김일성종합대학학보 주체107(2018)년
지구환경과학 및 지질학 제64권 제2호

대수적방법을 리용한 자연전위이상해석에 대한 연구

리일경, 현영국

자연전위이상해석에는 최소두제곱역문제풀이법을 비롯한 여러가지 해석방법들이 많이 리용된다.[1, 2] 우리는 몇가지 단순한 이상체가 만드는 자연전위이상을 대수적인 방법을 리용하여 해석하는 방법을 제기하였다.

1. 방법의 원리

1) 무한수평원기둥체의 경우

무한수평원기둥체의 자연전위이상은 다음과 같이 표시된다.[3]

$$U(x_i)=2P\frac{x_i\cos\alpha-h\sin\alpha}{x_i^2+h^2} \tag{1}$$

여기서 x_i는 무한수평원기둥체의 중심을 원점으로 하는 측정점의 자리표, h는 깊이, α는 분극각, P는 전기쌍극자모멘트이다.

이제 $U(x_i)$를 간단히 U_i라고 표시하고 $q_1=h^2$, $q_2=2P\cos\alpha$, $q_3=2Ph\sin\alpha$라고 하면 식 (1)로부터 다음의 식을 얻을수 있다.

$$U_ix_i^2+U_iq_1-x_iq_2+q_3=0\ (i=1,\ 2,\ \cdots,N) \tag{2}$$

이제 파라메터 q_1, q_2, q_3이 정확한 값이 아니라고 하면 식 (2)의 오른변은 령이 아니며 일정한 오차가 존재하게 된다. 즉

$$U_ix_i^2+U_iq_1-x_iq_2+q_3=\varepsilon_i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,N) \tag{3}$$

우의 식을 전체 측정점들에 대하여 통합하고 두제곱오차합형태로 표시하면

$$S=\sum_{i=1}^{N}(U_ix_i^2+U_iq_1-x_iq_2+q_3)^2 \tag{4}$$

우의 식을 파라메터 q_1, q_2, q_3에 관하여 최소화하면 다음의 식을 얻는다.

$$Aq=B \tag{5}$$

여기서 3차행렬 A와 벡토르 q, B는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$A=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{N}U_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}U_ix_i & \sum_{i=1}^{N}U_i\\ \sum_{i=1}^{N}x_iU_i & -\sum_{i=1}^{N}x_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_i\\ \sum_{i=1}^{N}U_i & -\sum_{i=1}^{N}x_i & N\end{bmatrix},\quad q=\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}-\sum_{i=1}^{N}U_i^2x_i^2\\ -\sum_{i=1}^{N}U_ix_i^3\\ -\sum_{i=1}^{N}U_ix_i^2\end{bmatrix}$$

식 (5)를 풀어 q를 구하고 그로부터 수평원기둥분극체의 전기쌍극자모멘트, 깊이, 분극각을 구한다. 즉

$$h = \sqrt{|q_1|} \tag{6}$$

$q_3 = 2Ph\sin\alpha$ 와 $q_2 = 2P\cos\alpha$ (여기서 P는 전기쌍극자모멘트)를 변끼리 나누고 α 를 이끌어내면

$$\alpha = \arctan\left(\frac{q_3}{h \cdot q_2}\right)$$

그리고 $q_3 = 2Ph\sin\alpha$ 와 $q_2 = 2P\cos\alpha$ 를 두제곱하여 변끼리 더하고 P를 이끌어내면

$$P = \pm\frac{1}{2}\sqrt{q_2^2 + \frac{q_3^2}{h^2}} \tag{7}$$

여기서 P의 부호는 측정된 이상과 계산한 이상의 일치성정도를 고려하여 정한다.

2) 구형체의 경우

구형체의 자연전위이상은 다음과 같이 표시된다.[1]

$$U(x_i) = 2P\frac{x_i\cos\alpha - h\sin\alpha}{(x_i^2 + h^2)^{3/2}} \tag{8}$$

식 (8)의 량변에 $(x_i^2 + h^2)^{3/2}$ 을 곱하고 두제곱한 다음 $q_1 = h^2$, $q_2 = h^4$, $q_3 = h^6$, $q_4 = 4P^2\cos^2\alpha$, $q_5 = 4P^2 h\sin 2\alpha$, $q_6 = 4P^2h^2\sin^2\alpha$ (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6 은 정확한 값이 아니다.)라고 하면 다음의 오차방정식을 얻을수 있다.

$$S = \sum_{i=1}^{N}(U_i^2x_i^6 + 3U_i^2x_i^4q_1 + 3U_i^2x_i^2q_2 + U_i^2q_3 - x_i^2q_4 + x_iq_5 - q_6)^2$$

