김일성종합대학학보 주체110(2021)년
물리학 제67권 제1호

활성상태만을 가지는 포츠신경망모형에서 상태수가 작을 때 기억용량평가

강 철 준

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《과학과 기술이 매우 빨리 발전하고있는 오늘의 현실은 기초과학을 발전시킬것을 더욱 절실하게 요구하고있습니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제11권 138페지)

최근시기 포츠신경망모형을 리용하여 뇌의 본성과 동작원리를 밝히기 위한 연구[1, 2]가 심화되고있다. 실례로 뇌가 수행하는 문장생성능력이나 언어처리, 최량화된 문제해결방안탐색과 같은 여러가지 현상들을 물리적모형을 리용하여 해명하기 위한 연구[1]가 활발히 진행되고있다.

론문에서는 포츠신경망모형에서 포츠신경세포가 활성상태만을 가지는 경우에 상태수가 작은 극한에서 기억용량을 평가하였다.

1. 포츠신경망모형

포츠신경망은 단순한 두 상태신경세포로 구성된 호프필드신경망의 일반화로서 한 신경세포가 2개이상의 여러 상태들을 가지는 신경망이다. 물리적으로는 상태 σ_i에 놓인 신경세포를 q개의 가능한 값을 가지는 스핀으로 볼수 있다. 신경망을 구성하는 전체 신경세포의 개수는 N이다. k상태에 있는 신경세포 i와 l상태에 있는 신경세포 j사이의 시납스세기는 J_{ij}로 표시되며 σ_i상태에 있는 신경세포 i에서의 포텐샬 h_{σ_i}는 주어진 시간동안에 그 신경세포에 들어오는 모든 시납스후포텐샬들의 합으로 표시된다.

$$h_{\sigma_i} = -\sum_j \sum_{k,\, l=1}^{q} J_{ij}^{kl} m_{\sigma_i,\, k} m_{\sigma_j,\, l} \tag{1}$$

$m_{\sigma_i,\, r}$는 다음과 같이 정의한다.

$$m_{\sigma_i,\, r} \equiv q\delta_{\sigma_i,\, r} - 1 \tag{2}$$

포츠신경망에서 동력학적시간발전과정은 호프필드신경망에서와 다르다. 호프필드신경망에서는 다음시각에 신경세포의 상태가 절대령도에서 그 신경세포에 대하여 계산된 국부마당의 부호와 같다. 포츠신경망의 경우에는 매 신경세포의 상태를 갱신할 때 보다 복잡한 결심채택을 하여야 한다. 즉 매 신경세포에서 q개 포츠상태의 국부마당 $\{h_{\sigma_i}\}$를 계산한 다음 여러개 국부마당들중 최소값을 가지는 상태를 다음시각에 놓일 상태로 선택한다.

그러므로 포츠신경망에서의 동력학적과정은 보다 복잡해지며 시간에 따르는 변화속도가 훨씬 느려진다. 결국 계의 안정한 상태는 매 포츠스핀변수 σ_i가 $\{h_{\sigma_i}\}$의 최소값을 주는 배치상태로 된다.

계의 하밀토니안과 시납스세기는 다음과 같이 표시된다.

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{k,\,l=1}^{q} J_{ij}^{kl} m_{\sigma_i,\,k} m_{\sigma_j,\,l} \tag{3}$$

$$J_{ij}^{kl} = (q^2 N)^{-1}\sum_{\mu=1}^{p} m_{k_i^\mu,\,k} m_{k_j^\mu,\,l} \tag{4}$$

계의 잡음준위는 유효온도 $1/\beta = T$ 를 받아들여 고려하며 신경세포 i 가 다음시각에 상태 σ 에 놓일 확률은 $e^{-\beta h(\sigma)}/\mathrm{tr}e^{-\beta h(\sigma_i)}$ 으로 계산한다.

p 개의 패턴 $\{k_i^\mu\}$ 는 이미 학습되였다고 본다.

