김일성종합대학학보 (정보과학) 주체107(2018)년 제64권 제1호

로바스트최대부하변동최소화문제에 의한 불확정성을 가지는 자원분배문제의 한가지 모형화방법

문 경 호

선행연구들에서는 자원분배문제에 대하여 매개 부하들의 공급우선도를 결정하고 그에 기초하여 전력의 리용률을 높이기 위한 모형[1], 계통의 부하변동을 최대한으로 줄이는것을 목적함수로 하는 모형[2]을 제안하였지만 순시소비전력의 불확정적인 특성을 고려하지 않았다.

자료에서 생기는 작은 불확정성을 무시할 때 주어진 자료가 정확해도 풀이의 최량성을 담보하지 못할수 있으므로[3] 여러가지 구조의 불확정성모임에 대한 로바스트등가형식[4, 5]들을 고찰하고 미지의 비용파라메터들이 구간불확정성을 가질 때 리산시간/비용문제의 로바스트최량화모형[6], 닫긴순환공급사슬설계문제에서 입력자료의 불확정성을 취급하기 위한 로바스트최량화모형[7] 등을 제안하였다.

론문에서는 가장 나쁜 경우의 변동값들의 부분모임에 기초하는 로바스트조합최량화방법에 의하여 불확정성을 가지는 자원분배문제의 로바스트모형을 작성하는 한가지 방법에 대하여 론의하였다.

1. 자원분배문제와 모형화를 위한 가정

전력소비공정들에서 지정된 순시한도를 초과하지 않는 경우에는 제기되는 문제가 없지만 순시한도를 일정한 정도로 초과하여 전력을 소비할수도 있으며 결과 순시전력이 계획된 량을 초과하여 전력계통에 부하변동을 가져온다.

이로부터 생산공정별로 지정된 순시전력의 1.2배까지를 허용한도로 하여 최대로 리용할수 있는 순시전력으로 한다. 이 여유값을 순시여유결수라고 부른다.

결과적으로 공정별로 소비하는 순시전력은 일정하게 고정되지 않고 어떤 변동구간에서 변하는 불확정적인 값을 가진다. 이것은 실행오차에 의하여 생기는 불확정성이라고 볼수 있다. 이러한 불확정성이 존재하는 자료의 아주 작은 변화도 자원분배문제의 최량풀이를 구하는데 큰 영향을 준다.

그러므로 변동을 가지는 불확정성과 관련된 인자들까지 모두 반영하여 대상을 정확히 모형화하여야 할 요구가 제기된다.

우와 같은 자원분배문제에 대하여 다음과 같이 가정할수 있다.

① 공정은 일단 시작날자가 주어지면 마감날자까지 련속적으로 가동한다. 이것은 자원을 분배할 때 공정의 순시소비전력곡선이 날자에 따라 앞뒤로 평행이동할수 있다는것을 보여준다.

② 어떤 시작날자에서 공정 i의 시작시간이 주어지면 다른 모든 가동날자들에서도 시

작시간은 다같다. 즉 시간에 따르는 순시소비전력곡선의 평행이동이 모든 가동날자에서 다 같다는것을 의미한다.

③ 공정별부하곡선은 날자와 시간에 따라 시변적특성을 가진다. 즉 공정 i가 날자에서 소비하는 순시전력은 시변적특성을 가진다.

④ 전체 공정의 소비전력량은 상수로서 일정하다. 즉 공정 i가 날자 j의 시간 t에서 소비하는 순시전력을 r_{ijt}라고 하면 이때 전체 소비전력량은 다음과 같다.

$$P = \sum_{i=\overline{1,N}} \sum_{j=\overline{1,D}} \sum_{t=\overline{1,T}} r_{ijt} = \text{const} \tag{1}$$

여기서 N은 전체 공정수, D는 가동가능한 최대날자수, T는 일당 가동가능한 최대시간수이다.

⑤ 공정별 전체 소비전력량은 일정하다.

$$P_i = \sum_{j=\overline{1,D}} \sum_{t=\overline{1,T}} r_{ijt} = \text{const}, \quad i = \overline{1,N} \tag{2}$$

⑥ 목표부하곡선도 날자와 시간에 따라 시변적특성을 가진다.

전체 소비전력량으로부터 목표부하곡선을 다음과 같이 계산할수 있다.

$$R_{jt} = \frac{Q_{jt}}{\sum_{j=\overline{1,D}} \sum_{t=\overline{1,T}} Q_{jt}} \cdot P = \text{const}, \quad j = \overline{1,D}, \ t = \overline{1,T} \tag{3}$$

여기서 Q_{jt}는 자원분배시 리용되는 목표부하의 상대값이다.

