

RF전자선형가속기용 측면결합형 공동공진기에서 전기마당분포

김금경, 송철욱

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《선진과학기술을 받아들이기 위한 사업을 적극적으로 벌려야 하겠습니다.》(《김정일선집》

증보판 제15권 499페이지)

RF전자선형가속기는 공업과 의학을 비롯한 많은 분야에서 큰 은을 내고있는 핵설비들중의 하나이다.

본문에서는 RF전자선형가속기용 공동공진기류형의 한 형태인 측면결합형공동공진기 [1]의 설계를 위한 기초파라미터들중의 하나인 전기마당분포에 대하여 고찰하였다.

1. 원통형공동공진기의 가속틀영역에서 전기마당분포

많은 경우 전자나 양성자선형가속장치에서 리용되는 홍채부하형도파관구조나 축상결합형공동공진기들은 립자가 통과하는 가속구멍이 없는 간단한 원통형으로 모형화한다. 이러한 공동공진기에서 전기마당은 전파방정식

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

과 경계조건

$$E_z|_{r=R_c} = 0 \quad (2)$$

을 만족시킨다. 여기서 R_c 는 원기둥의 반경이다.

TM₀₁₀방식에서 이 방정식의 풀이는

$$\begin{aligned} E_z &= E_0 J_0(2.405r/R_c) \cos \omega t \\ B_\theta &= -\frac{E_0}{c} J_1(2.405r/R_c) \sin \omega t \end{aligned} \quad (3)$$

와 같다. 결과 축방향전기마당분포는 균일하다.

그러나 이러한 풀이는 가속틀에서의 전기마당분포를 정확히 표현하지 못하며 립자가 속에 대한 기여를 나타내는 전송시간인자도 0.64정도로서 크지 못하다.[1]

실제응용들에서는 측면결합형과 같은 가속구조들을 리용하여 립자가속에 가해지는 축방향전기마당의 크기를 증가시키기 위해 립자전송구멍모서리에 원추형머리부를 형성한다.(그림 1)

가속틀부근에서의 전기마당분포를 위하여 고찰구역을 2개의 구역으로 분리한다.

그림 1에서 g 는 공동폭이고 ρ_c 는 곡률반경이다.

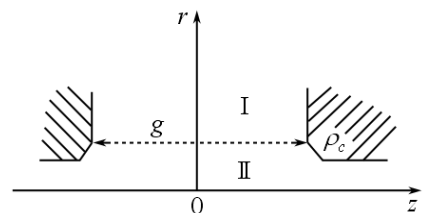


그림 1. 원통형공동에서
자리표계설정

가속틈모서리에 이러한 곡면을 형성해주면 가속틈에서의 침단방전을 막을수 있고 또한 틈에서의 전기마당세기를 립자가속에 유리하게 조성할수 있다.

가속틈근방에서 주목하는 방식에 대하여 \mathbf{E}_r , \mathbf{E}_z , \mathbf{B}_θ 들이 령아닌 값을 가진다고 하자. 막스웰방정식으로부터 이 성분들은 다음과 같은 관계를 만족시킨다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\mathbf{E}_r)}{\partial r} + \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial\mathbf{E}_r}{\partial z} - \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial r} = -\frac{\partial\mathbf{B}_\theta}{\partial t} \quad (5)$$

$$-\frac{\partial\mathbf{B}_\theta}{\partial z} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial\mathbf{E}_r}{\partial t} \quad (6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\mathbf{B}_\theta)}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial t} \quad (7)$$

축근방에서 \mathbf{E}_z 가 r 에 의존하지 않는다고 가정하면 식 (4)와 (7)로부터

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_r &= -\frac{r}{2} \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial z} \quad \text{또는} \quad \frac{\partial\mathbf{E}_r}{\partial r} = -\frac{1}{2} \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial z} \\ \mathbf{B}_\theta &= \frac{r}{2c^2} \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial t} \quad \text{또는} \quad \frac{\partial\mathbf{B}_\theta}{\partial r} = \frac{1}{2c^2} \frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (8)$$

가 얻어진다. 이 식들을 리용하면 축근방에서의 효과적인 식들을 얻을수 있다.

식 (2)로부터 I 구역에서는 \mathbf{E}_z 가 z 에 무관계하므로 r 방향의 성분 \mathbf{E}_r 는 령으로 된다.

