김일성종합대학학보 JOURNAL OF KIM IL SUNG UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체106(2017)년 제63권 제5호 Vol. 63 No. 5 JUCHE106(2017).

비선형불확정체계의 저차원관측기설계의 한가지 방법

리준일, 강혁철, 남광현

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《과학자, 기술자들은 인민경제를 주체화, 현대화, 과학화하는데서 나서는 과학기술적 문제를 성과적으로 풀어야 합니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제13권 416페지)

선행연구[3]에서는 가법3각형비선형성을 가진 비선형체계에 대하여 고리득엔버거형의 관측기설계문제를, 선행연구[1]에서는 가법3각형비선형성을 가진 상태아핀체계에 대한 비선형관측기설계문제를, 선행연구[2]에서는 비선형체계에 대하여 측정불가능상태를 추정하는 부분상태관측기를 설계하는 LMI법을 연구하였다.

그러나 파라메터불확정성과 미지외란의 영향을 동시에 받는 비선형체계에 대하여 측정불가능상태를 추정하는 관측기설계방법에 대하여서는 론의하지 못하였다.

론문에서는 비선형불확정체계에 대하여 측정불가능한 상태를 추정하는 저차원비선형관측기를 설계하고 모의를 통하여 그 효과성을 검증하였다.

1. 비선형불확정체계의 저차원관측기설계

다음과 같은 형태의 비선형체계를 고찰하자.

$$\Sigma_p:\ \begin{cases} \dot{x}(t)=A_0x(t)+f_0(x,\ u,\ \theta)+Bu(t) \\ y(t)=Cx(t) \\ x_L(t)=Lx(t) \end{cases} \tag{1}$$

여기서 $x(t)\in R^n$, $u(t)\in R^m$, $y(t)\in R^p$는 각각 체계의 상태, 입력, 출력벡토르, $f_0(x,\ u,\ \theta)$는 실수비선형벡토르함수, $x_L(t)\in R^r$는 추정하여야 할 상태벡토르, θ는 외부섭동 또는 파라메터불확정성, A_0, B, C, L은 상수행렬이다.

이때 체계 (1)에서 비선형함수 $f_0(x,\ u,\ \theta)$에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

가정 체계 (1)에서 비선형함수벡토르 $f_0(x,\ u,\ \theta)$를 기지비선형함수벡토르 $f_{10}(\xi,\ u)$와 미지입력(섭동, 불확정성)벡토르 $f_2(x,\ u,\ \theta)$로 분해할수 있다. 즉

$$f_0(x,\ u,\ \theta)=f_{10}(\xi,\ u)+Df_2(x,\ u,\ \theta). \tag{2}$$

여기서 $\xi(t)=\begin{bmatrix} y(t) \\ x_L(t) \end{bmatrix}\in R^{(p+r)}$, $D\in R^{n\times d}$는 렬완전위수행렬이라고 가정한다.

그러면 체계 (1)을

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=Ax(t)+f_1(\xi,\ u)+Df_2(x,\ u,\ \theta)+Bu(t) \\ y(t)=Cx(t) \\ x_L(t)=Lx(t) \end{cases} \tag{3}$$

와 같이 변환할수 있으며 여기로부터 다음과 같은 구조를 가진 비선형저차원관측기를 설계할수 있다.

$$\Sigma_o: \begin{cases} \dot{x}_o(t) = Nx_o(t) + Jy(t) + Hf_1(\hat{\xi}(t),\ u(t)) + HBu(t) \\ \hat{x}_L(t) = x_o(t) + Ey(t) \end{cases} \tag{4}$$

여기서 $x_o(t) \in R^r$ 는 관측기상태벡토르, 행렬 $N,\ J,\ H,\ E$ 와 비선형함수 $f_1(\hat{\xi}(t),\ u(t)) \in R^n$ 은 $\hat{x}_L(t)$ 가 $x_L(t)$ 로 점근수렴하도록 결정하여야 한다.

정리 1 관측기 (4)에서 $\hat{x}_L(t)$ 가 $x_L(t)$ 의 점근추정으로 되기 위하여서는 다음의 조건들이 성립할것이 필요하고 충분하다.

