김일성종합대학학보 JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체105(2016)년 제62권 제3호 Vol. 62 No. 3 JUCHE105(2016).

마요라나페르미온경계상태와 결합된 량자점에서 열전기수송에 대한 연구

김성미, 리철원

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《기초과학을 발전시키는데도 힘을 넣어야 합니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제11권 138폐지)

최근 량자점을 포함한 구조에서의 수송에 대한 연구가 활발히 진행되면서 이러한 구조들에서 열전기수송을 마요라나페르미온상태와의 련관속에서 론의한 많은 연구결과[1]들이 발표되고있다.

s파초전도체에 강한 스핀-궤도결합을 가진 반도체나노선을 근접결합시키고 거기에 강한 자기마당을 걸어주면 나노선의 량끝에는 마요라나페르미온경계상태가 형성된다.

우리는 량쪽에 대칭인 금속전극과 결합되고 마요라나페르미온경계상태와 측면으로 결합된 스핀없는 한준위량자점에서의 열전기수송특성을 남부형스피노르형식을 리용하여 연구하였다.

전체 계의 하밀토니안은 다음과 같다.[2]

$$H=\sum_{k\beta}\varepsilon_{k\beta}c_{k\beta}^{+}c_{k\beta}+\varepsilon_{\mathrm{D}}d^{+}d+i\varepsilon_{\mathrm{M}}\eta_1\eta_2+\left(\sum_{k\beta}T_{k\beta}c_{k\beta}^{+}d+h.c.\right)+(\lambda d-\lambda^{*}d^{+})\eta_1 \quad (1)$$

여기서 $c_{k\beta}^{+}(c_{k\beta})$는 β전극에서 에네르기가 $\varepsilon_{k\beta}$인 전자의 발생(소멸)연산자, $d^{+}(d)$는 스핀없는 량자점에서 에네르기가 ε_{D}인 전자의 발생(소멸)연산자, η_1과 η_2는 마요라나페르미온의 발생연산자, ε_{M}은 나노선량쪽에 형성된 마요라나페르미온경계상태들사이의 결합상수, $T_{k\beta}$는 량자점으로부터 β전극으로의 굴이행행렬원소, λ는 량자점의 전자와 측면전극의 마요라나페르미온의 결합상수이다.

계의 왼쪽 전극과 오른쪽 전극사이에 온도구배와 전위구배를 조성하면 수송이 진행되며 립자흐름과 에네르기흐름은 각각 $J_{\mathrm{L}}=\langle\dot{N}_{\mathrm{L}}\rangle=\langle[N_{\mathrm{L}},H]\rangle/(i\hbar)$, $J_{\mathrm{L}}^{E}=\langle\dot{H}_{\mathrm{L}}\rangle=\langle[H_{\mathrm{L}},H]\rangle/(i\hbar)$로 되고 이로부터 전류는 $I_{\mathrm{L}}=-eJ_{\mathrm{L}}$로, 열전류는 $Q_{\mathrm{L}}=J_{\mathrm{L}}^{E}-\mu_{\mathrm{L}}J_{\mathrm{L}}$로 표시된다.[3] 비평형그린함수법[4]을 적용하면 I_{L}, Q_{L}은 량자점그린함수 $<<d;d^{+}>>_{E}^{\mathrm{r}}$에 의해 다음과 같이 표시된다.[5]

$$\begin{pmatrix} I_{\mathrm{L}} \\ Q_{\mathrm{L}} \end{pmatrix}=-\frac{i}{\hbar}\int\frac{dE}{2\pi}\begin{pmatrix} -e \\ E-\mu_{\mathrm{L}} \end{pmatrix}\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}\Gamma_{\mathrm{R}}}{\Gamma_{\mathrm{L}}+\Gamma_{\mathrm{R}}}(2i\,\mathrm{Im}<<d;d^{+}>>_{E}^{\mathrm{r}})[f_{\mathrm{L}}(E)-f_{\mathrm{R}}(E)] \quad (2)$$

여기서 $\Gamma_{\beta}\equiv\sum_{k}2\pi|T_{k\beta}|^{2}\delta(\varepsilon-\varepsilon_{k\beta})$는 β(β는 L 또는 R)전극과 량자점사이결합을 서술하는 반폭함수로서 전극이 대칭인 경우에는 $\Gamma_{\mathrm{L}}=\Gamma_{\mathrm{R}}=\Gamma$로 된다. $f_{\beta}(E)$는 β전극에서 전자기체의

페르미분포함수이다.

