

불확정구조체계의 로바스트 H_2/H_∞ 정적출력반결합 조종기설계의 한가지 방법

공 영 수

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《과학연구부문에서는 나라의 경제발전과 인민생활향상에서 전망적으로 풀어야 할 문제들과 현실에서 제기되는 과학기술적문제들을 풀고 첨단을 돌파하여 지식경제건설의 지름길을 열어놓아야 합니다.》

대형유연공간구조나 고층건물, 긴 다리 등과 같은 구조체계에 대한 능동진동조종은 공학실천에서 중요한 의의를 가지며 현재까지 여러가지 조종방법을 리용하여 구조물진동 체계에 대한 가치있는 연구결과들이 발표되였다.[1, 2]

선행연구들에서는 대부분 상태반결합조종방법을 리용하였는데 이 방법은 체계의 모든 상태들이 측정가능하다는것을 전제조건으로 하고있다. 하지만 현실에서 이러한 경우는 매우 드물며 설사 실현할수 있다고 하더라도 실현원가가 지나치게 높으므로 상태반결합 조종방법은 실용성이 낮다.

한편 동적출력반결합조종방법은 조종기의 구조가 복잡한것으로 하여 그 실현이 곤란한 문제가 있다.

논문에서는 구조가 간단하고 실시간계산량이 적은 정적출력반결합(SOF:Static Output Feedback)조종수법을 리용하여 로바스트 H_2/H_∞ SOF조종기설계방법을 제안한다.

1. 조종문제의 정식화

다음과 같은 n 자유도불확정구조체계를 보자.

$$M_s \ddot{d}(t) + C_s \dot{d}(t) + K_s d(t) = Fu(t) + Ew(t) \quad (1)$$

여기서 $d(t)$ 는 매 층의 변위들로 구성된 변위벡토르, $u(t)$ 는 조종입력, $w(t)$ 는 외란입력, M_s , C_s , K_s 는 각각 구조체계의 질량행렬, 마찰결수행렬 및 뒤틀성결수행렬이며 F 와 E 는 각각 입력파라미터행렬과 외란파라미터행렬이다.

상태변수 $x(t) = [d(t)^T \dot{d}(t)^T]^T$ 를 정의하고 H_2/H_∞ SOF조종기를 설계하기 위하여 조종출력을 두 부분 즉 z_∞ 와 z_2 로 분할하면 상태공간모형을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A)x(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z_\infty(t) = (C_{10} + \Delta C_1)x(t) + D_{12}u(t) \\ z_2(t) = (C_{20} + \Delta C_2)x(t) + D_{22}u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2)$$

여기서 A_0 , C_{10} , C_{20} 은 각각 해당 행렬의 공칭행렬이다.

이때 다음의 관계가 성립한다.

$$[\Delta A^T \Delta C_1^T \Delta C_2^T]^T = [H_0^T H_1^T H_2^T]^T \Delta(t) E_0 \quad (3)$$

여기서 H_0, H_1, H_2, E_0 은 알려진 상수행렬, $\Delta(t)$ 는 미지의 시변행렬함수로서 다음의 조건을 만족시킨다고 가정한다.

$$\Delta^T(t) \Delta(t) \leq I, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

불확정체계 (2)에 대하여 SOF조종

$$u(t) = K \cdot y(t) \quad (5)$$

를 설계하면 닫힌체계는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A(t) + B_2 K C)x(t) + B_1 w(t) \\ z_\infty(t) = (C_{10} + \Delta C_1 + D_{12} K C)x(t) \\ z_2(t) = (C_{20} + \Delta C_2 + D_{22} K C)x(t) \end{cases} \quad (6)$$

불확정구조체계의 로바스트 H_2/H_∞ SOF조종의 목표는 불확정체계 (2)에 대하여 다음의 세가지 요구를 만족시키는 SOF조종기 (5)를 구하는것이다.

① 닫힌체계 (6)은 점근안정하다.

② 임의의 령아닌 $w(t) \in L_2[0, \infty)$ 에 대하여 닫힌체계의 H_∞ 성능지표 $\|T_{z_\infty w}\|_\infty < \gamma$ 에서 γ 가 최소값에 도달한다.

