

고속철도재해안전감시조종체계설계에서 칼만려파기에 의한 바람예측방법

손원권, 백성욱

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《나라의 철도망을 더욱 완비하고 철길의 종량화, 고속도화를 추진하며 철도시설과 장비의 현대화, 관리운영의 정보화를 실현하여야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 52페이지)

고속철도에서는 재해에 대처하기 위하여 재해안전감시조종체계를 수립하는데 여기에는 바람으로부터의 피해를 막기 위한 분체계[1]도 포함되어있다.

현재 바람예측에서 정확성이 높다고 제기되는것이 칼만려파산법인데 이것을 선형체계에 대하여 실현하였으므로 돌발성이 심한 최근의 기상조건에서는 정확성이 떨어지고있다.[2, 3]

그러므로 논문에서는 바람의 경과를 비선형동적체계로 보고 시그마점칼만려파기를 고속철도바람예고분체계의 극초단기예보에 리용할수 있는 기본계산절차를 수립하였다.

단계 1 초기화진행

이 단계에서는 확장된 상태결수와 그것의 오차공분산들의 계산초기값을 설정한다.

① 예보식의 결수 x_0 에 추정값 $\hat{x}_{0/0}$ 을 값주기한다.

$$\hat{x}_0 = E[x_0] = \hat{x}_{0/0}$$

② 초기값의 오차공분산값주기를 진행한다.

$$\begin{aligned} P_{X_0}^0 &= E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] = \\ &= \begin{bmatrix} p_{11}^0 & p_{12}^0 & \cdots & p_{1n}^0 \\ p_{21}^0 & p_{22}^0 & \cdots & p_{2n}^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1}^0 & p_{n2}^0 & \cdots & p_{nn}^0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1^0 - \hat{x}_1^0)(x_1^0 - \hat{x}_1^0)} & \cdots & \sqrt{(x_1^0 - \hat{x}_1^0)(x_n^0 - \hat{x}_n^0)} \\ \sqrt{(x_2^0 - \hat{x}_2^0)(x_1^0 - \hat{x}_1^0)} & \cdots & \sqrt{(x_2^0 - \hat{x}_2^0)(x_n^0 - \hat{x}_n^0)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{(x_n^0 - \hat{x}_n^0)(x_1^0 - \hat{x}_1^0)} & \cdots & \sqrt{(x_n^0 - \hat{x}_n^0)(x_n^0 - \hat{x}_n^0)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

③ 확장된 상태벡토르의 초기값 \hat{x}_0^a 을 설정한다.

$$\hat{x}_0^a = E[x_0^a] = [x_0^T \ w_0^T \ v_0^T]$$

여기서 T는 전위행렬표시이며 x_0 은 예보식의 결수추정량 \hat{x}_0 이고 상태잡음과 관측잡음량 w_0, v_0 은 모두 령으로 정한다.

④ 확장된 상태벡터의 오차공분산행렬 $P_{X_k}^a$ 를 설정한다.

$$P_{X_k}^a = \begin{bmatrix} P_{X_k}^a & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix}$$

여기서 상태잡음공분산행렬 Q_k 를 적당한 값으로 놓는다.(실제로 $Q_k = E[w_k w_k^T]$ 이다.)

단계 2 상태잡음공분산조절이 있는 시그마점계산

$$\begin{aligned} \chi_{k-1}^a &= \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1}^a & \hat{x}_{k-1}^a + \zeta \sqrt{p_{k-1}^a} & \hat{x}_{k-1}^a - \zeta \sqrt{p_{k-1}^a} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \chi_{k-1}^x & \hat{\chi}_{k-1}^x \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

여기서 χ_{k-1}^x 는 상태변수에 대한 시그마점, $\hat{\chi}_{k-1}^x$ 는 상태잡음변수에 대한 시그마점들이다.

시그마점변환은 주어진 평균 \hat{x}^a 와 공분산 P^a 로부터 다음과 같은 관계를 만족시키는 시그마점들인 x_i^a 와 그것에 관계되는 무게 W_i 들의 모임을 얻는 과정이다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n+1} W_i &= 1 \\ \sum_{i=0}^{n+1} W_i x_i^a &= \hat{x}^a \\ \sum_{i=0}^{n+1} W_i (x_i^a - \hat{x}^a)(x_i^a - \hat{x}^a)^T &= P^a \end{aligned}$$

① $0 \leq W_0 \leq 1$ 을 선택한다.

② 무게렬을 계산한다.

$$W_i = (1 - W_0)/(n+1), \quad i = \overline{1, n+1}$$

③ 시그마점들의 벡토르렬을 다음과 같이 초기화한다.

$$\chi_{u,0}^{a,1} = [0], \quad \chi_{u,1}^{a,1} = \begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{2W_1} \end{bmatrix}, \quad \chi_{u,2}^{a,1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2W_1} \end{bmatrix}$$

④ 시그마점들의 벡토르렬을 $j = 2, \dots, n$ 에 대하여 확장한다.

$$\chi_{u,i}^{a,j} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \chi_{u,0}^{a,j-1} \\ 0 \end{bmatrix}, & i = 0 \text{ 일 때} \\ \begin{bmatrix} \chi_{u,i}^{a,j-1} \\ -1 \\ \sqrt{j(j+1)W_1} \end{bmatrix}, & i = 1, \dots, j \text{ 일 때} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{j(j+1)W_1} \end{bmatrix}, & i = j+1 \text{ 일 때} \end{cases}$$

여기서 윗첨수 j 는 벡토르의 차원을 표시하며 아래첨수 i 는 시그마점들의 렬을 표시한다.

