

## 환경가진에 의한 구조물의 모드파라미터동정에 대한 한가지 연구

김 병 희

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《새로 건설하는 살림집과 공공건물들에 대한 지진방지대책을 철저히 세우며 이미 건설된 건축물들에 대해서도 검토하여보고 대책을 세워야 하겠습니다.》(《김정일선집》 증보판 제7권 136페이지)

토목구조물에 대한 체계동정은 주파수영역에서의 주파수응답함수나 시간영역에서의 임펄스응답함수를 리용하여 측정한 입출구신호자료에 기초하여 진행하고있다. 토목구조물에서 출구신호(동적응답)를 얻는것은 그리 어렵지 않다. 동적응답은 구조물의 몇개 위치에 설치한 수감부들에서 얻어지는 신호에 기초하여 얻는다. 그러나 운영상태에 있는 실제 구조물에서 입구신호(러기신호)를 측정하는것은 대단히 어렵다.

교통, 파도, 바람, 지진 그리고 이것들의 결합작용은 자연적인 러기들이다. 이 경우에 환경진동에 대한 응답자료는 측정가능하며 실지 작용하는 러기집들은 미지이다. 환경진동측정자료를 리용한 체계동정은 입력가진신호에 대한 정보가 없이 구조물의 환경진동응답만을 측정하여 진행한다.[1]

선행연구[2, 3]에서는 구조물에서 환경진동측정응답들사이의 호상상관함수에 시간영역에서의 곡선적합알고리즘을 적용하는 NExT법을 소개하고 모드파라미터들을 동정 및 평가하였다.

논문에서는 선형시불변계에서 측정할수는 없으나 백색소음이라고 가정할수 있는 입력신호에 대한 두 측정응답들사이의 호상상관함수가 임펄스응답함수와 같은 형태를 가지며 이 호상상관함수를 리용하여 계의 고유주파수와 모드감쇠를 동정할수 있다는것을 수값실험을 통하여 검증하였다.

### 1. NExT(Natural Excitation Technique)법의 기본내용

두 우연신호  $x(t)$ ,  $y(t)$ 에 대하여 호상상관함수는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t), y(t + \tau)] \quad (1)$$

많은 경우에 우연신호의 주파수영역특성은 출력스펙트르밀도함수에 의하여 표시된다. 호상상관함수의 푸리에변환을 호상출력스펙트르밀도함수라고 부른다.

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2)$$

즉 호상상관함수와 호상출력스펙트르밀도함수사이에는 푸리에변환관계에 있다.

$n$  자유도계의 임펄스응답행렬은 일반적으로 다음과 같이 표시된다.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \sin \omega_{di} t}{m_i \omega_{di}} \begin{bmatrix} \phi_{1i} \phi_{1i} & \phi_{1i} \phi_{2i} & \cdots & \phi_{1i} \phi_{ni} \\ \phi_{2i} \phi_{1i} & \phi_{2i} \phi_{2i} & \cdots & \phi_{2i} \phi_{ni} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{ni} \phi_{1i} & \phi_{ni} \phi_{2i} & \cdots & \phi_{ni} \phi_{ni} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $h_{ij}$ 는  $i$  번째 물리자리표에만 단위임펄스힘이 작용할 때  $j$  번째 물리자리표의 임펄스응답,  $m_i$ 는  $i$  번째 모드질량,  $\omega_{di}$ 는  $i$  번째 모드의 감쇠고유주파수,  $\omega_{ni}$ 는  $i$  번째 모드의 고유주파수,  $\zeta_i$ 는  $i$  번째 모드의 감쇠비,  $\phi_{ij}$ 는  $i$  번째 모드벡터의  $j$  번째 성분이다.

한편 듀아멜적분에 의하여  $k$  번째 점에 단위임펄스힘이 작용할 때  $i$  및  $j$  번째 물리자리표의 임펄스응답을  $h_{ik}$ ,  $h_{jk}$  라고 하면 매 점들에서의 변위는

$$\left. \begin{aligned} y_{ik}(t) &= h_{ik}(t) \cdot f_k(t) = \int_0^\infty h_{ik}(\tau) f_k(t-\tau) d\tau \\ y_{jk}(t) &= h_{jk}(t) \cdot f_k(t) = \int_0^\infty h_{jk}(\tau) f_k(t-\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

로 표시된다. 여기서  $f_k(t)$ 는  $k$  번째 점에 작용하는 단위임펄스힘이다.

