

저주파대역에서 확산마당입사에 대한 판의 음투과손실

최충일, 김명진, 원경수

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《모든 과학자, 기술자들이 과학기술발전의 추세에 맞게 첨단과학과 기초과학발전에 힘을 넣어 나라의 과학기술을 세계적수준에 올려세우도록 하여야 합니다.》(《김정일선집》 증보판 제20권 62페이지)

판의 음투과능력을 정확히 평가하는것은 해당한 구조물들의 전체적인 방음성능을 예측하기 위한 기초로 된다.

판의 음투과손실에 대한 각이한 모형들과 근사공식들은 대체로 판이 무한히 크다는 가정에 기초[1, 5-8]하며 음투과에 미치는 판의 고유진동모드들의 영향은 무시하였다. 무한히 큰 판들의 음투과리론과 실지결과사이에 큰 차이가 존재하며 어떤 경우에는 20dB 보다 큰 경우도 있다.[2] 현실적으로 판의 크기는 유한하기때문에 저주파대역에서는 그것이 판의 구부림과장과 비슷하며 판의 고유진동모드들이 뚜렷하다. 그러므로 이러한 저주파대역에서는 판의 진동모드들의 영향을 반드시 고려해야 한다.

우리는 저주파대역에서 판의 진동모드들의 영향을 고려하여 확산마당입사에 대한 판의 투과손실의 한가지 수값모형을 제기하고 투과손실에 미치는 각이한 진동모드들의 영향과 예측시간을 줄이기 위한 방도들에 대하여 논의하였다.

1. 수 값 모 형

조화적으로 려기될 때 판의 진동은 다음의 방정식을 만족시키는 고유함수 ψ_{mn} 들을 토대로 하여 전개될수 있다.[2]

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} - k_{mn}^2 \right) \psi_{mn} = 0 \quad (1)$$

여기서 $k_{mn}^2 = \omega_{mn}^2 M_s / B$ 이며 B 와 M_s 는 각각 판의 구부림역세기와 단위면적당 질량이다.

길이와 너비가 a, b 이고 네 모서리들이 단순지지된 직4각형판은 모서리에서 변위와 구부림모멘트가 영이다. 판의 어느 한 모서리에 자리표의 원점을 정하면(그림 1) 풀이와 고유각진동수 ω_{mn} 은 다음과 같다.

$$\psi_{mn} = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2)$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{B}{M_s} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]} \quad (3)$$

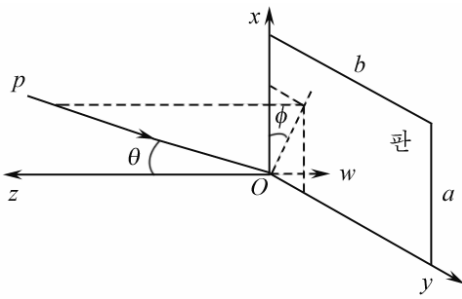


그림 1. 크기가 유한한 직4각형평판에
입사하는 평면파

그러면 판의 구부림변위 $w(=We^{i\omega t})$ 의 진폭 W 는 고유함수 ψ_{mn} 들로 전개된다.

$$W = \sum_{m,n} W_{mn} \psi_{mn} \quad (4)$$

판에 복소진폭이 p 인 조화음압이 작용할 때 구부림변위의 진폭은 다음과 같이 결정된다.

$$\left[\Delta^2 - \omega^2 \frac{M_s}{B} \right] W = p/B \quad (5)$$

고유함수들에 대하여 $\Delta^2 \equiv k_{mn}^2$ 과 그것들사이의 직교성을 이용하면 전개결수는

$$W_{mn} = \frac{1}{B} \frac{\iint_S p \psi_{mn} dS}{k_{mn}^2 - k_B^2}, \quad k_B = \omega \sqrt{M_s/B} \quad (6)$$

와 같으며 판의 변위진폭은 다음과 같이 표시된다.

$$W(\mathbf{r}) = \frac{1}{B} \sum_{m,n} \frac{\iint_S p(\mathbf{r}_0) \psi_{mn}(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0}{k_{mn}^2 - k_B^2} \psi_{mn}(\mathbf{r}) \quad (7)$$

판을 중심으로 입사하는 쪽($z > 0$)에서 음압의 복소진폭은

$$p = p_i + p'_r - p_t. \quad (8)$$

여기서 p_i 와 p_t 는 입사파와 투과파의 음압진폭이고 p'_r 는 판이 완전히 굳을 때의 반사음압진폭이다.

