

우물주위 지하수흐름모의에서 우물요소크기의 합리적인 설정방법

림 명 철

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《온천, 지하수, 지열탐사를 적극 벌려 지하수와 지열자원을 다 찾아내어 종합적으로 리용하도록 하여야 합니다.》(《김정일선집》 증보판 제14권 503페이지)

지하수는 주로 우물과 줄짅을 비롯한 취수구조물에 의하여 개발리용된다. 그러므로 지하수자원을 합리적으로 개발리용하기 위하여서는 우물, 추공과 같은 취수구조물과 그 주변에서의 지하수흐름에 대한 연구를 잘하여야 한다.

수치풀이법으로 지하수흐름을 해석할 때에는 연구구역을 매질과 경계조건에 맞게 일정한 크기와 개수의 요소구역들로 분할하게 되는데 요소구역분할을 어떻게 하는가 하는 것은 풀이의 정확성에 큰 영향을 미친다.

론문에서는 우물(추공)주위 지하수흐름을 계차법으로 모의해석할 때 해석의 정확성을 높이기 위한 우물요소크기의 합리적인 설정방법을 제기하였다.

1. 합리적인 우물요소크기설정방법의 원리

계차법으로 지하수흐름을 모의하기 위하여 분할된 요소구역들가운데서 우물요소의 중심을 C 라고 하자.(그림) 그림에서 우물요소 C 의 4개 측면들을 통하여 흘러드는 흐름량(Q_C)은 점 A (우물요소와 린접한 요소의 중심)와 C 사이의 수위차에 의하여 결정된다.

우물주위에서의 수위분포가 대칭이라고 가정하면

$$Q_C = 4K_n \Delta z (h_A - H) \quad (1)$$

여기서 H 는 우물요소중심 C 에서의 수위, h_A 는 점 A 에서의 수위이고 K_n 은 A 와 C 사이의 수평려과결수, Δz 는 우물안의 물깊이이다.

계차법으로 지하수흐름모의를 진행하는 GMS의 MODFLOW모듈에서 K_n 은 각각 요소 A 와 C 에서의 수평려과결수(K_A 와 K_C)의 조화평균값으로서 다음과 같이 결정된다.[2]

$$K_n = \frac{2K_A K_C}{K_A + K_C} \quad (2)$$

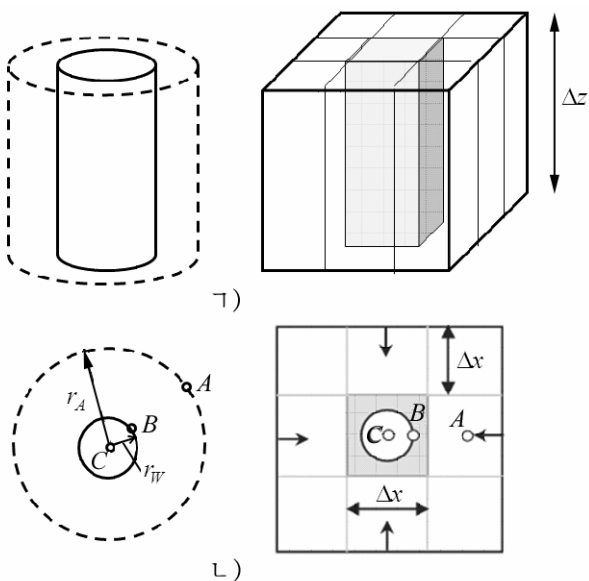


그림. 우물요소
1) 립체도, 2) 평면도

이로부터

$$K_C = K_A \text{인 경우 } K_n = K_A \quad (3)$$

$$K_C \rightarrow \infty \text{인 경우 } K_n = 2K_A \quad (4)$$

한편 우물제로의 지하수흐름량은 이론적으로 다음과 같은 씨엠공식으로 서술된다.[1, 2]

$$Q_W = 2\pi\Delta z \left(\ln \frac{r_A}{r_W} \right)^{-1} K_A (h_A - H) \quad (5)$$

여기서 Q_W 는 함수층두께 Δz 에 따르는 우물제로의 지하수흐름량(우물에서 지하수취수량), r_W 는 우물의 반경, r_A 는 A로부터 C까지의 거리인데 우물요소의 크기(Δx)와 같다.

