

선형합동법을 리용한 우연등가표본화방법에 대한 연구

김 정 훈

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《나라의 과학기술을 세계적수준에 올려세우자면 발전된 과학기술을 받아들이는것과 함께 새로운 과학기술분야를 개척하고 그 성과를 인민경제에 적극 받아들여야 합니다.》

(《김정일선집》 증보판 제11권 138~139페이지)

최근 A/D변환된 수자신호를 처리하기 위하여 많은 표본화방법들이 리용되고있는데 특히 고주파신호를 처리하는데 보통 순차등가표본화방법을 리용한다.[1] 그런데 이 방법은 고주파신호를 처리할 때 생기는 시간요동량들에 의해 측정정확도가 떨어지는 결함이 나타난다.[2]

우리는 이러한 시간요동량들이 순차등가표본화방법에 주는 영향을 분석하고 그 개선방법인 선형합동법을 리용한 우연등가표본화방법에 대하여 논의하였다.

1. 시간요동량이 순차등가표본화방법에 주는 영향

상사-수자변환기(A/D)를 리용하는 모든 수자회로들은 주기적인 표본화임펄스로 량자화하는 경우 현실에 존재하는 위상잡음으로 하여 거기에는 미세한 요동량들이 내포되어있으며 이것이 주파수요동으로 나타나게 된다.

만일 그 어떤 요동현상도 없다면 표본화된 파형값은 $S_t = S(t)$ 로 쓸수 있다. 여기서 S_t 는 t 시각에 신호의 진폭값이다.

그러나 요동이 존재하는 경우 통계학적인 표본값($S_{t1}, S_{t2}, \dots, S_{tk}$)들이 얻어지게 된다. 여기서 $S_{tk} = S(t + \Delta t_k)$ 이며 Δt_k 는 표본시간 t 에서 k 번째 분산을 나타내는 우연변수이다.

이제 Δt_k 가 등가표본화과정에 어떠한 영향을 주겠는가에 대하여 순차등가표본화방법을 가지고 분석해보자.

그림 1은 순차등가표본화를 실현하는 대표적인 부분블록도를 보여준다.

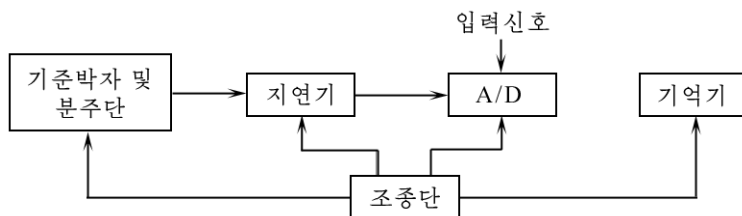


그림 1. 순차등가표본화실험을 위한 블록도

그림 1에서 보는바와 같이 표본점 t 를 선택하기까지는 분주단블록과 함께 지연기블록이 리용된다.

이제 분주단블록의 최대시간요동량을 $\Delta t_{\text{분}}$, 지연기블록의 최대시간요동량을, 지연기블록의 최소지연량을 $\Delta T_{\text{지}}$, 표본점 t 에서의 전체적인 주기(주파수)요동량을 $\Delta t_{\text{전}}$ 이라고 하자. 그러면 순차등가표본화과정에서는 바로 $\Delta t_{\text{분}}$ 이나 $\Delta T_{\text{지}}$ 의 효과에 의하여 A/D변환기의 표본화시점 $t = m \times \Delta T_{\text{지}}$ 가

$$t = m \times \Delta T_{\text{지}} + \Delta t_{\text{전}} = m \times \Delta T_{\text{지}} + \Delta t_{\text{분}} + \Delta t_{\text{지}}$$

로 변하게 된다.

한편 신호파형을 재현할 때에는 $\Delta T_{\text{전}}$ 이 전혀 고려되지 않으므로 실제값과 측정값사이에는 일정한 차이가 존재한다.

