김일성종합대학학보 JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체103(2014)년 제60권 제8호 Vol. 60 No. 8 JUCHE103(2014).

완전주기신호렬에 의한 적응성려파기의 려파결수추정의 한가지 방법

조정훈, 엄철남

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 지적하시였다.

《과학기술을 발전시켜야 나라의 경제를 빨리 추켜세울수 있으며 뒤떨어진 기술을 앞선 기술로 갱신하여 생산을 끊임없이 높여나갈수 있습니다.》(《**김정일**선집》 제20권 증보판 62폐지)

신호처리기술은 콤퓨터와 전자공학의 발전과 함께 최근년간 급속한 발전을 이룩하고 있으며 정보기술의 여러 분야에서 널리 쓰이고있다.

론문에서는 완전주기신호렬(PPSEQ)을 적응성려파기의 입구렬로 하고 여기에 NLMS알고리듬을 적용하여 적응성려파기의 려파결수를 구하기 위한 한가지 방법을 제안하였다.

1. 완전주기신호렬과 NLMS알고리듬에 대한 개념

완전주기신호렬 $p(n)$은 완전한 주기적인 자기상관함수

$$\phi_{pp}(n)=\sum_{i=0}^{N-1}p(i)p(n+i)=\begin{cases}E, & n \bmod N=0\\ 0, & n \bmod N\neq 0\end{cases}$$

을 가지는 주기가 N인 신호렬이다. 여기서 $E=\sum_{i=0}^{N-1}p^2(i)$는 신호렬의 에네르기이다.

리산푸리에변환을 DFT로 표시하면

$$\mathrm{DFT}\{\phi_{pp}(n)\}=\mathrm{DFT}\{p(n)\}^*\cdot\mathrm{DFT}\{p(n)\}$$

이므로 완전주기신호렬의 리산푸리에변환의 진폭은 항상 $\sqrt{E}$와 같다.

따라서 주기가 N인 완전주기신호렬은 공액대칭이고 상수진폭을 가진 길이가 N인 복소신호렬을 거꿀푸리에변환한 다음 그것을 주기적으로 반복하여 얻을수 있다.

NLMS알고리듬은 적응성려파기의 려파결수를 구하기 위한 알고리듬의 한 종류이다.

적응성려파기의 구성도를 보면 그림과 같다. 여기서 $x(n)$은 체계의 입구신호, $v(n)$은 잡음, $d(n)$은 출구신호이고 $\boldsymbol{x}(n)$은 길이가 N인 입구신호렬로서

$$\boldsymbol{x}(n)=[x(n),\ x(n-1),\ \cdots,\ x(n-N+1)]^T.$$

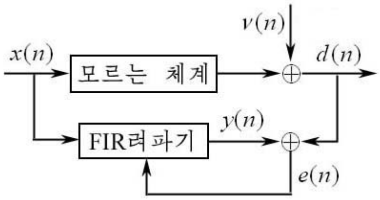

그림. 적응성FIR려파기

NLMS알고리듬에서는 려파기결수벡토르 $\boldsymbol{w}(n)$을

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)+\mu e(n)\boldsymbol{x}(n)/(\boldsymbol{x}^T(n)\boldsymbol{x}(n))$$

과 같이 갱신한다. μ는 걸음크기이고 $e(n)=d(n)-\boldsymbol{w}^T(n)\boldsymbol{x}(n)$은 선형평가오차이다.

선행연구[2, 3]에서는 신호에 섞인 잡음을 제거하기 위한 NLMS알고리듬의 여러가지 변종들을 연구하였으며 선행연구[1]에서는 완전주기신호렬을 신호처리에 리용하여 통신체계를 검정하는 방법을 제안하였다.

NLMS알고리듬을 리용하여 려파기의 려파결수를 구하는 방법은 많은 계산량과 자료량을 필요로 하는것으로 하여 이것을 줄이는것이 매우 중요하다.

론문에서는 완전주기신호렬을 입구신호렬로 리용하는 NLMS알고리듬을 구성함으로써 계산량과 자료량을 줄이는 한가지 방법을 제안하였다.