이 단계에서 서로 다른 공분산을 가지는 시그마점들은 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned}\chi_{k-1}^a &= \hat{\chi}^a + P^a \chi_{u,i}^{a,0} \\ \chi_{k-1}^{1,a} &= \hat{\chi}^a + a_{k-1}^1 P^a \chi_{u,i}^{a,1} \\ \chi_{k-1}^{2,a} &= \hat{\chi}^a + a_{k-1}^2 P^a \chi_{u,i}^{a,2}\end{aligned}$$

여기서 χ_{k-1}^a 는 잡음공분산이 정격일 때 확장된 상태우연량에 관한 시그마점, $\chi_{k-1}^{1,a}$ 는 잡음공분산이 정격인 Q 보다 작게 조절되었을 때 확장된 상태우연량에 관한 시그마점, $\chi_{k-1}^{2,a}$ 는 잡음공분산이 정격인 Q 보다 크게 조절되었을 때 확장된 상태우연량에 관한 시그마점들이다.

논문에서는 $a_{k-1}^1 < 1$, $1 < a_{k-1}^2$ 으로 정하였다.

단계 3 시그마점들을 비선형상태 및 측정모형에 통과시키기

여기서는 공분산조절을 가지는 상태결수에 대한 시그마점들과 상태잡음행렬을 비선형동적체계모형을 통과시켜 시간갱신한다. 이 단계는 상태결수와 상태잡음오차공분산행렬에 대한 예보단계이다. 이 단계에서 시각 $k-1$ 에서 시각 k 에로의 상태이행이 진행되며 여기서 단위 1은 예보예견기이다.

$$\begin{aligned}\chi_{k/k-1}^x &= f(\chi_{k-1}^x) + \hat{\chi}_{k-1}^w \\ Y_{k/k-1} &= h(\chi_{k-1}^x) + \hat{\chi}_{k-1}^v\end{aligned}$$

단계 4 상태추정값과 측정예측값 및 상태오차공분산의 시간갱신

$$\begin{aligned}\hat{x}_{\bar{k}} &= \sum_{i=0}^{p-1} W_i^m \chi_{i,k/k-1}^x \\ \hat{y}_k &= \sum_{i=0}^{p-1} W_i^m Y_{i,k/k-1}\end{aligned}$$

단계 5 측정오차계산 및 측정값갱신률 공분산추정

$$\begin{aligned}\tilde{y}_k &= y_k - \hat{y}_{\bar{k}} \\ \hat{C}_k &= \begin{cases} \frac{k-1}{k} \hat{C}_{k-1} + \frac{1}{k} \tilde{y}_k \tilde{y}_k^T, & \text{정상인 경우} \\ \tilde{y}_k \tilde{y}_k^T, & \text{비정상인 경우} \end{cases}\end{aligned}$$

단계 6 상태잡음공분산추정 및 상태잡음공분산시간갱신

$$\begin{aligned}\hat{Q}_k &= K_k \hat{C}_k K_k^T - \sum_i \sum_j W_{ij}^c [f(\chi_{i,k-1}^x)] [f(\chi_{j,k-1}^x)]^T \\ P_{\bar{x}_k} &= \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{j=0}^{p-1} W_{ij}^c [f(\chi_{i,k/k-1}^x)] [f(\chi_{j,k/k-1}^x)]^T + \hat{Q}_{k-1}\end{aligned}$$

단계 7 칼만증폭도계산

여기서는 공분산조절된 시그마점들을 비선형모형에 기초하여 전파시킨 시그마점들과 예보추정량을 리용하여 공분산행렬을 계산하여 결과적으로 칼만증폭도를 계산한다.

$$P_{y_k} = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{j=0}^{p-1} W_{ij}^c (Y_{i, k/k-1})(Y_{j, k/k-1})^T$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{j=0}^{p-1} W_{ij}^c (\chi_{i, k/k-1}^x)(Y_{j, k/k-1})^T$$

$$K_k = P_{x_k y_k} \cdot P_{y_k}^{-1}$$

단계 8 상태 및 오차공분산의 추정값갱신

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{\bar{k}} + K_k (y_k - \hat{y}_{\bar{k}})$$

$$P_{x_k} = P_{\bar{x}_k} - K_k P_{y_k} K_k^T$$

단계 9 단계 2에 의해

맺는 말

바람속도의 변화상태를 비선형동적체계로 보고 고속열차정차시간에 해당하는 극초단기 바람속도에측을 실현하기 위하여 비선형시그마점칼만과산법에 의한 기본계산절차를 수립하였다.

참고 문헌

- [1] 刘辉 等; 武汉理工大学学报, 6, 98, 2008.
- [2] 付梦印 等; Kalman滤波理论及其在导航系统中的应用, 科学出版社, 92~135, 2010.
- [3] 龚炯, 王鹏; 高速铁路技术, 3, 1, 5, 2012.

주체106(2017)년 11월 5일 원고접수

Wind Prediction Method in Design of Calamity Safety Watch Control System in the High Speed Railway

Son Won Gwon, Paek Song Uk

In this paper, we established the main calculation procedure by nonlinear sigma Kalman filtering calculation method to realize prediction of ultrashort wind velocity on stoppage hour of the high speed train on condition that changing state of wind velocity is nonlinear dynamic system.

Key words: Kalman filtering calculation method, wind prediction