김일성종합대학학보 주체109(2020)년
정보과학 제66권 제4호

불완전모호우선도관계에 대한 집단결심채택의 한가지 방법

전 재 경

경애하는 최고령도자 **김정은**동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《과학연구부문에서는 나라의 경제발전과 인민생활향상에서 전망적으로 풀어야 할 문제들과 현실에서 제기되는 과학기술적문제들을 풀고 첨단을 돌파하여 지식경제건설의 지름길을 열어놓아야 합니다.》

다규준결심채택과정[1]들에서는 보통 과정의 우선도정보를 주기 위한 전문가들을 요구하며 의견모형에 개별적일치성을 결합하기 위한 문제를 제기하였다.

선행연구[2, 4, 5]에서는 불완전한 우선도관계에 대하여 2개의 목표계획모형과 집단결심채택의 우선도벡토르에 대한 최소2제곱법을 제안하였지만 개별적일치성과 집단적의견일치를 고찰하지 못하였다. 그리고 가법적일치성과 순서일치성에 기초한 불완전모호우선도관계들을 가지는 집단결심채택방법을 제기하고 불완전한 우선도관계들의 4가지 형식들에 의한 집단결심채택방법[2, 4]을 연구하였지만 일치성을 분석하지 못하였다.

론문에서는 모호우선도정보의 불완전조건에서 목표계획모형을 작성하고 결핍값들을 추정하며 집단의견일치지표에 기초하여 집합모호우선도관계를 계산하고 불완전모호우선도정보를 가지는 집단결심채택방법을 제안하였다.

1. 모호우선도관계와 결핍값추정

집단결심채택에서 선택방안모임의 모호우선도관계 R는 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$에서 적모임 $X\times X$에 대한 모호모임 즉 성원함수 $\mu_R: X\times X\to[0, 1]$에 의하여 특징지어진다. 이 정의에 따라 X에서 모호우선도관계 R는 $n\times n$ 행렬로 표현할수 있다.

일반성을 잃지 않고 늘 R가 가법적역우선도관계라고 가정하며 일치성모호우선도관계 $R=(r_{ij})_{n\times n}$에 기초하여 모든 $i, k, j=1, 2, \cdots, n, i<k<j$ 에 대하여 $r_{ij}+r_{ji}=1$이고

$$r_{ij}=r_{ik}+r_{kj}-0.5$$

를 만족시킨다면 모호우선도관계는 가법적일치성을 가진다고 말한다.[3] 그리고 우선도 $r_{ij}(i<j)$와 관련된 일치성준위는 우선도추정오차를 $\varepsilon_{r_{ij}}$라고 할 때

$$CL_{r_{ij}}=1-\varepsilon_{r_{ij}}$$

로 정의한다.

만일 R에서 적어도 하나의 알려지지 않은 우선도값 r_{ij}가 존재한다면 $R=(r_{ij})_{n\times n}$을 불완전모호우선도관계라고 부른다.

불완전모호우선도관계 $R=(r_{ij})_{n\times n}$은 대각선우의 $n-1$개의 우선도값모임이 알려진 경우 가법적일치성에 기초하여 완전한것으로 될수 있다.[2]

$R=(r_{ij})_{n\times n}$이 완전할 때 모호우선도관계

$$\widetilde{R} = (\widetilde{r}_{ij})_{n\times n}$$

은 가법적일치관계이다. 여기서

$$\widetilde{r}_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \frac{r_{ik} + r_{kj}}{n} - 0.5,\ i, j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{1}$$

이다. 그리고 $R = (r_{ij})_{n\times n}$ 이 가법적일치관계일 때 $R = \widetilde{R}$ 이다.

따라서 $R = (r_{ij})_{n\times n}$ 의 가법적일치정도를 평가하는데 $\widetilde{R}$ 을 리용할수 있다.