한편 $\delta\mu=\mu_{\mathrm{L}}-\mu_{\mathrm{R}}\to 0$, $\delta T=T_{\mathrm{L}}-T_{\mathrm{R}}\to 0$의 선형응답한계내에서는 립자흐름과 열전류가 각각 전위차, 온도차에 비례하며 이것을 식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} J_{\mathrm{L}} \\ Q_{\mathrm{L}} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} L_{11}, L_{12} \\ L_{12}, L_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\delta\mu/T \\ -\delta T/T^2 \end{pmatrix} \tag{3}$$

여기서 $L_{ij}(i, j=1, 2)$는 온서거의 상반관계를 만족시키는 운동론결수들로서 열전능 및 열전도도와 다음과 같은 관계에 있다.

$$S=-\frac{1}{eT}\frac{L_{12}}{L_{11}}, \quad \kappa=\frac{1}{T^2}\left(L_{22}-\frac{L_{12}^2}{L_{11}}\right) \tag{4}$$

식 (3)과 (2)를 대비해보면 운동론결수 $L_{11}\equiv I_0$, $L_{12}=L_{21}\equiv I_1$, $L_{22}\equiv I_2$는 량자점그린함수로부터 다음과 같이 구할수 있다.

$$I_n=-\frac{T}{\hbar}\int\frac{dE}{2\pi}\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}\Gamma_{\mathrm{R}}}{\Gamma_{\mathrm{L}}+\Gamma_{\mathrm{R}}}[-2\,\mathrm{Im}(<<d\,;d^+>>_E^{\mathrm{r}})](E-\mu)^n\frac{\partial f(E)}{\partial E} \tag{5}$$

남부형스피노르형식을 리용하면 식 (4)의 열전기수송특성량들을 계산하는데 필요한 량자점그린함수를 쉽게 구할수 있다.

량자점, 정상전극, 마요라나페르미온상태에 관한 스피노르를

$$\bar{\boldsymbol{\gamma}}=\begin{pmatrix} d \\ d^+ \end{pmatrix}, \quad \bar{\boldsymbol{\psi}}_{k\beta}=\begin{pmatrix} c_{k\beta} \\ c_{k\beta}^+ \end{pmatrix}, \quad \bar{\boldsymbol{\chi}}=\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} \tag{6}$$

와 같이 받아들이고 운동방정식방법으로 량자점그린함수 $<<\bar{\boldsymbol{\gamma}};\bar{\boldsymbol{\gamma}}^+>>_E^{\mathrm{r}}$를 구하면 다음과 같다.

$$<<\bar{\boldsymbol{\gamma}};\bar{\boldsymbol{\gamma}}^+>>_E^{\mathrm{r}}=(E\hat{\boldsymbol{I}}-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_D-\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_0^{\mathrm{r}}-\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\mathrm{MBS}})^{-1} \tag{7}$$

여기서 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_0^{\mathrm{r}}=\sum_{k\beta}\hat{\boldsymbol{T}}_{k\beta}^+[(E+i0^+)\hat{\boldsymbol{I}}-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k\beta}]^{-1}\hat{\boldsymbol{T}}_{k\beta}=i\Gamma\hat{\boldsymbol{I}}$는 정상전극과의 결합으로 인한 고유에네르기이고 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\mathrm{MBS}}=2\hat{\boldsymbol{\Lambda}}^+\hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{MBS}}\hat{\boldsymbol{\Lambda}}$는 마요라나페르미온경계상태와의 결합으로 인한 고유에네르기이며 $\hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{MBS}}=<<\bar{\chi};\bar{\chi}^+>>_E^0=(E\hat{\boldsymbol{I}}-2i\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k\beta})^{-1}$는 자유마요라나페르미온상태의 그린함수이고 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{D}}$와 $\hat{\boldsymbol{T}}_{k\beta}$, $\hat{\boldsymbol{\Lambda}}$, $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k\beta}$는 각각

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{D}}\equiv\begin{pmatrix} \varepsilon_{\mathrm{D}} & 0 \\ 0 & -\varepsilon_{\mathrm{D}} \end{pmatrix}, \ \hat{\boldsymbol{T}}_{k\beta}\equiv\begin{pmatrix} T_{k\beta} & 0 \\ 0 & -T_{k\beta}^* \end{pmatrix}, \ \hat{\boldsymbol{\Lambda}}\equiv\begin{pmatrix} \lambda & -\lambda \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k\beta}=\begin{pmatrix} \varepsilon_{k\beta} & 0 \\ 0 & -\varepsilon_{k\beta} \end{pmatrix} \tag{8}$$

로 정의된 행렬들이다.