2. 완전주기신호렬을 리용한 NLMS알고리듬

주기가 N 인 완전주기신호렬에서 길이가 N 인 벡토르들의 렬 $\{\boldsymbol{x}(n)\}$ 을 생각하면 이 렬의 주기도 N 이므로 완전주기신호렬내부에는 길이가 N 인 서로 다른 벡토르가 N 개 존재하게 되는데 이 서로 다른 벡토르들을 $\boldsymbol{x}_0,\ \boldsymbol{x}_1,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_{N-1}$ 로 표시하자.

적응성려파기의 입구신호렬을 완전주기신호렬로 주게 되면 려파기의 출구신호 $y(n)$ 은 다음과 같이 표시된다.

$$y(n)=\sum_{i=0}^{N-1} c_i(n)\boldsymbol{w}_i^T\boldsymbol{x}(n) \tag{1}$$

적응성려파기에서는 NLMS알고리듬에 의하여 결수 $c_i(n)$ 과 $\boldsymbol{w}_i$ 를 갱신해야 한다.

이제 결수 $\boldsymbol{w}_i$ 를 다음의 조건이 만족되도록 설정하자.

$$\boldsymbol{w}_i=\boldsymbol{x}_i/E\ ,\quad E=\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{x}_i \tag{2}$$

정리 1 입구신호렬이 완전주기신호렬일 때 려파기입구신호벡토르 $\boldsymbol{x}(n)$ 은 $\boldsymbol{x}(n)=\boldsymbol{x}_i$ ($i=n \bmod N$)로 되며 다음의 관계식이 성립된다.

$$\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{w}_j=\begin{cases}1, & i=j\\ 0, & i\neq j\end{cases} \tag{3}$$

증명 벡토르 $\boldsymbol{x}(n)$ 의 정의로부터 $\boldsymbol{x}(n)=[x(n),\ x(n-1),\ \cdots,\ x(n-N+1)]^T$ 가 성립된다.

또한 $i=n \bmod N$ 이라고 하면 $\boldsymbol{x}_i=[x(n),\ x(n-1),\ \cdots,\ x(n-N+1)]^T$ 가 성립된다.

식 (2)로부터 $\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{w}_j=\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{x}_j/E$ 가 성립된다.

그런데 $\boldsymbol{x}_0,\ \boldsymbol{x}_1,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_{N-1}$ 들은 완전주기렬의 서로 다른 벡토르들이므로 완전주기신호렬의 정의로부터 식 $\boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{x}_j=\begin{cases}E, & i=j\\ 0, & i\neq j\end{cases}$ 가 성립된다.

따라서 식 (3)이 성립된다.(증명끝)

정리의 결과를 식 (1)에 적용하면 다음의 식이 성립된다.

$$y(n)=c_i(n)\quad (i=n \bmod N) \tag{4}$$

려파기결수벡토르 $\boldsymbol{w}(n)$ 은 다음의 식에 의하여 구할수 있다.

$$\boldsymbol{w}(n)=\sum_{i=0}^{N-1} c_i(n)\boldsymbol{w}_i^T=\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{c}(n) \tag{5}$$

여기서 $\boldsymbol{W}$ 는 $i+1$번째 렬이 $\boldsymbol{w}_i$ 와 같은 $N\times N$ 차행렬이며

$$\frac{\partial J(n)}{\partial c_i(n)} \approx \begin{cases} -2(d(n)-c_i(n)), & i = n \bmod N \\ 0, & i \neq n \bmod N \end{cases}.$$

행렬 $\boldsymbol{W}$ 는 정의로부터 순환행렬이므로 벡토르 $\boldsymbol{w}(n)$ 는 리산푸리에변환을 리용하여

$$\boldsymbol{w}(n) = \mathrm{IDFT}\{\mathrm{DFT}\{\boldsymbol{w}_0\} \cdot \mathrm{DFT}\{\boldsymbol{c}(n)\}\}$$

과 같이 구할수 있다.