$z=0$ 에서 $p_i \approx p'_r$ 이므로 판에 가해지는 총음압의 복소진폭은

$$p_{z=0} = 2p_i - p_t. \quad (9)$$

식 (9)를 식 (6)에 대입하면 전개결수는 다음과 같다.

$$W_{mn} = \frac{1}{B} \frac{1}{k_{mn}^2 - k_B^2} \left[\iint_S 2p_i(\mathbf{r}_0) \psi_{mn}(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 - \iint_S 2p_t(\mathbf{r}_0) \psi_{mn}(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 \right] \quad (10)$$

속도가 주어졌을 때 복사음압이 $p_t \approx i\omega ZW$ 이므로 진동모드별 복사저항 Z_{mn} 을 받아들이면 투과압력은 근사적으로

$$p_t(\mathbf{r}_0) \approx i\omega \sum_{mn} Z_{mn} W_{mn} \psi_{mn}(\mathbf{r}_0). \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하고 고유함수들의 직교성을 고려하면서 식을 정돈하면 전개결수에 대한 다음의 식이 얻어진다.

$$W_{mn} \approx \frac{2 \iint_S p_i(\mathbf{r}_0) \psi_{mn}(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0}{2i\omega Z_{mn} - B(k_B^2 - k_{mn}^2)} \quad (12)$$

마찬가지로 투과음출력에 대한 정의

$$P_t = \frac{1}{2} \text{Re} \iint_S p_t(i\omega W)^* d\mathbf{r} \quad (13)$$

에 식 (11)과 (12)를 대입하고 고유함수들의 직교성을 이용하면 $R_{mn} = \text{Re}(Z_{mn})$ 일 때

$$P_t = \frac{\omega^2}{2} \sum_{m,n} R_{mn} |W_{mn}|^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{m,n} R_{mn} \frac{\left| \iint_S 2p_i(\mathbf{r}_0) \psi_{mn}(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 \right|^2}{|2i\omega Z_{mn} - B(k_B^2 - k_{mn}^2)|^2}. \quad (14)$$

판에 입사하는 조화평면파의 진폭이 $p_i = |p_i| e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}$ 이므로

$$P_t = \frac{\omega^2 |2p_i|^2}{2} \sum_{m,n} \frac{R_{mn} |F_{mn}|^2}{|2i\omega Z_{mn} - B(k_B^2 - k_{mn}^2)|^2}, \quad (15)$$

$$F_{mn} = \iint_S e^{i(k_x x_0 + k_y y_0)} \psi_{mn}(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0. \quad (16)$$

투과결수 τ 는 다음과 같다.

$$\tau(\omega, \theta, \varphi) = \frac{P_t}{P_i} = \frac{2\rho c P_t}{ab |p_i|^2 \cos \theta} = \frac{4\omega^2 \rho c}{ab \cos \theta} \sum_{m,n} \frac{R_{mn} |F_{mn}|^2}{|2i\omega Z_{mn} - B(k_B^2 - k_{mn}^2)|^2} \quad (17)$$

판내부에서 각이한 마찰들에 의한 에네르기감소는 판의 구부림억제기 B 를 복소구부림억제기 $B(1+i\eta)$ 로 바꾸어 고려할수 있다. 그러면 투과결수는 다음과 같아진다.