공동공진기의 가속틈의 축근방(구역 II)에서의 정상파마당풀이를 다음과 같이 근사화한다.[2]

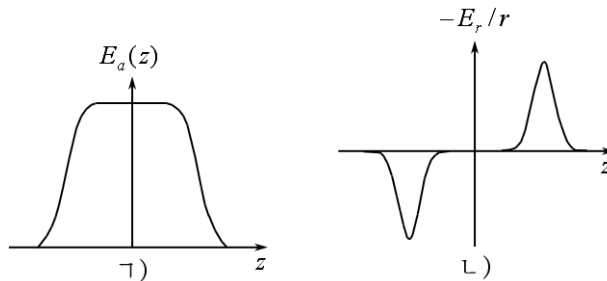


그림 2. 가속틈에서 축방향전기마당분포
1) 축방향전기마당세기, 2) 반경방향전기마당세기

$$\mathbf{E}_z(0, z, t) = \mathbf{E}_a(z) \cos(\omega t + \phi) \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_a(z) = \begin{cases} \mathbf{E}_{z0} & (|z| < g/2) \\ \mathbf{E}_{z0} \cos\left[\frac{\pi(|z| - g/2)}{2\rho_c}\right] \exp[-\alpha(z - g/2)^2 / \rho_c^2] & (|z| \geq g/2) \end{cases} \quad (10)$$

식 (8)과 (10)에 의하여 축방향과 반경방향에서의 전기마당세기변화를 알수 있다.(그림 2) 그림 2에서 보여주는바와 같이 가속틈의 첫 입구에서 전기마당은 z 에 따라 증가하며 이때 반경방향에서의 전기마당성분은 부로 된다. 그러나 가속틈의 끝부분에서는 z 에 따라 전기마당은 감소되며 반경방향에서의 전기마당성분은 정의 값을 가진다.

구멍의 반경이 클수록 마당의 침투가 강해지며 전기마당의 세기가 약해져 립자가속에 불리해진다.

그러므로 공동설계에서 원추형머리부의 크기와 가속튜브의 반경은 립자묶음에 영향을 주지 않으면서도 공진조건에 맞게 적당히 선택하여야 한다.

2. 측면결합형공동의 모양구성과 축방향전기마당분포

RF전자선형가속기에서의 측면결합형공동의 모양을 설계하기 위한 요구는 다음과 같다.

RF전자선형가속기에서 분로완전저항은 전자가속에 리용되는 가속튜브에서의 전기마당 크기의 유효성을 평가하는 중요한 설계파라미터이다. 분로완전저항은 주어진 체적내에서 공동벽에서의 출력손실에 반비례한다. 그러므로 표면을 될수록 작게 하여 출력손실을 줄여야 한다. 측면결합형공동에서 가속구조는 원통형공동과 달리 분로완전저항을 최대한 크게 하기 위하여 구형으로 만든다. 이것은 TM_{010} 방식에서 정상파인 경우 공진주파수가 공동공진기의 폭에 무관계하므로 공동안에서의 전기마당분포를 균일하게가 아니라 불균일하게 하여 축방향의 전기마당분포를 원통형보다 더 크게 할수 있는 가능성을 준다.

이 구조는 공동의 반경과 공동폭이 같지 않으므로 공진주파수와 표준진동방식을 고려하여 짧은 반경이 c 이고 긴반경이 b 인 타원을 긴반경을 축으로 하여 회전시킨 회전 타원체모양으로 되어야 한다.(그림 3) 결국 공동공진기의 반경은 $4c$ 이고 폭은 $2b$ 이다.

전자묶음전송구멍의 크기는 전자묶음의 반경과 묶음손실, 구멍틈으로의 출력분산 등을 고려하여 그것의 반경을 보통 $0.5 \sim 0.8cm$ 로 선정한다. 이 구멍은 회전축을 중심으로 반경이 a 인 원기둥모양으로 된다.

구멍모서리에서의 첨단방전을 피하고 축방향에서의 전기마당세기를 크게 하기 위하여 ρ_c 인 원추형머리부를 형성하며 가속튜브사이에서의 강한 전기마당에 의한 절연과피를 고려하여 가속튜브의 폭 g 를 설정하여야 한다.

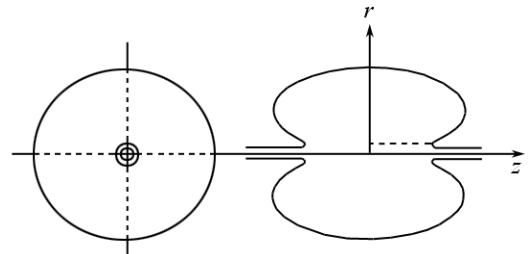


그림 3. 측면결합형공동의 자름면도와 계산구역
(왼쪽은 정면, 오른쪽은 측면)