이러한 차이가 무시될수 있는가 없는가에 대하여 $S(t) = S_{\text{max}} \times \sin(w \times t)$ (여기서 S_{max} 는 최대진폭값, w 는 각주파수)라는 시누스파신호가 A/D변환기에 입력되는 경우를 가지고 논의하자. 이때 리상적인 등가표본화 측정점 $t_{\text{리}} = m \times \Delta T_{\text{지}}$ 와 실제적인 표본측정점 $t_{\text{실}} = m \times \Delta T_{\text{지}} + \Delta t_{\text{전}}$ 에서의 신호측정값들사이의 차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta S_t &= S(t_{\text{실}}) - S(t_{\text{리}}) = S_{\text{max}} \times [\sin(w \times t_{\text{실}}) - \sin(w \times t_{\text{리}})] = \\ &= S_{\text{max}} \times 2 \times \sin\left(w \times \frac{\Delta t_{\text{전}}}{2}\right) \cos\left[w \times \left(m \times \Delta T_{\text{지}} + \frac{\Delta t_{\text{전}}}{2}\right)\right] \end{aligned} \quad (1)$$

이제 $\Delta t_{\text{전}}$ 이 매우 작은 량이라는것을 고려하면 웃식을 다음과 같이 다시 쓸수 있다.

$$\Delta S_t \approx S_{\text{max}} \times 2 \times w \times \frac{\Delta t_{\text{전}}}{2} = S_{\text{max}} \times w \times \Delta t_{\text{전}} = S_{\text{max}} \times 2 \times \pi \times f \times \Delta t_{\text{전}} \quad (2)$$

여기서

$$\Delta t_{\text{전}} = \frac{\Delta S_t}{S_{\text{max}}} \times \frac{1}{2 \times \pi \times f} \quad (3)$$

이다.

식 (3)에서 $\Delta S_t/S_{\text{max}}$ 는 $\Delta t_{\text{전}}$ 에 의하여 초래되는 상대오차이므로 $\Delta S_t/S_{\text{max}} = 2^{-n} \times b$ 로 쓸수 있다. 여기서 n 은 A/D변환기의 총비트수이고 b 는 오차량(비트수)이다.

순차등가표본화한 결과 실제 신호파형이 측정된 신호파형과 일치되자면 적어도 $b=1$ 이어야 한다. 이로부터 식 (3)을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\Delta t_{\text{전}} < 2^{-n} \times \frac{1}{2 \times \pi \times f} \quad (4)$$

식 (4)를 통하여 주파수요동의 허용한계를 크게 하려면 A/D변환기의 비트수를 줄이든가 등가표본화에 의하여 측정하려는 주파수대역을 낮추어야 하는데 이렇게 되는 경우 측정분해능이 떨어지고 등가표본화적용가능성이 없어지게 된다.

이로부터 순차등가표본화방법대신에 우연등가표본화방법을 리용하는 방법으로 이 문제를 해결한다.

2. 우연등가표본화방법에 의한 표본화개선방법

우연등가표본화방법에서 기본은 우연량발생인데 어떤 우연량을 리용하는가 하는데 따라서 거짓주파수성분이 생기는것을 피할수도 있고 표본이 빠지거나 중복되는 현상도 없앨

수 있다.

그림 2, 3은 평등분포하는 우연량을 리용했을 때와 위상편기량이 첨부된 평등분포우연량을 리용했을 때 린접한 우연량들의 발생시간차의 확률을 보여준다.

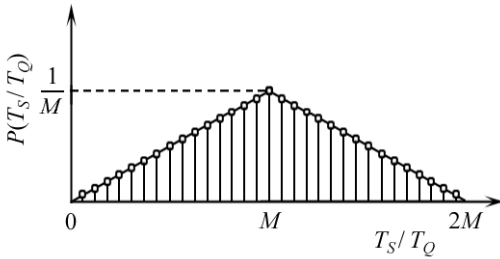


그림 2. 린접한 표본들사이의 시간차에 대한 확률

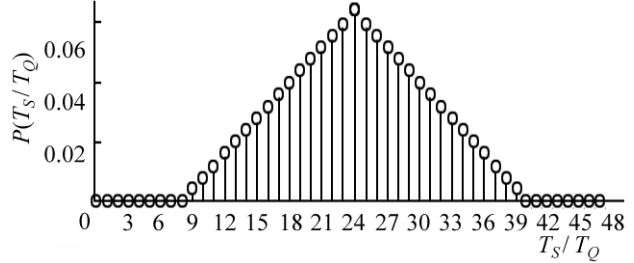


그림 3. 위상편기가 첨부된 표본들사이의 시간차에 대한 확률

그림에서 보는바와 같이 이러한 우연량들을 리용하는 경우 위에서 언급한 문제들이 제기될수 있으므로 그대로 리용할수 없다.