$$\tau(\omega, \theta, \varphi) = \frac{4\omega^2 \rho c}{ab \cos \theta} \sum_{m,n} \frac{R_{mn} |F_{mn}|^2}{M_s^2 (\omega_{mn}^2 - \omega^2)^2 + (M_s \eta \omega_{mn}^2 - M_s \eta \omega^2 + 2\omega Z_{mn})^2} \quad (18)$$

식 (16)을 고려하면

$$|F_{mn}|^2 = \frac{16ab\pi^4 m^2 n^2}{(\alpha^2 - m^2 \pi^2)^2 (\beta^2 - n^2 \pi^2)^2} [1 - (-1)^m \cos \alpha] \cdot [1 - (-1)^n \cos \beta]. \quad (19)$$

여기서 $\alpha = ka \sin \theta \cos \varphi$, $\beta = kb \sin \theta \sin \varphi$ 이다.

레일레이적분을 리용하여 개별적인 진동모드에서 진동하는 직4각형판으로부터 복사되는 음압과 음세기를 계산하고 반구에서 음세기를 적분하면 복사음출력을 얻을수 있다. 그로부터 개별적인 진동모드들에 대한 복사결수는 다음과 같다.[4]

$$\sigma_{mn} = 16k^2 \pi^2 m^2 n^2 ab \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{[1 - (-1)^m \cos \alpha] \cdot [1 - (-1)^n \cos \beta]}{(\alpha^2 - m^2 \pi^2)^2 \cdot (\beta^2 - n^2 \pi^2)^2} \sin \theta d\theta d\varphi \quad (20)$$

그러므로 (m, n) 차모드의 복사저항의 실수부는

$$R_{mn} = 16k^2 \pi^2 m^2 n^2 \rho_0 c_0 ab \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{[1 - (-1)^m \cos \alpha] \cdot [1 - (-1)^n \cos \beta]}{(\alpha^2 - m^2 \pi^2)^2 \cdot (\beta^2 - n^2 \pi^2)^2} \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (21)$$

판이 진동하면서 음을 복사할 때 공기로부터 받는 부하가 매우 작다고 하면 복사저항의 허수부는 영이라고 볼수 있다.

모든 요소들에는 각이한 방향에서 음파들이 동시에 입사한다. 입사음압에 대하여 입사방향에 대한 무계화를 진행하여야 구조요소의 방음특성을 정확히 예측할수 있다. 그러나 일반적으로 방향에 따르는 입사음압의 분포를 정확히 알수 없다.

모든 방향에서 입사음압의 진폭이 같고 위상이 우연적인 확산음마당입사인 경우 확산마당투과결수 τ_d 와 투과손실 TL 은 다음의 식들을 리용하여 계산할수 있다.[1]

$$\tau_d(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[2 \int_0^{\pi/2} \tau(\omega, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\varphi \quad (22)$$

$$TL(\omega) = 10 \cdot \log(1/\tau_d(\omega)) \quad (23)$$

2. 모의결과 및 결과분석

모의대상은 네모서리들이 단순지지된 알루미늄판이다. 판의 기하학적크기는 $0.35\text{m} \times 0.22\text{m} \times 1\text{mm}$ 이고 손실결수는 0.1% , 밀도는 2700kg/m^3 , 양그률은 $7.1 \cdot 10^{10}\text{Pa}$, 뽕뽕비는 0.33 이다. 해석하려는 주파수대역은 $10 \sim 500\text{Hz}$ 이며 주파수간격은 2Hz 이다.

판의 투과손실에 대한 계산결과를 진동음향계에 대한 해석과 설계에 광범히 리용되는 프로그램인 VA One 2012의 유한요소해석에 의한 모의결과[3], 선행연구결과[2]와 비교하였다.(그림 2)