우와 같은 방법으로 다음의 식을 얻는다.

$$Aq = B \tag{9}$$

여기서 6차행렬 A와 벡토르 q, B는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$A = \begin{bmatrix} 3\sum_{i=1}^{N}x_i^8U_i^4 & 3\sum_{i=1}^{N}x_i^6U_i^4 & \sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^4 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^6U_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_i^5U_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^2 \\ 3\sum_{i=1}^{N}x_i^6U_i^4 & 3\sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^4 & \sum_{i=1}^{N}x_i^2U_i^4 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_i^3U_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^2U_i^2 \\ 3\sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^4 & 3\sum_{i=1}^{N}x_i^2U_i^4 & \sum_{i=1}^{N}U_i^4 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^2U_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_iU_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}U_i^2 \\ 3\sum_{i=1}^{N}x_i^6U_i^2 & 3\sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_i^2U_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^4 & \sum_{i=1}^{N}x_i^3 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^2 \\ 3\sum_{i=1}^{N}x_i^5U_i^2 & 3\sum_{i=1}^{N}x_i^3U_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_iU_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^3 & \sum_{i=1}^{N}x_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}x_i \\ 3\sum_{i=1}^{N}x_i^4U_i^2 & 3\sum_{i=1}^{N}x_i^2U_i^2 & \sum_{i=1}^{N}U_i^2 & -\sum_{i=1}^{N}x_i^2 & \sum_{i=1}^{N}x_i & -N \end{bmatrix}$$

$$q = [q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5,\ q_6]^T$$

$$B = \left[-\sum_{i=1}^{N}x_i^{10}U_i^4,\ -\sum_{i=1}^{N}x_i^8U_i^4,\ -\sum_{i=1}^{N}x_i^6U_i^4,\ -\sum_{i=1}^{N}x_i^8U_i^2,\ -\sum_{i=1}^{N}x_i^7U_i^2,\ -\sum_{i=1}^{N}x_i^6U_i^2\right]^T$$

식 (9)를 풀어 벡토르 q를 구한 다음 원기둥체의 경우와 비슷하게 구형체의 파라메터들을 구한다. 즉

$$h = \frac{|q_1|^{1/2} + |q_2|^{1/4} + |q_3|^{1/6}}{3} \tag{10}$$

$$\alpha = \pm \arctan \sqrt{|q_6 / (q_1 \cdot q_4)|} \tag{11}$$

$$P = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{h} \left| \frac{q_5}{\sin 2\alpha} \right|} \tag{12}$$

2. 모형계산실험에 의한 방법의 믿음성검증

우리는 모형계산실험에 의하여 방법의 믿음성을 검증하였다. 모형계산실험에서 리용한 측정점간격은 3m이며 탐사선의 총길이는 150m이다.

수평원기둥체모형과 구형체모형에 대한 계산실험자료는 표와 같다.

표. 수평원기둥체모형과 구형체모형에 대한 계산실험자료

모형 형태	파라메터	진값	우연장애가 포함된 자연전위이상곡선의 해석파라메터	
			우연장애가 5%일 때	우연장애가 20%일 때
원기둥체	H/m	10	9.88	10.02
	P/(mV·m)	1 000	990.38	984.49
	α/°	55	54.72	53.10
	자료편차(σ)		0.065	0.196
	모형편차(δ)		0.874	1.749
구형체	H/m	10	9.93	11.20
	P/(mV·m)	10 000	10 052.35	9 134.89
	α/°	50	48.5	51.14
	자료편차(σ)		1.285	2.538
	모형편차(δ)		1.411	7.645

야외측정조건을 재현하기 위하여 원기둥체모형과 구형체모형의 경우 우연장애를 첨부하였는데 이때 계산된 자연전위이상곡선(실선으로 표시)과 해석된 자연전위이상(원으로 표시)을 대비하여보았다.(그림 1, 2)