⑦ 공정별로 매일 매 시각 순시전력변동이 존재한다.(그림)

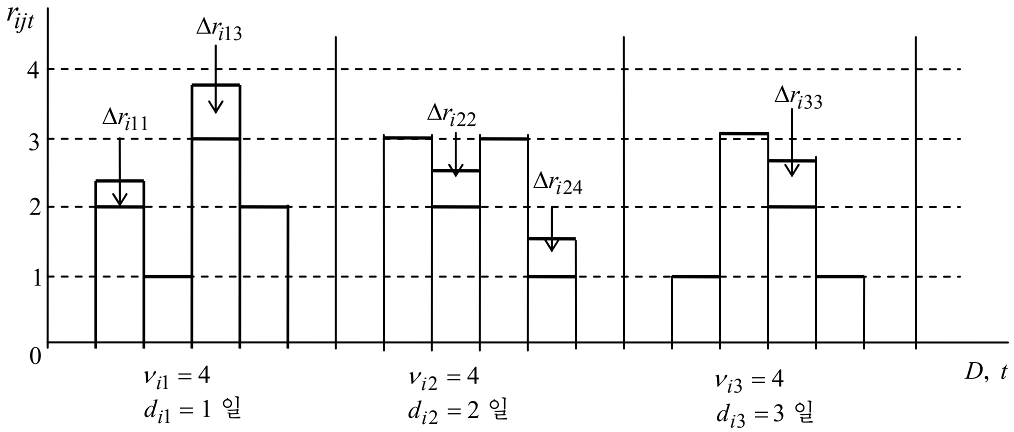

그림. r_{ijt}의 변동값 Δr_{ijt}의 례

여기서 v_{ij}는 공정 i가 날자 j에서 수행되는 기간이며 Δr_{ijt}는 r_{ijt}의 변동량이다.

⑧ 매일 매 시각의 종합순시부하곡선을 목표순시부하곡선에 가능한껏 일치시켜야 한다. 즉 부하률을 가능한껏 최대로 해야 한다는것을 의미하는데 이것은 종합순시부하와 목표순시부하의 차의 최대절대값을 최소화하는것과 같다.

2. 확정적인 자원분배문제의 모형화

가정에 기초하여 자원분배문제에 대한 모형화를 진행한다.

결정변수를 다음과 같이 정의한다.

$$x_{ijt} = \begin{cases} 1, \text{ 공정 } i\text{가 날자 } j\text{의 시각 } t\text{에서 시작할 때} \\ 0, \text{ 그렇지 않을 때} \end{cases} \tag{4}$$

제한조건은 공정과 그것들이 소비하는 전력량들과 관련된다.

매 공정은 어떤 시작가능한 날의 시작가능한 어느 한 시간에서만 시작된다.

$$\sum_{j \in W_i} \sum_{t \in V_i} x_{ijt}, \quad i = \overline{1,\ N} \tag{5}$$

여기서 W_i는 공정 i의 시작가능한 날자모임, V_i는 공정 i의 시작가능한 시간모임이다.

결정변수의 정의에 의하여 공정 i의 수행기간을 다음과 같이 표현할수 있다.

$$\sum_{j \in W_i} \sum_{t \in V_i} v_{ij} \cdot x_{ijt}, \quad i = \overline{1,\ N} \tag{6}$$

여기서 v_{ij}는 공정 i가 날자 j에서 수행되는 기간이다.

실례로 공정 i가 날자 j의 시간 $t^* \in V_i$에서 시작할 때에만 $x_{ijt^*} = 1$이므로 공정 i의 날자 j에서의 수행기간은 v_{ij}로 된다.

공정 i의 날자 j에서의 시작시간도 결정변수의 정의로부터

$$\sum_{j \in W_i} \sum_{t \in V_i} t \cdot x_{ijt}, \quad i = \overline{1,\ N} \tag{7}$$

으로 된다.