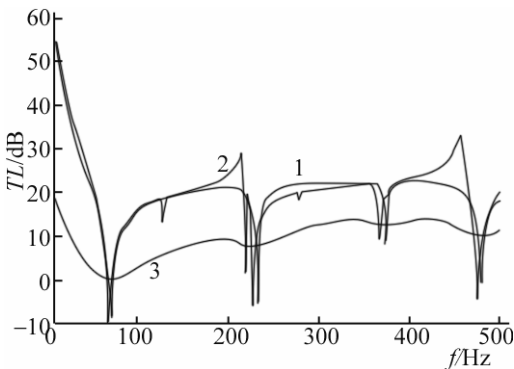


그림 2. 판의 투과손실에 대한 계산결과
1-제기한 수값모형, 2-VA One모의,
3-선행연구

그림 2에서 보는바와 같이 투과손실이 매우 작은 깊은 골짜기들이 존재하는데 제기한 수값 모형과 VA One모의의 두 곡선들에서 이 골짜기들의 위치는 2Hz 의 범위에서 일치하며 그 위치들에서의 투과손실값들은 3dB 범위안에서 잘 일치한다. 그러나 선행연구에 의한 투과손실은 거의 모든 주파수대역에서 10dB 보다 작다. 또한 이 곡선에서는 짝수차모드에서의 골짜기들이 나타나지 않는 결함이 있다. 이러한 차이가 나타나는 원인은 선행연구에서는 복사저항이 진동모드에 관계없이 ρc 와 같다고 본데 있다. 이것은 우리가 제기한 수값계산방법으로 저주파대역에

서 판의 투과손실을 정확히 예측할수 있다는것을 말해준다.

그림 2로부터 판의 고유진동수와 일치되는 주파수들에서 판의 투과손실이 매우 작아지며 지어 부의 값도 가질수 있다는것을 알수 있다. 또한 짝수차모드보다 홀수차모드가 투과손실에 더 큰 영향을 미치며 판의 길이방향과 너비방향모드들의 차수가 모두 홀수일 때 그 영향이 제일 크다.

한편 판내부에서의 손실결수가 커질 때 고유진동수에서의 투과손실은 크게 변하지만 그밖의 다른 주파수들에서는 거의 변화가 없다.

고유진동수들에서의 투과손실의 변화는 표와 같다.

표. 판의 손실결수에 따르는 고유진동수들에서의 투과손실의 변화

고유진동수/Hz	71	131.3	223.7	231.9	284	372.6	384.6	478.2
차 수	(1, 1)	(2, 1)	(1, 2)	(3, 1)	(2, 2)	(4, 1)	(3, 2)	(1, 3)
$\eta = 0$	-8.64	16.63	7.48	-8.65	1.2	6.6	17.9	-3.1
TL/dB $\eta = 0.001$	-8.55	16.66	8.23	-6.10	19.6	7.5	18.3	-1.2
$\eta = 0.002$	-8.45	16.70	9.44	-4.20	21.2	8.6	18.9	0.3

표에서 보는바와 같이 진동모드의 차수가 높을수록 손실결수가 커질 때 투과손실의 변화는 크다. 손실결수가 커질수록 판의 고유진동수에서의 투과손실이 커지며 그 결과 투과손실곡선에서의 홈들의 깊이가 알아지고 곡선이 점점 완만해진다.

한편 식 (3)으로부터 기본진동모드들뿐만아니라 각이한 결합모드들이 무수히 존재한다. 어떤 주어진 하나의 주파수나 주파수대역에서 투과손실을 계산할 때 이렇게 많은 모드들의 영향을 모두 고려하자면 엄청난 계산시간이 걸리게 된다.

주파수 500Hz에서 각이한 진동모드들의 복사결수변화는 그림 3과 같다.

그림 3에서 보는바와 같이 복사결수는 (1, 1)차모드에서 가장 뚜렷하고 그 이웃의 몇 개 모드들의 복사결수가 (1, 1)차모드의 1/10정도이며 그 나머지모드들의 복사결수는 매우 작다. 그러므로 해당한 주파수보다 일정하게 높은 대역에 놓이는 진동모드들이 그 주파수에서의 투과손실에 미치는 영향은 매우 작을것이다.

각이한 주파수들에서 계산에 리용되는 윗한계주파수에 따르는 투과손실의 변화는 그림 4와 같다.