식 (1)에서의 Q_C 는 식 (5)에서의 Q_W 와 같아야 하므로

$$K_n = \frac{\pi}{2} \left(\ln \frac{r_A}{r_W} \right)^{-1} K_A \quad (6)$$

우물요소의 려과결수 K_C 를 취하는 방식(식 (3), (4))에 따라 우물요소의 크기는 다음과 같이 결정된다.

① 우물요소의 려과결수를 우물주위요소의 려과결수와 같게 설정하는 경우 즉 $K_C = K_A$ 인 경우

$$\Delta x = r_A = r_W \exp(\pi/2) \approx 4.810 r_W \quad (7)$$

② 우물요소의 려과결수를 매우 크게 설정하는 경우($K_C \rightarrow \infty$ 인 경우)

$$\Delta x = r_A = r_W \exp(\pi/4) \approx 2.193 r_W \quad (8)$$

식 (7), (8)이 바로 계차법으로 지하수흐름모의를 진행할 때 우물요소의 크기를 설정하기 위한 기준식으로 된다.

2. 우물요소크기설정방법의 정확성검증

우리는 앞에서 유도한 우물요소크기설정방법의 정확성을 해석적풀이가 알려진 지하수정상흐름모형에 대한 수치모의해석을 통하여 검증하였다.

압력수함수층의 려과결수가 K , 두께가 M , 영향반경이 R , 완전우물취수량이 Q 일 때 우물중심으로부터 r 만큼 떨어진 위치에서의 수위저하값 S 는 다음과 같다.[1]

$$S = \frac{Q}{2\pi KM} \ln \frac{R}{r} \quad (9)$$

특히 우물에서의 수위저하값 S_W 는 우물반경이 r_W 일 때 다음과 같다.

$$S_W = \frac{Q}{2\pi KM} \ln \frac{R}{r_W} \quad (10)$$

이제 $K=30\text{m/d}$, $r_W=0.4\text{m}$, $R=50\text{m}$, $Q=500\text{m}^3/\text{d}$, $M=5\text{m}$ 일 때 우물과 그 주위에서의 수위저하값을 해석적풀이방법과 수치풀이방법에 의하여 구하고 대비해보자.

지하수흐름수치모의에서 우물요소의 크기는 식 (7) 또는 (8)에 의하여 설정할 수 있다.

① 우물요소의 려과결수를 우물주위요소의 려과결수와 같게 설정하는 경우

우물요소의 려과결수는 우물주위요소의 려과결수인 30m/d 로 설정하고 우물요소의 크기는 식 (7)에 의하여 계산한다. 즉

$$\Delta x = r_W \exp(\pi/2) = 0.4 \exp(\pi/2) \approx 1.92(\text{m})$$

우리는 우물요소의 크기를 1.92m(표준계산값, 표 1)와 0.5m로 할 때(표 2) 우물과 그 주변에서의 수위저하값을 계산방법을 리용한 지하수흐름모의프로그램 MODFLOW에 의하여 수치풀이하고 해석적풀이와 비교분석하였다.

표 1, 2에서 0번요소는 우물요소이고 요소번호는 우물요소로부터 멀어짐에 따라 차례로 커지도록 정하였으며 r 는 우물중심으로부터 요소중심까지의 거리이다. 우물요소에서의 수위저하값은 식 (10), 그 주변요소에서의 수위저하값은 식 (9)에 의하여 해석적으로 구하였으며 수치풀이는 MODFLOW에 의하여 계산하였다.

표 1. 우물요소크기가 1.92m일 때 우물과 그 주변에서의 수위저하값

| 요소번호 | r/m | 수치풀이/m | 해석적풀이/m | 절대오차/m |
|------|-------|--------|---------|--------|
| 0 | 0 | 2.578 | 2.561 | 0.017 |
| 1 | 1.92 | 1.746 | 1.729 | 0.017 |
| 2 | 3.84 | 1.369 | 1.361 | 0.008 |
| 3 | 5.76 | 1.146 | 1.146 | 0.000 |
| 4 | 7.68 | 0.991 | 0.994 | 0.003 |
| 5 | 9.60 | 0.871 | 0.875 | 0.004 |
| ... | ... | ... | ... | ... |

