

웨블레트다척도분석법을 리용한 자성집초 영상화방법의 정확도개선

전광철, 김인찬

최근 자력탐사자료해석에서는 자성체의 형태를 정확히 반영할수 있는 자성집초영상화 방법에 대한 연구[1, 2]가 널리 진행되고있다.

자성집초영상화방법에서 중요한 문제의 하나는 자기마당측정자료에 들어있는 장애의 영향을 극복하는것이다. 일반적으로 장애에서는 고주파성분이 우세하며 유효신호에서는 저주파성분이 우세하다. 그러므로 자료속에 포함되어있는 장애를 제거하는데 척도에 따라 각이한 주파수로 자료들을 분해할수 있는 웨블레트다척도분석법[3]이 널리 리용되고있다.

론문에서는 웨블레트다척도분석법의 이러한 특성을 리용하여 자성집초영상화방법의 장애극복능력을 강화하고 정확도를 높이였다.

1. 웨블레트다척도분석법을 리용한 자성집초영상화방법의 이론적기초

자성영상화방법에서 자성체가 만드는 리론자기마당을 계산하기 위한 정문제는 다음과 같은 행렬형식으로 표현할수 있다.[2]

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{m} = \hat{\mathbf{d}} \quad (1)$$

여기서 $\hat{\mathbf{d}}$ 는 리론모형으로부터 계산한 자기마당값벡토르, \mathbf{m} 은 모형물성파라메터벡토르, \mathbf{G} 는 매 요소모형들의 물성파라메터변화에 따르는 마당값의 변화률로 구성된 $N \times M$ 차감도행렬(N 은 자기마당계산점의 수, M 은 분할된 요소모형의 수)로서 핵함수라고도 한다.

자성집초영상화거꾸문제풀이에서는 다음과 같은 목적함수를 최소화시킨다.

$$E(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}\|_2^2 + \alpha \sum_{i=1}^M \frac{m_i^2}{m_i^2 + e^2} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{d} 는 측정된 마당값벡토르, \mathbf{e} 는 $m=0$ 인 점들에서의 특이성을 피하기 위하여 설정한 집초파라메터이고 α 는 조절파라메터로서 $\alpha > 0$ 이다.

1) 웨블레트다척도분석법에 대한 개념

웨블레트다중해상도해석리론에 의하면 척도함수 $\phi(x)$ 와 웨블레트함수 $\psi(x)$ 는 보다 큰 척도함수 $\phi(2x)$ 로부터 얻을수 있다. 즉

$$\left. \begin{aligned} \phi(x) &= \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} h_k \phi(2x-k) \\ \psi(x) &= \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} g_k \phi(2x-k) \end{aligned} \right\} \quad k \in Z \quad (3)$$

여기서 h_k 와 g_k 를 직교영상려파기라고 부르는데 h_k 는 저역통과수자려파기이고 g_k 는 고역통과수자려파기이다.

식 (3)을 리용하여 척도함수 $\phi(2x)$ 를 저주파성분으로 이루어진 척도함수 $\phi(x)$ 와 고주파성분으로 이루어진 웨블레트함수 $\psi(x)$ 로 분해할수 있다. 척도함수 $\phi(x)$ 는 진폭이 크고 변화가 완만한 유효신호의 변화경향성을 반영하며 웨블레트함수 $\psi(x)$ 는 원시신호의 특이성 정보(자성원천경제 등)와 진폭이 작고 변화가 심한 우연장애성분을 반영한다.

웨블레트다척도분석법을 리용하면 초기자료에 대한 다척도분해를 진행하여 자료량을 줄이면서도 매 척도에서 저주파성분은 보존하고 고주파성분에 대해서는 턱값처리를 진행하여 자료속에 포함된 장애를 제거할수 있다.

2) 웨블레트다척도분석법을 리용한 장애제거

식 (1)의 선형정문제연산자에 다음과 같이 웨블레트변환을 적용하자.

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{d} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{L} 은 웨블레트분해연산자이다.