③ 임의의 령아닌 $w(t) \in L_2[0, \infty)$ 에 대하여 닫힌체계의 H_2 성능지표 $\|T_{z_2 w}\|_2^2 < \delta$ 에서 δ 가 최소값에 도달한다.

사실 위에서 서술한 H_∞ 성능요구와 H_2 성능요구는 동시에 중시되어야 한다. 그러나 그것들사이에는 호상모순이 존재하므로 우리는 다음과 같은 혼합지표최소화문제를 론의한다.

$$\min \alpha \|T_{z_\infty w}\|_\infty + \beta \|T_{z_2 w}\|_2 \quad (7)$$

여기서 α 와 β 는 H_∞ 성능과 H_2 성능의 중요성에 근거하여 설계자가 결정하는 무게결수이다.

2. 조종기의 설계

다음의 정리는 로바스트 H_∞ SOF조종기의 존재조건을 준다.

정리 1 스칼라 $\gamma > 0$ 이 주어졌을 때 불확정체계 (2)에 대하여 다음의 행렬부등식이 성립하도록 하는 행렬 K , $X > 0$ 및 스칼라 $\varepsilon_1 > 0$ 이 존재한다고 가정하자.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & B_1 & \Psi_{13} & \varepsilon_1 H_0 & (E_0 X)^T \\ * & -\gamma I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I & \varepsilon_1 H_1 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

여기서 $\Psi_{11} = X(A_0 + B_2 K C)^T + (A_0 + B_2 K C)X$, $\Psi_{13} = X(C_{10} + D_{12} K C)^T$.

그러면 불확정성을 포함하는 닫힌체계 (6)은 점근안정할뿐아니라 $\|T_{z_\infty w}\|_\infty < \gamma$ 가 성립한다.

다음의 정리는 로바스트 H_2 SOF조종기의 존재조건을 준다.

정리 2 스칼라 $\delta > 0$ 이 주어졌을 때 불확정체계 (2)에 대하여 다음의 행렬부등식들이 성립하도록 하는 행렬 K , $Y > 0$, $S > 0$ 및 스칼라 $\varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_3 > 0$ 이 존재한다고 가정하자.

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & B_1 & \varepsilon_2 H_0 & (E_0 Y)^T \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_2 I & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -Y & \Pi_{22} & 0 & (E_0 Y)^T \\ * & -S & -\varepsilon_3 H_2 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_3 I & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_3 I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

$$\text{Trace}(S) < \delta \quad (11)$$

여기서 $\Pi_{11} = Y(A_0 + B_2 K C)^T + (A_0 + B_2 K C)Y$, $\Pi_{22} = Y(C_{20} + D_{22} K C)^T$ 이다.

그러면 불확정성을 포함하는 닫힌체계 (6)은 점근안정할뿐아니라 $\|T_{z_w}\|_2^2 < \delta$ 가 성립한다.

정리 1, 2의 조종기 존재조건들에 기초하여 다음의 최량화문제의 풀이를 구하는것을 통하여 로바스트 H_2/H_∞ SOF조종기 K 를 구할수 있다.

$$\min \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \delta \quad (12)$$

제한조건: 식 (8)–(11), $X > 0$, $Y > 0$, $S > 0$, $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_3 > 0$

출력반결합조종은 일반적으로 체계내부정보의 불완전한 반결합이다. 다시말하여 측정행렬 C 는 일반적으로 단위행렬이 아니므로 최량화문제 (12)의 부등식제약조건은 미지행렬변수 K , X , Y , S 및 정수 ε_1 , ε_2 , ε_3 에 관한 비선형형식(구체적으로는 BMI형식)으로 된다. 그러므로 문제 (12)는 BMI제한조건하의 최량화문제로 된다. BMI최량화문제의 풀이는 일정한 난도를 가지고있으며 LMI방법만으로는 그 풀이를 구하기가 어렵다. 그러나 고정된 조종기 K 에 대하여 최량화문제 (12)의 부등식제한조건은 LMI로 퇴화된다. 그러므로 논문에서는 인식경험의 진화에 기초한 PSO-DE혼합알고리즘과 LMI최량화수법을 동시에 리용하여 BMI최량화문제의 풀이를 구한다.

