

## 벌집다층복합판의 구부림해석에서의 한가지 방법

박세철, 김철혁

선행연구[1]에서는 선행연구자들이 제기한 벌집구조에 대한 등가공학상수결정식들을 종합하였으며 여러가지 모형들을 제안하고 그에 대한 수값모의를 진행하여 해석결과가 실지 벌집구조와 가장 유사한 재료모형을 얻어냈다.

선행연구[2, 3]에서는 벌집구조를 직교이방성등가판으로 교체하고 그것의 아래우에 얇은 결면판들이 접합된 다층판구조를 유한요소법으로 해석하여 벌집다층복합판의 력학적 특성을 해석하였다.

본문에서는 벌집구조의 아래우에 얇은 결면판들이 부착되어있는 벌집다층복합판을 벌집구조와 력학적으로 등가한 판의 아래우에 얇은 결면판이 부착된 다층판으로 보고 그 다층판을 하나의 균질재료로 다시 등가화하고 그것의 등가공학적상수들을 결정하였으며 그에 기초하여 균질재료모형의 구부림등가높이를 결정하고 그 타당성을 수값모의해석을 통하여 검증하였다.

### 1. 다층복합판의 등가공학적상수결정

벌집다층판은 아래윗판사이에 속이 빈 정6각기둥 모양의 구멍들로 이루어진 벌집구조가 있다. 벌집구조가 가로자름변형에만 저항할수 있으며 면내억세기는 아주 약하고 아래윗판은 가로자름변형에는 저항할수 없으나 키르히호프가정을 만족시키는 경우에 벌집다층판구조를 직교이방성재료로 모형화할수 있다.(그림 1)

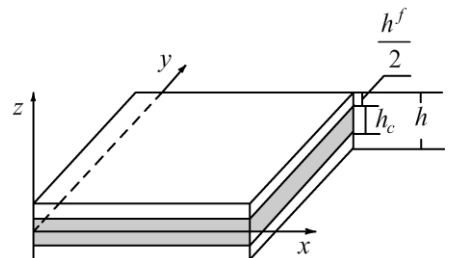


그림 1. 벌집다층판구조

#### 1) 등가세로탄성결수 $E_x$ , $E_y$ , $E_z$ 의 결정

먼저 등가벌집다층판의 세로탄성결수  $E_x$ ,  $E_y$ 를 결정하자. 등가벌집다층판의 측면에  $x$ 축방향으로 작용하는 축방향집  $F_x^e$ 는 속심등가벌집다층판과 결면판에 갈라져 작용한다.

속심등가벌집다층판에 작용하는 집을  $F_x^c$ , 결면판에 작용하는 집을  $F_x^f$ 로 표시하면 다음식이 성립된다.

$$F_x^e = F_x^c + F_x^f \quad (1)$$

등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판에 작용하는 집과 응력, 변형사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$F_x^e = \sigma_x^e A_x^e = E_x^e \varepsilon_x^e A_x^e, F_x^c = \sigma_x^c A_x^c = E_x^c \varepsilon_x^c A_x^c, F_x^f = \sigma_x^f A_x^f = E_x^f \varepsilon_x^f A_x^f \quad (2)$$

여기서  $E_x^e$ ,  $E_x^c$ ,  $E_x^f$ 는 등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판의  $x$ 축방향으로의 세로탄성결수이고  $\varepsilon_x^e$ ,  $\varepsilon_x^c$ ,  $\varepsilon_x^f$ 는 등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판의  $x$ 축방

향으로의 선변형이며  $\sigma_x^e, \sigma_x^c, \sigma_x^f$  는 등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판의  $x$ 축방향으로의 법선응력이고  $A_x^e, A_x^c, A_x^f$  는 등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판의  $x$ 축방향에 수직인 가로자름면의 면적이다.

식 (2)를 (1)에 대입하고  $\varepsilon_x^e, \varepsilon_x^c, \varepsilon_x^f$  가 모두 같다는것을 고려하면 등가벌집다층판의  $x$ 축방향으로의 등가세로탄성결수  $E_x^e$ 를 다음과 같이 얻을수 있다.

$$E_x^e = \frac{E_x^c}{A_x^e} A_x^c + \frac{E_x^f}{A_x^e} A_x^f = E_x^c V^c + E_x^f V^f \quad (3)$$

여기서  $V^c, V^f$  는 등가벌집다층판의 전체 체적에 대한 속심등가벌집다층판과 결면판의 체적비이다.