임의의 r_{ij} 에 대하여 r_{ij} 의 일치성을 다음과 같이 정의한다.

$$d(r_{ij},\ \widetilde{r}_{ij}) = |\ r_{ij} - \widetilde{r}_{ij}|,\ i, j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{2}$$

그러므로 식 (2)에 의해 모든 $i,\ j = 1, 2, \cdots, n, i < j$ 에 대하여

$$d(r_{ji}, \widetilde{r}_{ji}) = d(r_{ij}, \widetilde{r}_{ij})$$

을 얻는다.

$R = (r_{ij})_{n\times n}$ 이 모호우선도관계이고 $\widetilde{R} = (\widetilde{r}_{ij})_{n\times n}$ 이 식 (1)에서 보여준것과 같이 련관된 가법적일치모호우선도관계라고 하자.

그러면 이때 R의 가법적일치지표(CI)는 다음과 같이 정의된다.

$$CI(R) = 1 - \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i,\ j=1,\ i<j}^{n} d(r_{ij},\ \widetilde{r}_{ij}) \tag{3}$$

이 정의로부터 모든 $i,\ j = 1, 2, \cdots, n, i < j$ 에 대하여 R가 가법적일치관계일 때

$$d(r_{ij},\ \widetilde{r}_{ij}) = 0$$

이라면 $CI(R) = 1$ 이다.

정리 1 $R = (r_{ij})_{n\times n}$ 이 모호우선도관계이면서 가법적일치관계라면 표준화한 우선도벡토르 $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}$ 은 다음의 식으로부터 얻을수 있다.

$$\omega_i = \frac{w_i}{\sum_{j=1}^{n} w_j},\ i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{4}$$

여기서 w_i 는 모호우선도관계의 우선도벡토르이다.[2]

그러나 어떤 환경에서 가법적일치성요구는 달성하기 어려우며 모호우선도관계를 받아들일수 없을 때 일치성요구를 달성하기 위해 그것들의 관계를 조정하여야 한다.

전문가들에 의하여 제공되는 모호우선도관계들은 불완전할수 있으므로 먼저 우선도결핍값을 추정하여야 한다.

$R = (r_{ij})_{n\times n}$ 에서 일반성을 잃지 않고 r_{ij} 가 알려지지 않는다고 가정한다. 가법적일치성으로부터 r_{ij} 의 값을 얻을수 있는데 R가 불완전모호우선도관계일 때 일부 경우에 얻어진 결핍값들이 $[0, 1]$에 놓이지 않을수 있다.

이 문제를 해결하기 위하여 목표계획문제를 설정한다.

목표계획문제의 풀이는 우선도결핍값을 추정하기 위한 다음의 목표계획모형으로부터 구할수 있다.

$$\min J = \sum_{i,\, j=1,\, i<j,\, P_{ij}\neq\phi}^{n} (d_{ij}^{+} + d_{ij}^{-})$$

$$\begin{cases} \delta_{ij}\left(r_{ij} - \sum_{k=1}^{n} \frac{r_{ik} + r_{kj}}{n} + 0.5 - d_{ij}^{+} + d_{ij}^{-}\right) = 0,\ i,\ j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n,\ i<j \\ r_{ij} \in [0,\, 1],\ (i,\, j) \in P,\ i<j \\ d_{ij}^{+} d_{ij}^{-} = 0,\ i,\ j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n,\ i<j \\ d_{ij}^{+},\ d_{ij}^{-} \geq 0,\ i,\ j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n,\ i<j \end{cases} \tag{5}$$

여기서

$$P_{ij} = \{k \mid r_{ik} \text{ 또는 } r_{kj} : \text{결핍값},\ i,\, j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n,\ i<j\},$$

$$P = \{(i,\, j) \mid r_{ij} : \text{결핍값},\ i,\, j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n,\ i<j\},\ d_{ij}(r_{ij},\ \tilde{r}_{ij}) = |\ r_{ij} - \tilde{r}_{ij}|$$

이며 $P_{ij} \neq \phi$ 에 대하여서는 $\delta_{ij} = 1$ 이고 나머지경우에는 $\delta_{ij} = 0$ 이다.

