

프락탈모형에 의한 매장량계산방법

황 광 철

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《탐사지역에서의 탐사결과를 과학적으로 분석하고 지하자원매장량과 채굴조건 그리고 탄상, 광상개발의 경제적효과성에 대한 평가를 바로하여 산업적의의가 큰 탄광, 광산 개발후보지들을 마련하여야 합니다.》

지하자원매장량을 정확히 평가하는것은 광산, 탄광들에서 채굴방향을 옳게 정하고 생산을 정상화하며 나라의 귀중한 지하자원을 적극 보호하고 채취공업을 계획적으로 발전시키기 위한 중요한 요구이다.

프락탈모형에 의한 매장량계산방법은 지난 시기의 매장량계산방법들에 비하여 계산 과정이 비교적 간단하고 정확도가 높다.

론문에서는 광체의 매장량계산지수들의 분포특징이 불규칙적이고 프락탈분포에 따르는 경우 프락탈모형에 의한 매장량계산방법을 제기하고 그것을 0광상 3, 4호광체의 매장량계산에 적용하여 그 효과성을 검증하였다.

1. 선행한 매장량계산방법들에 대한 평가

지금까지의 매장량계산방법들을 종합하면 크게 기하학적매장량계산방법, 지질통계적매장량계산방법, 루적곡선에 의한 매장량계산방법(SD법) 등으로 갈라볼수 있다.[1]

기하학적매장량계산방법들은 그 계산과정이 서로 다르지만 하나의 원리에 기초하고 있다. 즉 광체의 형태를 체적이 같은 단순한 기하학적형태로, 광체의 내부균질성정도를 일정한 범위에서 균질한 상태로 변화시켜 매장량을 계산하는것이다. 이 방법은 매장량계산지수들을 계산하기 쉽기때문에 지난 시기 현실에서 많이 리용되어왔다. 특히 이 방법은 광체의 형태가 간단하고 유용성분의 분포가 균질하며 탐사자료의 수가 많은 경우에 적용하면 효과적이다. 그러나 광체의 형태와 유용성분의 분포가 불균질한 경우, 탐사자료의 수가 적은 경우에 계산한 매장량은 정확도가 낮다. 그것은 이 방법이 탐사자료들의 공간적분포상태와 상관관계, 광화작용의 공간적변화특성을 고려하지 못하였기때문이다.

지질통계적매장량계산방법은 기하학적매장량계산방법의 이러한 부족점을 극복한 비교적 정확한 매장량계산방법이다. 그러나 지질통계적매장량계산방법은 적은 수(20개이하)의 자료를 가지고 반변이함수의 값을 계산하는것이 불가능하거나 정확하지 못하므로 많은 자료들을 리용하여야 하는 부족점이 있다. 또한 이 방법은 모형설정에서 주관적인 요인이 많이 작용하고 제한조건과 가설이 많은 부족점도 있다.

SD법은 탐사자료의 수와 광상의 성인에 관계없이 리용할수 있고 지질통계적매장량계산방법이 가지고있는 적용조건의 제한성을 비교적 극복한 매장량계산방법이다. 그러나 보간방법에서 자료분포특징을 고려함이 없이 3차스플라인함수에 의한 보간방법만을 리용하는 제한성이 있다.

2. 매장량계산방법

지질학적연구에 리용되는 프락탈모형들을 보면 복수카운팅(box counting)모형, 수자크기(number size)모형, 품위-매장량(grade-tonnage)모형, 다중프락탈(multifractal)모형 등을 들수 있다. 그가운데서 수자크기모형은 단층선의 길이, 광상의 개수와 광석매장량의 관계, 원소들의 분포특성을 연구하는데 많이 리용되고있다.[2] 광체의 두께 또는 두께×품위와 같은 지질탐사자료들은 다음과 같은 수자크기모형에 따른다고 볼수 있다.

$$N(\geq r) = Cr^{-D} \quad (1)$$

여기서 r 는 광체의 두께 및 두께×품위의 척도를 나타낸다. $N(\geq r)$ 은 척도 r 보다 큰 지질변량의 수, D 는 프락탈차원수, C 는 $N(\geq 1)$ 과 같은 상수이다.