조건 1 관측기오차체계

$$\dot{\varepsilon}(t) = N\varepsilon(t) + H\left(f_1\left(\begin{bmatrix} y(t) \\ \varepsilon(t) + x_L(t) \end{bmatrix},\ u \right) - f_1\left(\begin{bmatrix} y(t) \\ x_L(t) \end{bmatrix},\ u \right) \right),\ \ \varepsilon(t) = x_o(t) - Hx(t)$$

에 의하여 결정되는 오차 $\varepsilon(t)$ 가 0으로 점근수렴하여야 한다.

조건 2 $HD = 0$

조건 3 $NH + JC - HA = 0$

조건 4 $H - L + EC = 0$

정리 2 다음의 조건들이 성립한다고 하자.

조건 5 $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} C(A_0 + A_{r1}C + A_{r2}L) & CD \\ C & 0 \\ L(A_0 + A_{r1}C + A_{r2}L) & LD \\ L & 0 \end{bmatrix} = \operatorname{rank}\begin{bmatrix} C(A_0 + A_{r1}C + A_{r2}L) & CD \\ C & 0 \\ L & 0 \end{bmatrix}$

조건 6 $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sL - L(A_0 + A_{r1}C + A_{r2}L) & -LD \\ C(A_0 + A_{r1}C + A_{r2}L) & CD \\ C & 0 \end{bmatrix} = \operatorname{rank}\begin{bmatrix} C(A_0 + A_{r1}C + A_{r2}L) & CD \\ C & 0 \\ L & 0 \end{bmatrix}$

조건 7 비선형함수 $f_{10}(\xi,\ u)$ 는 리프쉬츠상수(정인 스칼라) γ_f 에 대하여 리프쉬츠이다. 즉 $\| f_{10}(\xi,\ u) - f_{10}(\hat{\xi},\ u) \| \le \gamma_f \| \xi - \hat{\xi} \|$.

조건 8 다음의 LMI를 만족시키는 행렬 $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, G, A_{r1}, A_{r2} 와 정인 스칼라 β_1, β_2 가 존재한다.

$$\begin{bmatrix} \Delta & PH_1 & GH_2 \\ H_1^T P & -\beta_1 I_n & 0 \\ H_2^T G^T & 0 & -\beta_2 I_n \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

여기서

$$\varDelta = PN_1 + N_1^T P - GN_2 - N_2^T G^T + (\gamma_f + \| A_{r2} \|)^2 (\beta_1 + \beta_2) I_r$$

$$N_1 = LAL^+ - \Psi\Omega^+[CAL^+ \quad CL^+]^T,\ \ N_2 = (I_{2p} - \Omega\Omega^+)[CAL^+ \quad CL^+]^T,$$

$$H_1 = L - \Psi\Omega^+[C \quad 0]^T,\ \ H_2 = (I_{2p} - \Omega\Omega^+)[C \quad 0]^T,$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} CA(I_n - L^+L) & CD \\ C(I_n - L^+L) & 0 \end{bmatrix},\ \ \Psi = [LA(I_n - L^+L) \quad LD]$$

이다. 이때 관측기행렬들을 다음과 같이 구성하면 관측기 (4)의 추정오차 $e(t)$는 0으로 점근수렴한다.

$$N = N_1 - P^{-1}GN_2,\quad H = H_1 - P^{-1}GH_2,\quad J = K + NE$$

$$E = (\Psi\Omega^+ + P^{-1}G(I_{2p} - \Omega\Omega^+))\begin{bmatrix} I_p \\ 0_p \end{bmatrix},\quad K = (\Psi\Omega^+ + P^{-1}G(I_{2p} - \Omega\Omega^+))\begin{bmatrix} 0_p \\ I_p \end{bmatrix}$$

2. 비선형관측기설계의 모의실례

선행한 방법[4]에서 고찰한 다음의 비선형체계에 대하여 관측기를 설계하자.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x,\ u) \\ y = Cx \\ x_L = Lx \end{cases} \tag{6}$$

이때 체계 (6)에 대한 관측기설계문제는 $x_L = Lx$를 추정하는 다음의 1차원관측기를 설계하는 문제로 된다.