2. 의견일치분석법

집단결심채택문제에서 n개의 선택방안 $A = \{a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n\}$ 이 있고 이 선택방안은 q명의 전문가 $E = \{e_1,\ e_2,\ \cdots,\ e_q\}$ 들에 의하여 평가된다고 하자. 이때 $R^l\ (l = 1,\ 2,\ \cdots,\ q)$ 은 전문가 e_l 에 의하여 주어진 모호우선도관계, R^c 는 $R^l\ (l = 1,\ 2,\ \cdots,\ q)$ 에 대한 집합모호우선도관계라고 하겠다.

R^c 의 우선도벡토르를 얻기 위하여 보통 집단의 의견일치문제를 고찰하여야 한다. 이 우선도벡토르의 대부분은 모두 개별적인것과 집합적인 모호우선도값들사이의 거리에 기초하고있다.

집합모호우선도관계를 $R^c = (r_{ij}^c)_{n\times n}$ 이라고 할 때 R^l 의 집단의견일치지표(GI)를 다음과 같이 표시한다.

$$GI(R^l,\ R^c) = 1 - \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i,\, j=1,\ i<j}^{n} |\ r_{ij}^l - r_{ij}^c\ | \tag{6}$$

식 (6)은 개별적모호우선도관계와 집합모호우선도관계의 접근정도를 표시한다.

집합모호우선도관계 R^c 를 얻기 위하여 차원수 n인 혼성무게집합연산자를 도입하는데 이 연산자는 사영 $R^n \to R$ 인 순서변수 $u_i\ (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 에 의하여 2차원배치쌍 $< u_1,\ a_1 >,\ < u_2,\ a_2 >,\ \cdots,\ < u_n,\ a_n >$ 의 둘째 인수들의 모임으로 표시된다.

$$\mathrm{HW}_{\lambda,\nu}(< u_1,\ a_1 >,\ < u_2,\ a_2 >,\ \cdots,\ < u_n,\ a_n >) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\nu_j \lambda_{(j)}}{\sum_{j=1}^{n} \nu_j \lambda_{(j)}} a_{(j)} \tag{7}$$

여기서 $(\cdot)$은 $u_i\ (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 의 j째 가장 작은 값을 $u_{(j)}$로 취한 순렬이고 $\nu = (\nu_1,\ \nu_2,\ \cdots,\ \nu_n)$ 은 순서화모임 $N = \{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$ 에 대한 무게벡토르, $\lambda = (\lambda_1,\ \lambda_2,\ \cdots,\ \lambda_q)$ 는 전문가모임 E의 무게벡토르이다.

이때 집합모호우선도관계 $R^c=(r_{ij}^c)_{n\times n}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$r_{ij}^c=\mathrm{HW}_{\lambda,v}(<CI(R^1),\ r_{ij}^1>,\ <CI(R^2),\ r_{ij}^2>,\ \cdots,\ <CI(R^q),\ r_{ij}^q>)=$$

$$=\sum_{k=1}^{q}\frac{v_k\lambda_{(k)}}{\sum_{k=1}^{n}v_k\lambda_{(k)}}r_{ij}^{(k)},\ i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{8}$$

여기서 $(\cdot)$은 $CI(R^k),\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ q$ 의 j째 가장 작은 값을 $CI(R^{(k)})$ 로 취한 순렬이다.

정리 2 $R^l=(r_{ij}^l)_{n\times n}$ 이 전문가 $e_l(l=1,\ 2,\ \cdots,\ q)$ 에 의하여 주어진 모호우선도관계이고 $v=(v_1,\ v_2,\ \cdots,\ v_n)$ 과 $\lambda=(\lambda_1,\ \lambda_2,\ \cdots,\ \lambda_q)$ 는 각각 순서화모임 $N=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$ 과 전문가모임 E에 대한 무게벡토르이며 $R^c=(r_{ij}^c)_{n\times n}$ 은 식 (8)에 의하여 얻어진 집합모호우선도관계라고 하자.

