김일성종합대학학보 주체108(2019)년
수 학 제65권 제1호

모호Bagley-Torvik분수계미분방정식의 (1, 2)－형풀이의 구성적존재성

박순애, 최희철

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《최신과학기술에 기초하여 나라의 경제를 현대화, 정보화하기 위한 투쟁을 힘있게 벌려야 합니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제22권 22페지)

론문에서는 최근시기 그 연구가 활발히 진행되고있는 모호Bagley-Torvik분수계미분방정식([1, 2])의 풀이의 구성적존재성에 대하여 론의하였다.

오늘날 모호미분방정식은 개체군모형, 무기체계의 평가, 토목공학과 전도성류체의 모형화와 같은 여러 분야에서 일반적인 모형으로 되고있다.

선행연구[3]에서 모호Bagley-Torvik방정식의 풀이를 호모토피섭동법으로 구하였으나 존재성을 론의하지 않은것으로 하여 방정식에 들어있는 결수가 만족시켜야 할 조건을 알수 없으며 선행연구[4]에서는 방정식이 매우 단순한 경우에도 풀이가 존재하지 않는 경우의 실례를 주었다.

론문에서는 일반화된 $H-$도함수의 의미에서 모호Bagley-Torvik방정식을 일반화한 한가지 형태의 모호다항분수계미분방정식에 대한 초기값문제의 (1, 2)－형풀이의 구성적존재성에 대하여 론의하며 그것에 기초하여 모호Bagley-Torvik방정식의 풀이의 존재성을 실례로 보여준다.

모호실수전부의 모임을 $\mathbf{R}_F$로 표시한다.

다음의 모호초기값문제를 고찰하자.

$$a\otimes({}^cD^{\alpha}_{n,\,m}y)(t)\oplus b\otimes({}^cD^{\beta}_{n,\,m}y)(t)\oplus c\otimes y(t)=f(t),\ t\in(0,\ 1) \tag{1}$$

$$y(0)=y_0,\ D^{(1)}_n y(0)=y'_0 \tag{2}$$

여기서 $1<\beta<\alpha\le 2$이며 $a,\ b,\ c\in\mathbf{R}_+,\ a\ne 0,\ y,\ f\in C(I,\ \mathbf{R}_F),\ I=[0,\ 1],\ y_0,\ y'_0\in\mathbf{R}_F$이다.

방정식 (1)에 대한 절단방정식은

$$[a\otimes({}^cD^{\alpha}_{n,\,m}y)(t)\oplus b\otimes({}^cD^{\beta}_{n,\,m}y)(t)\oplus c\otimes y(t)]^r=[f(t)]^r,\ r\in[0,\ 1]$$

과 같으며 이 방정식은 절단의 성질을 리용하여 다시 쓰면

$$a[({}^cD^{\alpha}_{n,\,m}y)(t)]^r+b[({}^cD^{\beta}_{n,\,m}y)(t)]^r+c[y(t)]^r=[f(t)]^r \tag{3}$$

과 같다. 그런데 표시 $[y(t)]^r:=[y_1(t,\ r),\ y_2(t,\ r)]$를 리용하면 $({}^cD^{\alpha}_{n,\,m}y)(t),\ ({}^cD^{\beta}_{n,\,m}y)(t)$의 절단은

$$[({}^cD^{\alpha}_{n,m}y)(t)]^r=[\min\{{}^cD^{\alpha}_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^{\alpha}_{0+}y_2(t,\ r)\},\ \max\{{}^cD^{\alpha}_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^{\alpha}_{0+}y_2(t,\ r)\}]$$

$$[({}^cD^{\beta}_{n,m}y)(t)]^r=[\min\{{}^cD^{\beta}_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^{\beta}_{0+}y_2(t,\ r)\},\ \max\{{}^cD^{\beta}_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^{\beta}_{0+}y_2(t,\ r)\}]$$

와 같으며 표시 $[f(t)]^r:=[f_1(t,\ r),\ f_2(t,\ r)]$를 리용하면 절단방정식 (3)을

$$a[\min\{{}^cD^\alpha_{0+}y_1(t,r),\ {}^cD^\alpha_{0+}y_2(t,\ r)\},\ \max\{{}^cD^\alpha_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\alpha_{0+}y_2(t,\ r)\}]+$$
$$+b[\min\{{}^cD^\beta_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\beta_{0+}y_2(t,\ r)\},\ \max\{{}^cD^\beta_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\beta_{0+}y_2(t,\ r)\}]+$$
$$+c[y_1(t,\ r),\ y_2(t,\ r)]=[f_1(t,\ r),\ f_2(t,\ r)]$$