식 (3)을 다음의 식으로 표시할수도 있다.

$$E_x^e = \frac{E_x^c}{h} h^c + \frac{E_x^f}{h} h^f \quad (4)$$

여기서  $h, h^c, h^f$  는 등가벌집다층판의 전체 높이와 속심등가벌집다층판과 결면판의 높이이다.

등가벌집다층판의  $y$ 축방향으로의 등가세로탄성결수  $E_y^e$ 도 같은 방법으로 구할수 있다.

$$E_y^e = E_y^c V^c + E_y^f V^f, E_y^e = \frac{E_y^c}{h} h^c + \frac{E_y^f}{h} h^f \quad (5)$$

다음으로 등가벌집다층판의 세로탄성결수  $E_z$ 를 결정하자.

등가벌집다층판이  $z$ 방향으로 응력을 받는다고 가정하자. 그러면 등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판에서 가로방향응력이 같으므로

$$\sigma_z^e = \sigma_z^c = \sigma_z^f \quad (6)$$

이다. 이때 등가벌집다층판에서의 가로방향변위  $\Delta_z^e$  는 속심등가벌집다층판, 결면판에서 가로방향변위  $\Delta_z^c, \Delta_z^f$  의 합과 같으므로

$$\Delta_z^e = \Delta_z^c + \Delta_z^f \quad (7)$$

이다. 선변형의 정의에 따라  $h\varepsilon_z^e = h^c\varepsilon_z^c + h^f\varepsilon_z^f$  이고 후크의 법칙에 의하여

$$h \frac{\sigma_z^e}{E_z^e} = h^c \frac{\sigma_z^c}{E_z^c} + h^f \frac{\sigma_z^f}{E_z^f} \quad (8)$$

이며 따라서

$$\frac{h}{E_z^e} = \frac{h^c}{E_z^c} + \frac{h^f}{E_z^f} \left( \text{또는 } \frac{1}{E_z^e} = \frac{V^c}{E_z^c} + \frac{V^f}{E_z^f} \right) \quad (9)$$

이다.

## 2) 등가가로변형결수 $\nu_{xy}, \nu_{yz}, \nu_{xz}$ 의 결정

먼저  $\nu_{xz}, \nu_{yz}$ 를 결정하자. 가로변형결수는 짐이 세로방향으로 작용할 때 세로방향에서의 선변형에 대한 가로방향에서의 선변형의 비의 절대값으로서 정의된다.

등가벌집다층판이  $x$ 축방향으로 짐을 받는다고 하자.

등가벌집다층판의  $z$ 축방향으로의 변위  $\Delta_z^e$  는 속심등가벌집다층판과 결면판의 변위

$\Delta_z^c$ ,  $\Delta_z^f$ 의 합과 같으며 여기에 선변형의 정의를 리용하면 다음의 식이 성립된다.

$$h\varepsilon_z^e = h^c \varepsilon_z^c + h^f \varepsilon_z^f \quad (10)$$

가로변형결수의 정의로부터

$$-v_{xz}^e h \varepsilon_x^e = -v_{xz}^c h^c \varepsilon_x^c - v_{xz}^f h^f \varepsilon_x^f \quad (11)$$

이다. 이때  $\varepsilon_x^e = \varepsilon_x^c = \varepsilon_x^f$  이므로

$$v_{xz}^e h = v_{xz}^c h^c + v_{xz}^f h^f \quad (\text{또는 } v_{xz}^e = v_{xz}^c V^c + v_{xz}^f V^f) \quad (12)$$

이다.  $v_{yz}$ 도 같은 방법으로 구할수 있다.

$$v_{yz}^e h = v_{yz}^c h^c + v_{yz}^f h^f \quad (\text{또는 } v_{yz}^e = v_{yz}^c V^c + v_{yz}^f V^f) \quad (13)$$