우에서와 같은 요구를 반영하면 측면결합형공동의 자름면은 그림 3과 같은 모양으로 된다. 자름면을 4분구로 나누고 정의 1사분구를 2개의 구역으로 갈라서 계산을 진행한다. 이 경우 매 구역에서의 축방향전기마당을 다음과 같이 정의한다.

$$E_z^{(1)}(r, z) = E_0 J_0(2.405r/R_e) \quad (a + \rho_c < r \leq 2c, 0 < z \leq b)$$

$$E_z^{(2)}(r, z) = \begin{cases} E_0 J_0(2.405r/R_e) & (0 < r \leq a + \rho_c, 0 < z \leq g/2) \\ E_0 J_0(2.405r/R_e) & (0 < r \leq a + \rho_c, g/2 < z \leq (g + 3\rho_c)/2) \end{cases} \quad (11)$$

여기서 $R_e = c \left[1 + \sqrt{1 - (z/b)^2} \right]$, $R_c = a - [1 - (z - g/2 - \rho_c)^2]^{1/2}$ 이다.

식 (11)에서 보여주는바와 같이 축방향성분은 z 에 관계되므로 식 (8)에 의하여 공동의 모든 영역에 세로방향전기마당성분이 존재한다는것을 알수 있다.

계산은 파라메타가 $a=0.5cm$, $b=2.05cm$, $c=1.9cm$, $\rho_c=0.1cm$, $g=3.15cm$ 인 조건에서 진행하였다.(그림 4, 5)

그림 4에서 보는바와 같이 원통형공동에서와 달리 측면결합형공동에서 축방향전기마당은 축방향에 따라 균일하지 않으며 r 가 감소함에 따라(가속튜브에 다가갈수록) 전기마당

의 불균일성이 강해진다.

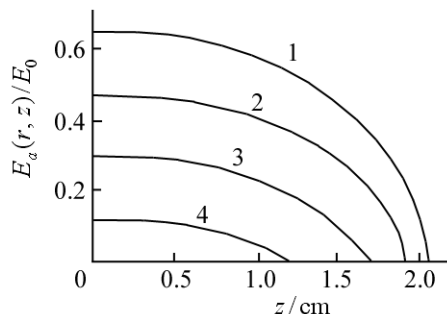


그림 4. 측면결합형 공동에서
축방향전기마당분포

1—4는 r 값이 각각 1.5, 2.0, 2.5, 3.0cm인 경우

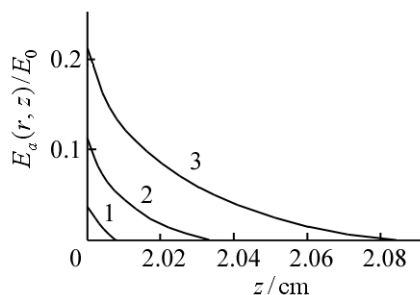


그림 5. 원추형머리부에서 축방향
전기마당분포

1—3은 r 값이 각각 0.6, 0.4, 0.2cm인 경우

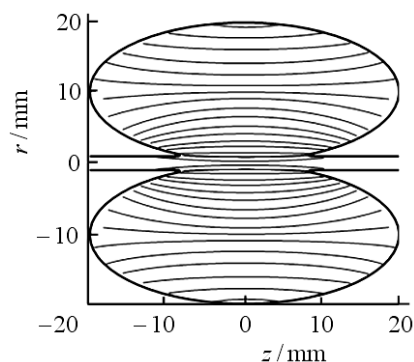


그림 6. 측면결합형 공동의 구조에서
전력선분포

이로부터 회전타원체모양의 측면결합형 공동에서
축방향에서의 전력선분포를 예측할수 있다.(그림 6)

맺 는 말

가속튜브에서 전기마당의 축방향성분에 대하여 새롭게
제기한 수학적모형은 가속튜브의 축방향에서의 전기
마당에 대한 일반적요구를 잘 반영한다.

회전타원체모양의 측면결합형 공동에서는 공동의
우량도와 분로완전저항 그리고 전송시간인자를 증가시
킬수 있다.

참 고 문 헌

- [1] R. B. Miller et al.; Nucl. Instrum. Meth. in Sci. Res., 211, 562, 2003.
- [2] V. I. Shvedunov et al.; Radiation Physics and Chemistry, 159, 9, 2019.

주체109(2020)년 12월 5일 원고접수

Electric Field Distribution in Side-Coupled Model Cavity Resonator for RF Electron Linear Accelerators

Kim Kum Gyong, Song Chol Uk

A mathematical model newly presented reflects the general requirements for the axial electric field of the acceleration gap well. In case of spheroidal side-coupled cavity, we can increase the quality factor of the cavity, the shunt impedance and transit time factor.

Keywords: electron linear accelerator, side-coupled cavity