김일성종합대학학보 JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체104(2015)년 제61권 제12호 Vol. 61 No. 12 JUCHE104(2015).

스핀편극을 고려한 전자-양전자쌍소멸에 대한 연구

고영해, 정수림

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《소립자론과 마당론에 대한 연구에도 힘을 넣어야 합니다.》(《**김정일**전집》 제4권 410페지)

선행연구들에서는 전자의 스핀편극을 고려하지 않은 경우[1, 4] 전자-양전자쌍소멸에 대한 량자마당론적문제는 론의되였으나 스핀편극을 고려한 경우의 자료는 없다.

최근 량자마당론적연구방법에서 새로운 계산방법들이 적용되면서 몇가지 량자마당론적과정들에 대하여 새로운 계산결과들이 얻어졌는데 그 대표적실례가 콤프톤산란과 제동복사에 대한 계산결과이다.[2, 3]

전자-양전자쌍소멸을 량자마당론적으로 연구하려면 우선 S-행렬에 대한 계산을 진행하여야 한다.

$$S_{f\to i}=-Z_3^{-1}\int d^4xd^4ye^{i(k_1\cdot x+k_2\cdot y)}\left\langle 0\left|T\{\varepsilon_1\cdot j(x)\varepsilon_2\cdot j(y)\}\right|p_1,\, p_2,\, \alpha_1,\, \alpha_2,\, n\right\rangle \tag{1}$$

식 (1)을 섭동론의 가장 낮은 차에서 계산하면 다음과 같다.

$$S_{f\to i}=-ie^2(2\pi)^4\delta^4(k_1+k_2-p_1-p_2)\cdot\overline{u}(p_2,\, \alpha_2)\{D\}u(p_1,\, \alpha_1) \tag{2}$$

여기서 산란자름면면적을 계산하려면 진폭불변2제곱을 계산하여야 하는데 선행연구들[2, 3]과 같은 방법으로 계산하면 전자의 스핀편극을 고려하지 못하고 전체적인 산란자름면면적계산 즉 마지막스핀상태에 대하여서는 합하고 처음 스핀상태에 관하여 평균하는 조작으로 넘어간다.

전자-양전자쌍소멸을 기술하는 파인만도표는 다음과 같다.

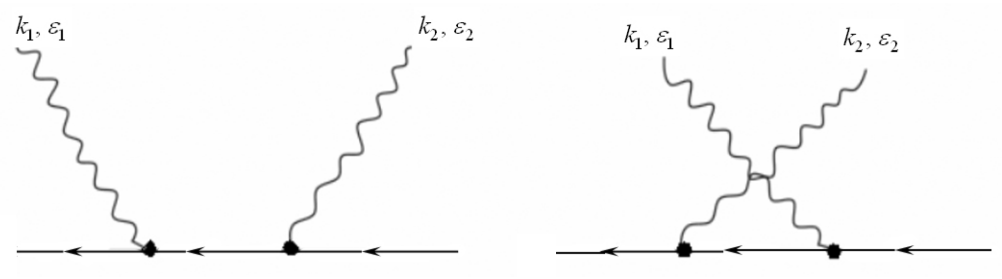

그림 1. 전자-양전자쌍소멸 파인만도표

그림 1에서 파인만도표에 따르는 파인만불변진폭은 식 (2)에 의하면 다음과 같다.

$$S_{f\to i}=-ie^2(2\pi)^4\delta^4(k_1+k_2-p_1-p_2)\cdot$$
$$\cdot\overline{v}(p_2,\, \alpha_2)\left\{\vec{\varepsilon}_2\frac{1}{\vec{p}_1-\vec{k}_1-m}\vec{\varepsilon}_1+\vec{\varepsilon}_1\frac{1}{\vec{p}_2-\vec{k}_2-m}\vec{\varepsilon}_2\right\}v(p_1,\, \alpha_1) \tag{3}$$

따라서 산란자름면면적을 계산할 때 전통적인 대각선합에 의한 계산방법이 아니라 스핀편극을 고려할수 있는 새로운 방법을 도입하는것이 중요하다.

