김일성종합대학학보 주체110(2021)년
정보과학 제67권 제2호

처리시간의 불확정성을 가지는 일반화개별공정스케쥴링문제 풀이알고리듬설계의 한가지 방법

전지송, 최은향

경애하는 **김정은**동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《과학기술을 확고히 앞세우고 과학기술과 생산을 밀착시키며 경제건설에서 제기되는 모든 문제들을 과학기술적으로 풀어나가는 기풍을 세워 나라의 경제발전을 과학기술적으로 확고히 담보하여야 합니다.》

제작기업소와 같은 제작업을 위주로 하는 생산체계들에서 생산효률을 최대한으로 높이고 보다 과학적인 공정관리를 진행하는데서 자원들에 대하여 경쟁을 일으키는 일감들에 대한 여러가지 형태의 스케쥴링문제들을 푸는것은 중요한 문제로 나선다.

선행연구[1]에서는 많은 개별공정스케쥴링문제에 존재하는 처리시간의 불확정성에 대하여 론의하고 처리시간의 작은 변화가 비최량풀이를 만들뿐아니라 최종풀이의 실행불가능성도 발생시킬수 있다는데 대하여 지적하였지만 그 풀이방법에 대하여서는 고찰하지 못하였다. 또한 개별공정스케쥴링문제에서 처리시간의 불확정성이 존재하는 경우에 적용한 로바스트방법에 의한 문제정식화방법[2]을 제기하였지만 그 풀이알고리듬에 대하여서는 론의하지 못했다.

론문에서는 피식자－포식자알고리듬을 리용하여 처리시간의 불확정성을 가지는 일반화개별공정스케쥴링문제에 대한 정식화와 풀이알고리듬설계의 한가지 방법을 제안하고 모의실험을 통하여 그 효과성을 검증하였다.

1. 처리시간의 불확정성을 가지는 일반화개별공정스케쥴링문제에 대한 정식화

일반화개별공정스케쥴링문제의 정식화를 위한 가정을 다음과 같이 한다.

첫째로, 매 일감은 묶음처리되는데 같은 일감에 대한 매개의 묶음에는 순서번호가 존재하며 기술적순서에 따라 선행관계를 가진다.

둘째로, 매 기계는 모든 종류의 일감들을 가공할수 있지만 한번에 하나의 일감에 대해서만 가공할수 있다. 일감 N은 i개의 작업들로 이루어진다.

셋째로, 작업의 처리시간은 일정한 변동폭이 존재하는 구간에 놓인다고 가정한다.

우리는 일반화개별공정스케쥴링문제의 특성을 고려한 결과 TWT-JSSP를 최소화하는것을 목적으로 하여 목적함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\min_{0<y_J} F=\sum_{i=1}^{|N|} w_i \times \max_{1\le i\le N}\{(y_{J_{iK_i}iK_ims}+t_{J_{iK_i}iK_ims})-d_i,\ 0\} \tag{1}$$

설정된 목적함수는 모든 일감에 대하여 중요도에 따르는 매 일감의 납기지연량의 총합을 최소로 하는것을 목적으로 한다. 즉 지연되는 일감들이 존재한다고 하여도 중요도가 보다 큰 일감의 납기지연량을 최소로 하면서 다음의 제한조건을 만족시키는 매 일감의 시작시간을 결정하는 문제로 된다.

$$0 \le q_{ik},\ \forall i,\ k,\ \delta_{ikm} \le q_{ik},\ \forall i,\ k,\ m,\ \delta_{i1m} = 1,\ \forall i,\ m \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K_i} q_{ik} = Q_i,\ \forall i,\ k,\ \sum_{s=1}^{\sum_i K_i} \sum_{m \in M} \sum_{s} x_{ikjms} = 1,\ \forall i,\ k,\ j \tag{3}$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{k=1}^{K_i} \sum_{j=1}^{J_{ik}} \sum_{s} x_{ikjms} \le 1,\ \forall m,\ s,\ y_{ikjms} \le H \times x_{ikjms},\ \forall j,\ i,\ k,\ m,\ s \tag{4}$$

$$y_{ikm} + t_{im}^{r} \times \delta_{ikm} + t_{im}^{u} \times q_{ik} \le y_{ikm'},\ \forall (J_{ikm},\ J_{ikm'}) \in A \tag{5}$$

$$y_{ikm} + t_{im}^{r} \times \delta_{ikm} + t_{im}^{u} \times q_{ik} \le y_{i(k+1)m},\ \forall i,\ m,\ k \in K_i \tag{6}$$

$$y_{i'k'm} + t_{i'm}^{r} \times \delta_{i'k'm} + t_{i'm}^{u} \times q_{i'k'} - H \times Z_{i'k'ikm} \le y_{ikm} \tag{7}$$

$$0.9 t_{ikj''m} \le t_{ikj''m} \le 1.1 t_{ikj''m},\forall i,\ k,\ j,\ j' < j \tag{8}$$

