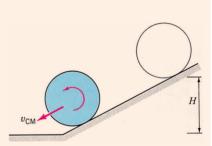
$$E_{\rm f} = \frac{1}{2} M o_{\rm CM}^2 + \frac{1}{2} I_{\rm CM} \omega^2$$

今 $E_f = E_i$ 且 $v_{CM} = \omega R$,可得:

$$v_{\rm CM}^2 = \frac{2 \, MgH}{M + I_{\rm cr}/R^2}$$

因
$$I_{\text{sphere}} = \frac{2}{5}MR^2$$
 且 $I_{\text{disk}} = \frac{1}{2}MR^2$,可得 $v_{\text{sphere}} = \sqrt{10\,gH/7}$ 而 $v_{\text{disk}} = \sqrt{4\,gH/3}$ 。注意質量 M 及半徑 R

都不含在上式中。因 $\frac{10}{7} > \frac{4}{3}$,故球會比盤快。具有較小轉動慣量者速度較快;因此時其較小的能量為轉動能。



轉動動能。

滾動的圓球具有平移及