이를 위해서는 전자와 양전자의 파동함수를 직접적으로 표준파동함수로 준다.

전자와 양전자의 표준파동함수의 구체적인 모양은 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} u^{(s)}(p) &= \sqrt{\frac{E+m}{2m}}\begin{pmatrix} \varphi^{(s)} \\ \frac{\sigma p}{E+m}\varphi^{(s)} \end{pmatrix} \\ v^{(s)}(p) &= \sqrt{\frac{E+m}{2m}}\begin{pmatrix} \frac{\sigma p}{E+m}\varphi^{(s)} \\ \varphi^{(s)} \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

성분들을 밝혀서 적으면

$$u_{\uparrow}^{(s)}(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{(E+m)/(2m)} \\ 0 \\ \frac{1}{2}p_z\sqrt{2/[m(E+m)]} \\ \frac{1}{2}(p_x+ip_y)\sqrt{2/[m(E+m)]} \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$u_{\downarrow}^{(s)}(p) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{(E+m)/(2m)} \\ \frac{1}{2}(p_x-ip_y)\sqrt{2/[m(E+m)]} \\ -\frac{1}{2}p_z\sqrt{2/[m(E+m)]} \end{pmatrix} \tag{6}$$

여기서 식 (5)는 웃방향으로 편극된 경우의 전자의 파동함수이며 식 (6)은 아래방향으로 편극된 경우의 전자의 파동함수이다.

마찬가지로 양전자의 파동함수도 다음과 같이 성분별로 정의한다.

$$v_{\uparrow}^{(s)}(p) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_x-ip_y)\sqrt{2/[m(E+m)]} \\ -\frac{1}{2}p_z\sqrt{2/[m(E+m)]} \\ 0 \\ \sqrt{(E+m)/(2m)} \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$v_{\downarrow}^{(s)}(p) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}p_z\sqrt{2/[m(E+m)]} \\ \frac{1}{2}(p_x-ip_y)\sqrt{2/[m(E+m)]} \\ \sqrt{(E+m)/(2m)} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{8}$$

여기서 식 (7)은 웃방향으로 스핀편극된 양전자파동함수를 의미하며 식 (8)은 아래방향으로 스핀편극된 양전자파동함수이다.

다음 파인만불변진폭에 직접 대입하고 계산한다. 중요한 문제는 기준자리표계를 어떻게 선택하는가 하는것이다. 기준자리표계를 1개 빛량자의 파동벡토르와 편극벡토르에 대하여 다음과 같이 표시되게 설정한다.

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= (\omega_1,\ 0,\ 0,\ \omega_1) \\ \varepsilon_1 &= (0,\ \cos\varphi,\ \sin\varphi,\ 0) \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

여기서 φ는 빛량자의 편극벡토르가 x축과 이루는 각이다.

산란된 빛량자의 전파방향이 xz평면에 놓이도록 자리표계를 설정한다. 그러면 산란된 빛량자의 파동벡토르와 편극벡토르는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\left.\begin{aligned} k_2 &= (\omega_2,\ \omega_2\sin\theta,\ 0,\ \omega_2\cos\theta) \\ \varepsilon_2 &= (0,\ \cos\theta,\ 0,\ -\sin\theta) \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

한편 실험실계에서 초기전자의 4차원운동량은 다음과 같다.

$$p_1 = (m,\ 0,\ 0,\ 0) \tag{11}$$

식 (5)－(11)을 식 (2)에 대입하고 계산은 Mathematica를 써서 진행한다.

