김일성종합대학학보 주체109(2020)년
물리학 제66권 제3호

량자문회로에 기초한 량자BP신경망의 한가지 모형

최일향, 김남철

량자신경망분야는 량자계산과 신경망분야가 서로 결합되면서 최근시기 새롭게 등장하여 주목을 끌고있다.[1] 물론 아직 량자신경망분야는 시작단계라고 볼수 있지만 세계적으로 량자신경계산령역에서는 이미 량자편상기억, 량자상태중첩, 량자병렬학습 등의 문제들에 대하여 리론적인 연구분석이 진행되였으며 량자신경계산연구의 발전을 위한 리론적기초가 마련되여가고있다.[2]

1982년에 호프필드(Hopfield)신경망이, 1986년에 BP신경망이 제안된 이후 신경망분야에서는 리론연구에서 주목할만 한 결과가 얻어지지 않았으며 응용범위가 넓어지고 계산량이 늘어나는데 따라 신경계산(Neural Computation)의 제한성이 점점 명백해졌다. 실례로 학습량정보처리시 처리속도가 너무 느리고 기억용량에 제한이 있으며 반복훈련이 필요되고 새로운 정보를 접수할 때 기억상실이 쉽게 일어나는 등 많은 문제점들이 나타났다.[3] 이로부터 신경망과 량자계산리론이 결합된 량자신경망(Quantum Neural Networks, QNN)이 전망성있는 새로운 연구령역으로 등장하였다. 바로 량자계산이 량자병렬성과 량자얽힘특성을 가지므로 량자신경망을 리용하여 패턴인식을 비롯한 인공지능개발에 대한 연구를 심화시키는것이 하나의 새로운 연구방향으로 되고있다.[4]

론문에서는 량자문회로에 기초한 량자BP신경망의 한가지 모형을 제안하고 이 신경망의 학습알고리듬을 구성하였다.

1. 다중큐비트조종부정문

다중큐비트량자론리문의 한가지 실례로 조종부정문을 들수 있는데 이 론리문은 2개의 입력량자비트를 가지고있다. 그중에서 한 비트는 조종량자비트, 다른 한 비트는 표적량자비트라고 부른다.

그 작용은 다음과 같다. 만일 조종량자비트가 $|0\rangle$ 이면 표적량자비트는 자기의 상태를 보존하며 조종량자비트가 $|1\rangle$ 이면 표적량자비트는 반전된다.

2비트조종부정문을 다중량자비트문으로 확장할수 있다. 가령 $n+1$ 개의 량자비트가 있고 X 는 단일큐비트량자부정문이라고 하면 다중큐비트조종부정문의 연산 $C^n(X)$ 를 다음과 같이 정의할수 있다.

$$C^n(|x_1x_2\cdots x_n\rangle|\phi\rangle) \equiv |x_1x_2\cdots x_n\rangle X^{x_1x_2\cdots x_n}|\phi\rangle \qquad (1)$$

여기서 X 의 지수 $x_1x_2\cdots x_n$ 은 량자비트 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 의 적이다. 즉 n 개의 량자비트들이 모두 $|1\rangle$ 이면 부정문 X 는 맨 마지막 1개 비트를 반전시키며 그렇지 않으면 그 어떤 변환도 하지 않는다.(그림 1)

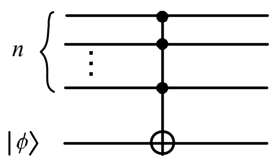

그림 1. 다중큐비트 조종부정문

가령 n 개의 조종량자비트가 $|x_i\rangle = a_i|0\rangle + b_i|1\rangle\ (i=1, 2, \cdots, n)$ 이라면 표적량자비트가 $|\phi\rangle = |0\rangle$ 일 때 다중큐비트조종부정문의 출력은 다음과 같이 표시된다.

$$C^n(|x_1\rangle\otimes\cdots\otimes|x_n\rangle\otimes|0\rangle)=|x_1\rangle\otimes\cdots\otimes|x_n\rangle|0\rangle-$$
$$-b_1b_2\cdots b_n\left|\overbrace{11\cdots10}^{n\text{개}}\right\rangle+b_1b_2\cdots b_n\left|\overbrace{11\cdots11}^{n\text{개}}\right\rangle \tag{2}$$

이로부터 알수 있는바와 같이 이 하나의 출력은 $n+1$ 개 량자비트들의 얽힘상태에 놓여있으며 표적량자비트 $|\phi\rangle=|1\rangle$ 이 출현할 확률은 $|b_1b_2\cdots b_n|^2$ 이다.

