

쌍축경사각수감부에 의한 공간자리표의 측정정밀도제고

박웅철, 박철민, 리세진

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《첨단과학기술분야에서 세계적경쟁력을 가진 기술들을 개발하기 위한 투쟁을 힘있게 벌려야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 39페이지)

공간자리표측정은 건축물건설, 공업제품의 생산과 설계 등 공간관련정보의 수집에 널리 이용되고있다. 공간자리표측정 특히 공업제품의 질검사에서 세계적인 추세는 종전의 접촉식측정으로부터 비접촉식레이자측정으로 이행하는것이다. 레이자측정을 이용하면 접촉식측정에서 제기되는 변형오차를 줄일수 있으며 측정속도도 훨씬 개선할수 있다.[2]

우리는 레이자거리계와 걸음전동기, 한소편컴퓨터를 결합하여 물체점들의 공간자리표를 신속정확히 측정할수 있는 공간자리표측정기를 설계하고 미소전기기계체계(MEMS)에 기초한 쌍축경사각수감부를 리용하여 공간자리표측정의 정밀도를 개선하였다.

1. 공간자리표측정기의 동작원리

구자리표로부터 직각자리표를 구하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \cos \theta \\ z = r \sin \theta \sin \phi \end{cases} \quad (1)$$

식 (1)에 오차전파공식을 적용하면 다음식을 얻는다.[1]

$$E_i \leq \sqrt{(\Delta r)^2 + (r\Delta\theta)^2 + (r\Delta\phi)^2} \quad (i = x, y, z) \quad (2)$$

식 (2)로부터 물체점까지의 거리가 멀어질수록 각측정의 정밀도요구는 더 커진다는것을 알수 있다. 이로부터 측정값의 오차를 줄이기 위하여서는 개별적인 측정오차들을 각각 줄이는것과 함께 측정대역에 맞는 측정설비들을 합리적으로 구성하여야 한다. 측정거리가 비교적 작은 경우에는 정밀도가 높은 레이자거리계와 정밀도가 그리 높지 않은 각측정기를 결합하면 합리적이지만 측정거리가 먼 경우에는 각측정기의 성능이 높아야 한다. 실제로 정밀도가 $\Delta r = \pm 1\text{mm}$ 인 거리측정기를 리용하여 10m범위에서 물체의 공간자리표를 측정한다고 할 때 각측정정밀도를 $\Delta\theta(\Delta\phi) \leq 20''$ 에서 보장하면 합리적이다.

측정기의 수준상태는 일반적으로 각측정에 큰 영향을 준다. 측정기의 수직축을 연직으로 설치하거나 수평축을 수평상태에 놓기 위하여서는 보통 수준기를 리용한다. 수준기에는 원통형수준기와 원형수준기가 속한다. 수준기의 감도는 원통형수준기인 경우 $20 \sim 40''$, 원형수준기인 경우 $2 \sim 25''$ 이다. 원통형수준기는 광학설비들에서, 원형수준기는 전자기구들에서 많이 리용되며 원형수준기를 리용하는 경우 추가적인 수준보정대책이

필요하다.[3] 전자측거의와 전자정위의, 컴퓨터, 한소편컴퓨터를 하나로 결합한 측정설비들에서는 경사각수감부를 설치하여 정밀도를 높이고있다.

측정기는 크게 레이자거리계와 망원경, 걸음전동기, 동체에 고정시킨 원형수준기와 쌍측경사각수감부 그리고 조종용한소편컴퓨터로 구성되어있다. 측정정밀도가 $\pm 1\text{mm}$ 인 레이자거리계와 망원경을 한축상에 고정시켰다. 이 축은 1.8° 걸음전동기 2대에 의하여 최소 $0.14''$ 씩 돌아갈수 있다. 또한 동체에 고정시킨 원형수준기를 리용하여 수준을 맞춘 조건에서 쌍측경사각수감부(정밀도 0.01°)를 통하여 동체의 경사각을 정밀측정하도록 하였다. 때문에 각측정정밀도는 동체의 경사각에만 의존하게 된다.

공간자리표측정기의 원리도를 그림 1에 보여주었다.