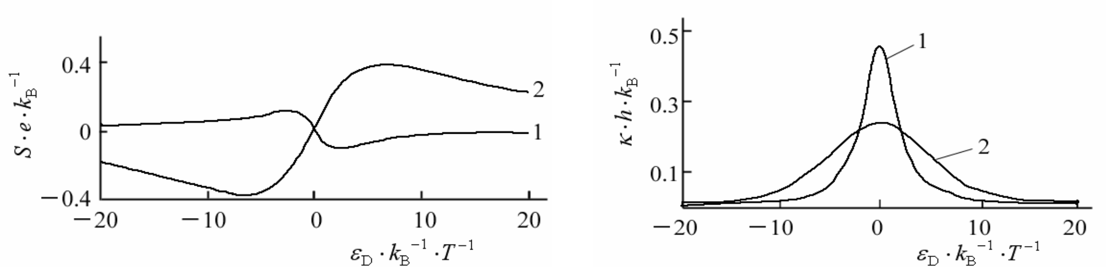
결국 량자점지연그린함수 $<<d\,;d^+>>_E^{\mathrm{r}}$는 $<<\bar{\boldsymbol{\gamma}};\bar{\boldsymbol{\gamma}}^+>>_E^{\mathrm{r}}$의 $(1, 1)$원소로서

$$<<d\,;d^+>>_E^{\mathrm{r}}=\frac{E+i\Gamma+\varepsilon_{\mathrm{D}}-|\lambda|^2M(E)}{(E+\varepsilon_{\mathrm{D}}+i\Gamma)(E-\varepsilon_{\mathrm{D}}+i\Gamma)-2(E+i\Gamma)M(E)|\lambda|^2} \tag{9}$$

로 된다. 여기서 $M(E)$는 $\hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{MBS}}$의 $(1, 1)$원소이다.

량자점지연그린함수 식 (9)를 (5)에 대입하고 (4)로부터 열전능과 열전도도를 계산하였다.

량자점에네르기준위 ε_D에 따르는 열전능과 열전도도의 변화특성은 그림과 같다.



ㄱ)　　　　　　　　ㄴ)

그림. 량자점에네르기준위 ε_D에 따르는 열전능 S(ㄱ))와 열전도도 κ(ㄴ))의 변화특성
1, 2는 마요라나페르미온경계상태와의 결합이 없는 경우($\lambda=0$)와 있는 경우($\lambda\neq0$)

그림에서 보는바와 같이 마요라나페르미온경계상태와의 결합이 있을 때에는 없을 때에 비하여 열전능의 부호가 바뀌며 열전도도의 최대값은 1/2로 감소한다.

맺 는 말

1) 마요라나페르미온경계상태와 결합된것으로 하여 열전도도는 마요라나페르미온경계상태와 결합되지 않은 경우에 비하여 최대값이 1/2로 감소한다.

2) 량자점이 마요라나페르미온경계상태와 결합되는 경우 열전능의 크기는 물론 부호도 바뀜으로써 수송에 참가하는 기본나르개가 달라진다.

참 고 문 헌

[1] Stefano Valentini et al.; Phys. Rev., B 91, 045430, 2015.
[2] D. E. Liu et al.; Phys. Rev., B 84, 201308(R), 2011.
[3] G. D. Mahan; Many-Particle Physics, Plenum, 227～229, 1981.
[4] T. K. Ng; Phys. Rev. Lett., 76, 487, 1996.
[5] H. Haug; Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors, Springer-Verlag, 197, 2008.

주체104(2015)년 11월 5일 원고접수

On the Thermoelectric Transport through Quantum Dot Coupled to a Majorana Fermion Bound State

Kim Song Mi, Ri Chol Won

We studied the thermoelectric transport through spinless single-level quantum dot side-coupled to a Majorana fermion bound state by using Nambu-like spinor formalism.

According to the calculation result, in the presence of side-coupling with a Majorana fermion bound state, the feature of thermoelectric transport through quantum dot becomes completely different compared to the case of no coupling. Namely, because of the existence of coupling with a Majorana fermion bound state, the maximum value of thermoelectric conductance becomes half and thermopower changes its sign.

Key words: Majorana fermion, thermoelectric transport