

순간주파수측정값들에 의한 피동거리추정의 한가지 방법

리강진, 엄철남

피동음향수감부로 이동하는 음원의 음향신호를 수감하여 목표의 이동파라미터를 추정하는것은 음향탐지기에서 중요한 문제의 하나이다.

선행연구[1]에서는 1개의 수감부로 측정된 순간주파수값들을 리용하여 음원의 이동파라미터추정문제를 2차원비선형최량화문제로 귀착시켰지만 이 방법은 음원이 수감부우로 지나갈 때에만 적용할수 있다. 여러개의 수감부로 측정된 도달시간차값[2] 또는 에네르기값[4]들을 리용하여 음원의 3차원위치를 추정하는 방법들도 연구되었지만 이 방법들은 수감부의 개수가 많을것을 요구하며 신호대잡음비가 낮은 경우에 불충분한 추정을 낳는다.

우리는 1개의 수감부를 리용하여 음원이 수감부방향으로 비행할 때 측정된 순간주파수값들에 기초하여 음원의 이동파라미터를 추정하는 한가지 방법을 제안하고 모의실험을 진행하였다.

1. 순간주파수와 음원의 이동파라미터사이 관계

도플러효과는 음원과 수감부사이의 호상운동에 의하여 발생하는 주파수변화효과로서 이 주파수변화는 수감부에서 순간주파수로 측정된다.

이러한 운동하는 음원에 대하여 일정한 관측시간구간안에서 다음의 가정을 세울수 있다.

- ① 음원은 일정한 높이에서 등속으로 직선비행하며 이동속도는 음속보다 작다.
- ② 음원주파수는 일정하다.

위의 가정에 기초하여 부동수감부에 의하여 얻어지는 순간주파수값은 다음과 같다.

$$f_I = f_0 \frac{C}{C \mp V \cos \theta_D \cos \gamma} \quad (1)$$

여기서 V 는 음원의 이동속도, C 는 음속, \mp 부호는 음원이 수감부방향으로 날아올 때에는 부의 부호, 떨어질 때에는 정의 부호를 나타낸다. 그리고 γ 는 음원의 이동방향과 음파의 전달경로사이 각이며 θ_D 는 수감부에 대한 음원의 비탈각이다.

t_j 시각에 대하여 식 (1)은 다음과 같이 전개될수 있다.

$$f(t_j) = A + B \cdot Z(t_j, t_c, s) \quad (2)$$

$$A = f_0 \cdot C^2 / (C^2 - V^2), \quad B = -f_0 \cdot C \cdot V / (C^2 - V^2) \quad (3)$$

$$t_c = -L/C, \quad s = L \cdot \sqrt{C^2 - V^2} / (VC), \quad Z(t_j, t_c, s) = (t_j - t_c) / \sqrt{s^2 + (t_j - t_c)^2} \quad (4)$$

여기서 t_c 는 최소접근점(수감부에서 음원의 비행경로에 내린 수직선의 밑점)에서 수감부까지(거리 L) 소리가 전파되는데 걸리는 시간이다.

선행연구[1]에서는 시각 t_j 들을 미리 알고있다는 가정하에서 t_c 와 s 에 관한 2차원비선형최량화문제의 풀이를 구하는 방법으로 이동파라미터를 추정하였다. 그러나 이 방법은 현실조건에서 t_j 들을 결정하기 힘들며 또 목표가 수감부우로 지나갈 때에만 적용할수 있는것으로 하여 실용성이 없다. 이 결함을 극복하기 위해 우리는 측정의 마감시각을 T 로 놓고 ΔT 시간간격으로 순간주파수를 측정하였다.

이때 식 (2)는 다음과 같이 변경된다.

$$f(T_j) = A + B \cdot Z(T_j, s) \quad (5)$$

$$T_j = T - (j-1)\Delta T, \quad Z_j = Z(T_j, s) = T_j / \sqrt{s^2 + T_j^2} \quad (6)$$

여기서 A, B 는 식 (3)에서와 같고 $j=1, \dots, N$ 이다.

측정시간간격을 등간격(ΔT 는 사용자가 설정한다.)으로 놓음으로써 이동파라미터추정 문제를 변수 T 와 s 에 관한 2차원최량화문제로 귀착시킬수 있다.