매 시기(날자)에서 수행되는 공정들의 순시전력의 전체 요구량 P_{jt}는 분배되는 전체 공정들에 대한 날자, 시간별 총전력소비량으로서 다음과 같다.

$$P_{jt} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\tau = t - v_{ij} + 1}^{t} r_{ij,t-\tau+1} \cdot x_{ij\tau} \sum_{i=1}, \quad j = \overline{1,\ D},\ t = \overline{1,\ T} \tag{8}$$

목적함수는 목표부하곡선이 주어진 상태에서 부하률을 최대로 보장하는것이므로 다음과 같이 표현할수 있다.

$$J = \min \max_{j,t} \left| R_{jt} - P_{jt} \right|, \quad j = \overline{1,\ D},\ t = \overline{1,\ T} \tag{9}$$

결국 론의하는 문제는 공정들의 순시소비전력곡선에 대한 날자별, 시간별 밀기를 진행하여 종합부하곡선을 가능한껏 목표부하곡선에 접근시키는 문제이므로 다음과 같은 조합최량화문제로 형식화할수 있다.

목적함수

$$\min_{Z_{jt}} \max_{j,t} Z_{jt} \tag{10}$$

제한조건

$$\sum_{j \in W_i} \sum_{t \in V_{ij}} x_{ijt} = 1, \quad i = \overline{1,\ N} \tag{11}$$

$$R_{jt} - \sum_{i=1}^{N} \sum_{\tau=t-v_{ij}+1}^{t} r_{ij,t-\tau+1} \cdot x_{ij\tau} \le Z_{jt}, \ \ j=\overline{1,D}, \ t=\overline{1,T} \tag{12}$$

$$x_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad j \in W_i, \ t \in V_i, \quad i=\overline{1,N} \tag{13}$$

여기서 R_{jt} 는 상수로서 미리 주어진다.

3. 불확정성을 가지는 자원분배문제의 로바스트모형화

우의 모형은 공정들의 순시소비전력을 확정적인것으로 보고 작성한 자원분배문제의 모형이다.

실제 생산공정들에서는 여러가지 기계들의 기동과 정지, 유도저항변화 등이 끊임없이 일어나며 이로부터 순시전력한도를 초과하거나 낮추는 등 부하률에 변동을 가져온다. 다시말하여 공정별로 소비하는 순시전력은 일정하게 고정되지 않고 일정한 변동구간에서 부단히 변하는 불확정성을 가진다.

이로부터 생산공정별로 제정된 순시전력의 1.2배까지를 여유로 하여 최대로 리용할수 있는 순시한도전력을 줄수 있다.

론문에서는 이 여유값을 생산공정의 순시전력소비에서 나타나는 불확정성을 취급하는데 리용하여 부하변동에 보다 안정한 자원분배방안을 얻어낼수 있는 한가지 로바스트 최량화모형을 제기한다.

순시소비전력의 공칭값 r_{ijt} 가 다음과 같은 구간에서 변동한다고 하자.

$$0 \le \Delta r_{ijt}^{+} \le \eta \cdot r_{ijt}, \ \ 0 \le \eta \le 0.2 \tag{14}$$

$$0 \le \left| \Delta r_{ijt}^{-} \right| \le r_{ijt}, \ \ \Delta r_{ijt}^{-} \le 0 \tag{15}$$

여기서 Δr_{ijt}^{+} 는 공칭값에 더해지는 변동값, Δr_{ijt}^{-} 는 공칭값에서 덜어지는 순시전력변동값, η 는 순시전력의 최대허용초과률이다.

따라서 공칭값보다 큰 순시소비전력의 최대편차는 $\Delta r_{ijt}^{+} = \eta \cdot r_{ijt}$ 이다.

모든 공정에 대하여 최악의 경우(구간의 상계값)에만 검증하는 전통적인 최소최대규준(절대로바스트성)을 적용하지 않고 현실의 요구에 맞게 순시소비전력값에 관하여 우연적으로 정해진 $0 \le \gamma \le N$ 개의 공정만이 최악의 경우 즉 최대변동값을 가지고 나머지공정들은 공칭값을 가진다고 한다.

이때 불확정성을 반영한 로바스트모형을 다음과 같이 형식화할수 있다.

목적함수

$$\min_{Z_{jt}, \Delta Z_{jt}} \ \max_{j,t} \left| Z_{jt} - \Delta Z_{jt} \right| \tag{16}$$