2. 량자문회로를 리용한 량자신경망모형과 망파라메터의 갱신규칙

량자문회로에 기초한 량자신경망모형은 그림 2와 같다. 여기서 $|x_1\rangle,\cdots,|x_n\rangle$ 은 입력, $|h_1\rangle,\cdots,|h_p\rangle$ 는 중간층출력, $|y_1\rangle,\cdots,|y_m\rangle$ 은 망출력이다.

이제 량자문회로신경망의 입출력관계를 유도해보자.

n 차원힐베르트공간의 실수값벡토르를 통하여 훈련표본 $\overline{X}=(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n)^T$ 를 표시한다. 여기서 $\bar{x}_i\in[a_i,b_i]$ 이며 변환공식은 다음과 같다.

$$|X\rangle=(|x_1\rangle,|x_2\rangle,\cdots,|x_n\rangle)^T \tag{3}$$

여기서 다음식을 리용한다.

$$|x_i\rangle=\cos\frac{2\pi(\bar{x}_i-a_i)}{b_i-a_i}|0\rangle+\sin\frac{2\pi(\bar{x}_i-a_i)}{b_i-a_i}|1\rangle=\left(\cos\frac{2\pi(\bar{x}_i-a_i)}{b_i-a_i},\ \ \sin\frac{2\pi(\bar{x}_i-a_i)}{b_i-a_i}\right)^T \tag{4}$$

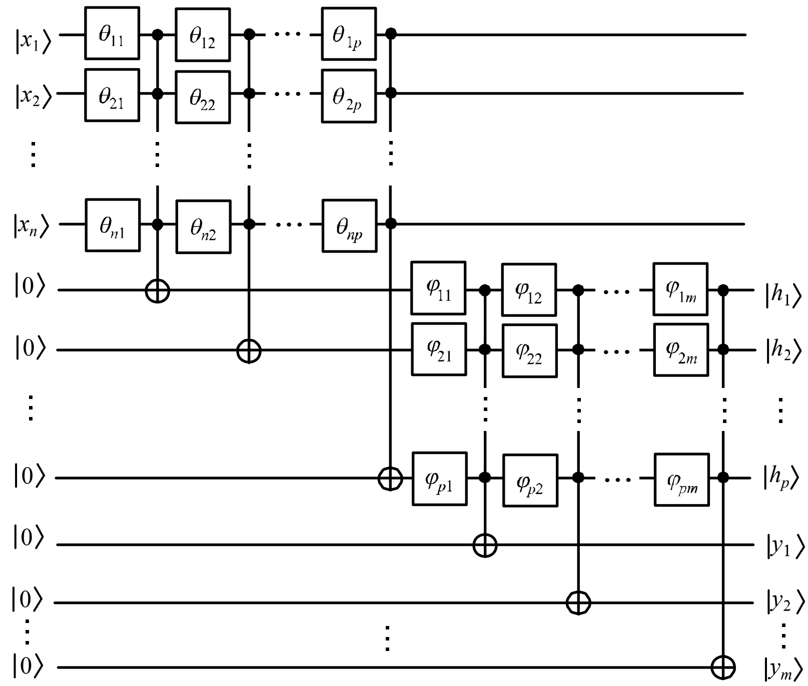

그림 2. 량자문회로에 기초한 량자신경망모형

만일 $|x_i\rangle=\cos\theta_i|0\rangle+\sin\theta_i|1\rangle$ 이라고 하면 단일비트위상밀림문과 다중비트조종부정연

산의 정의식으로부터 입출력관계식을 얻을수 있다.