즉

$$\begin{cases} a\min\{{}^cD^\alpha_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\alpha_{0+}y_2(t,\ r)\}+b\min\{{}^cD^\beta_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\beta_{0+}y_2(t,\ r)\}+cy_1(t,\ r)=f_1(t,\ r) \\ a\max\{{}^cD^\alpha_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\alpha_{0+}y_2(t,\ r)\}+b\max\{{}^cD^\beta_{0+}y_1(t,\ r),\ {}^cD^\beta_{0+}y_2(t,\ r)\}+cy_2(t,\ r)=f_2(t,\ r) \end{cases} \tag{4}$$

와 같이 쓸수 있다.

모호초기값의 절단을 $[y_0]^r:=[y_{0,1}(r),\ y_{0,2}(r)],\ [y_0']^r:=[y_{0,1}'(r),\ y_{0,2}'(r)]$로 표시하면 절단문제의 초기조건은 다음과 같다.

$$\begin{gathered} y_1(0,\ r)=y_{0,1}(r),\ y_2(0,\ r)=y_{0,2}(r) \\ \min\{y_1'(0,\ r),\ y_2'(0,\ r)\}=y_{0,1}'(r),\ \ \max\{y_1'(0,\ r),\ y_2'(0,\ r)\}=y_{0,2}'(r) \end{gathered} \tag{5}$$

정의 ${}^cD^\alpha_{0+}y_1(\cdot,\ r),\ {}^cD^\alpha_{0+}y_2(\cdot,\ r)\in C(I)$인 쌍 $(y_1(t,\ r),\ y_2(t,\ r))$가 식 (4), (5)를 만족시킬 때 $(y_1(t,\ r),\ y_2(t,\ r))$를 문제 (4), (5)의 풀이라고 부른다.

보조정리 문제 (4), (5)는 min-max항을 가진 $C(I)\times C(I)$에서의 적분방정식

$$a\min\{y_1(t,\ r)-y_{0,1}(r)-y_1'(0,\ r)t,\ y_2(t,\ r)-y_{0,2}(r)-y_2'(0,\ r)t\}+$$
$$+b\min\left\{I^{\alpha-\beta}_{0+}y_1(t,\ r)-y_{0,1}(r)\frac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}-y_1'(0,\ r)\frac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)},\ I^{\alpha-\beta}_{0+}y_2(t,\ r)-\right.$$
$$\left.-y_{0,2}(r)\frac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}-y_2'(0,\ r)\frac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)}\right\}+cI^\alpha_{0+}y_1(t,\ r)=I^\alpha_{0+}f_1(t,\ r)$$
$$a\max\{y_1(t,\ r)-y_{0,1}(r)-y_1'(0,\ r)t,\ y_2(t,\ r)-y_{0,2}(r)-y_2'(0,\ r)t\}+$$
$$+b\max\left\{I^{\alpha-\beta}_{0+}y_1(t,\ r)-y_{0,1}(r)\frac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}-y_1'(0,\ r)\frac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)},\ I^{\alpha-\beta}_{0+}y_2(t,\ r)-\right.$$
$$\left.-y_{0,2}(r)\frac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}-y_2'(0,\ r)\frac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)}\right\}+cI^\alpha_{0+}y_2(t,\ r)=I^\alpha_{0+}f_2(t,\ r) \tag{6}$$

$$\min\{y_1'(0,\ r),\ y_2'(0,\ r)\}=y_{0,1}'(r),\ \ \max\{y_1'(0,\ r),\ y_2'(0,\ r)\}=y_{0,2}'(r) \tag{7}$$

와 동등하다.

이 보조정리로부터 문제 (4), (5)의 풀이의 존재성문제는 min-max항을 가진 적분방정식 (6), (7)의 풀이의 존재성문제에 귀착된다.

모호초기값문제의 (1, 2)—형풀이의 구성적존재성을 론의하자.

다음의 분수계적분방정식을 생각하자.

$$\begin{cases} U_1(t)+b(t)I^{\lambda_1}_{0+}U_1(t)+c(t)I^{\lambda_2}_{0+}U_2(t)=V_1(t),\ \ t\in I \\ U_2(t)+b(t)I^{\lambda_1}_{0+}U_2(t)+c(t)I^{\lambda_2}_{0+}U_1(t)=V_2(t),\ \ t\in I \end{cases} \tag{8}$$

여기서 $V_1,\ V_2,\ b,\ c\in C(I),\ \lambda_1,\ \lambda_2>0$이다.