2. 기억용량계산

복제법을 리용하여 계의 자유에네르기를 계산하면 다음과 같다.

$$f = \frac{R^2}{2} + \frac{\alpha}{2}\left\{\beta r(q-1)(1-Q) + \beta^{-1}\ln[1-(q-1)\beta(1-Q)] - \frac{(q-1)Q}{1-(q-1)\beta(1-Q)}\right\} - \\ -\beta^{-1}\left\langle\!\left\langle \ln\mathrm{tr}\exp\left\{\beta\left[Qr\left(\frac{q-1}{q}\right)\right]^{1/2}\sum_l m_{\sigma,\,l}Z_l + \beta R m_{\sigma,\,k_1}\right\}\right\rangle\!\right\rangle_{k_1,\,Z_l} \tag{5}$$

여기서 $\langle\langle\cdots\rangle\rangle$ 은 k_1 에 대한 평균과 평균이 령이고 분산이 1인 가우스변수 Z_l 에 대한 평균을 의미한다. 이 식에는 3개의 질서화파라메터가 들어있다. 즉 하나는 학습된 패턴과의 중첩 $R = N^{-1}\sum m_{\sigma,\,k_1}$ 이고 다른 하나는 에드워드－앤더슨질서화파라메터로서 $Q = (Nq)^{-1}\sum_{i,\,l}(m_{\sigma_i,\,l})^2$ 이며 또 다른 하나는 나머지 $p-1$ 개 패턴과의 평균화된 중첩 $r = \alpha^{-1}\sum_{\mu}\langle\langle(R_\mu)^2\rangle\rangle$ 이다.

절대령도극한에서 질서화파라메터에 대한 안장점방정식은 다음과 같다.

$$R = -1 + q\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dz}{\sqrt{\pi}}e^{-z^2}\left(\frac{1+\mathrm{erf}(z+R\sqrt{q/2r\alpha})}{2}\right)^{q-1} \tag{6}$$

$$R = q(1-c)^{-2} \tag{7}$$

$$c = \frac{2q}{\pi r\alpha}\int_{-\infty}^{+\infty}dz e^{-z^2} z\left[\left(\frac{1+\mathrm{erf}(z+R\sqrt{q/2r\alpha})}{2}\right)^{q-1} + \right. \\ \left. +(q-1)\left(\frac{1+\mathrm{erf}(z)}{2}\right)^{q-2}\left(\frac{1+\mathrm{erf}(z-R\sqrt{q/2r\alpha})}{2}\right)\right] \tag{8}$$

여기서 $c = \beta(q-1)(1-Q)$ 이다.

안장점방정식 (6)－(8)은 항상 $R=0$ 인 스핀유리형풀이를 가진다. 그외의 풀이들을 구하기 위하여 방정식 (6)－(8)을 수값풀이하면 $q = 3,\ 4,\ 5,\ 9$ 일 때 최대용량은 $\alpha_c(q) = 0.415,$

0.82, 1.37, 4.8로 주어진다. 최대용량은 다음의 근사공식으로 표시할수 있다.

$$\alpha_c \cong \frac{q(q-1)}{2} 0.138 \tag{9}$$

맺 는 말

활성상태만을 가지는 포츠신경망모형에서 상태수가 작을 때 기억용량을 계산할수 있는 방정식을 리론적으로 유도하고 수값풀이를 진행하였다.

기억용량은 포츠스핀상태수의 2차함수로 된다.

참 고 문 헌

[1] E. Russo et al.; Phys. Rev., E 85, 3, 051920, 2012.
[2] C. J. Kang et al.; Entropy, 19, 9, 2017.

주체109(2020)년 9월 5일 원고접수

Storage Capacity Estimation for Potts Neural Network Model with a Small Number of Active States

Kang Chol Jun

In this paper we estimated the storage capacity of associative memory patterns in Potts neural network with a small number of active states.

Keywords: Hopfield neural network, Potts neural network, replica method