제한조건

$$\sum_{j \in W_i} \sum_{t \in V_i} x_{ijt} = 1, \ \ i=\overline{1,N} \tag{17}$$

$$R_{jt}-\sum_{i=1}^{N}\sum_{\tau=t-v_{ij}+1}^{t} r_{ij,t-\tau+1}\cdot x_{ij\tau}\le Z_{jt}\ ,\quad j=\overline{1,\ D},\ t=\overline{1,T} \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{\tau=t-v_{ij}+1}^{t}\Delta r_{ij,t-\tau+1}\cdot u_{ij,t-\tau+1}\cdot x_{ij\tau}\le \Delta Z_{jt}\ ,\quad j=\overline{1,\ D},\ t=\overline{1,\ T} \tag{19}$$

$$\sum_{j=1}^{D}\sum_{t=1}^{v_{ij}}\Delta r_{ijt}=0\ ,\quad i=\overline{1,N} \tag{20}$$

$$\sum_{j=1}^{D}\sum_{t=1}^{v_{ij}}u_{ijt}\le\gamma_i\ ,\quad 0\le\gamma_i\le\sum_j v_{ij},\ i=\overline{1,\ N} \tag{21}$$

$$x_{ijt}\in\{0,\ 1\}\ ,\quad j\in W_i,\ t\in V_i,\ i=\overline{1,\ N} \tag{22}$$

$$u_{ijt}\in\{0,\ 1\}\ ,\quad t=\overline{1,v_{ij}},\ j=\overline{1,\ D},\ i=\overline{1,\ N} \tag{23}$$

$$u_{ijt}=\begin{cases}1, & \text{공정 } i\text{가 날자 } j\text{의 시간 } t\text{에서 순시전력에 변동이 있을 때}\\ 0, & \text{그렇지 않을 때}\end{cases} \tag{24}$$

식 (23)은 날자 j의 시간 t에서 총부하변동에 대한 제한을 나타내며 식 (20)은 날자, 시간에 따라 순시전력에 변동이 일어난 공정 i의 총소비전력량은 상수라는것을 담보한다.

식 (14), (15)로 주어지는 순시전력값의 변동특성으로부터 식 (20)은 다음과 같다는것을 알수 있다.

$$\sum_{j=1}^{D}\sum_{t=1}^{v_{ij}}\Delta r_{ijt}=\sum_{j=1}^{D}\sum_{t=1}^{v_{ij}}\Delta r_{ijt}^{+}+\sum_{j=1}^{D}\sum_{t-1}^{v_{ij}}\Delta r_{ijt}^{-} \tag{25}$$

식 (21)은 공정 i가 수행되는 시간들에서 γ_i개의 시간들에서만 순시전력변동이 있다는것을 나타낸다.

$$\gamma_i=\gamma_i^{+}+\gamma_i^{-} \tag{26}$$

여기서 γ_i^{+}는 공정 i가 수행되는 시기들에서 γ_i^{+}개의 시기들에서만 순시전력변동이 최대편차값 $\Delta r_{ijt}^{+}=\eta\cdot r_{ijt}$를 가지고 최악의 상태에서 운영된다는것을 나타낸다.

결국 식 (16)－(24)로 형식화된 문제는 순시소비전력에 구간변동특성을 가지는 불확정성이 있을 때 부하변동에 보다 안정적이며 부하률이 가능한껏 최대로 되는 자원분배방안을 얻어내기 위한 로바스트최대부하변동최소화문제로 된다.

맺 는 말

순시소비전력이 구간변동특성을 가지는 불확정성이 있을 때의 자원분배문제를 우연적으로 정해진 공정들의 부분모임에 대하여 순시소비전력의 최대변동값에 기초하는 로바스트조합최량화방법에 의하여 부하변동에 보다 안정하면서 부하률이 가능한 최대로 되는 자원분배방안을 얻어내기 위한 로바스트최대부하변동최소화문제로 모형화하였다.

참 고 문 헌

[1] 한룡석; 전력 04, 17, 주체98(2009).
[2] 박경호 등; 전력 02, 12, 주체103(2014).
[3] A. Ben-Tal, A. Nemirovski; Mathematical Programming, 88, 411, 2000.
[4] A. Ben-Tal et al.; Robust Optimization, Princeton Univ. Press, 32~67, 2009.
[5] A. Ben-Tal, A. Nemirovski; Math. Program., 92, 453, 2002.
[6] Oncu Hazlr et al.; Int. J. Production Economics, 130, 87, 2011.
[7] Mir Saman Pishvaee et al.; Applied Mathematical Modelling, 35, 637, 2011.

주체106(2017)년 11월 5일 원고접수

A Modelling Method for the Resource Partition Problem with the Uncertainty by Robust Optimization Problem that Minimize the Maximum Loading Fluctuation

Mun Kyong Ho

In this paper, we discussed a modelling method that optimize the partition of the resource with the uncertainty by robust optimization problem that minimized the maximum loading fluctuation.

Key word: robust optimization