$$\begin{cases} \dot{x}_o(t) = Nx_o(t) + Jy(t) + Hf_1(\hat{\xi}(t),\ u(t)) \\ \hat{x}_L(t) = x_o(t) + Ey(t) \end{cases} \tag{7}$$

한편 비선형함수 $f(x,\ u)$를 가정 1에 따라 다음과 같이 분해할수 있다.

$$f(x,\ u) = f_1(\xi,\ u) + Df_2(x) \tag{8}$$

선행한 관측기설계방법을 리용하면 $\beta_1 = \beta_2 = 1$, $\gamma = 0.45$일 때 LMI(5)가 성립하며 이때 $N_2 = H_2 = 0$으로 되여 관측기파라메터들이 유일하게 결정된다.

그리고

$$N = N_1 = -1.487,\quad H = H_1 = [0.025 \quad -1.487 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0],$$
$$J = [-0.725 \quad -5.213 \quad -2.975],\quad E = [-0.513 \quad 1.488 \quad 1],$$
$$A_{r2} = [0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$$

으로 놓으면 LMI(5)가 성립하며 이때

$$N = -4.463,\quad H = [0.025 \quad -1.48 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0],$$
$$J = [0.726 \quad -9.39 \quad -5.78],\quad E = [-0.513 \quad 1.488 \quad 1]$$

로 된다. 우의 두 방법을 리용한 모의결과는 그림과 같다.

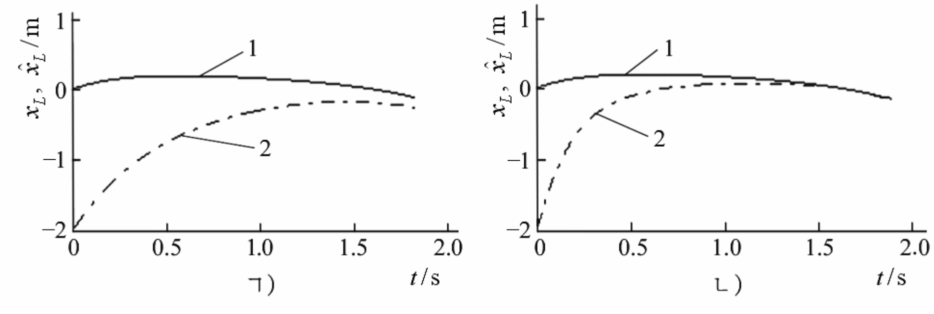

그림. x_L과 $\hat{x}_L$의 응답모의결과

ㄱ) 선행한 방법의 응답곡선, ㄴ) 제안한 방법의 응답곡선; 1− x_L, 2− $\hat{x}_L$

모의를 통하여 알수 있는바와 같이 론문에서 제안된 비선형관측기설계방법이 광범한 클라스의 비선형체계에 적용가능하며 선행한 방법[4]의 관측기설계방법에 비하여 관측기 수렴성조절에서 우월하다는것을 알수 있다.

맺 는 말

미지외란신호를 가지는 비선형불확정체계에 대하여 측정불가능한 상태를 추정하는 비선형저차원관측기설계의 한가지 방법을 제기하고 전형실례문제에 대한 모의를 통하여 제안된 비선형저차원관측기의 효과성을 검증하였다.

참 고 문 헌

[1] 김철진; 비선형조종, **김일성**종합대학출판사, 78～102, 주체99(2010).

[2] 리준일; 적응조종, 고등교육도서출판사, 125～138, 주체104(2015).

[3] Yebian Wang et al.; IEEE Transactions on Automatic Control, 51, 11, 1803, 2006.

[4] H. Trinh et al.; IEEE Transaction on Automatic Control, 51, 11, 1808, 2006.

주체106(2017)년 1월 5일 원고접수

A Method of Reduced Order Observer Design in Nonlinear Uncertain System

Ri Jun Il, Kang Hyok Chol and *Nam Kwang Hyon*

We considered the method that designs the reduced order observer to estimate non measurable state for nonlinear uncertain system.

And through the simulation for example problem, effectiveness of the proposed observer is certified.

Key words: nonlinear, uncertain system, reduced order observer