다음으로  $v_{xy}$ 를 결정하자. 등가벌집다층판이  $x$ 축방향으로 짐을 받는 경우에 식 (1)과 (2)가 그대로 성립한다. 여기에

$$v_{xy}^e = -\frac{\varepsilon_y^e}{\varepsilon_x^e}, \quad v_{xy}^c = -\frac{\varepsilon_y^c}{\varepsilon_x^c}, \quad v_{xy}^f = -\frac{\varepsilon_y^f}{\varepsilon_x^f}$$

를 고려하면

$$-E_x^e A_x^e \frac{\varepsilon_y^e}{v_{xy}^e} = -E_x^c A_x^c \frac{\varepsilon_y^c}{v_{xy}^c} - E_x^f A_x^f \frac{\varepsilon_y^f}{v_{xy}^f} \quad (14)$$

이며  $\varepsilon_y^e = \varepsilon_y^c = \varepsilon_y^f$  이므로 다음식이 성립한다.

$$\frac{E_x^e}{v_{xy}^e} = V^c \frac{E_x^c}{v_{xy}^c} + V^f \frac{E_x^f}{v_{xy}^f} \quad \left( \text{또는 } h \frac{E_x^e}{v_{xy}^e} = h^c \frac{E_x^c}{v_{xy}^c} + h^f \frac{E_x^f}{v_{xy}^f} \right) \quad (15)$$

### 3) 등가자름탄성결수 $G_{xy}$ , $G_{yz}$ , $G_{xz}$ 의 결정

먼저  $G_{xz}$ 와  $G_{yz}$ 를 결정하자. 등가벌집다층판의 윗면과 아래면에  $x$ 축방향으로 순수자름응력을 작용시킨다. 그러면 등가벌집다층판의 자름변위는 속심등가벌집다층판의 자름변위와 결면판의 자름변위의 합으로 구해진다. 자름변위와 자름각과의 관계를 리용하면 다음과 같다.

$$\gamma_{xz}^e h = \gamma_{xz}^c h^c + \gamma_{xz}^f h^f \quad (16)$$

자름각을 접선응력과 자름탄성결수로 표시하고 속심등가벌집다층판과 결면판에서의 접선응력이 일정하다는것을 고려하면 다음과 같다.

$$\frac{h}{G_{xz}^e} = \frac{h^c}{G_{xz}^c} + \frac{h^f}{G_{xz}^f} \quad \left( \text{또는 } \frac{1}{G_{xz}^e} = \frac{V^c}{G_{xz}^c} + \frac{V^f}{G_{xz}^f} \right) \quad (17)$$

$G_{yz}$ 도 같은 방법으로 구할수 있다.

$$\frac{h}{G_{yz}^e} = \frac{h^c}{G_{yz}^c} + \frac{h^f}{G_{yz}^f} \quad \left( \text{또는 } \frac{1}{G_{yz}^e} = \frac{V^c}{G_{yz}^c} + \frac{V^f}{G_{yz}^f} \right) \quad (18)$$

다음  $G_{xy}$ 를 결정하자. 등가벌집다층판의 량측면에  $y$ 축방향으로 순수자름응력을 작용시킨다. 이때 등가벌집다층판과 속심등가벌집다층판, 결면판의 각변형  $\gamma_{xy}^e$ ,  $\gamma_{xy}^c$ ,  $\gamma_{xy}^f$ 는 같다.

등가벌집다층판의 량측면에 작용하는 자름힘은 속심등가벌집다층판과 결면판에 작용

하는 자름힘들의 합과 같으며 여기에 접선응력에 관한 후크의 법칙을 리용하면 다음의 식을 얻을수 있다.

$$G_{xy}^e \gamma_{xy}^e A_{xy}^e = G_{xy}^c \gamma_{xy}^c A_{xy}^c + G_{xy}^f \gamma_{xy}^f A_{xy}^f \quad (19)$$

따라서

$$G_{xy}^e = G_{xy}^c V^c + G_{xy}^f V^f \quad (\text{또는} \quad G_{xy}^e h = G_{xy}^c h^c + G_{xy}^f h^f) \quad (20)$$

## 2. 벌집다층판의 구부림등가높이

선행연구[4]에서는 벌집다층판구조를 등방성재료로서 모형화하고 그에 따라서 구부림에 대한 등가높이를 결정하였다.(그림 2)