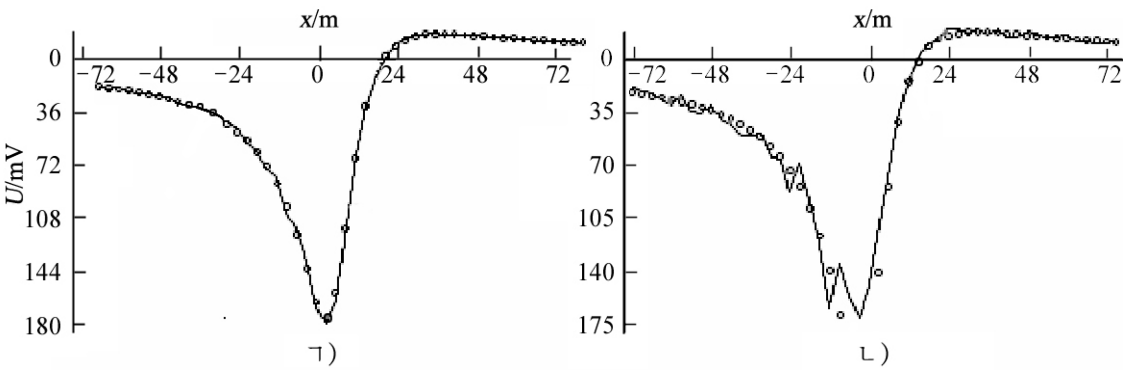

그림 1. 원기둥체모형의 경우 계산된 자연전위이상곡선과 해석된 자연전위이상

ㄱ) 우연장애가 5%일 때, ㄴ) 우연장애가 20%일 때

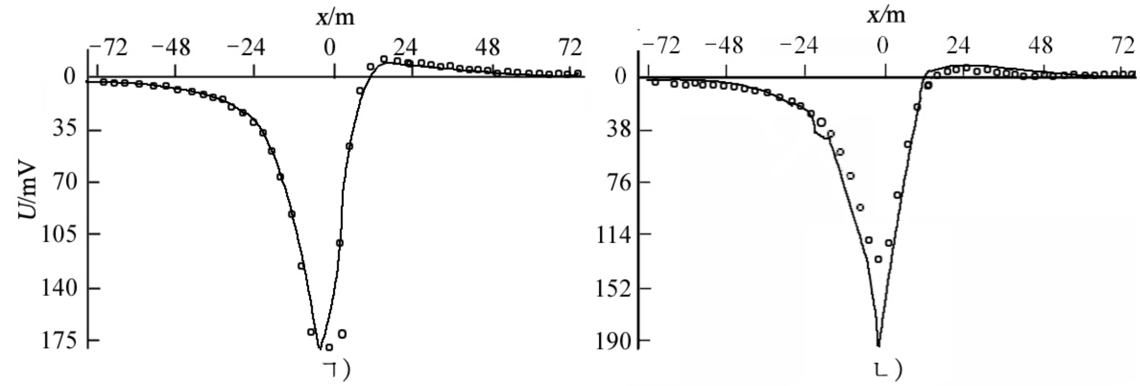

그림 2. 구형체모형의 경우 계산된 자연전위이상곡선과 해석된 자연전위이상

ㄱ) 우연장애가 5%일 때, ㄴ) 우연장애가 20%일 때

모형계산실험에서 자료편차와 모형편차는 각각 다음의 식으로 평가하였다.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[U_i - U_{t_i}]^2}{N}} \tag{13}$$

$$\delta = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left|\frac{P_0(i) - P_e(i)}{P_0(i)}\right| \times 100 \tag{14}$$

여기서 U_{t_i}는 해석된 자연전위이상, $P_0(i)$는 정확한 자연전위이상체의 파라메터값, $P_e(i)$는 해석된 자연전위이상체의 파라메터값, M은 파라메터수이다.

모형계산실험결과에서 보는바와 같이 대수적방법을 리용한 자연전위이상해석법은 우연장애의 영향을 크게 받지 않으면서 해석정확도가 높은 방법이라는것을 알수 있다.

맺 는 말

론문에서는 대수적방법을 리용한 자연전위이상해석방법의 한가지 형태를 제기하고 모형계산실험을 통하여 그 정확성을 검증하였다. 이 방법에서는 자연전위이상곡선으로부터 자연전위이상체의 파라메터들에 관한 선형대수방정식을 얻고 최소두제곱법으로 파라메터들을 결정한다. 이 방법은 초기근사를 요구하는 역문제풀이법들과 달리 초기근사를 필요로 하지 않으며 알고리듬이 단순하다. 모형계산실험으로부터 이 방법이 우연장애의 영향을 적게 받고 해석정확도가 높은 방법이라는것을 알수 있다.

참 고 문 헌

[1] **김일성**종합대학학보(자연과학), 58, 9, 170, 주체100(2011).

[2] B. J. Minsley; Geophysics, 73, 2, F71, 2008.

[3] E. M. Abdelrahman et al.; Geophysical Prospecting, 54, 409, 2006.

주체107(2018)년 1월 5일 원고접수

Interpretation of Self-Potential(SP) Anomalies Using Algebraic Method

Ri Il Gyong, Hyon Yong Guk

In this paper, we obtained a linear algebraic equation on the parameters of SP anomalous body from SP anomalous curve and determined the parameters using minimum square method.

The model calculation experiment showed that the method was a little sensible to random noise and had a high accuracy of interpretation.

Key words: algebraic method, SP, interpretation