이때 다음의 부등식이 성립한다.[2]

$$CI(R^c)\geq\min_{1\leq k\leq q}CI(R^k)$$

이것은 식 (8)에 의하여 얻어진 집합모호우선도관계의 일치성이 가장 높은 개별적불일치성보다 더 작지 않다는것을 보여준다.

그러므로 개별적모호우선도관계들을 고찰하여 집합모호우선도관계의 하계를 얻을수 있다.

$R^l=(r_{ij}^l)_{n\times n}$ 이 전문가 $e_l(l=1,\ 2,\ \cdots,\ q)$ 에 의하여 주어진 모호우선도관계이고

$$\lambda=(\lambda_1,\ \lambda_2,\ \cdots,\ \lambda_q)$$

는 전문가모임에 대한 무게벡토르이며 $R^c=(r_{ij}^c)_{n\times n}$ 은 식 (8)에 의하여 얻어진 집합모호우선도관계이라고 하자.

이때 무게평균집단의견일치지표(WGI)를 다음과 같이 정의한다.

$$WGI(R^c)=\sum_{l=1}^{q}\lambda_l G(R^l,\ R^c) \tag{9}$$

식 (9)에 의하여 $R^l=(r_{ij}^l)_{n\times n}$ 이 전문가 $e_l(l=1,\ 2,\ \cdots,\ q)$ 에 의하여 주어진 모호우선도관계이고

$$R^c=(r_{ij}^c)_{n\times n}$$

은 식 (8)에 의하여 얻어진 련관된 집합모호우선도관계라고 할 때 다음의 부등식이 성립한다.

$$WGI(R^c)\geq\min_{1\leq l\leq q}GI(R^l,\ R^c)\geq\min_{1\leq l\leq q}\min_{1\leq k\leq q}GI(R^l,\ R^k) \tag{10}$$

여기로부터 임의의 모호우선도관계 R^l에 대하여

$$GI(R^l,\ R^c)\geq\min_{1\leq k\leq q}GI(R^l,\ R^k)$$

를 얻는다. 이것은 집단의견일치가 임의의 2개의 개별적모호우선도관계들사이의 가장 작은 의견일치보다 작지 않다는것을 보여준다.

3. 모의결과

4개의 선택방안 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$는 모호우선도정보를 리용하여 4명의 전문가

$$E=\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

에 의하여 평가된다.

련관된 모호우선도관계 $R^l(l=1, 2, 3, 4)$는

$$R^1=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.8 & 0.5 & x & x \\ 0.4 & 1-x & 0.5 & x \\ 0.9 & 1-x & 1-x & 0.5 \end{pmatrix} \quad R^2=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.86 & 0.7 & x \\ 0.4 & 0.5 & x & 0.6 \\ 0.3 & 1-x & 0.5 & x \\ 1-x & 0.4 & 1-x & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$R^3=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.5 & 0.75 \\ 0.7 & 0.5 & 0.7 & 0.9 \\ 0.5 & 0.3 & 0.5 & 0.7 \\ 0.25 & 0.1 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix} \quad R^4=\begin{pmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.6 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.3 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

로 주어진다.

주어진 조건에 의해 집단결심채택방안을 결정하는 절차는 다음과 같다.

R^1에 대하여 주어진 조건으로부터 $r_{23}^1=0.9, r_{24}^1=0.7, r_{34}^1=0.3$을 얻는다.

R^2에 대하여 식 (5)로부터 다음의 목표계획문제를 설정한다.