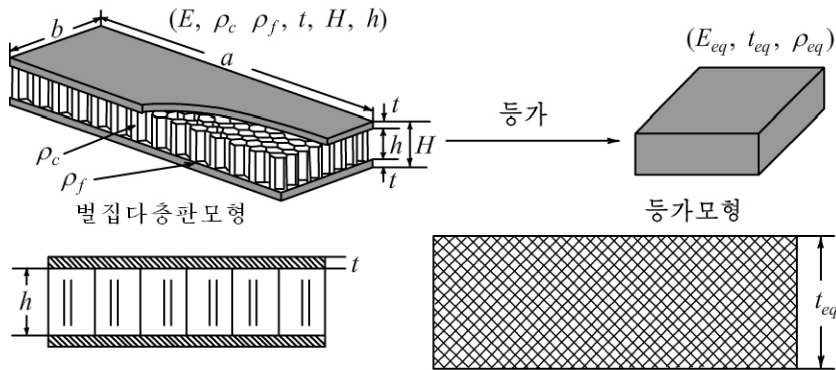


그림 2. 벌집구조물의 등가파라미터들

벌집다층판의 구부림억세기는

$$\frac{Eth^2}{2(1-\nu^2)} \quad (21)$$

이다. 여기서  $E$ ,  $\nu$ 는 벌집구조의 탄성계수이다.

등가모형의 구부림억세기는

$$\frac{E_{eq}t_{eq}^3}{12(1-\nu_{xy}^2)} \quad (22)$$

이다.[4]

논문에서는 벌집다층판을 직교이방성재료속성을 가진 균질재료로 모형화하였으므로 등가모형의 구부림억세기는 직교이방성재료속성에 의하여 결정된다. 즉

$$\frac{E_x t_{eq}^3}{12(1-\nu_{xy}^2)} \left( \text{또는} \frac{E_y t_{eq}^3}{12(1-\nu_{xy}^2)} \right) \quad (23)$$

이다. 여기서  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\nu_{xy}$ 는 등가균질재료의 공학적탄성상수이다.

식 (21)과 (23)으로부터 구부림억세기를 서로 같다고 놓으면 등가모형의 구부림등가높이  $t_{eq}$ 는 다음의 식에 의하여 결정된다.

$$t_{eqx} = \sqrt[3]{\frac{6Eth^2(1-\nu_{xy}^2)}{E_x(1-\nu^2)}} \quad \left( \text{또는} \quad t_{eqy} = \sqrt[3]{\frac{6Eth^2(1-\nu_{xy}^2)}{E_y(1-\nu^2)}} \right) \quad (24)$$

### 3. 수값해석결과

우에서 결정한 구부림등가높이의 타당성을 확인하기 위하여 수값모의를 진행하였다.

알루미늄벌집단위세포의 특성량들은 다음과 같다.(그림 3)

6각형벌집은 양그를이  $E_s = 70\text{GPa}$ , 자름탄성계수가  $G_s = 25.9\text{GPa}$  이고 뿔송계수가  $\nu_s = 0.33$  인 알루미늄판을 가지고 만든다.

벌집의 기하학적치수는  $t = 0.19\text{mm}$ ,  $a = 4.62\text{mm}$ ,  $h_c = 5\text{mm}$  이다.

결면판의 치수는  $138.6\text{mm} \times 80\text{mm}$  이고 두께는  $0.5\text{mm}$  이다.

선행연구[1]에서 제기한 계산공식들을 리용하여 결정한 6각형벌집의 등가공학적상수들은 다음과 같다.

$$E_x = 1.124 \ 42 \times 10^7 \text{ Pa}, \quad E_y = 1.261 \ 84 \times 10^7 \text{ Pa},$$

$$E_z = 4.432 \ 18 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$G_{xy} = 2.808 \ 69 \times 10^6 \text{ Pa}, \quad G_{yz} = 6.149 \ 96 \times 10^8 \text{ Pa}, \quad G_{zx} = 9.224 \ 48 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$\nu_{xy} = 1/3, \quad \nu_{yz} = 0, \quad \nu_{zx} = 0$$

식 (1)–(20)에 의하여 등가모형의 공학적상수들은 다음과 같이 결정된다.

$$E_x = 1.167 \ 6 \times 10^{10} \text{ Pa}, \quad E_y = 1.167 \ 7 \times 10^{10} \text{ Pa}, \quad E_z = 5.252 \ 1 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$G_{xy} = 4.319 \ 01 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad G_{yz} = 7.345 \ 07 \times 10^8 \text{ Pa}, \quad G_{zx} = 1.099 \ 11 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$\nu_{xy} = 1/3, \quad \nu_{yz} = 0.055, \quad \nu_{zx} = 0.055$$

식 (24)에 의하여 구부림등가높이를 계산하면  $t_{eqx} = 7.66\text{mm}$  이다.