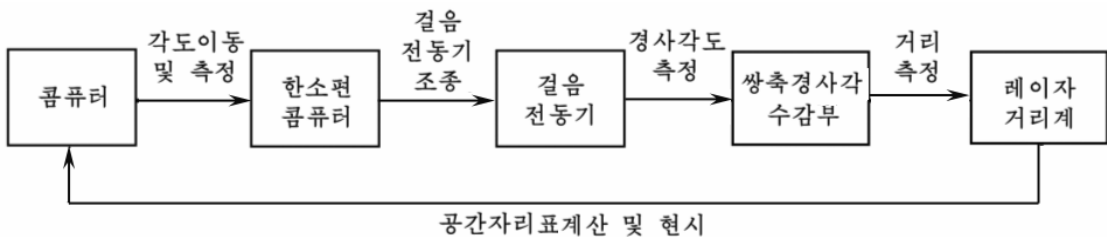


그림 1. 공간자리표측정기의 원리도

그림 1에서 보는바와 같이 컴퓨터에서 각도를 조종하면 한소편컴퓨터는 걸음전동기를 조종하여 해당한 위치로 이동시킨다. 망원경으로 목표점과 레이자뭉음의 중심이 일치하는가를 확인한 다음 컴퓨터로 측정명령을 보낸다.

한소편컴퓨터는 측정명령을 받으면 걸음전동기가 돌아간 걸음수를 가지고 현재의 방위각과 천정각을 결정한다. 다음 해당 위치에서 쌍측경사각수감부가 기울어진 각을 정밀측정한다. 레이자거리계를 리용하여 목표점까지의 거리를 측정한 다음 측정한 각도, 경사각, 거리값을 컴퓨터에 전송한다.

컴퓨터는 전송받은 자료를 리용하여 식 (1)에 따라 공간자리표를 결정하고 현시하며 자료를 보관한다.

2. 공간자리표측정기의 각측정정밀도개선

우리는 공간자리표측정기의 원리에 기초하여 공간자리표측정기의 정밀도를 개선하기 위한 연구를 하였다.

각측정에서 기구오차를 줄이려면 측정기의 수평회전축, 수직회전축, 수준기축, 망원경의 겨눔축(광축)에 대하여 다음과 같은 조건들이 만족되어야 한다.

- ① 수준기축과 수직회전축이 수직이어야 한다.
- ② 수평회전축과 수직회전축이 수직이어야 한다.
- ③ 겨눔축(광축)과 수평회전축이 수직이어야 한다.

조건 ②와 ③을 만족시키도록 정밀측정설비(《TOPCON 602G》, 각측정정밀도 $2''$, 거리측정정밀도 $\pm 1\text{mm}$)를 리용하여 공간자리표측정기를 제작하였다.

다음 조건 ①을 만족시키도록 원형수준기와 쌍측경사각수감부를 측정기본체에 나사

로 고정하였다.

측정기본체와 경사각수감부의 자리표계를 그림 2와 같이 설정하였다.

그림 2에서 보는바와 같이 측정기의 수평회전축을 x 축, 수직회전축을 y 축, x 축과 y 축에 각각 수직이면서 오른손자리표계를 이루도록 정한 자리표축을 z 축이라고 하고 측정기에 고정시킨 경사각수감부의 축들을 각각 x', y', z' 라고 하자.

측정기본체와 경사각수감부에 정한 자리표계들의 대응하는 축들은 각각 미세한 각도로 기울어져있다. 때문에 경사각수감부가 측정한 경사각은 곧 측정기본체의 경사각으로 되는 지 않으며 경사각수감부와 측정기본체사이의 미세한 각을 결정한 다음 그에 기초하여 측정값을 보정하여야 한다.

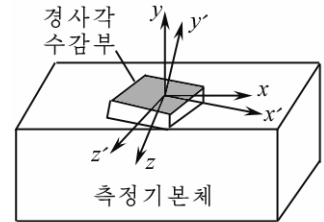


그림 2. 측정기본체와 경사각수감부의 자리표계

우리는 경사각수감부가 측정기본체와 이루는 미세한 각을 결정하였다.

먼저 각측정을 다음과 같은 단계로 진행하였다.

