

質量為  $m = 0.8 \text{ kg}$  的物塊繫於彈力常數  $k = 20 \text{ N/m}$  的彈簧上，並在無摩擦表面滑動。彈簧伸長  $12 \text{ cm}$  後再釋放。(a) 求物塊的最大速率；(b) 求彈簧壓縮了  $8 \text{ cm}$  時的速度；(c) 在哪一點動能和位能會相等？(d) 在哪一點速率為最大值的一半？

**解**

(a) 當所有最初的位能都轉換為動能時，亦即在  $x = 0$  處，速率達最大值。起始和最終的能量為

$$E_i = \frac{1}{2}kA^2; E_f = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

令  $E_f = E_i$ ，可得  $v_{\max} = (k/m)^{1/2}A = \pm 0.6 \text{ m/s}$ 。所求的是速率，因此正負號無關緊要。

(b) 初始能量仍為  $E_i = \frac{1}{2}kA^2$ ，而  $E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ 。依守恆定律得

$$0 + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (\text{i})$$

$$\text{因此，} v = \sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m}}$$

代入  $A = 0.12 \text{ m}$ ， $x = -0.08 \text{ m}$ ，可得  $v = \pm 0.45 \text{ m/s}$ 。正負符號表示，對已知的  $x$  值而言，速度可能在任一方向。

要注意的是，同樣的這兩個速度值會出現於伸長到  $x = +0.08 \text{ m}$  時。

(c) 若位能與動能相等，則兩者均為總能量的一半，亦即  $K = U = E/2$ 。由於所求的是  $x$ ，因此使用

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)$$

由此得  $x = \pm A/\sqrt{2} = \pm 0.085 \text{ m}$ 。

(d) 所須求出的是，在何處  $v = v_{\max}/2 = \pm 0.3 \text{ m/s}$ 。由守恆方程式 (i) 可得

$$x = \sqrt{\frac{(kA^2 - mv^2)}{k}} = \pm 0.1 \text{ m}$$

對一已知的速率而言，有兩個對稱的對應位置，位於原點兩側。