2. 이동파라미터 추정

비행체의 이동파라미터 V, L, f_0, T 들은 매 시각 T_j 에서 순간주파수의 측정값 \hat{f}_j 들과 식 (2)에 의해 계산된 예측값 f_j 들의 2제곱오차를 최소화하여 얻을수 있다. 즉

$$\sum_{j=1}^N (\hat{f}_j - f_j)^2 = \sum_{j=1}^N (\hat{f}_j - A - B \cdot Z_j)^2 \quad (7)$$

한편 T_j 와 s 의 값들이 고정되어있을 때 식 (4)를 A 와 B 에 관하여 최소화하면 A 와 B 는

$$\hat{B} = \sum_{j=1}^N (\hat{f}_j - f_j) \cdot Z_j / \sum_{j=1}^N (Z_j - \bar{Z})^2, \quad \hat{A} = \bar{f} - B \cdot \bar{Z} \quad (8)$$

로 추정된다. 여기서 \bar{f} 와 \bar{Z} 는 각각 \hat{f}_j, Z_j 들의 평균이다.

식 (8)을 (7)에 대입하고 정돈하면 식 (7)의 최소화문제는 다음식의 최대화문제와 동등해진다.

$$\left(\sum_{j=1}^N (\hat{f}_j - f_j) \cdot Z_j \right)^2 / \sum_{j=1}^N (Z_j - \bar{Z})^2 \quad (9)$$

이제 $\mathbf{x} = [T, s]^T$ 로 놓으면 식 (9)의 최대화문제는 다음과 같은 함수 $F(\mathbf{x})$ 의 최소화 문제로 된다.

$$F(\mathbf{x}) = F(T, t_c) = \sum_{j=1}^N (g_j(\mathbf{x}))^2, \quad g_j(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N (Z_j - \bar{Z}) / \left(\sum_{j=1}^N (\hat{f}_j - \bar{f}) \cdot Z_j \right) \quad (10)$$

이 최소화문제는 Marquardt-Levenberg방법을 적용하여 풀수 있다.

함수 $F(\mathbf{x})$ 의 그라디언트(2차원렬벡토르)는 다음과 같이 해석적으로 구할수 있다.

$$\nabla F(\mathbf{x}) = 2 \sum_{j=1}^N g_j(\mathbf{x}) \cdot \nabla g_j(\mathbf{x}) \quad (11)$$

여기서 $\nabla g_j(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N [\partial g_i(\mathbf{x}) / \partial Z_k] \cdot \nabla Z_k(\mathbf{x}), \quad \nabla Z_k(\mathbf{x}) = [\partial Z_k / \partial T, \partial Z_k / \partial s]^T,$

$$\partial Z_k / \partial T = s^2 (s^2 + T_k^2)^{-1.5}, \quad \partial Z_k / \partial s = -T_k s (s^2 + T_k^2)^{-1.5},$$

$$\partial g_j(\mathbf{x}) / \partial Z_k = Z_f^{-2} \sum_{k=1}^N [N_{jk} \cdot Z_f - (Z_j - \bar{z}) \cdot (f_k - \bar{f})], \quad Z_f = \sum_{j=1}^N (f_j - \bar{f}) \cdot Z_j$$

이며 N_{jk} 는 $j=k$ 일 때에는 $1-1/N$ 이고 $j \neq k$ 일 때에는 $-1/N$ 이다.

한편 Marquardt-Levenberg 알고리즘의 l 번째 순환에서 탐색방향은 다음과 같이 쓸수 있다.[1]

$$\mathbf{d}_l = -G_l^{-1} \nabla F(\mathbf{x}_l), \quad G_l = \nabla^2 F(\mathbf{x}_l) + \beta_l Q_l \quad (12)$$

여기서 β_l 은 부아닌 상수로서 $\nabla^2 F(\mathbf{x}_l)$ 이 비부값행렬일 때 G_l 이 정값행렬이 되도록 취한다. 그리고 Q_l 은 정값행렬(실제로 단위행렬)이며 Hesse행렬 $\nabla^2 F(\mathbf{x}_l)$ 은 그라디언트행렬 $\nabla F(\mathbf{x}_l)$ 에 의해 근사적으로 다음과 같이 계산될수 있다.

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}_l) \approx [\nabla F(\mathbf{x}_l)]^T [\nabla F(\mathbf{x}_l)] \quad (13)$$

우와 같은 론의에 기초하여 이동파라미터를 계산하는 알고리즘은 다음과 같다.

① 초기값을 다음과 같이 설정한다.

$$l=0, \quad \mathbf{x}_l = [T, \quad s]^T \quad (T < 0, \quad s > 0 \text{ 이면서 } 0 \text{에 가까운 실수})$$

② 그라디언트 $\nabla F(\mathbf{x}_l)$ 을 계산하고 탐색방향 \mathbf{d}_l 을 계산한다.(식 (11), (12))

③ \mathbf{x} 를 다음과 같이 갱신한다.

$$\mathbf{x}_{l+1} = \mathbf{x}_l + \lambda_l \mathbf{d}_l \quad \mathbf{x}_{l+1} = \mathbf{x}_l + \lambda_l \mathbf{d}_l$$

④ $|\Delta \mathbf{x}_l| = |\mathbf{x}_l - \mathbf{x}_{l-1}|$ 가 허용오차한계에 들어갈 때까지 ②부터 ④까지를 반복한다.