이제 $\mathbf{L} \cdot \mathbf{G} = \mathbf{G}'$, $\mathbf{L} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{d}'$ 로 놓으면 자성집초영상화를 위한 목적함수는 다음과 같이 표시된다.

$$E(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d}' - \mathbf{G}' \cdot \mathbf{m}\|_2^2 + \alpha \sum_{i=1}^M \frac{m_i^2}{m_i^2 + e^2} \quad (5)$$

우의 목적함수가 최소가 되도록 모형물성파라미터를 계산하면 다음과 같다.

$$\mathbf{m} = \mathbf{D} \mathbf{G}_w'^T (\mathbf{G}_w' \mathbf{G}_w'^T)^{-1} \mathbf{d}' \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{G}_w' = \mathbf{L} \mathbf{G}_w = \mathbf{L} \mathbf{G} \mathbf{D}$ 로서 집초무게화된 감도행렬에 웨블레트분해산법을 적용하여 얻어지는 행렬, \mathbf{D} 는 $M \times M$ 차원 대각선행렬로서 주대각선원소들은 다음과 같이 표시된다.

$$d_{ii} = \frac{m_i^2 + e^2}{e^2 \cdot w_{z_i}} = \frac{1}{w_{z_i}} \cdot w_{f_i} \quad (7)$$

$$w_{f_i} = 1 + m_i^2 / e^2$$

여기서 w_{f_i} 는 무게결수로서 i 번째 요소모형의 물성파라미터 m_i 가 파라미터 e 보다 크면 2보다 큰 값을 가지며 작으면 1에 근사한 값을 가진다. 이러한 무게결수를 리용하면 파라미터 e 보다 큰 물성값을 가지는 요소모형에 대하여서는 상대적으로 다른 요소모형들에 비하여 물성대조를 강하게 한다. w_{z_i} 는 i 번째 요소모형에 대한 깊이무게결수로서 우리는 핵함수를 리용하여 깊이무게결수를 계산하였다.

우리는 자성집초영상화에 웨블레트다척도분석법을 리용한 경우에 장애를 제거하기 위하여 엄격한 턱값연산처리를 하였다.

엄격한 턱값연산처리에서는 행렬 \mathbf{G}' 의 매 열들에 대하여 턱값 $\tau_j (j=1, \overline{M})$ 보다 작은 웨블레트결수들은 령으로 놓는다.[4] 이때 턱값은 다음의 식으로 결정한다.

$$\tau_j = \xi \max_i (|g'_{ij}|) \quad (8)$$

여기서 g'_{ij} 는 행렬 \mathbf{G}' 의 원소들이고 ξ 는 결수로서 $0 < \xi < 1$ 이다.

2. 모형계산실험을 통한 방법의 특성평가

우리는 각이한 모형들이 만드는 자기마당에 우연장애를 포함시키고 공액경사법에 의한 영상화방법과 웨블레트다척도분석법에 의한 자성집초영상화방법을 적용하여 모형의 물성파라미터를 계산하여 그 정확도를 평가하였다.

모형계산실험은 3개의 고립이상체가 있는 경우와 2개의 경사진 맥상체가 있는 경우로 나누어 진행하였다. 이때 탐사선길이는 100, 해석하려는 모형공간을 20×10 개의 요소수평 4각기둥으로 분할하였다. 여기서 단위는 상대단위이다. 그리고 이상체의 자화률은 0.001SI, 배경요소모형의 자화률은 0으로 설정하고 이상체는 수직으로 자화되었다고 가정하였으며 잔류자화의 영향은 무시하였다. 또한 모형으로부터 계산하여 얻은 자기이상(자기마당의 완전성분)에 10%의 우연장애를 포함시켰다.

방법들의 계산정확도는 이상체가 분포된 요소모형들에서 실제 모형의 물성값과 계산된 물성값의 평균2제곱편차(모형오차)와 이상체주위의 모형공간에서의 배경모형의 물성값과 계산된 물성값의 평균2제곱편차(모형분산도)로 평가하였다.

모형계산실험결과는 그림과 같다.