식 (2), (3)은 부아님성조건이며 같은 종류의 일감에 대해서 설치가 중복되는것을 피하기 위한 제한식이다. 묶음크기가 령보다 크다는것은 설치시간(준비시간)이 존재한다는것이다. 식 (4)는 어느 한 순간에 한 기계에서는 1개의 작업만이 처리될수 있다는 제한조건이다. 모든 기계에서는 임의의 순간에 단 하나의 작업만을 처리한다는것이다. 식 (5)는 같은 묶음에 속하는 작업들의 선행관계를 표현하는데 서로 다른 묶음의 작업들이 분리된 일감들로 취급될 때 선행관계에 의해서 제한을 받지 않는다는것을 반영한 제한조건이다. 식 (6)은 같은 일감의 더 작은 첨수들로 된 묶음들사이에 실행순서를 고려한 제한조건이다. 실례로 같은 일감의 두번째 묶음은 첫 묶음에 선행해서 처리될수 없다. 묶음렬과 묶음크기의 동시결정때문에 식 (6)은 일반성을 잃지 않고 리용될수 있다. 식 (7)은 일감 i의 완성시간은 최대첨수 K_i를 가진 묶음의 마감작업의 가장 늦은 완성시간에 의해서 결정된다는것을 반영한 제한조건이다. 식 (8)은 일정한 변동폭을 가지는 불확정적인 처리시간을 고려한 일정계획을 작성하기 위하여 매개 기계에서의 있을수 있는 중단들과 매개 일감들에 해당되는 작업내의 일부 완충시간들을 고려하면서 가능한껏 1개 기계에서의 지연이 다른 기계들에 영향을 주지 않도록 하기 위한 제한조건이다. 즉 선행한 작업들의 완성시간보다는 후의 작업의 시작시간이 앞설수 없다는 제한조건을 줌으로써 일감에 존재하는 처리시간의 불확정성을 모두 고려하게 된다. 여기서 $t_{ikj''m}$은 10%변동폭을 가진다.

2. PPA에 기초한 풀이알고리듬설계

우에서 정식화한 개별공정스케쥴링문제를 해석적인 방법으로는 풀수 없다.

PPA는 현재 새로운 현대발견적방법들가운데서 가장 주목되는 메타발견적방법으로서 알고리듬의 성능과 풀이의 질에서 가장 좋은 결과를 주는 알고리듬으로 주목을 받고있다.

PPA에서는 우연적으로 발생된 풀이들에 대하여 목적함수값에 따라 피식자와 포식자를 지정한다.

알고리듬은 다음과 같다.

단계 1 알고리듬의 파라메터들을 설정하고 우연가능풀이들을 생성한다.

단계 2 매 풀이의 생존가치를 계산하고 피식자, 포식자, 가장 좋은 피식자를 확정한다.

단계 3 피식자, 포식자의 이동공식에 의하여 풀이들을 갱신한다.

단계 4 완료기준이 만족되면 완료하고 아니면 단계 2로 이행한다.

우리는 정식화한 개별공정스케쥴링문제의 준최량풀이를 얻는 이동방향, 걸음폭을 결정하기 위한 피식자이동함수와 포식자이동함수를 다음과 같이 결정하였다.

① 피식자이동함수

ㄱ) 정의 $Moveprey(x_p,\ x_{predator},\ \bar{x},\ sv(x_q),\ \forall x_q \in \bar{x})$

ㄴ) 이동해야 할 묶음의 선택 및 방향결정

$$\Delta S(q',\ m',\ k') = \max_q \max_m \max_k [\, f_{x_q}^{mk} \cdot \left| KS_{x_q}^{mk} - KS_{x_p}^{mk} \right|] \tag{9}$$

ㄷ) 걸음폭의 결정

$$\lambda_{\max} = \Delta S(q',\ m',\ k'), \lambda = \mathrm{int}[\lambda_{\max} \cdot \varepsilon_1 / e^{\beta \left| SV(x_p) - SV(x_{predator}) \right|}] \tag{10}$$

$$x_p \leftarrow x_p + \lambda \cdot \mathrm{sign}(KS_{x_{q'}}^{m'k'} - KS_{x_p}^{m'k'}) \tag{11}$$

② 포식자이동함수

포식자이동함수는 탐색확률이 추적조사확률보다 작은 경우의 피식자이동함수와 같은 형식으로 정의된다.