식 (1)의 양변에 로그를 취하면 다음과 같다.

$$\ln N(\geq r) = -D \ln r + \ln C \quad (2)$$

식 (2)로부터 $\ln N(\geq r) - \ln r$ 의 그래프는 경사도가 $-D$ 인 직선으로 나타난다. 만일 $\ln N(\geq r) - \ln r$ 의 그래프가 1개의 직선으로 나타나면 그 모형은 단순프락탈모형이며 2개 이상의 직선으로 나타나면 그 모형은 다중프락탈모형이다. 지질변량 r 의 아래한계 $r_{\min} \neq 1$ 일 때 단순프락탈모형에서 결수 C_a 는 프락탈차원수 D 와 상수 C 를 리용하여 계산한다.

$$C_a = Cr_{\min}^{-D} \quad (3)$$

이와 같은 방법으로 다중프락탈모형에서 매 직선들에 따르는 C_a 를 계산할수 있다.

이제 매장량계산구역에 대한 투영면을 수평간격이 w , 수직간격이 h 인 직4각형의 요소망들로 분할하였을 때 그 수가 N 이라고 하자. 그리고 매 요소망에서 광체의 매장량 계산지수들이 균등하게 분포된다고 하자. 이때 요소직4각형망의 면적 S_0 과 매장량계산 구역에서 광체의 투영면적 S 는 다음과 같이 표시된다.

$$S_0 = wh \quad (4)$$

$$S = NS_0 = Nwh \quad (5)$$

이제 요소직4각형망의 중심에서의 광체두께를 m_i , 두께×품위를 f_i , 경사률을 k , 광석의 평균밀도를 ρ 라고 하면 매장량계산구역에서 광석매장량 Q 와 금속매장량 P 는 다음과 같이 표시된다. 경사률 k 는 수평투영일 때 $k = 1/\cos \alpha$ (α 는 광체의 경사각), 수직투영일 때 $k = 1/\sin \alpha$ 이다.

$$Q = \sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^N wh \rho k m_i = wh \rho k \sum_{i=1}^N m_i = S_0 \rho k \sum_{i=1}^N m_i = \frac{S}{C_a} \rho k \sum_{i=1}^N m_i \quad (6)$$

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N wh \rho k f_i = wh \rho k \sum_{i=1}^N f_i = S_0 \rho k \sum_{i=1}^N f_i = \frac{S}{C_a} \rho k \sum_{i=1}^N f_i \quad (7)$$

단순프락탈모형에 대하여서는 광체의 체적과 광석매장량이 다음과 같이 계산된다.

$$V = \int_{m_{\min}}^{m_{\max}} S_0 k \left| \frac{dN(\geq m)}{dm} \right| m dm = \frac{S_0 k C D}{1-D} [m_{\max}^{1-D} - m_{\min}^{1-D}] (D > 0, D \neq 1) \quad (8)$$

$$Q = \frac{\rho S_0 k C D}{1-D} [m_{\max}^{1-D} - m_{\min}^{1-D}] (D > 0, D \neq 1) \quad (9)$$

여기서 m_{\min} , m_{\max} 는 각각 광체의 최소두께와 최대두께, D 는 프락탈차원수, C 는 결수이다.

다중프락탈모형인 경우에는 매 직선들에서 단순프락탈모형에 의한 매장량계산방법을 리용하여 광체의 부분적인 체적과 광석매장량을 구한 다음 그것들을 합하는 방법으로 광체의 전체 체적과 광석매장량을 계산할수 있다.

$$V = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{S_0 k C_i D_i}{1 - D_i} (m_{i+1}^{1-D_i} - m_i^{1-D_i}) \quad (10)$$

$$Q = \rho S_0 k \sum_{i=1}^{n-1} \frac{C_i D_i}{1 - D_i} (m_{i+1}^{1-D_i} - m_i^{1-D_i}) \quad (11)$$

여기서 m_i , m_{i+1} 은 각각 광체두께의 아래한계값과 윗한계값, D_i 는 매 직선의 프락탈차원수, C_i 는 매 직선에서 상수이다.