식 (2)에서 앞의 상수항을 제외한 뒤부분을 M이라고 하고 $p_2 = p_1 + k_1 + k_2$임을 고려하면 스핀편극을 고려한 M은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} M_{\uparrow\uparrow} = \frac{1}{4}\Bigg\{ &-\frac{m(E+m)\cos\theta(\omega_1-\omega_2)}{(2m-\omega_1)(2m-\omega_2)} + \frac{(\omega_1+\omega_2\cos\theta)(\omega_1\cos\theta-\omega_2\cos 2\theta)}{m^2} + \\ &+\frac{\omega_2}{2}\left(\frac{\omega_1}{m^2-\omega_1^2}\sin^2\theta\right)\Bigg\}^2 \sin^2\varphi + \frac{1}{4}\Bigg\{-\frac{m(E+m)\cos\theta(4m-\omega_1-\omega_2)}{(2m-\omega_1)(2m-\omega_2)} + \\ &+\frac{(\omega_1+\omega_2\cos\theta)(\omega_1\cos\theta+\omega_2\cos 2\theta)}{m^2} + \frac{\omega_2}{2}\left(\frac{\omega_1}{m^2-\omega_1^2}\sin^2\theta\right)\Bigg\}^2 \cos^2\varphi \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} M_{\uparrow\downarrow} = \frac{1}{4}\Bigg\{ &-\frac{\omega_1\omega_2\cos\theta}{-m^2+\omega_1^2} + \frac{\omega_2^2}{m^2-\omega_2^2\cos^2\theta} + \frac{m(E+m)(\omega_1-\omega_2)}{(2m-\omega_1)(2m-\omega_2)} - \\ &-\frac{(\omega_1-\omega_2\cos\theta)}{m^2}\Bigg\}^2 \sin^2\theta\sin^2\varphi + \frac{1}{4}\Bigg\{\frac{\omega_1\omega_2\cos\theta}{-m^2+\omega_1^2} + \frac{\omega_2^2}{m^2-\omega_2^2\cos^2\theta} - \\ &-\frac{m(E+m)(\omega_1-\omega_2)}{(2m-\omega_1)(2m-\omega_2)} + \frac{(\omega_1-\omega_2\cos\theta)}{m^2}\Bigg\}^2 \sin^2\theta\cos^2\varphi \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} M_{\downarrow\uparrow} = \frac{1}{4}\Bigg\{ &\frac{\omega_1^2+\omega_1\omega_2\cos\theta}{m^2-\omega_1^2} + \frac{\omega_2^2}{m^2-\omega_2^2\cos^2\theta} + m(E+m)\left(\frac{\omega_1}{m^2} + \frac{\omega_2}{-m^2+\omega_2^2\sin^2\theta}\right) - \\ &-\frac{\omega_2^2-\omega_1\omega_2\cos\theta}{m^2}\Bigg\}^2 \sin^2\theta\sin^2\varphi + \frac{1}{4}\Bigg\{\frac{\omega_1^2+\omega_1\omega_2\cos\theta}{m^2-\omega_1^2} + \frac{\omega_2^2}{m^2-\omega_2^2\cos^2\theta} + \\ &+m(E+m)\left(\frac{\omega_1}{m^2} + \frac{\omega_2}{-m^2+\omega_2^2\sin^2\theta}\right) - \frac{\omega_2^2+\omega_1\omega_2\cos\theta}{m^2}\Bigg\}^2 \sin^2\theta\cos^2\varphi \end{aligned} \tag{14}$$

$$M_{\downarrow\downarrow}=\frac{1}{4}\left\{\frac{\omega_1^2\cos\theta+\omega_1\omega_2\cos^2\theta}{m^2-\omega_1^2}+\frac{\omega_1\omega_2+\omega_2^2\cos\theta}{-m^2+\omega_2^2\cos^2\theta}+m(E+m)\left(-\frac{\omega_1}{m^2}+\frac{\omega_2}{m^2-\omega_2^2\sin^2\theta}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{\omega_1\omega_2\sin^2\theta}{m^2}\right\}^2\sin^2\varphi+\frac{1}{4}\left\{\frac{\omega_1^2\cos\theta+\omega_1\omega_2\cos^2\theta}{-m^2+\omega_2^2\cos^2\theta}+m(E+m)\left(\frac{\omega_1}{m^2}+\frac{\omega_2}{m^2-\omega_2^2\sin^2\theta}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{\omega_1\omega_2\sin^2\theta}{m^2}\right\}\cos^2\varphi \tag{15}$$

여기서 웃방향 및 아래방향화살표는 각각 양전자와 전자의 스핀편극상태를 의미한다.