① 삼각다리를 조절하여 측정기본체를 수평상태에 이르게 한다.

② 정밀측정설비와 똑같은 점을 겨누고 동시측정을 진행하여 정밀측정자료(x_{i1}, y_{i1}, z_{i1})와 측정기자료($x_{i2}, y_{i2}, z_{i2}, \alpha_{i1}, \alpha_{i3}$)를 기록한다.

③ 방위각을 10° 씩 변화시키면서 ②를 반복한다.

우와 같은 측정을 진행하면 1개 평면에 놓이는 36개 점에 대한 두 측정기의 측정결과가 각각 얻어진다.

측정자료의 일부를 표에 보여주었다.

표. 정밀측정자료(x_1, y_1, z_1)와 측정기자료($x_2, y_2, z_2, \alpha_1, \alpha_3$)

No.	x_1 / mm	y_1 / mm	z_1 / mm	x_2 / mm	y_2 / mm	z_2 / mm	$\alpha_1 / (^\circ)$	$\alpha_3 / (^\circ)$
1	6.164	1.129	1.703	5.410	0	0	-0.14	-0.09
2	9.135	1.128	4.103	8.893	0	1.568	-0.14	-0.10
3	5.158	1.130	3.257	4.831	0	1.758	-0.15	-0.10
4	6.721	1.130	6.060	7.054	0	4.073	-0.15	-0.11
5	4.184	1.131	4.923	4.311	0	3.617	-0.15	-0.11
6	4.281	1.131	7.415	5.037	0	6.003	-0.15	-0.12
7	2.508	1.132	6.091	2.986	0	5.172	-0.15	-0.12
8	1.702	1.132	8.635	2.852	0	7.837	-0.14	-0.13
9	0.422	1.133	6.520	1.078	0	6.116	-0.14	-0.13
10	-0.603	1.133	6.180	0	0	6.047	-0.14	-0.13

다음 정밀측정설비의 자리표계를 S_1 , 초기위치에서의 측정기자리표계를 S_2 , 방위각만큼 회전한 위치에서 측정기자리표계를 S_3 , 측정기에 고정시킨 쌍측정사각수감부의 자리표계를 S_4 로 설정하고 다음과 같은 단계로 해석하였다.

① 정밀측정설비가 측정한 자료값들을 리용하여 측정기가 회전하면서 그린 평면의

방정식과 측정기자리표계 S_2 의 원점 (x_{20}, y_{20}, z_{20}) 을 자리표계 S_1 에서 최소두제곱법으로 결정한다.

② ①에서 결정한 평면의 방정식과 자리표계 S_2 의 원점을 리용하여 자리표계 S_2 의 축방향단위벡토르 $(\hat{e}_{21}, \hat{e}_{22}, \hat{e}_{23})$ 을 S_1 의 축방향단위벡토르 $(\hat{e}_{11}, \hat{e}_{12}, \hat{e}_{13})$ 에 관하여 구한다.

$$\begin{pmatrix} \hat{e}_{21} \\ \hat{e}_{22} \\ \hat{e}_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_{11} \\ \hat{e}_{12} \\ \hat{e}_{13} \end{pmatrix}$$

웃식을 간단히 표시하면 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\hat{e}_{2i} = \sum_{j=1}^3 a_{ij} \hat{e}_{1j} \quad (1 \leq i \leq 3) \quad (3)$$

③ 측정기가 방위각 ϕ 만큼 회전하면 측정기의 자리표계는 S_3 으로 된다.

자리표계 S_3 의 축방향단위벡토르들을 S_2 의 축방향단위벡토르들에 관하여 구한다.

$$\hat{e}_{3i} = \sum_{j=1}^3 b_{ij} \hat{e}_{2j} \quad (1 \leq i \leq 3) \quad (4)$$

④ 쌍측경사각수감부의 축방향단위벡토르 $(\hat{e}_{41}, \hat{e}_{42}, \hat{e}_{43})$ 이 자리표계 S_3 에서 다음과 같이 표시된다고 가정하자.

$$\hat{e}_{4i} = \sum_{j=1}^3 c_{ij} \hat{e}_{3j} \quad (1 \leq i \leq 3) \quad (5)$$