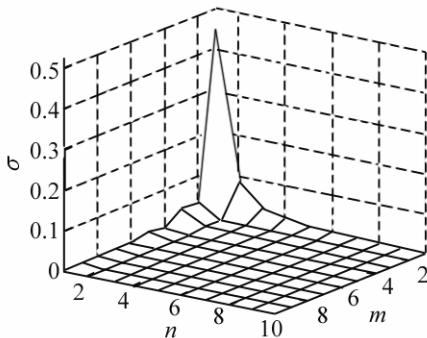


그림 3. 진동모드에 따르는
복사결수의 변화

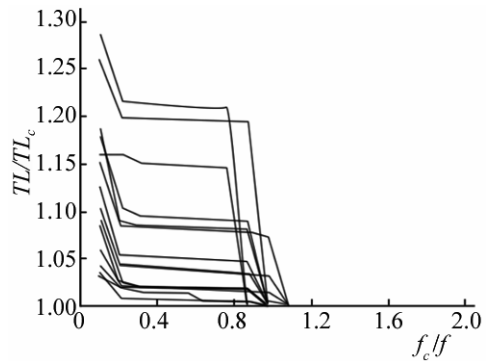


그림 4. 윗한계주파수에 따르는
투과손실의 변화

그림 4에서 보는바와 같이 매 곡선들에서 거의 수평인 구간들이 나타난다. 그것은 고유진동모드들이 떠먹값들을 가지므로 주파수가 변할 때 진동모드의 개수가 변하지 않기 때문이다. 고유진동모드의 상대변화는 아래주파수대역에서 특히 더 크다. 또한 모든 곡선들에서 f_c/f 의 값이 1.1로 다가갈 때 투과손실값들은 모두 수렴한다. 그러므로 어떤 주파수에서의 투과손실을 계산할 때 그 주파수의 1.1배보다 낮은 대역에 놓이는 진동모드들만을 고려하면 계산시간을 줄이면서도 충분히 정확한 결과를 얻을수 있다.

맺 는 말

론문에서는 낮은 주파수대역에서 판의 고유진동모드들의 영향을 고려하여 투과손실을 예측할수 있는 한가지 수값모형을 제기하였다. 이때 진동모드에 따라 변하는 복사저항을 받아들였으며 모형을 현실에 가까운 확산음마당입사의 경우로 확장하였다.

론문에서 제기한 모형은 유한요소해석결과들과 매우 잘 일치하며 특히 고유진동수에서의 투과손실의 예측오차는 3dB이하이다. 또한 주어진 주파수에서 투과손실에 기본적인 영향을 주는것은 그 주파수의 1.1배보다 낮은 대역에 놓이는 진동모드들이며 홀수차모드들이 짝수차모드들보다 투과손실에 더 큰 영향을 미친다.

참 고 문 헌

- [1] Tor Erik Vigran; Building Acoustics, Taylor & Francis Group, 240~257, 2008.
- [2] Michel Bruneau; Fundamentals of Acoustics, ISTE Ltd, 426~449, 2006.
- [3] VA One 2012, Validation and QA Document, ESI Group, 2012.
- [4] C. E. Wallace; J. Acoust. Soc. Am., 51, 946, 1972.
- [5] F. Fahy; Acustica, 81, 544, 1995.
- [6] J. R. Callister et al.; J. Sound and Vibration, 222, 145, 1999.
- [7] B. H. Sharp; Noise Control Eng., 11, 53, 1978.
- [8] 前川純; 建築音響, 日本放送音響協会, 105~117, 1978.

주체105(2016)년 12월 5일 원고접수

Sound Transmission Loss of a Plate for Diffuse Field Incidence in the Low Frequency Range

Choe Chung Il, Kim Myong Jin and Won Kyong Su

In the paper is proposed a numerical model of the transmission loss (TL) of a plate for the diffuse incidence in the low frequency range taking account of the effect of the vibration mode of the plate, considered the individual modal effects and presented a method for reducing the prediction time.

Key words: transmission loss, low frequency range, natural vibration mode, diffuse field incidence