따라서  $i$  및  $j$  번째 물리자리표에서 응답사이의 호상상관함수는

$$\begin{aligned} R_{ijk}(\tau) &= E[y_{ik}(t)y_{jk}(t+\tau)] = E\left[\int_0^\infty h_{ik}(\tau_1)f_k(t-\tau_1)d\tau_1 \int_0^\infty h_{jk}(\tau_2)f_k(t+\tau-\tau_2)d\tau_2\right] = \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty h_{ik}(\tau_1)h_{jk}(\tau_2)E[f_k(t-\tau_1)f_k(t+\tau-\tau_2)]d\tau_1d\tau_2 = \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty h_{ik}(\tau_1)h_{jk}(\tau_2)R_{kk}(\tau+\tau_1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 \end{aligned} \quad (5)$$

로 표시된다. 만일  $k$  번째 점에 작용하는 입구신호가 자체상관함수가  $R_{kk}(\tau) = \sigma_x^2 \delta(\tau)$  인 백색소음이라면 그것의 자체상관함수는 다음과 같이 표시된다.

$$R_{kk}(\tau) = \sigma_x^2 \delta(\tau) \quad (6)$$

따라서 식 (5)는 다음과 같이 표시된다.

$$R_{ijk}(\tau) = \sigma_x^2 \int_0^\infty \int_0^\infty h_{ik}(\tau_1)h_{jk}(\tau_2)\delta(\tau+\tau_1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 = \sigma_x^2 \int_0^\infty h_{ik}(\tau_1)h_{jk}(\tau+\tau_1)d\tau_1 \quad (7)$$

식 (7)에 임펄스응답행렬의 성분들을 대입하면 다음의 결과가 얻어진다.

$$R_{ijk}(\tau) = \sigma_x^2 \sum_{r=1}^n \frac{e^{-\zeta_r \omega_{nr} \tau_1} \sin \omega_{dr} \tau_1}{\omega_{dr} m_r} \phi_{ir} \phi_{kr} \sum_{s=1}^n \frac{e^{-\zeta_s \omega_{ns} (\tau+\tau_1)} \sin \omega_{ds} (\tau+\tau_1)}{\omega_{ds} m_s} \phi_{js} \phi_{ks} d\tau_1 \quad (8)$$

식 (8)에  $\tau=t$  를 대입하고 적분변수에 관하여 정돈하면

$$R_{ijk}(t) = \sum_{s=1}^n G_{ijk}^s [e^{-\zeta_s \omega_{ns} t} \cos(\omega_{ds} t)] + H_{ijk}^s [e^{-\zeta_s \omega_{ns} t} \sin(\omega_{ds} t)] \quad (9)$$

가 얻어진다. 여기서

$$\begin{Bmatrix} G_{ijk}^s \\ H_{ijk}^s \end{Bmatrix} = \sum_{r=1}^n \frac{\sigma_k^2 \phi_{ir} \phi_{kr} \phi_{js} \phi_{ks}}{\omega_{dr} m_r \omega_{ds} m_s} \int_0^\infty e^{(-\zeta_r \omega_{nr} - \zeta_s \omega_{ns}) \tau_1} \sin(\omega_{dr} \tau_1) \begin{Bmatrix} \sin(\omega_{ds} \tau_1) \\ \cos(\omega_{ds} \tau_1) \end{Bmatrix} d\tau_1 \quad (10)$$

식 (9), (10)은 선행연구[3]에서의 제안식과 완전히 일치하며 식 (3)의 임펄스응답행렬의 성분들과 비교해볼 때 상수배만 한 차이를 가진다는것을 알수 있다. 따라서 임펄스응답 함수에 적용되는 시간영역에서의 곡선적합방법들을 호상상관함수에 적용하여 구조물의 모드파라미터들을 추정할수 있다.

실천에 리용할 때에는 먼저 호상출력스펙트르를 측정하고 다음에 그것을 푸리에거꿀 변환하여 호상상관함수를 얻는다.

## 2. 환경진동에 의한 구조물의 모드파라미터동정

2자유도계를 실험로 모드파라미터를 동정해보자.

계의 고유주파수는  $f_1 = 5\text{Hz}$ ,  $f_2 = 15\text{Hz}$ , 모드감쇠비는  $\zeta_1 = 0.05$ ,  $\zeta_2 = 0.03$ 이다.

입력신호로는 평균값이 0이고 분산이 1인 백색소음을 작용시킨다.(그림 1) 때 질량점들에서 응답사이의 호상출력스펙트르를 그림 2에 보여주었다. 오차를 최소화하기 위하여 200번의 겹침평균화를 진행하였다.