마찬가지로 두께×품위분포가 프락탈모형에 따른다면 금속매장량평가를 위하여 추정 한 단순프락탈모형과 다중프락탈모형에서 금속매장량을 각각 다음과 같이 계산할수 있다.

$$P = \frac{\rho S_0 k C D f_{\min}^D}{(1 - D)} [f_{\max}^{1-D} - f_{\min}^{1-D}] \quad (12)$$

$$P = \rho S_0 k \sum_{i=1}^{n-1} \frac{C_i D_i}{1 - D_i} (f_{i+1}^{1-D_i} - f_i^{1-D_i}) \quad (13)$$

여기서 f_{\max} 와 f_{\min} 은 각각 두께×품위의 최대값과 최소값, f_i 와 f_{i+1} 은 매 직선에서 두께×품위의 아래한계값과 윗한계값, D_i 는 매 직선에서의 프락탈차원수이다.

3. 적용 사례

본문에서는 ○광상 3, 4호광체에 대한 착맥추공자료에 기초하여 매장량을 평가하였다. 광체의 추공자료가 적은것을 고려하여 기하학적매장량계산방법과 프락탈모형에 의한 방법으로 매장량을 평가하여 두 결과를 대비하였다. 광체의 경사각이 45°이상이므로 수직면에 투영하는 방법을 리용하였다. 먼저 매장량계산구역에서 깊이에 따르는 매장량계산지수들(광체의 두께 및 두께×품위)의 변화특성을 고찰하였다.(그림 1, 2)