정리 1 식 (8)의 풀이는 $C(I)\times C(I)$ 에서 유일존재한다.

(1, 2)-형풀이를 결정하기 위한 적분방정식 (6)은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{cases} a(y_2(t,\ r)-y_{0,2}(r)-y_2'(0,\ r)t)+ \\ \quad +b\left(I_{0+}^{\alpha-\beta}y_2(t,\ r)-y_{0,2}(r)\dfrac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}-y_2'(0,\ r)\dfrac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)}\right)+cI_{0+}^{\alpha}y_1(t,\ r)=I_{0+}^{\alpha}f_1(t,\ r) \\ a(y_1(t,\ r)-y_{0,1}(r)-y_1'(0,\ r)t)+ \\ \quad +b\left(I_{0+}^{\alpha-\beta}y_1(t,\ r)-y_{0,1}(r)\dfrac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}-y_1'(0,\ r)\dfrac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)}\right)+cI_{0+}^{\alpha}y_2(t,\ r)=I_{0+}^{\alpha}f_2(t,\ r) \end{cases} \tag{9}$$

$$\varphi_2(t,\ r):=y_{0,2}(r)+y_{0,2}'(0,\ r)t+y_{0,2}(r)\frac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}+y_{0,2}'(0,\ r)\frac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)}$$

$$\varphi_1(t,\ r):=y_{0,1}(r)+y_{0,1}'(0,\ r)t+y_{0,1}(r)\frac{t^{\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha-\beta+1)}+y_{0,1}'(0,\ r)\frac{t^{\alpha-\beta+1}}{\Gamma(\alpha-\beta+2)}$$

의 표시를 리용하면 방정식 (9)를 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{cases} y_2(t,\ r)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}y_2(t,\ r)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}y_1(t,\ r)=\varphi_2(t,\ r)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r) \\ y_1(t,\ r)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}y_1(t,\ r)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}y_2(t,\ r)=\varphi_1(t,\ r)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r) \end{cases} \tag{10}$$

정리 1로부터 방정식 (10)은 유일풀이를 가진다.

다음의 점차근사도식을 생각하자.

$$y_1^{(0)}(t,\ r)=0,\ y_2^{(0)}(t,\ r)=0$$

$$\begin{cases} y_2^{(n+1)}(t,\ r)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}y_2^{(n+1)}(t,\ r)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}y_1^{(n)}(t,\ r)=\varphi_2(t,\ r)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r) \\ y_1^{(n+1)}(t,\ r)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}y_1^{(n+1)}(t,\ r)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}y_2^{(n)}(t,\ r)=\varphi_1(t,\ r)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r) \end{cases} \tag{11}$$

식 (11)에서 $(y_1^{(n)}(t,\ r),\ y_2^{(n)}(t,\ r))$ 가 결정되였을 때 $(y_1^{(n+1)}(t,\ r),\ y_2^{(n+1)}(t,\ r))$ 가 유일하게 결정된다는것을 정리 1로부터 알수 있다.

식 (11)을 벡토르형식으로 다음과 같이 쓸수 있다.

$$Y^{(n)}(t,\ r):=\begin{pmatrix} y_1^{(n)}(t,\ r) \\ y_2^{(n)}(t,\ r) \end{pmatrix}$$

$$F_1(Y^{(n)})(t,\ r):=\varphi_1(t,\ r)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r)-\bar{c}I_{0+}^{\alpha}y_2^{(n)}(t,\ r)$$

$$F_2(Y^{(n)})(t,\ r):=\varphi_2(t,\ r)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r)-\bar{c}I_{0+}^{\alpha}y_1^{(n)}(t,\ r)$$

$$G(Y^{(n+1)})(t,\ r):=\begin{pmatrix} bI_{0+}^{\alpha-\beta}y_1^{(n+1)}(t,\ r) \\ bI_{0+}^{\alpha-\beta}y_2^{(n+1)}(t,\ r) \end{pmatrix},\ F(Y^{(n+1)})(t,\ r):=\begin{pmatrix} F_1(Y^{(n)})(t,\ r) \\ F_2(Y^{(n)})(t,\ r) \end{pmatrix}$$

$$Y^{(n+1)}(t,\ r)+G(Y^{(n+1)})(t,\ r)=F(Y^{(n)})(t,\ r) \tag{12}$$

정리 2 식 (12)에 의해 결정되는 렬 $\{Y^{(n)}(\cdot,\ r)\}$ 는 $C(I)\times C(I)$ 의 기본렬이다.

