김일성종합대학학보 JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체104(2015)년 제61권 제12호 Vol. 61 No. 12 JUCHE104(2015).

ARMA모형을 리용한 환경려기되는 구조물의 진동파라메터동정

리광이, 김병희

구조물의 진동파라메터를 동정하는것은 구조물의 진동문제 특히 방진기설계에서 선차적인 요구로 제기된다.

선행연구[1]에서는 모드해석의 기초리론 및 모드파라메터동정의 시간령역방법과 주파수령역방법을, 선행연구[2]에서는 환경려기되는 구조물의 진동파라메터를 동정하는 방법들중에서 반출력대역법(HPBW)을, 선행연구[3]에서는 진동체계와 동등한 ARMA모형을 추정하는 방법들을 론의하였다.

론문에서는 환경려기되는 진동계와 동등한 ARMA모형을 작성하고 그로부터 동적파라메터를 동정하는 방법과 수값실험을 통한 이 방법의 타당성을 론의한다.

1. 진동계와 동등한 ARMA모형과 PEM방법을 리용한 동정

1) 진동계와 동등한 ARMAV모형

환경려기되는 진동계의 강제진동방정식은 $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{z}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{f}(t)$이고 상태방정식은

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{f}(t), & \boldsymbol{f}(t)\in \mathrm{NID}(\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{\Omega})\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}(t), & \boldsymbol{D}=[\boldsymbol{I}\quad \boldsymbol{0}]\end{cases},$$

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}(t)\\ \dot{\boldsymbol{z}}(t)\end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{C}\end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{M}^{-1}\end{bmatrix}$$

이다. 여기서 $\mathrm{NID}(\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{\Omega})$는 평균값이 0이고 분산이 $\boldsymbol{\Omega}$인 정규분포를 의미한다.

이 진동계와 동등한 리산시간모형은 $\mathrm{ARMAV}(n,\ n-1)$ 모형이다.[3] 여기서 상태행렬 $\boldsymbol{F}$의 차원수는 $m\times m$, 관측출력수는 p, $n=\dfrac{m}{p}$이며 $\mathrm{ARMAV}(n,\ n-1)$ 모형은

$$\boldsymbol{y}(t_k)+\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{y}(t_{k-1})+\cdots+\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{y}(t_{k-n})=\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}(t_{k-1})+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(t_{k-2})+\cdots+\boldsymbol{B}_n\boldsymbol{u}(t_{k-n}),\ \ \boldsymbol{u}(t_k)\in \mathrm{NID}(\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{\Delta}).$$

선행연구[3]로부터 진동계가 한 자유도계인 경우 동등한 ARMA(2, 1)모형의 자체회귀결수들로부터 얻어지는 진동파라메터들은 다음과 같다.

$$\mu_{1,\,2}=\frac{-A_1\pm\sqrt{A_1^{\,2}-4A_2}}{2}$$

여기서 $\mu_i=e^{\lambda_i T}$, λ_i는 $\boldsymbol{F}$의 고유값, T는 리산시간간격이다.

고유값과 고유각진동수, 고유진동수 및 감쇠률은 다음의 식으로부터 구한다.

$$\lambda_j=\ln\mu_j/T\ \ (j=1,\ 2),\quad \omega=|\lambda_1|,\quad f=|\lambda_1|/(2\pi),\quad \zeta=-\mathrm{Re}\,\lambda_1/|\lambda_1|$$

λ_j 가 $\boldsymbol{F}$ 의 고유값이므로 $\dfrac{k}{m}$ 와 $\dfrac{c}{m}$ 를 다음과 같이 구할수 있다.

$$\frac{k}{m}=\lambda_1\lambda_2,\quad \frac{c}{m}=-\lambda_1-\lambda_2$$

즉 질량만 알면 감쇠와 억세기를 구할수 있다는것을 보여준다.

2) PEM방법을 리용한 동정

진동계의 특성을 잘 반영하는 최량모형을 얻어내기 위해서는 응답 $\boldsymbol{y}(t_k)$ 와 모형에 의하여 생성된 예측값 $\hat{\boldsymbol{y}}(t_k)$ 의 오차를 줄여야 한다.

이 방법은 예측오차방법(PEM)이며 본질상 최소2제곱법이다.