한편 식 (3)으로부터 행렬 $\boldsymbol{W}$ 와 $\boldsymbol{X}$ 사이에는 $\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{X} = \boldsymbol{I}$ 가 성립된다. 여기서 $\boldsymbol{X}$ 는 $i+1$째 행이 벡토르 $\boldsymbol{x}_i$ 와 같은 $N \times N$ 차행렬이다. 따라서 $\boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{X}^{-1}$ 이 성립된다.

다음으로 최소평균두제곱비용함수 $J(n) = E[(d(n) - y(n))^2]$ 에 의하여 $c_i(n)$ 을 구하자.

이때 $y(n)$ 은 식 (4)에 의하여 구할수 있다.

그라디엔트법에 의하여 결수를 갱신하는 방법을 고찰하면 다음과 같다.

$$c_i(n+1) = c_i(n) - \frac{\mu \partial J(n)}{2\partial c_i(n)}$$

$$\frac{\partial J(n)}{\partial c_i(n)} \approx \begin{cases} -2(d(n)-c_i(n)), & i = n \bmod N \\ 0, & i \neq n \bmod N \end{cases}, \quad c_i(n+1) = \begin{cases} c_i(n) + \mu(d(n)-c_i(n)), & i = n \bmod N \\ c_i(n), & i \neq n \bmod N \end{cases}$$

이 식을 벡토르형식으로 쓰면

$$\boldsymbol{c}(n+1) = \boldsymbol{c}(n) + \mu(d(n) - \boldsymbol{c}^T(n)e_i(n))e_i(n). \tag{6}$$

여기서 $i = n \bmod N$ 이고 $e_i(n)$은 $N \times N$ 차단위행렬의 $i+1$째 행이다.

NLMS알고리듬을 구성하면 다음과 같다.

1° 주기가 N 인 임의의 완전주기렬을 생성하여 려파기의 입구신호렬로 리용한다.

2° 신호렬 $x(n)$ 에서 길이가 N 인 N 개의 신호렬벡토르 $\boldsymbol{x}_0$, $\boldsymbol{x}_1$, $\cdots$, $\boldsymbol{x}_{N-1}$ 을 구한다.

3° 식 $\boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{X}^{-1}$ 에 의하여 행렬 $\boldsymbol{W}$ 를 구한다. 여기서 $\boldsymbol{X}$ 는 $i+1$째 행이 벡토르 $\boldsymbol{x}_i$ 와 같은 $N \times N$ 차행렬이다. 이때 완전주기신호렬의 성질에 의하여 $\boldsymbol{X}$ 는 불퇴화행렬로 되고 따라서 그것의 거꿀행렬이 존재하며 $\boldsymbol{W}$ 의 매 렬벡토르들이 바로 $\boldsymbol{w}_i$ 로 된다.

4° 식 (6)에 의하여 결수 $c_i(n)$ 을 갱신한다.

5° 식 (5)에 의하여 려파기결수벡토르 $\boldsymbol{w}(n)$ 을 구한다.

정리 2 잡음이 없는 경우($\nu(n) = 0$) $\mu = 1$ 로 놓고 NLMS알고리듬에 완전주기신호렬을 입구하면 N 번의 순환만에 알고리듬이 수렴한다.(증명생략)

이로써 완전주기신호렬을 적응성려파기의 입구신호렬로 리용하여 그것의 려파결수를 구할수 있는 한가지 NLMS알고리듬을 구성하였다.

참 고 문 헌

[1] C. Antweiler; Advances in Digital Speech Transmission, 82, 5, 171, 2008.

[2] A. Montazeri et al.; Signal Processing, 91, 98, 2011.

[3] A. Zerguine et al.; Signal Processing, 91, 136, 2011.

주체103(2014)년 4월 5일 원고접수

A Method for Finding Filtering Coefficient of Adaptive Filter by the Perfect Periodic Signal Sequences

Jo Jong Hun, Om Chol Nam

We proposed the NLMS algorithm which has the perfect periodic signal sequences as input signal sequences. This method can be used as the algorithm which can find the filtering coefficients in the real time under the certain conditions.

Key words: adaptive filter, perfect periodic signal sequence