ㄱ) 정의 $MovePredator(x_{predator},\ \overline{X},\ SV(x_q),\ \forall x_q \in \overline{X})$

ㄴ) 방향결정

$$\mathrm{sign}(KS_{x_{predator}}^{mk} - KS_{x_p}^{mk}) > 0 \tag{12}$$

$$\mathrm{sign}(KS_{x_{predator}}^{mk} - KS_{x_p}^{mk}) < 0 \tag{13}$$

ㄷ) 걸음폭결정

$$x_{predator} \leftarrow x_{predator} + \lambda \cdot \mathrm{sign}(KS_{x_{predator}}^{mk} - KS_{x_p}^{mk}) \tag{14}$$

PPA에 기초한 풀이알고리듬은 그림 1과 같다.

3. 모의실험 및 결과분석

모의는 개별공정스케쥴링문제의 작은 규모의 시험문제로서 $3 \times 3(m \times n)$ 문제에 대한 비교시험을 진행하였다.

표에 문제규모의 증가에 따르는 GA와 PPA의 목적함수와 계산시간에서의 비교결과를 보여주었다.

표. 문제규모의 증가에 따르는 GA와 PPA의 목적함수와 계산시간에서의 비교결과

F, t / $m \times n$	GA $T = 20,\ P_c = 0.8,\ P_m = 0.3,\ N = 100$		PPA $P = 0.8,\ \tau = 1/3,\ \lambda = 1.5,\ N = 100$	
	F(TWT)	t/s	F(TWT)	t/s
3×3	12.09	85.87	12.01	85.00
10×10	8.19	120.66	8.00	112.01
10×20	13.88	209.97	13.75	198.12
20×10	15.98	240.78	14.87	217.48
15×15	14.56	302.65	13.33	249.37
20×15	24.31	365.92	22.87	270.21
20×20	28.34	380.89	25.97	308.09