모형의 조종파라메터를 $\boldsymbol{\theta}$ 라고 할 때 예측오차는 $\boldsymbol{\varepsilon}(t_k,\ \boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{y}(t_k)-\hat{\boldsymbol{y}}(t_k\,|\,t_{k-1}\,;\,\boldsymbol{\theta})$ 이다. 여기서 $\hat{\boldsymbol{y}}(t_k\,|\,t_{k-1}\,;\,\boldsymbol{\theta})$ 는 파라메터 $\boldsymbol{\theta}$ 에 기초하는 k 시각의 응답의 예측값이다.

체계가 약한 감쇠를 가지는 선형시불변체계이므로 입력신호가 가우스분포하는 경우 응답 $\boldsymbol{y}(t_k)$ 도 가우스분포하며 모형에 의하여 생성되는 예측값 $\hat{\boldsymbol{y}}(t_k\,|\,t_{k-1}\,;\,\boldsymbol{\theta})$ 도 가우스분포한다. 결국 예측오차 $\boldsymbol{\varepsilon}(t_k,\ \boldsymbol{\theta})$ 도 가우스분포하며 파라메터 $\boldsymbol{\theta}$ 의 최량값은 $\boldsymbol{\varepsilon}(t_k,\ \boldsymbol{\theta})$ 의 표준2제곱편차행렬의 행렬식값(표준함수)을 최소화할 때 얻어진다.

$$\boldsymbol{Q}_N(\boldsymbol{\theta})=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{\varepsilon}(t_k,\ \boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\varepsilon}^T(t_k,\ \boldsymbol{\theta})$$

$$h(\boldsymbol{Q}_N(\boldsymbol{\theta}))=\det(\boldsymbol{Q}_N(\boldsymbol{\theta}))$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\min_{\boldsymbol{\theta}}\det\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{\varepsilon}(t_k,\ \boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\varepsilon}^T(t_k,\ \boldsymbol{\theta})\right)=\min_{\boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{V}_N(\boldsymbol{\theta})$$

MATLAB의 SITB(System Identification Tool Box)는 PEM방법을 리용하여 각이한 모형들을 추정하는 함수들을 가지고있다.

이 론문에서도 MATLAB의 PEM함수를 리용하여 모형을 추정하였다.

2. 실험적검증과 파라메터동정

1) 실험적검증

작성한 모형을 파라메터동정에 리용할수 있는가 하는것을 실험적으로 검증하였다.

질량, 억세기 및 감쇠가 주어진 한 자유도계에 백색소음을 작용시키고 그 응답자료를 리용하여 동정하였다.

응답자료는 MATLAB의 SIMULINK에서 모의하여 얻어냈으며 동정프로그람은 SITB(System Identification Tool Box)의 PEM함수를 리용하여 작성되였다.

모형을 추정할 때 이동평균결수들의 값은 일정하지 않고 계속 변하였으며 자체회귀결수들은 거의 일정하였다. 이것은 매 실험마다 같은 응답자료에 서로 다른 백색소음이 대응되며 그것에 따라 추정되는 모형의 이동평균결수들이 무질서하게 변하기때문이다. 다시말하면 이동평균결수들의 값은 믿을수 없고 자체회귀결수들만으로 모든 파라메터들을 다 동정할수 없는 조건에서 질량은 안다고 보고 억세기와 감쇠를 구한다.

각이한 체계들에 대하여 추정된 파라메터들은 표 1과 같다.

표 1. 각이한 체계에 대하여 동정된 진동파라메터

파라메터	체 계		
	$m=1$, $c=1$, $k=1$	$m=1$, $c=0.5$, $k=250$	$m=10$, $c=1.5$, $k=1\,000$
고유진동수 f	0.154 2	2.507 1	1.599 7
감쇠률 ζ	0.562 8	0.025 1	0.008 5
질량 m	1.000 0	1.000 0	10.000 0
감쇠 c	1.090 1	0.487 9	1.572 0
억세기 k	0.937 9	248.141 0	1 010.270 0

첫 경우 감쇠 및 억세기의 정확도는 91.73, 93.79%이고 둘째 경우는 97.58, 99.26%, 셋째 경우는 95.42, 98.98%이다.

보다싶이 질량이 주어진 체계에 대하여 동정된 감쇠 및 억세기의 정확도는 비교적 높으며 이 정도의 정확도이면 실측대상의 진동파라메터동정에 리용가능하다.