3. 모 의 해 석

여기서는 4자유도불확정구조체계[1]를 대상으로 하여 제안된 조종기설계수법의 효과성을 검증한다. 이 구조체계의 파라미터값들은 다음과 같다.[1]

$$\begin{aligned} m_1 &= 4.5 \times 10^5 \text{ kg}, \quad m_2 = m_3 = m_4 = 3.45 \times 10^5 \text{ kg}, \quad c_1 = 2.671 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \quad c_2 = 4.9 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \\ c_3 &= 4.67 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \quad c_4 = 4.1 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \quad k_1 = 1.805 \times 10^7 \text{ N/m}, \quad k_2 = 3.4 \times 10^8 \text{ N/m}, \\ k_3 &= 3.26 \times 10^8 \text{ N/m}, \quad k_4 = 2.8 \times 10^8 \text{ N/m} \end{aligned}$$

그리고 이 구조체계의 C_S 와 K_S 들의 값들이 10%의 범위안에서 변동한다고 가정한다. 이때 최량화목적함수 (12)에서 무게결수를 $\alpha = \beta = 1$ 로 선택하면 로바스트 H_2/H_∞ SOF

조종기는 $K_{rob} = 10^7 [-0.182 \quad -3.768 \quad -3.684 \quad -5.040]$ 과 같이 얻어진다.

이 경우에 구조체계의 첫번째 층의 변위와 속도의 주파수응답특성은 그림과 같다.

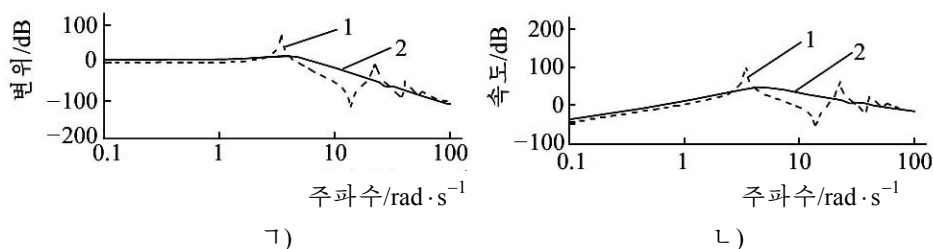


그림. 로바스트조종에 의한 변위(ㄱ)와 속도(ㄴ)의 주파수특성
1-열린체계, 2-닫힌체계

그림에서 보는바와 같이 대상모형이 4개의 자유도를 가지고있으므로 4개의 공진점이 존재한다. 그중 건축구조물체계에 대하여 지진파의 작용하에서 제일 위험한것은 첫번째 공진점이다. 그러나 설계된 로바스트 H_2/H_∞ SOF조종에 의하여 이러한 공진현상들을 원만히 억제하였다.

맺 는 말

점성마찰결수행렬과 뒀성결수행렬, 입력행렬들에 불확정성을 포함하고 외란을 받는 구조체계에 대하여 한가지 로바스트 H_2/H_∞ SOF조종기설계방법을 제기하고 4자유도구조체계의 진동모의분석을 통하여 이 방법의 효과성을 검증하였다.

참 고 문 헌

- [1] H. Yazici et al.; Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 134, 1, 2012.
- [2]李志军 等; 噪声与振动控制, 2, 112, 2013.

주체103(2014)년 12월 5일 원고접수

A Method of Design for Robust H_2/H_∞ Static Output Feedback Controller for Uncertain Structural System

Kong Yong Su

This paper presents a new approach to design a robust H_2/H_∞ static output feedback (SOF) controller for uncertain structural vibration system. A building structural model with four degree of freedom is simulated. The results show that the proposed method is feasible and the obtained controller can suppress structural vibration effectively.

Key words: structural system, static output feedback, linear matrix inequality