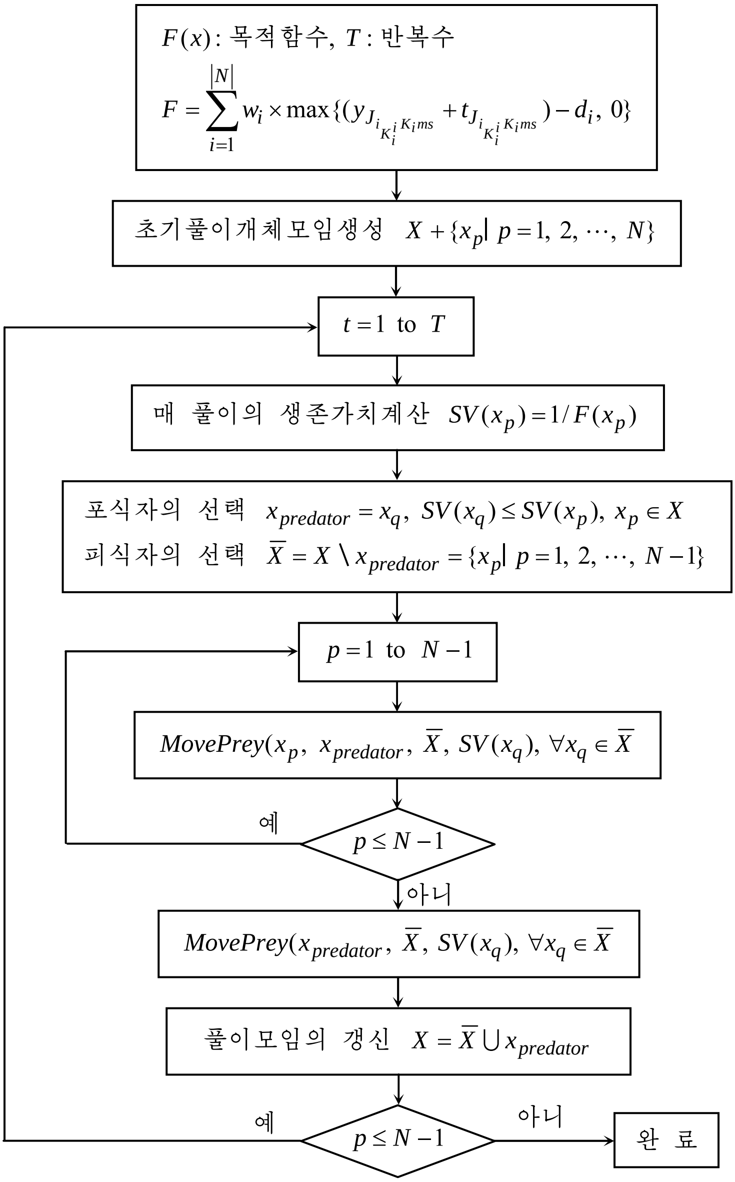

그림 1. PPA에 기초한 풀이알고리듬설계

표에서 보여주는바와 같이 서로 다른 규모의 문제들에서 PPA는 GA와 비교해볼 때 풀이의 질(F(TWT))과 계산시간(t(s))에서 동시에 우월하다.

20×20 문제에 대한 PPA와 GA에서의 목적함수값의 수렴성을 비교하였다.(그림 2) 여기서 가로축은 알고리듬의 반복수를 나타내며 세로축은 목적함수값을 나타낸다.

그림 2에서 보는바와 같이 론문에서 제기한 방법이 최량값에로의 수렴이 더 빠르며 더 좋은 풀이를 얻는다는것을 알수 있다.

모의실험결과에 대한 분석은 다음과 같다.

첫째로, 표와 그림 2로부터 알수 있는바와 같이 제안한 PPA에 기초하는 풀이알고리

듬은 상대적으로 작은 시간동안에 GA보다 더 좋은 풀이를 준다.

둘째로, 시간이 증가함에 따라 가장 좋은 풀이를 찾는 회수의 차이는 줄어들지만 PPA에 기초한 풀이법은 GA와 비교해볼 때 여전히 효과적이다.

셋째로, 표에서 알수 있는바와 같이 시간이 증가함에 따라 목적함수값의 차는 줄어들지만 PPA에 의한 방법은 GA보다 여전히 더 좋은 목적함수값을 기록한다.

넷째로, 표에서 알수 있는바와 같이 문제의 규모가 커질수록 PPA에 의한 방법은 GA보다 더욱 효과적이다.

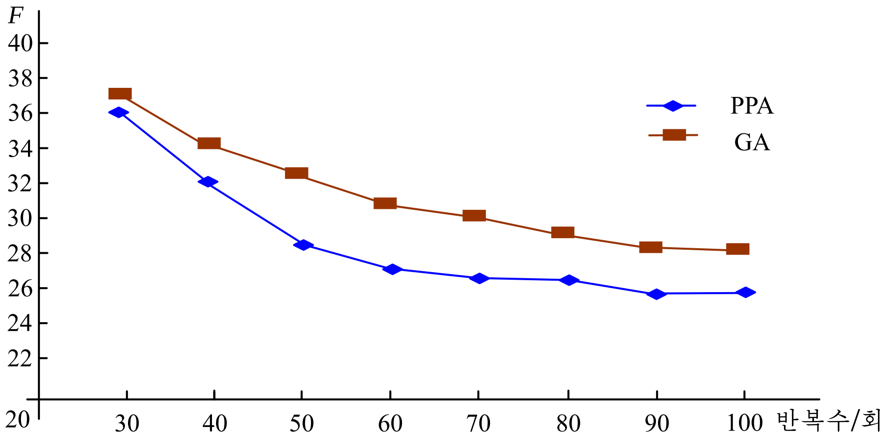

그림 2. 20×20문제에 대한 PPA와 GA에서의 목적함수값의 수렴성비교

맺는말

처리시간의 불확정성을 가지는 일반화개별공정스케쥴링문제에 대한 정식화와 PPA에 의한 풀이알고리듬을 설계하고 모의를 통하여 그 효과성을 검증하였다.

참고문헌

[1] Ning Tao, Wang Xu-ping; Journal of Cleaner Production, 194, 174, 2018.

[2] Syed Abdul Rehman Khan et al.; Journal of Cleaner Production, 185, 3, 2018.

주체110(2021)년 2월 5일 원고접수

A New Algorithm Designing for the Solve of the Generalized Job Shop Scheduling Problem with Uncertain Processing Times

Jon Ji Song, Choe Un Hyang

In this paper we propose a method of designing a new algorithm for the solution of the generalized JSSP with uncertain processing times.

Keywords: Prey-Predator Algorithm(PPA), uncertainty, Job Shop Scheduling Problem(JSSP)