⑤ 최종적으로 얻어진 파라미터 $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{T}, \hat{s}]^T$ 를 가지고 식 (6)에 의해 T_j, Z_j 를 얻은 다음에 식 (8)에 의해 A, B 의 값을 계산한다.

⑥ 이동파라미터를 다음의 식에 의하여 계산한다.

$$\hat{V} = -(\hat{B}/\hat{A}) \cdot C, \quad \hat{L} = \hat{s} \cdot \hat{V} \cdot C / (C^2 - V^2)^{1/2}, \quad \hat{f}_0 = \hat{A} \cdot (1 - \hat{V}^2 / C^2), \quad \hat{t}_c = -\hat{L} / \hat{C} \quad (14)$$

⑦ 시각 t 에서 비행체와 수감부사이 거리는 다음과 같이 평가한다.

$$r(t) = \sqrt{\hat{L}^2 + [tC^2\hat{V} + \hat{L}C\hat{V} - C\hat{V}^2((\hat{L}/\hat{V}C)^2(C^2 - \hat{V}^2) + (t - \hat{t}_c)^2)^{1/2} / (C^2 - \hat{V}^2)]^2} \quad (15)$$

알고리즘에서 입력은 순간주파수추정값 \hat{f}_j 과 측정시간간격 ΔT 이며 출력은 이동파라미터 $\{V, L, f_0, T\}$ 와 t 시각의 거리 $r(t)$ 이다.

3. 모의실험 및 결과분석

비행체의 이동파라미터를 표 1에서와 같이 설정할 때 평가되는 순간주파수는

$$25.995 \text{ 7, } 25.982 \text{ 1, } 25.966 \text{ 7, } 25.949 \text{ 1, } 25.929 \text{ 0, } 25.906 \text{ 0, } \\ 25.879 \text{ 2, } 25.848 \text{ 1, } 25.811 \text{ 5, } 25.768 \text{ 3Hz}$$

이다.

표 1. 모의파라미터설정값

F_0/Hz	$V/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	L/m	T/s	$\Delta T/\text{s}$	N	SNR/%
20	80	100	-5	0.2	10	10

이때 제안된 방법의 알고리즘을 리용하여 계산된 파라미터값은 $f_0 = 19.785\text{Hz}$, $V = 82.80\text{m/s}$, $L = 102.24\text{m}$ 이다.

한편 몇가지 지표를 가지고 제안된 방법과 선행한 방법들을 비교한 결과는 표 2와 같다.

표 2. 제안된 방법과 선행한 방법들과의 비교

지표	측정값	수감부개수	계산시간/ms	특징
제안된 방법	도플러주파수	1	10	2차원비선형문제 주파수측정시각을 예측하고
선행한 방법[3]	도플러주파수	1	12	2차원비선형문제풀기
선행한 방법[2]	도달시간차	3	35	3차원비선형문제풀기
선행한 방법[4]	에네르기	4	47	4차원비선형문제풀기

여기서 계산시간은 Pentium 4 CPU 2.8GHZ, RAM 512M, 하드 80GB의 컴퓨터로 이동 파라미터를 한번 계산하는데 걸리는 시간이다.

표들로부터 제안된 방법이 선행한 방법들에 비하여 적은 개수의 수감부를 쓰면서도 계산시간을 훨씬 단축할수 있다는것을 알수 있다.

맺는말

1개의 수감부를 리용하여 음원이 수감부방향으로 비행할 때 측정된 순간주파수값들에 기초하여 음원의 이동파라미터를 추정하는 한가지 방법을 제안하였다.

모의결과로부터 제안된 방법이 선행한 방법들에 비하여 계산정확도가 높고 파라미터 추정연산속도가 빠른것으로 하여 음원의 이동파라미터추정에 효과적이라는것을 알수 있다.

참고문헌

- [1] 오용범; 최량화방법, 김일성종합대학출판사, 195~199, 주체98(2009).
- [2] Tao Wang et al.; Motive Parameters Estimation Using Narrow-band Passive Acoustical Measurements, University of Electronic Science and Technology of China, 662~666, 2005.
- [3] D. Ampeliotis et al.; Signal Processing, 90, 1300, 2010.
- [4] 王昭; 一种基于瞬时频率估计的被动声学测距方法, 西北工业大声学工程研究所, 10~17, 2000.

주체104(2015)년 5월 5일 원고접수

A Method of Passive Distance Estimation by using Instantaneous Frequency Measurements

Ri Kang Jin, Om Chol Nam

We proposed a method how to estimate the moving parameters of the acoustic source by using instantaneous frequency measurements when it was flying to one sensor.

Key words: moving parameter, instantaneous frequency