

비선형접촉모형에 기초한 충돌힘해석

조 원 남

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《현시대는 과학의 시대인것만큼 체육도 과학화하여야 체육기술을 발전시킬수 있습니다.》(《김정일선집》 증보판 제12권 490페이지)

선행연구[1]에서는 재료의 완충특성을 표준물체락하실험을 통하여 결정하는 방법을 제기하고 사람의 피부의 완충특성을 결정하였지만 일련의 제한성을 가진다.

우선 표준물체로 강철원기둥을 리용하였기때문에 그것이 완충물체와 충돌할 때 자세에 따라 충돌면이 달라져 측정되는 힘이 일정하지 못한 결함을 가지고있다.

또한 측정되는 최대충돌힘이 표준물체의 락하높이에 근사적으로 비례한다고 주장하고 실험적으로 밝히였지만 그것의 리론적해명을 주지 못하였다.

논문에서는 한 물체가 다른 물체와 충돌하는 경우 발생하는 충돌힘을 ADAMS의 비선형접촉모형을 리용하여 모의하고 락하높이와 최대충돌힘사이에 존재하는 비선형관계를 밝히고 실험적으로 모형의 정확성을 확증하였다.

일반적으로 ADAMS에서는 두 물체의 충돌때 발생하는 충돌힘을 다음과 같은 비선형함수로 모형화하였다.[1-3]

$$F_n = k \cdot x^e + \text{Step}(x, 0, 0, d_{\max}, c_{\max}) \cdot \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

여기서 F_n 은 법선충돌힘, k 는 비례계수, x 는 침투깊이, e 는 비선형지수, d_{\max} 는 포화깊이, c_{\max} 는 최대감쇠계수이다.

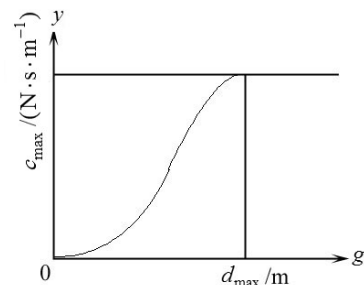


그림 1. $\text{Step}(x, 0, 0, d_{\max}, c_{\max})$ 함수의 특성

식 (1)에서 보는바와 같이 물체의 충돌때 법선충돌힘은 침투깊이에 관한 포텐셜항과 비포텐셜항으로 이루어졌다.

포텐셜항 $k \cdot x^e$ 은 x 에 관한 비선형함수이고 비포텐셜

항 $\text{Step}(x, 0, 0, d_{\max}, c_{\max}) \cdot \frac{dx}{dt}$ 에

서 $\text{Step}(x, 0, 0, d_{\max}, c_{\max})$ 함수는 x 의 변화에 따라 그림 1과 같은 변화특성을 가진다.

비포텐셜항은 완충재료의 감쇠저항힘으로서 침투속도와 Step 함수에 관계된다.

우리는 먼저 충돌힘에 주는 비포텐셜항의 영향에 대하여 론의하였다.

먼저 ADAMS로 그림 2와 같은 충돌모형을 만들었다.

논문에서는 선행연구[1]에서와는 달리 구형태의 표준물체를 리용함으로써 충돌힘이

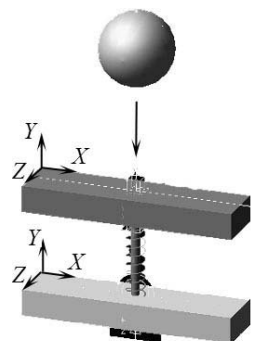


그림 2. ADAMS충돌모형

자세의 영향을 받지 않도록 하였다.

몇가지 충돌모형파라미터에 대하여 표준물체의 질량이 4kg인 경우에 모의계산을 진행한 결과는 표와 같다.

표. 모의계산결과

$k / (\text{m} \cdot \text{N}^{-1})$	e	$c_{\max} / (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	d_{\max} / m
$1 \cdot 10^8$	2.2	0.1	0.1

이때 각이한 락하높이에서 시간에 따르는 충돌힘변화곡선은 그림 3과 같다.

표준물체의 질량이 각각 4, 10kg인 경우 ADAMS모의결과에 근거하여 최대충돌힘과 락하높이사이관계곡선($F_m - H$ 곡선)을 그리면 그림 4에서의 꺾인선과 같다.

그리고 비포텐살항을 무시하고 포텐살항만을 고려한 근사충돌모형

$$F_n = k \cdot x^e \quad (2)$$

에 근거하여 얻어진 $F_m - H$ 모의곡선은 그림 4에서의 련속곡선과 같다.