전자와 양전자의 스핀편극상태에 따르는 쌍소멸현상의 미분유효자름면면적을 그림 2에 주었다.

그림 2에서 보는바와 같이 스핀이 서로 반평행인 전자와 양전자가 방출하는 경우 산란자름면면적은 빛량자의 방출방향이 서로 수직일 때 극대이지만 서로 평행인 스핀의 전자와 양전자가 방출하는 경우에는 빛량자의 방출방향이 수직일 때 극소이다.

전자와 양전자의 에네르기비에 따르는 미분유효자름면면적을 그림 3에 보여주었다.

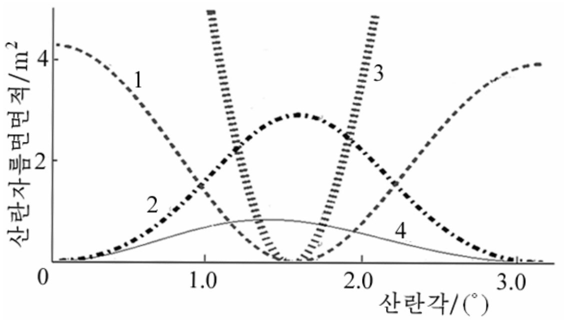

그림 2. 빛량자들의 산란각에 따르는 미분유효자름면면적변화곡선
1－전자와 양전자의 스핀이 둘 다 아래로 편극된 경우, 2－전자의 스핀은 우로, 양전자의 스핀은 아래로 편극된 경우, 3－전자와 양전자의 스핀이 둘 다 우로 편극된 경우, 4－전자의 스핀은 아래로, 양전자의 스핀은 우로 편극된 경우

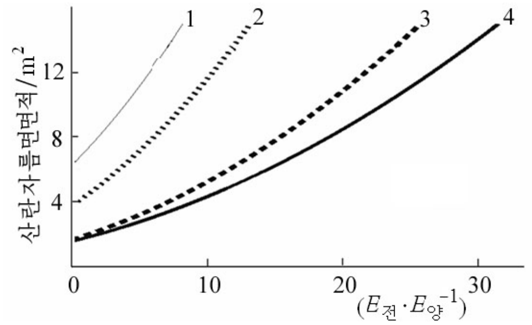

그림 3. 전자와 양전자의 에네르기비에 따르는 산란자름면면적변화
1－전자의 스핀은 아래로, 양전자의 스핀은 우로 편극된 경우, 2－전자와 양전자의 스핀이 둘 다 우로 편극된 경우, 3－전자의 스핀은 우로, 양전자의 스핀은 아래로 편극된 경우, 4－전자와 양전자의 스핀이 둘 다 아래로 편극된 경우

그림 3에서 보는바와 같이 양전자의 에네르기가 전자의 에네르기에 비해 클수록 미분유효자름면면적이 증가한다는것을 알수 있다.

맺 는 말

1) 전자－양전자쌍소멸현상에서 스핀편극을 고려하여 미분유효자름면면적을 새롭게 계산하였다.

2) 빛량자들의 산란각과 전자와 양전자의 에네르기비에 따르는 미분유효자름면면적의 변화를 계산하였다.

참 고 문 헌

[1] 김일성종합대학학보(자연과학), 60, 1, 58, 주체103(2014).
[2] 고영해 등; 량자마당론기본, 김일성종합대학출판사, 200～356, 주체89(2000).
[3] 고영해 등; 조선민주주의인민공화국 과학원통보, 4, 39, 주체98(2009).
[4] S. A. Alkatheeb; Quantum Electrodynamic Treatment of Leptonic Pair Production Processes, Cambridge, 200～205, 2009.

주체104(2015)년 8월 5일 원고접수

Electron-Positron Pair Annihilation considering Spin Polarization

Ko Yong Hae, Jong Su Rim

We newly calculated the differential effective cross-section of electron-positron pair annihilation, taking into account the spin polarization. And, we investigated the change of the differential effective cross-section according to the scattering angle of the photon and the energy ratio of the electrons and positrons.

Key words: pair annihilation, spin polarization