이 정리로부터 점차근사렬 $(y_1^{(n)}(t,\ r),\ y_2^{(n)}(t,\ r))$ 의 극한 $(\overline{y}_1^{(n)}(t,\ r),\ \overline{y}_2^{(n)}(t,\ r))$ 가 존재하며 따라서 그 극한은 문제 (9)의 풀이라는것을 알수 있다.

정리 3 $h(t)$가 련속이고 부아닌 비감소함수이면 적분방정식

$$U(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}U(t)=h(t),\ t\in I \tag{13}$$

는 $C(I)$에서 부아닌 풀이를 가진다.

따름 $h(t)$가 련속이고 정아닌 비증가함수이면 적분방정식

$$U(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}U(t)=h(t),\ t\in I$$

는 $C(I)$에서 정아닌 풀이를 가진다.

몇가지 기호약속을 하자.

$$\Delta f(t,\ r):=I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r)-I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r),\ w_n(t,\ r):=y_2^{(n)}(t,\ r)-y_1^{(n)}(t,\ r)$$

$$\Delta\varphi(t,\ r):=\varphi_2(t,\ r)-\varphi_1(t,\ r),\ \Delta\bar{f}(t,\ r):=\bar{f}_2(t,\ r)-\bar{f}_1(t,\ r),\ \Delta\phi(t,\ r):=\Delta\varphi(t,\ r)-\Delta\bar{f}(t,\ r)$$

식 (11)로부터 다음의 점차근사도식을 얻는다.

$$w_0(t,\ r)=0,\ w_{n+1}(t,\ r)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_{n+1}(t,\ r)=\Delta\phi(t,\ r)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_n(t,\ r) \tag{14}$$

정리 4 $\Delta\phi(t,\ r)$가 련속이고 부아닌 비감소함수이면 음적인 점차근사도식 (14)에 의해 얻어지는 렬 $\{w_n(t,\ r)\}$는 부아닌 렬이다.

이 정리로부터 점차근사렬 (11)의 극한으로 얻은 문제 (9)의 풀이 $(\bar{y}_1(t,\ r),\ \bar{y}_2(t,\ r))$가 다음의 관계식을 만족시킨다는것을 알수 있다.

$$\bar{y}_1(t,\ r)\le\bar{y}_2(t,\ r) \tag{15}$$

이제 절단구간족 $\{U_r(t):=[\bar{y}_1(t,\ r),\ \bar{y}_2(t,\ r)]\,|\,r\in[0,\ 1]\}$이 모호수를 생성함을 고찰하자. 이제 $0<r_1<r_2\le 1$인 임의의 $r_1,\ r_2$에 대하여

$$\begin{cases}\bar{y}_2(t,\ r_2)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_2(t,\ r_2)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_1(t,\ r_2)=\varphi_2(t,\ r_2)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r_2)\\ \bar{y}_1(t,\ r_2)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_1(t,\ r_2)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_2(t,\ r_2)=\varphi_1(t,\ r_2)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r_2)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\bar{y}_2(t,\ r_1)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_2(t,\ r_1)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_1(t,\ r_1)=\varphi_2(t,\ r_1)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r_1)\\ \bar{y}_1(t,\ r_1)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_1(t,\ r_1)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_2(t,\ r_1)=\varphi_1(t,\ r_1)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r_1)\end{cases}$$

이다. 이제 다음의 표시를 리용하자.

$$\omega_1(t):=\bar{y}_1(t,\ r_2)-\bar{y}_1(t,\ r_1),\ \omega_2(t):=\bar{y}_2(t,\ r_2)-\bar{y}_2(t,\ r_1)$$

$$\Delta\varphi_1(t):=\varphi_1(t,\ r_2)-\varphi_1(t,r_1),\ \Delta\varphi_2(t):=\varphi_2(t,\ r_2)-\varphi_2(t,\ r_1)$$

$$\Delta\bar{f}_2:=\bar{f}_2(t,\ r_2)-\bar{f}_2(t,\ r_1),\ \Delta\bar{f}_1:=\bar{f}_1(t,\ r_2)-\bar{f}_1(t,\ r_1)$$

다음의 사실이 성립한다.