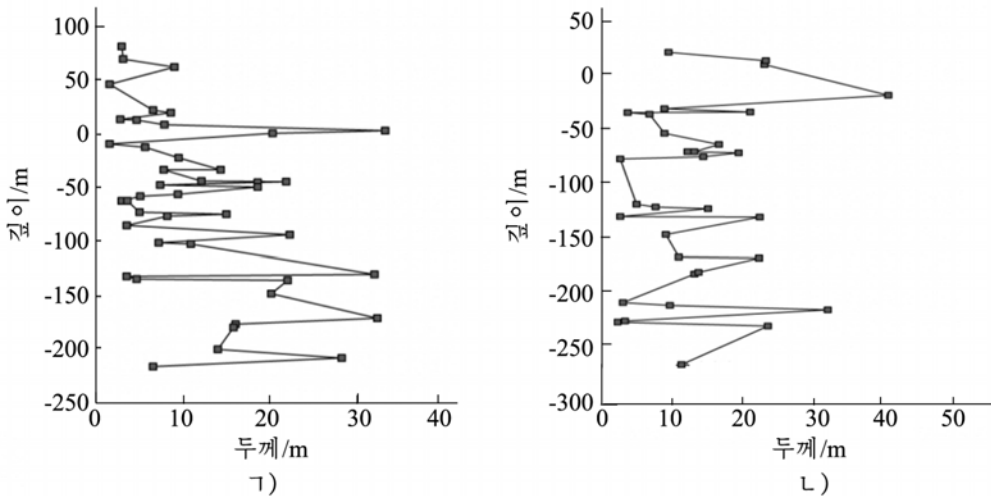


그림 1. 깊이에 따르는 광체의 두께변화
 ㄱ) 3호광체, ㄴ) 4호광체

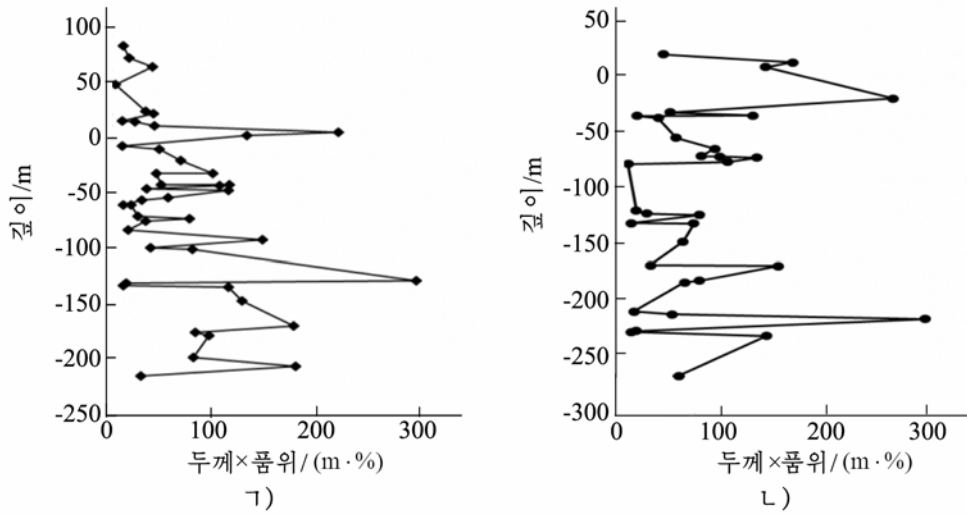


그림 2. 깊이에 따르는 광체의 두께×품위변화
 1) 3호광체, 2) 4호광체

그림 1, 2에서 보는바와 같이 두께, 두께×품위자료들은 정규분포, 로그정규분포에 따르지 않고 매우 불규칙적으로 분포된다. 이로부터 매장량계산지수들의 프락탈분포특성을 고찰하였다.

수자크기모형을 적용하여 두께 및 두께×품위의 척도를 변화시키면서 $\ln N(\geq m) - \ln m$ 관계와 $\ln N(\geq f) - \ln f$ 관계를 고찰하면 3호광체에서 두께 및 두께×품위의 다중프락탈모형을 얻을수 있다.(그림 3)

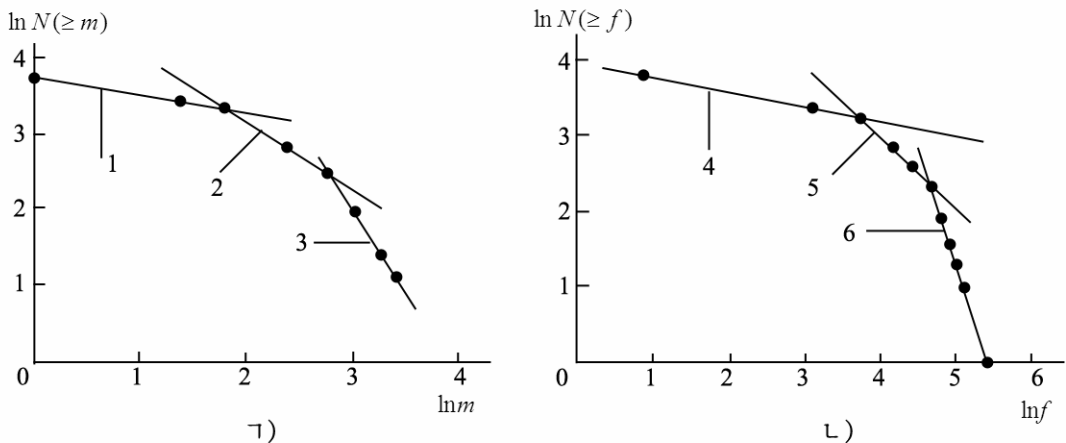


그림 3. 3호광체에서 두께 및 두께×품위의 다중프락탈모형
 1) 두께, 2) 두께×품위

그림 3에서 직선 1—6은 다음의 식으로 표시된다.

직선 1: $y = -0.212 \ 4x + 3.766 \ 7$ 직선 2: $y = -0.897 \ 9x + 4.978 \ 9$

직선 3: $y = -2.15x + 8.452 \ 5$ 직선 4: $y = -0.170 \ 5x + 3.931 \ 6$

직선 5: $y = -0.901 \ 3x + 6.616 \ 1$ 직선 6: $y = -2.746 \ 3x + 15.25$

직선의 방정식들에서 x 의 결수들은 프락탈차원수를 나타낸다.