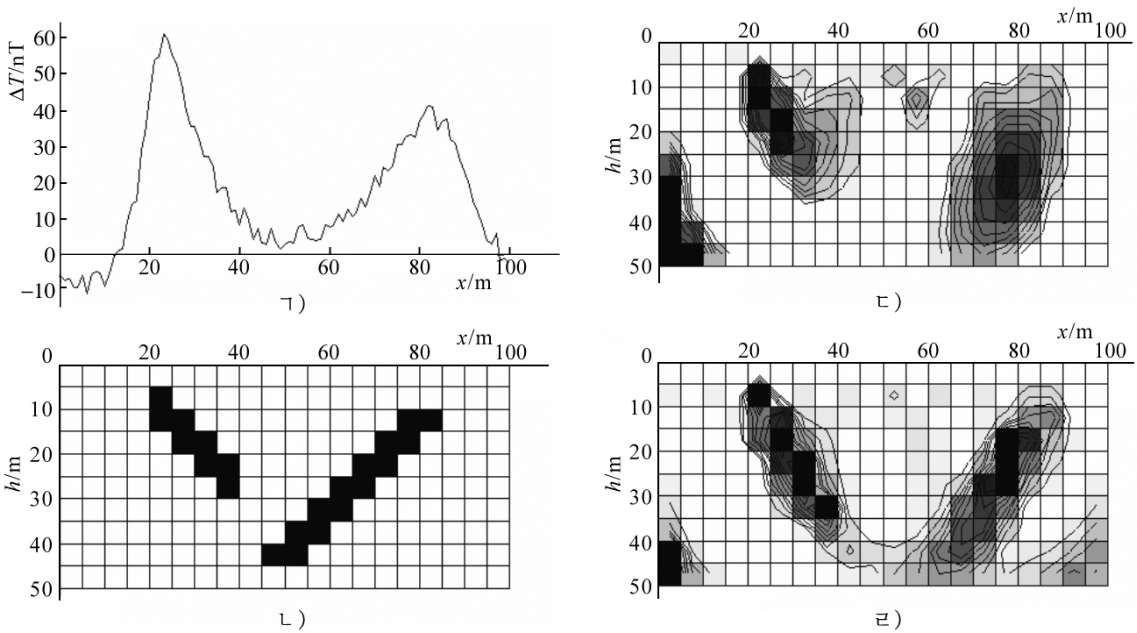


그림. 2개의 맥상체의 경우 영상화결과

ㄱ) 리론자기이상곡선, ㄴ) 모형, ㄷ) 공액경사법에 의한 영상화결과,
ㄹ) 웨블레트다척도분석법을 적용한 자성집초영상화결과

그림에서 보는바와 같이 공액경사법에 의한 영상화방법인 경우 모형오차는 0.639×10^{-3} , 모형분산도는 0.312×10^{-3} 이고 웨블레트다척도분석법을 적용한 자성집초영상화인 경우 모형오차는 0.585×10^{-3} , 모형분산도는 0.259×10^{-3} 이다. 이와 같이 웨블레트다척도분석법을 적용한 자성집초영상화방법은 공액경사법에 의한 영상화방법에 비하여 이상체의 형태를 보다 더 정확히 반영한다.

맺 는 말

1) 웨블레트다척도분석법을 리용하면 초기자료에 대한 다척도분해를 진행하여 자료량을 줄이면서도 매 척도에서 저주파성분은 보존하고 고주파성분에 대해서는턱값처리를 진행하여 자료속에 포함된 장애를 제거할수 있다.

2) 웨블레트다척도분석법을 적용한 자성집초영상화방법을 리용하면 자료에 장애가 10% 포함되어있는 경우에도 이상체의 형태를 보다 명백히 그려낼수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 전광철 등; 지질 및 지리과학, 1, 32, 주체103(2014).
- [2] S. Z. Michael; Geophysical Prospecting, 57, 463, 2009.
- [3] P. Sailhac et al.; Geophysical Prospecting, 57, 517, 2009.
- [4] D. W. Oldenburg et al.; Geophysical Journal International, 151, 251, 2003.

주체104(2015)년 1월 5일 원고접수

Improvement of Accuracy of the Magnetic Focusing Imaging using Wavelet Multiscale Analysis

Jon Kwang Chol, Kim In Chan

In this paper we discussed the method improving accuracy and capacity for suppression noise of the magnetic focusing imaging using wavelet multiscale analysis.

If multiscale decomposition using the method is carried out with the initial data, not only reducing the number of data but also preserving coefficient of the low frequency and processing by the threshold on the one of the high frequency, so that it can eliminate noise in the initial data. Applying wavelet multiscale analysis for magnetic focusing imaging, can represent more clearly form of the causative source though using the data with the noise.

Key words: multiscale analysis, focusing imaging, magnetic anomaly