2) 실측대상의 환산질량계산

실측대상인 고층구조물의 지상 6층에 가속도수감부를 설치하고 진동응답을 측정하였다. 실측대상을 Solid Works에서 모형화하였다.

련이은 층과 층사이를 하나의 질점으로 보고 그것의 질량을 t단위로 계산하였다.

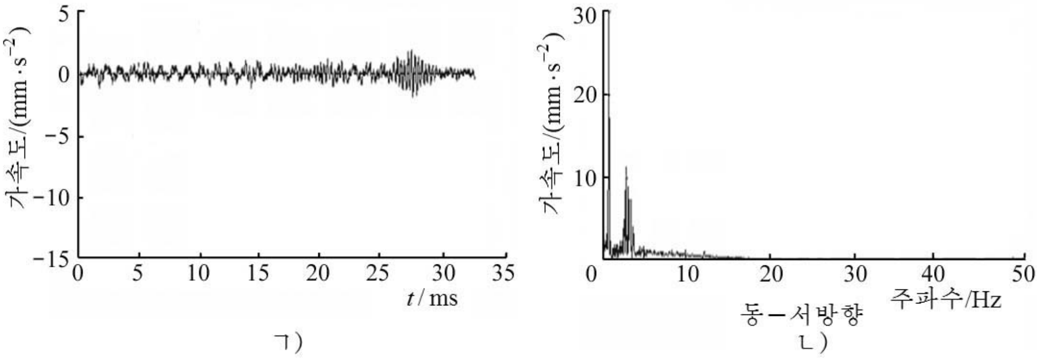

그림. 실측대상의 응답(ㄱ))과 그것의 스펙트르(ㄴ))

그림에서 보다싶이 1모드진동이 가장 우세하게 나타나므로 주어진 계를 한 자유도계로 환산하려고 한다. 8개의 질점들의 변위가 선형비례한다고 보고 수감부가 설치된 지상 6층점에서의 환산질량을 구하였다.

환산질량을 구하는 식은 $\frac{1}{2}M\dot{x}^2=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}M_i\dot{x}_i^2$ 과 같다.

얻어진 환산질량은 $M=7.336\ 3\times10^6\mathrm{kg}$ 이다.

3) 실측대상의 진동파라메터동정

추정한 모형의 결수들로부터 동정되는 파라메터들은 표 2와 같다.

표 2. 동정된 실측대상의 파라메터

파라메터	실험 1	실험 2	실험 3	실험 4	실험 5	평균값
f	0.875 3	0.875 2	0.875 1	0.875 3	0.875 2	0.875 22
ζ	0.025 8	0.025 8	0.025 8	0.025 7	0.025 8	0.025 78
k	$211.88\cdot10^6$	$221.83\cdot10^6$	$221.80\cdot10^6$	$221.9\cdot10^6$	$221.85\cdot10^6$	$221.85\cdot10^6$
c	$2.08\cdot10^6$	$2.08\cdot10^6$	$2.07\cdot10^6$	$2.06\cdot10^6$	$2.09\cdot10^6$	$2.07\cdot10^6$

동정된 실측대상의 진동파라메터들인 감쇠, 억세기값들은 각각

$$C=(2.075\cdot10^6)\mathrm{Ns/m},\quad K=(221.85\cdot10^6)\mathrm{N/m}.$$

맺 는 말

환경려기되는 진동체계는 그것의 진동특성을 그대로 반영하는 동등한 ARMA모형으로 표현할수 있으며 그 모형으로부터 진동파라메터들을 동정할수 있다.

참 고 문 헌

[1] F. Magalhaes et al.; Journal of Bridge Engineering, 12, 6, 746, 2007.

[2] B. Peeters et al.; Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 30, 2, 149, 2001.

[3] W. Gawronski et al.; Probabilistic Engineering Mechanics, 1, 3, 150, 1986.

주체104(2015)년 8월 5일 원고접수

Vibration Parameters Identification of Structures Subject to Ambient Excitation using ARMA Model

Ri Kwang I, Kim Pyong Hui

It is analyzed how to represent ARMA model equivalent vibration system subject to ambient excitation and how to identify the vibration parameters by ARMA model, and the above method is verified by simulation.

Key words: ARMA model, identification, ambient vibration