우와 같은 방법으로 4호광체에서도 두께 및 두께×품위의 다중프랙탈모형을 얻을 수 있다.(그림 4)

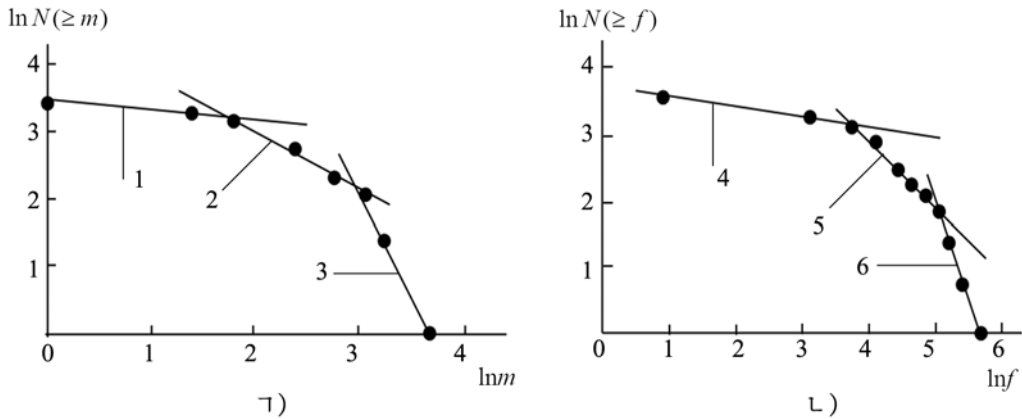


그림 4. 4호광체에서 두께 및 두께×품위의 다중프랙탈모형

ㄱ) 두께, ㄴ) 두께×품위

그림 4에서 직선 1-6은 다음의 식으로 표시된다.

직선 1: $y = -0.1409x + 3.4633$ 직선 2: $y = -0.9364x + 4.5512$

직선 3: $y = -3.2258x + 11.899$ 직선 4: $y = -0.1372x + 3.5967$

직선 5: $y = -1.0359x + 6.998$ 직선 6: $y = -2.6122x + 14.712$

다중프랙탈모형들로부터 얻어진 광석매장량, 금속매장량계산을 위한 프랙탈파라미터들은 표 1, 2와 같다.

표 1. 광석매장량계산을 위한 프랙탈파라미터

광체	m_1/m	D_1	m_2/m	D_2	m_3/m	D_3
3호광체	1	-0.2124	6	-0.8979	16	-2.15
4호광체	1	-0.1409	6	-0.9364	21	-3.2258

표 2. 금속매장량계산을 위한 프랙탈파라미터

광체	$f_1/(m\cdot\%)$	D_1	$f_2/(m\cdot\%)$	D_2	$f_3/(m\cdot\%)$	D_3
3호광체	2.4	-0.1705	42.4	-0.9013	104.4	-2.7463
4호광체	2.4	-0.1372	42.4	-1.0359	142.4	-2.6122

기하학적방법과 프랙탈모형에 의한 방법에 의하여 계산된 매장량을 채굴준비매장량과 비교하여 상대오차를 평가하였다.(표 3)

표 3. 기하학적방법과 프랙탈모형에 의한 방법에 의하여 계산된 매장량의 상대오차(%)

광체	기하학적방법		프랙탈모형에 의한 방법	
	광석매장량오차	금속매장량오차	광석매장량오차	금속매장량오차
3호광체	23.7	28.3	15.7	11.3
4호광체	24.7	27.9	13.2	10.2

표 3에서 보는바와 같이 프랙탈모형에 의하여 계산된 매장량은 기하학적방법에 의하여 계산된 매장량보다 더 정확하다. 그것은 프랙탈모형에 의한 매장량계산방법이 광체매장량계산지수들의 분포특징을 보다 정확히 반영하기때문이다.

맺 는 말

광체의 매장량계산지수들의 자료수가 적고 그 분포가 프락탈분포에 따르는 경우 프락탈모형에 의하여 매장량을 계산하면 다른 매장량계산방법들에 비하여 매장량을 보다 정확하게 평가할수 있다.

프락탈모형에 의한 매장량계산방법은 각이한 성인의 광상들에서 매장량계산에 리용할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 황광철 등; 지질탐사, 2, 31, 주체106(2017).
- [2] Qingfei Wang et al.; Ore Geology Review, 37, 2, 2010.

주체109(2020)년 7월 5일 원고접수

The Reserve Calculation Method by Fractal Model

Hwang Kwang Chol

When the data of the reserves calculation index of the ore body are not enough and their distribution can be modeled as fractal one, our method can estimate the reserves more precisely by fractal model than the other.

The reserves calculation method by fractal model can be applied to calculating the reserves in the deposits of various genesis.

Keywords: fractal, reserve