다음의 표에서는 벌집다층판과 균질재료로 등가한 구부림등가모형의 한쪽면(yz면)을 완전고정하고 결면판에  $1\text{KPa}$ 의 분포압력집을 주었을 때 z축방향으로의 변위결과를 보여준다.

표. 벌집다층판과 구부림등가모형에서 z축방향으로의 변위

모형	벌집다층판/m	구부림등가모형/m	상대오차/%
최대변위	0.824e-4	0.818e-4	0.72

### 4. 결론

벌집다층판은 질량이 가볍고 단위질량당 세기와 구부림억제세가 큰것으로 하여 자동차제조공업과 우주항공구조물의 제작에 많이 리용되고있으며 그로부터 벌집다층판의 력

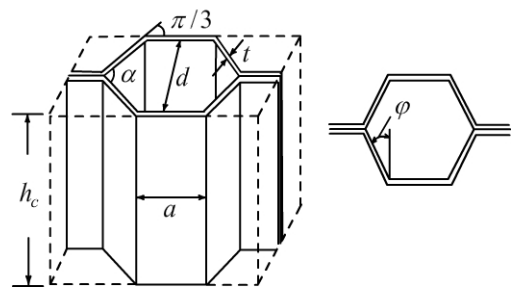


그림 3. 벌집단위세포

학적특성을 연구하는것은 매우 중요한 문제로 나선다.

그러나 벌집다층판은 일반적으로 기하학적모양이 매우 복잡하며 그로부터 설계계산시에 모형작성에 많은 시간을 낭비하게 한다. 따라서 복잡한 벌집다층판을 등가화하여 실지 벌집구조물과 력학적으로 등가한 균질재료모형을 얻으면 설계시간을 훨씬 줄이고 수치모의실험을 아주 효과적으로 진행할수 있게 된다.

론문에서는 벌집구조물의 구부림특성을 해석하는데서 실지벌집구조물을 구부림에 관하여 력학적으로 등가한 균질재료로 모형화하고 수값모의실험을 통하여 모형화의 타당성을 검증하였다. 구부림역세기등가해석을 진행하는데서  $x$ 방향과  $y$ 방향에 대하여 구부림역세기등가높이를 결정할수 있는데 등가판의 직교이방성으로 하여 높이값이 가로방향과 세로방향에서 서로 다르게 결정될수 있으므로 이 량들에 일정한 보정계수를 정하여 보다 합리적인 구부림등가높이를 결정하면 오차가 더 줄어들수 있다고 본다.

또한 구부림등가해석을 진행하면서 벌집다층판의 길이와 너비의 비가 구부림에 미치는 영향을 고려하여 보다 합리적인 등가재료공학상수들과 그에 따르는 구부림등가높이결정방법을 연구하여야 할 필요성이 제기된다고 본다.

## 참 고 문 헌

- [1] Meifeng He; Materials and Design, 29, 709, 2008.
- [2] T. Sadowski; Computational Materials Science, 50, 4, 1269, 2011.
- [3] A. Randolph et al.; Journal of Reinforced Plastics and Composites, 21, 4, 311, 2002.
- [4] A. Boudjemai et al.; Engineering and Technology, 6, 26, 2012.

주체107(2018)년 6월 5일 원고접수

## A Method for the Bending Analysis of Multilayered Honeycomb Composite Plates

*Pak Se Chol, Kim Chol Hyok*

In this paper, we proposed an equivalent model for the bending analysis of multilayered honeycomb composite plates and verified the accuracy of the proposed model by the finite element method.

The simulated results show that the proposed model is well suited for the bending analysis of multilayered honeycomb composite plates.

Key words: bending analysis, honeycomb, equivalent model