식 (3)–(5)를 리용하여 자리표계 S_1 에서 쌍측경사각수감부의 축방향단위벡토르들을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{e}_{4i} = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 c_{ij} b_{jk} a_{kl} \hat{e}_{1l} \quad (1 \leq i \leq 3) \quad (6)$$

쌍측경사각수감부가 매 방위각에서 측정한 경사각은 벡토르 $\hat{e}_{41}, \hat{e}_{43}$ 이 수평면과 이루는 각 (α_1, α_3) 이며 이것을 \hat{e}_{12} 과 이루는 각으로 표시하면 $(\pi/2 - \alpha_1, \pi/2 - \alpha_3)$ 이다.

따라서 \hat{e}_{41} 에 대하여 $\hat{e}_{41} \cdot \hat{e}_{12} = \cos(\pi/2 - \alpha_1) = \sin \alpha_1$ 이고 또한 식 (6)으로부터 $\hat{e}_{41} \cdot \hat{e}_{12} = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 c_{1j} b_{jk} a_{k2}$ 이며 $\sin \alpha_1 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 c_{1j} b_{jk} a_{k2}$, $\sin \alpha_3 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 c_{3j} b_{jk} a_{k2}$ 이다. 이것을 행렬형식으로 적으면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \sin \alpha_1 \\ \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}_{41} \cdot \hat{e}_{12} \\ \hat{e}_{42} \cdot \hat{e}_{12} \\ \hat{e}_{43} \cdot \hat{e}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서 $\sin \alpha_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_3}$ 이다.

식 (7)의 왼변은 경사각측정자료로부터 구할수 있고 오른변은 $c_{ij} (1 \leq i, j \leq 3)$ 를 제외하고는 모두 실험에서 구한 값들이므로 식 (7)로부터 c_{ij} 를 구할수 있다.

표의 측정자료에 대한 해석을 진행한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9999 & -0.0021 & 0.0039 \\ 0.0021 & 0.9999 & 0.0020 \\ -0.0039 & -0.0019 & 0.9999 \end{pmatrix} \quad (8)$$

이로부터 수감부의 축들이 측정기의 축들과 이루는 각을 결정하면 $\{-0.112^\circ, 0.223^\circ, 0.118^\circ\}$ 이다.

식 (8)을 식 (6)에 알아넣어 측정기자리표계로부터 정밀측정설비의 자리표계으로의 자리표변환식을 구하였다. 이로부터 표의 측정기자료를 변환하고 정밀측정자료와 비교한 결과 공간자리표측정오차는 매 성분별로 최고 0.001m를 넘지 않았으며 각측정오차는 최고 0.01° 였다.

맺는 말

논문에서는 레이저거리계와 걸음전동기, 한소편컴퓨터를 결합하여 물체점들의 공간자리표를 신속정확히 측정할수 있는 공간자리표측정기의 한가지 설계방식을 제기하고 미소전기기계체계(MEMS)에 기초한 쌍축경사각수감부를 받아들여 측정기의 각측정정밀도를 0.01° 로 개선하였다.

참고 문헌

- [1] 김철호 등; 측량학, 김일성종합대학출판사, 15~17, 주체97(2008).
- [2] J. O. Harris et al.; International Journal of Machine Tools & Manufacture, 44, 65, 2004.
- [3] C. D. Ghilani et al.; Elementary Surveying: An Introduction to Geomatics, Prentice Hall, 87~89, 2012.

주체105(2016)년 9월 5일 원고접수

On Accuracy Improvement of Space Coordinates Measurement by Double-Axis Tilting Angle Sensor

Pak Ung Chol, Pak Chol Min and Ri Se Jin

We provide a novel design to assemble a space coordinate measurement unit by combining a laser range finder, a telescope, two stepper motors, a circular level vial, a double-axis tilting angle measurement module and a microcontroller and suggest simple measurement and analysis steps to improve its accuracy by precisely determining its tilting angles. Distance measurement accuracy of 0.001m and angle measurement accuracy of 0.01° are obtained.

Key words: double-axis tilting angle measurement module, angle measurement, space coordinate