이로부터 린접한 우연량들사이에 서로 상관성을 가진 평등분포우연량을 리용한다. 즉 먼저 발생된 우연량과 후에 발생된 우연량이 서로 관련이면서 평등분포하는 우연량렬을 얻기 위하여 선형합동법(간단히 합동법)에 의한 우연발생법을 리용한다.

이를 위해 린접한 우연량들이 서로 관련이면서 평등분포하는 우연용근수렬을 생성하는 다음과 같은 점화식을 보자.

$$X_n = aX_{n-1} + c \pmod{m} \quad (5)$$

여기서 a 는 승수, m 은 모듈로서 정의 용근수, c 는 홀수로서 정의 용근수이다. 한편 식에서 X_n 이 취할수 있는 용근수값은 $0, 1, \dots, m-1$ 중의 어느 한 값인데 X_{n-1} 에 의하여 정해지기때문에 주기성을 가지게 된다.

우리는 A/D변환기의 표본화시간과 우연량의 주기성을 고려하여 $a=2$, $c=\{0, 1\}$, $m=2^k$ 으로 설정하였다.

그림 4는 $k=8$, $M=16$ 인 경우의 린접한 우연표본들의 발생시간차에 대한 확률을 보여준다.

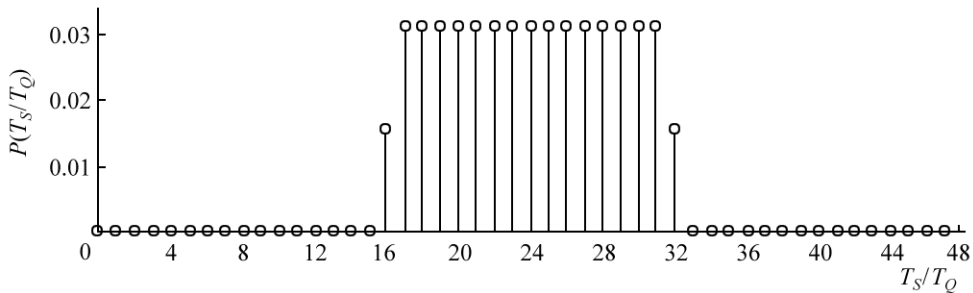


그림 4. 상관성을 가진 린접한 우연표본들사이의 시간차에 대한 확률

그림 4를 통하여 식 (5)에 의하여 발생된 평등분포하는 우연용근수렬을 우연등가표본화방식에 그대로 적용할수 있다는 결론을 얻게 되었다.

맺 는 말

순차등가표본화방법을 리용하여 고주파신호를 측정하려면 원가가 높고 매우 정밀한 요소들로 장치를 구성하는것을 전제로 하지만 우연등가표본화방법을 적용하면 낮은 준위의 A/D 변환기를 가지고도 1~2GHz(혹은 그 이상)까지의 고주파신호를 처리할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Y. C. Jenq; IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 37, 2, 245, 2009.
- [2] J. T. Butler et al.; IEEE Computer Society, 10th Euromicro Conference on Digital System Design Architectures, Methods and Tools(DSD2007), 328, 2007.

주체104(2015)년 3월 5일 원고접수

**The Research about the Random Equivalent Sampling Method
using the Linear Compound Method**

Kim Jong Hun

We analyze the effects that time-quakes give about sequential equivalent sampling (SES) in the high-frequency signal measurement and propose random equivalent sampling (RES) by the linear compound method which is improved method.

Key words: sampling, random equivalent