중간층출력: $|h_j\rangle = \cos\left(\varphi_j + \sum_{k=1}^{m}\varphi_{jk}\right)|0\rangle + \sin\left(\varphi_j + \sum_{k=1}^{m}\varphi_{jk}\right)|1\rangle$,

출력층출력: $|y_k\rangle = \cos\xi_k|0\rangle + \sin\xi_k|1\rangle$

여기서 $\varphi_j = \arcsin\left(\prod_{i=1}^{n}\sin\left(\theta_i + \sum_{l=1}^{j}\theta_{il}\right)\right)$, $\xi_k = \arcsin\left(\prod_{j=1}^{p}\sin\left(\varphi_j + \sum_{q=1}^{k}\varphi_{jq}\right)\right)$ 이다. 그러나 중간층의 출력으로 실지로 출력층에로 전달되는 출력만을 고려하는 경우에는 다음과 같다.

$$|h_j\rangle = \cos\varphi_j|0\rangle + \sin\varphi_j|1\rangle \quad (j = 1, 2, \cdots, p) \tag{5}$$

$$|y_k\rangle = \cos\xi_k|0\rangle + \sin\xi_k|1\rangle \quad (k = 1, 2, \cdots, m) \tag{6}$$

매층의 량자비트들의 상태 $|1\rangle$의 확률진폭을 그 층의 실제출력으로 설정하면 망에서 매층의 실제적인 출력은 다음과 같다.

$$h_j = \sin\varphi_j = \prod_{i=1}^{n}\sin\left(\theta_i + \sum_{l=1}^{j}\theta_{il}\right) \quad (k = \overline{1,\ p}) \tag{7}$$

$$y_k = \sin\xi_k = \prod\nolimits_{j=1}^{p}\sin\left(\arcsin\left(\prod_{i=1}^{n}\sin\left(\theta_i + \sum_{l=1}^{j}\theta_{il}\right)\right) + \sum_{q=1}^{k}\varphi_{jq}\right) \quad (k = \overline{1,\ m}) \tag{8}$$

제안한 모형에서 망의 조절가능한 파라메터는 중간층과 출력층의 단일비트위상밀림문의 회전위상이다. 가령 규격화한 후의 기대출력이 $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \cdots, \tilde{y}_n$ 이라면 오차함수는 다음과 같이 표시된다.

$$E = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}(\tilde{y}_k - y_k)^2 \tag{9}$$

그라디엔트하강법을 리용하면 매층의 회전위상의 그라디엔트하강계산식은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial E}{\partial\theta_{ij}} = -\sum_{k=1}^{m}(\tilde{y}_k - y_k)y_k\cot\left(\varphi_j + \sum_{q=1}^{k}\varphi_{jq}\right)h_j\cot\left(\theta_i + \sum_{l=1}^{j}\theta_{il}\right)\Big/\sqrt{1-h_j^2} \tag{10}$$

$$\frac{\partial E}{\partial\varphi_{jk}} = -(\tilde{y}_k - y_k)y_k\cot\left(\varphi_j + \sum_{q=1}^{k}\varphi_{jq}\right) \tag{11}$$

따라서 중간층과 출력층의 회전각들에 대한 갱신식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\theta_{ij}(t+1) = \theta_{ij}(t) - \eta\frac{\partial E}{\partial\theta_{ij}} \tag{12}$$

$$\varphi_{jk}(t+1) = \varphi_{jk}(t) - \eta\frac{\partial E}{\partial\varphi_{jk}} \tag{13}$$

여기서 t는 교체걸음수이고 η는 학습률이다.

맺 는 말

량자회전문과 다중큐비트조종부정문을 리용하는 량자문회로에 기초한 3층량자BP신경망모형을 제안하고 이 량자신경망의 입출력관계를 정량적으로 유도하였으며 학습알고리듬을 구성하기 위한 망파라메터갱신식을 유도하였다.

참 고 문 헌

[1] M. B. Vicente; Progress in Artificial Intelligence, DOI 10.1007/s13748-014-0059-0, 2014.

[2] A. J. Silva et al.; Neurocomputing, 75, 52, 2012.

[3] H. Takesue et al.; NTT Technical Review, 15, 7, 1, 2017.

[4] F. Neukart et al.; Procedia Engineering, 69, 1509, 2014.

주체109(2020)년 3월 5일 원고접수

A Model of Quantum BP Neural Network Based on the Quantum Gate Circuits

Choe Il Hyang, Kim Nam Chol

We proposed a three-layer quantum BP neural network based on the single qubit rotation gate and multi-qubit CNOT gate. We derived the input-output relation of the proposed quantum neural network quantitatively and also derived the updating rules of the networks parameters for constructing the study algorithm.

Keywords: neural network, quantum gate, circuit