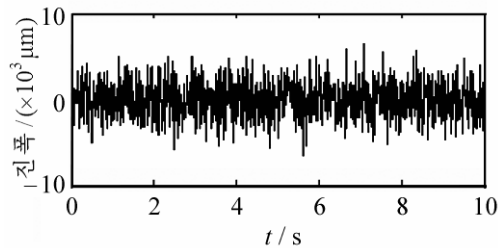


그림 1. 백색소음여기신호

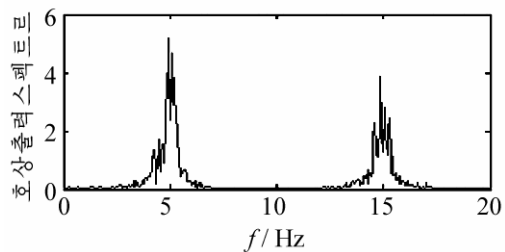


그림 2. 호상출력스펙트르

다음으로 호상출력스펙트르를 푸리에거꿀변환하여 호상상관함수를 구한다.

먼저 제1모드파라미터들을 추정하기 위하여 호상출력스펙트르에서 첫번째 봉우리를 제외한 나머지 봉우리값들을 0으로 신호처리한 다음 푸리에거꿀변환하여 호상상관함수를 얻는다. 모드파라미터를 동정하기 위하여 얻어진 호상상관함수의 절반신호만을 리용한다. 그림 3의 ㄱ)에 제1모드파라미터들을 추정하기 위한 호상출력스펙트르의 푸리에거꿀변환에 의한 호상상관함수와 그것에 의하여 동정된 모드주파수, 모드감쇠비를 보여주었다. 그림 3의 ㄴ)에 호상출력스펙트르에서 두번째 봉우리를 제외한 나머지 봉우리값들을 0으로 신호처리한 다음 푸리에거꿀변환하여 얻은 호상상관함수와 그것으로부터 동정된 제2모드파라미터를 보여주었다.

표로부터 알수 있는바와 같이 제1모드파라미터들은 거의 정확히 동정된다. 여기서 오차가 생기는 기본원인은 한번의 응답자료에 기초하여 모드파라미터들을 추정하였기 때문이다. 현장연구에서는 환경진동을 여러번 측정할수 있기때문에 평균화를 진행하면 오차가 보다 더 작아질수 있다.

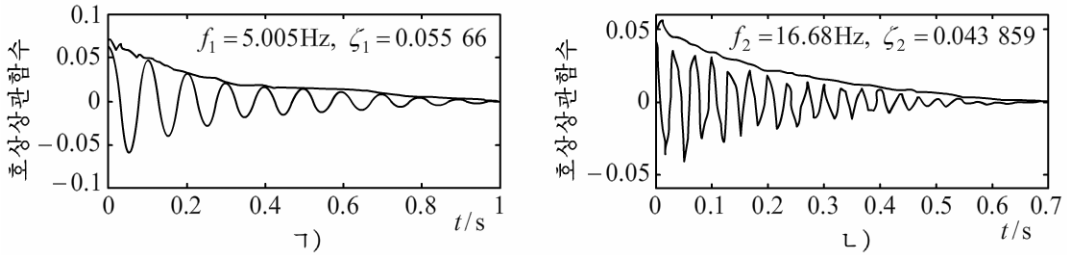


그림 3. 호상상관함수와 그것에 의하여 동정된 모드주파수와 모드감쇠비

ㄱ) 제1모드파라미터, ㄴ) 제2모드파라미터

표. 동정한 고유주파수와 모드감쇠비

파라미터	제1모드			제2모드		
	실제값	동정값	오차/%	실제값	동정값	오차/%
고유주파수/Hz	5	5.005	0.1	15	16.68	11.2
모드감쇠	0.05	0.055 66	11.32	0.03	0.043 859	46.2

## 맺 는 말

론문에서는 러기원천이 백색소음우연과정이라는 가정에 기초하여 임펄스응답함수와 측정된 두 응답들사이의 호상상관함수가 같은 형태 즉 감쇠하는 시누스신호형태를 가진다는 것을 해석적으로 유도하고 이 호상상관함수를 리용하여 계의 모드파라미터들을 동정할수 있다는것을 수값모의를 통하여 확증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김병희 등; 기계공학, 3, 18, 주체104(2015).
- [2] 김명범; 조선력학학회지, 2, 16, 주체96(2007).
- [3] C. R. Farrar et al.; Journal of Sound and Vibration, 205, 1, 1, 1997.

주체106(2017)년 8월 10일 원고접수

## Modal Parameters Identification of Structures using NExT

Kim Pyong Hui

In this paper we theoretically proved that the cross-correlation function between two response measurements has the same form as the system's impulse response function on the assumption that the input excitation is white noise. And through the numerical simulation we verified that the system's modal parameters could be identified from the cross-correlation function between 2 response measurements.

Key words: identification, modal parameter, NExT