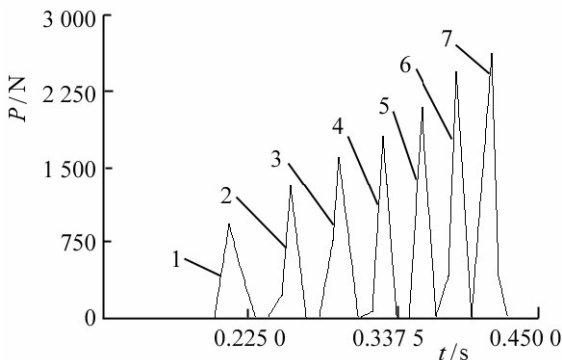


그림 3. 표준구질량이 4kg인 경우

충돌힘-시간변화곡선

1-7은 락하높이가 각각 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80cm일 때

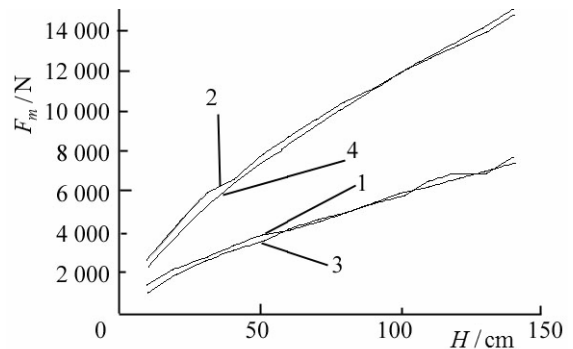


그림 4. 표준구질량이 4, 10kg인 경우 $F_m - H$ 의 ADAMS모의계산곡선과 근사적합곡선

1, 2는 각각 4, 10kg인 경우 모의계산곡선,
3, 4는 각각 1, 2에 대응되는 근사적합곡선

그림 4에서 보는바와 같이 두 곡선은 매우 근사하다. 즉 비선형접촉모형에서 비포텐살항의 영향이 매우 작아 무시할수 있다는것을 알수 있다.

이로부터 우리는 포텐살항만으로 충돌모형을 만들고 충돌모형파라미터를 결정하였으며 실지 실험을 통하여 그 정확성을 검증하였다.

식 (2)를 x 에 관하여 적분하면 충돌때 저항힘이 수행한 일이 된다.

충돌과정에 열에네르기손실이 없다고 가정하면 표준물체의 력학적에네르기의 변화와 저항힘이 수행하는 일의 합은 0이다. 즉

$$\Delta E + A = 0. \quad (3)$$

표준물체의 질량을 m , 락하높이(표준물체의 밀점으로부터 완충재료의 옷면까지의 거리)를 H , 충돌때 완충재료속으로의 최대침투깊이를 x_m 이라고 하면 $\Delta E = -mgH$ 이다.

그리고 A 는 충돌판에 고정된 완충재료의 저항힘이 수행하는 일로서 다음과 같다.

$$A = \int_0^{x_m} F_n(x) dx \quad (4)$$

식 (2)로부터 식 (4)는 다음과 같이 전개된다.

$$A = \int_0^{x_m} k \cdot x^e dx = \frac{k}{e+1} \cdot x^{e+1} \Big|_0^{x_m} = \frac{k}{e+1} \cdot x_m^{e+1} \quad (5)$$

$H \gg x_m$ 이라고 가정하면 식 (3), (5)로부터

$$mgH = \frac{k}{e+1} \cdot x_m^{e+1}, \quad x_m = \sqrt[e+1]{\frac{mgH}{k}}(e+1).$$

따라서 표준물체가 충돌때 받는 최대힘(최대충돌힘) F_m 은 다음과 같다.

$$F_m = k \cdot x_m^e = k_1 \cdot H^{e/(e+1)} \quad (6)$$

여기서 k_1 은 $k_1 = [mg(e+1)]^{e/(e+1)} \cdot k^{1/(e+1)}$ 과 같이 표시되는 환산결수이다.

식 (6)으로부터 알수 있는바와 같이 비선형접촉모형에 기초하여 근사화된 최대충돌힘 F_m 은 락하높이 H 의 $e/(e+1)$ 제곱에 비례한다. 이때 $0 < e/(e+1) < 1$ 로 되며 $e \rightarrow \infty$ 일 때

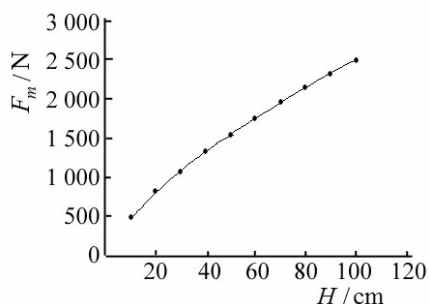


그림 5. $m=4\text{kg}$ 인 경우

$F_m - H$ 실험곡선

$e/(e+1) \approx 1$ 로서 $F_m - H$ 곡선은 선형곡선에 가까워진다. 즉 완충재료의 비선형지수가 클수록 실험곡선 $F_m - H$ 의 선형성이 강해진다.

표준물체가 $m=4\text{kg}$ 인 강철구, 완충재료가 두께 3cm인 고무판인 경우 실지로 측정되는 최대충돌힘과 락하높이사이관계곡선($F_m - H$ 곡선)은 그림 5와 같다.

그림 5에서 보는바와 같이 실험곡선은 선행연구의 선형곡선보다 $F_m = k_1 \cdot H^{0.7}$ ($e=2.2$)인 비선형곡선으로 근사시키는것이 오차가 더 작다고 볼수 있다.

참 고 문 헌

- [1] K. Mogami; Proceedings of the 59th American Academy of Forensic Sciences Annual Meeting, San Antonio, 156, 2007.
- [2] T. Nemoto et al.; Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, 28, 1, 5, 2008.
- [3] V. L. Popov; Contact Mechanics and Friction, Springer-Verlag, 84~101, 2010.

주체104(2015)년 7월 5일 원고접수

Analysis of Impact Force based on Nonlinear Contact Model

Jo Won Nam

I analyzed characteristics of impact force using nonlinear contact model, and verified the accuracy of expression of maximum impact force by falling experiment of standard body.

Key word: impact force