$$\Delta\varphi_1(t)\ge 0,\ \Delta\varphi_2(t)\le 0,\ \Delta\bar{f}_1\ge 0,\ \Delta\bar{f}_2\le 0,\ t\in I \tag{16}$$

우의 표시를 리용하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$\begin{cases}\bar{y}_1(t,\ r_2)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_1(t,\ r_2)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_2(t,\ r_2)=\varphi_1(t,\ r_2)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r_2)\\ \bar{y}_1(t,\ r_1)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_1(t,\ r_1)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_2(t,\ r_1)=\varphi_1(t,\ r_1)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_2(t,\ r_1)\end{cases}$$

$$w_1(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_1(t)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_2(t)=\Delta\varphi_1(t)+I_{0+}^{\alpha}\Delta\bar{f}_2(t)$$

$$\begin{cases}\bar{y}_2(t,\ r_2)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_2(t,\ r_2)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_1(t,\ r_2)=\varphi_2(t,\ r_2)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r_2)\\ \bar{y}_2(t,\ r_1)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}\bar{y}_2(t,\ r_1)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}\bar{y}_1(t,\ r_1)=\varphi_2(t,\ r_1)+I_{0+}^{\alpha}\bar{f}_1(t,\ r_1)\end{cases}$$

$$w_2(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_2(t)+\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_1(t)=\Delta\varphi_2(t)+I_{0+}^{\alpha}\Delta\bar{f}_1(t)$$

$$\begin{cases} w_1(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_1(t)=\Delta\varphi_1(t)+I_{0+}^{\alpha}\Delta\bar{f}_2(t)-\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_2(t) \\ w_2(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_2(t)=\Delta\varphi_2(t)+I_{0+}^{\alpha}\Delta\bar{f}_1(t)-\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_1(t) \end{cases} \tag{17}$$

정리 1로부터 방정식 (17)은 유일풀이를 가진다. 한편 점차근사도식

$$w_1^{(0)}(t)=0,\ \ w_2^{(0)}(t)=0$$

$$\begin{cases} w_1^{(n+1)}(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_1^{(n+1)}(t)=\Delta\varphi_1(t)+I_{0+}^{\alpha}\Delta\bar{f}_2(t)-\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_2^{(n)}(t) \\ w_2^{(n+1)}(t)+\bar{b}I_{0+}^{\alpha-\beta}w_2^{(n+1)}(t)=\Delta\varphi_2(t)+I_{0+}^{\alpha}\Delta\bar{f}_1(t)-\bar{c}I_{0+}^{\alpha}w_1^{(n)}(t) \end{cases} \tag{18}$$

를 생각하면 점차근사렬 $\{w_1^{(n)},\ w_2^{(n)}\}$은 $C(I)\times C(I)$의 기본렬이라는것을 정리 2와 마찬가지로 증명할수 있다.

정리 5 점차근사도식 (18)에 의해 얻어지는 렬 $\{w_1^{(n)},\ w_2^{(n)}\}$은 관계식

$$w_1^{(n)}(t)\ge 0,\ t\in I,\ \ w_2^{(n)}(t)\le 0,\ t\in I$$

를 만족시킨다.

정리 6 절단구간족 $\{U_r(t):=[\bar{y}_1(t,\ r),\ \bar{y}_2(t,\ r)]\,|\,r\in[0,\ 1]\}$은 모호수를 생성한다.

참 고 문 헌

[1] M. Guo, R. Li; Fuzzy Set and Systems, 138, 601, 2003.

[2] D. Mon et al.; Fuzzy Sets and Systems, 62, 2, 127, 1994.

[3] Snehashish Chakraverty et al.; Fuzzy Arbitrary Order System, Fuzzy Fractional Differential Equations and Applications, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 50～100, 2016.

[4] Yicheng Liu, Jun Wu; Advances in Difference Equations, 2015, 379, 2015.

주체107(2018)년 9월 8일 원고접수

Constructive Existence of (1, 2)－Type Solutions of Initial Value Problems for Fuzzy Bagley-Torvik Fractional Differential Equations

Pak Sun Ae, *Choe Hui Chol*

In this paper, we consider the existence of (1, 2)－type solutions of the fuzzy Bagley-Torvik fractional differential equations.

We investigate the constructive existence of the solutions of initial value problems for one type of fuzzy linear fractional differential equations and obtain existence results for fuzzy Bagley-Torvik fractional differential equations using our generalized existence results.

Key word: fuzzy fractional differential equation