표 2. 우물요소크기가 0.5m일 때 우물과 그 주변에서의 수위저하값

| 요소번호 | r/m | 수치풀이/m | 해석적풀이/m | 절대오차/m |
|------|-------|--------|---------|--------|
| 0 | 0 | 3.298 | 2.561 | 0.737 |
| 1 | 0.5 | 2.465 | 2.443 | 0.022 |
| 2 | 1.0 | 2.087 | 2.075 | 0.012 |
| 3 | 1.5 | 1.864 | 1.860 | 0.004 |
| 4 | 2.0 | 1.708 | 1.708 | 0.000 |
| 5 | 2.5 | 1.589 | 1.589 | 0.000 |
| ... | ... | ... | ... | ... |

마찬가지로 우물요소크기를 1, 3, 4m로 하고 우와 같이 매 요소들에서 수위저하값을 계산하여보면 수치풀이와 해석적풀이의 차이는 주로 우물요소에서 나타나는데 우물요소의 크기를 1.92m로 하였을 때의 수치풀이가 가장 정확하며 요소크기를 그보다 크게 또는 작게 할수록 오차가 커진다.(표 3)

표 3. 우물요소크기에 따르는 우물수위저하값 수치풀이의 정확성

| 우물요소크기/m | 0.5 | 1 | 1.92 | 3 | 4 |
|----------|------|------|------|------|------|
| 수치풀이/m | 3.30 | 2.93 | 2.58 | 2.34 | 2.18 |
| 절대오차/m | 0.74 | 0.37 | 0.02 | 0.22 | 0.38 |
| 상대오차/% | 28.9 | 14.5 | 0.78 | 8.6 | 14.8 |

② 우물요소의 려과결수를 매우 크게 설정하는 경우

우물요소의 려과결수는 매우 크게 $10^8 m/d$ 로 설정하고 우물요소의 크기는 식 (8)에 의하여 결정한다. 즉

$$\Delta x = r_w \exp(\pi/4) = 0.4 \exp(\pi/2) \approx 0.88(m)$$

우리는 이 경우에도 앞에서와 같이 우물요소의 크기를 0.88m(표준계산값)와 그보다 크게 또는 작게 할 때 우물과 그 주변에서의 수위저하값을 MODFLOW에 의하여 구하고 해석적풀이와 비교분석하였다. 수치풀이와 해석적풀이의 차이는 주로 우물요소에서 나타나는데 우물요소의 크기를 0.88m로 하였을 때의 수치풀이가 가장 정확하며 요소크기를 그보다 크게 또는 작게 할수록 오차가 커진다.(표 4)

표 4. 우물요소크기에 따르는 우물수위저하값 수치풀이의 정확성

| 우물요소크기/m | 0.5 | 0.88 | 2 | 3 | 4 |
|----------|------|------|------|------|------|
| 수치풀이/m | 2.88 | 2.58 | 2.14 | 1.92 | 1.76 |
| 절대오차/m | 0.32 | 0.02 | 0.42 | 0.64 | 0.8 |
| 상대오차/% | 12.5 | 0.8 | 16.4 | 25.0 | 31.3 |

모의계산에 의하면 비압력수흐름모형의 경우에도 식 (7), (8)에 의한 우물요소크기설정방법이 정확하다는것을 알수 있다.

식 (7), (8)에 의한 우물요소크기설정방법이 모두 정확하지만 수치풀이에서는 요소개수가 많을수록 계산용량이 커지고 계산시간이 길어지므로 보통 식 (7)에 의한 우물요소크기설정방법을 리용하는것이 합리적이다.

맺 는 말

계차법에 의한 우물주위지하수흐름모의의 정확성을 보장하기 위하여서는 우물요소크기를 합리적으로 설정하여 요소분할을 하여야 한다. 우물요소크기는 우물요소의 수평려과결수를 우물주위요소의 수평려과결수와 같게 설정하면서 우물반경의 약 4.8배정도로 정하는것이 합리적이다.

참 고 문 헌

- [1] 리근향 등; 지하수동력학, 김일성종합대학출판사, 31~35, 주체107(2018).
- [2] Lichao Yang; Groundwater, 53, 1, 158, 2015.

주체110(2021)년 4월 5일 원고접수

A Rational Selection Method of Well-Cell Size for Modeling of Groundwater Flow around Well

Rim Myong Chol

To ensure the correctness of modeling of groundwater flow around well using FDM, it is necessary to select rational well-cell size.

It is rational to select about 4.8 times the size of the radius of real, setting the horizontal hydraulic conductivity of well-cell equally to that of around cells.

Keywords: MODFLOW, well, groundwater