$$\min J=d_{12}^+ + d_{12}^- + d_{13}^+ + d_{13}^- + d_{14}^+ + d_{14}^- + d_{23}^+ + d_{23}^- + d_{24}^+ + d_{24}^- + d_{34}^+ + d_{34}^-$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{4}r_{14}+\frac{1}{4}r_{23}-d_{12}^+ + d_{12}^- + 0.025=0 \\ -\frac{1}{4}r_{14}+\frac{1}{4}r_{23}+\frac{1}{4}r_{34}-d_{13}^+ + d_{13}^- + 0.2=0 \\ \frac{1}{2}r_{14}-\frac{1}{4}r_{34}-d_{14}^+ + d_{14}^- - 0.225=0 \\ \frac{1}{2}r_{23}+\frac{1}{4}r_{34}-d_{23}^+ + d_{23}^- - 0.425=0 \\ -\frac{1}{4}r_{14}-\frac{1}{4}r_{23}-\frac{1}{4}r_{34}-d_{24}^+ + d_{24}^- + 0.45=0 \\ -\frac{1}{4}r_{14}+\frac{1}{4}r_{23}-d_{34}^+ + d_{34}^- - 0.225=0 \\ d_{12}^+\cdot d_{12}^- = d_{13}^+\cdot d_{13}^- = d_{14}^+\cdot d_{14}^- = 0 \\ d_{23}^+\cdot d_{23}^- = d_{24}^+\cdot d_{24}^- = d_{34}^+\cdot d_{34}^- = 0 \\ r_{14}, r_{23}, r_{34}\in[0, 1] \\ d_{ij}^+, d_{ij}^- \ge 0,\ i=1, 2, 3, i=2, 3, 4 \end{cases}$$

이 목표계획문제를 풀어서 $r_{14}^2=0.7, r_{23}^2=0.6, r_{34}^2=0.5$를 얻는다.

그리고 식 (3)으로부터

$$CI(R^1)=CI(R^2)=1,\ CI(R^3)=0.987\ 5,\ CI(R^4)=0.967$$

을 얻는다.

이제 4명의 전문가들이 0.25와 같은 동일한 중요도를 가지고있다고 가정한다.

보다 더 높은 일치성정보가 중요하므로 배렬된 위치들의 무게는

$$v_1=1/16,\ v_2=3/16,\ v_3=5/16,\ v_4=7/16$$

로 설정한다.

다음 $WGI=0.85$로 놓으면 $CI(R^1)=CI(R^2)=1$이므로 셋째, 넷째 위치의 중요도는

$$\bar{v}_3=\bar{v}_4=\frac{v_3+v_4}{2}=6/16$$

으로 결정된다.

혼성무게집합연산자에 의하여 관계 R^c를 얻으며 식 (6)에 의하여

$$GI(R^1,\ R^c)=0.877\ 6,\ GI(R^2,\ R^c)=0.890\ 1,\ GI(R^3,\ R^c)=0.852\ 6,$$

$$GI(R^4,\ R^c)=0.776\ 6,\ WGI(R^c)=0.849<WGI=0.85$$

이다. 그리고 R^4에 대하여 $\beta=0.9$로 놓으면 관계 R_1^4를 얻는다.

따라서 식 (3)으로부터 $ACI(R_1^4)=0.969\ 9$를 얻는다.

류사하게 식 (8)에 의해 관계 R_1^c를 얻는다.

식 (6)과 (9)로부터

$$GI(R^1,\ R_1^c)=0.877,\ GI(R^2,\ R_1^c)=0.889\ 6,\ GI(R^3,\ R_1^c)=0.853\ 3,$$

$$GI(R^4,\ R_1^c)=0.797\ 6,\ WGI(R_1^c)=0.854\ 4>WGI=0.85$$

이다.

다음 일치성한계값을 0.99로 놓으면 식 (9)에 의해 $CI(R_1^c)=0.998\ 3>0.99$를 얻는다.

그러면 집합모호우선도관계 R_1^c에 대하여 우선도무게는 다음과 같이 얻어진다.

$$\omega_1=0.292\ 5,\ \ \omega_2=0.502\ 8,\ \ \omega_3=0.055\ 7,\ \ \omega_4=0.149\ 6$$

그러므로 배렬결과들은 $a_2>a_1>a_4>a_3$이다.

선행연구[5]에서는 선형목표계획모형에 의하여 $J^*=2.75$를 얻고 우선도벡토르는

$$\omega_1=0.236\ 4,\ \omega_2=0.436\ 4,\ \omega_3=0.036\ 4,\ \ \omega_4=0.290\ 7$$

로 얻어진다. 그리고 배렬순서는 $a_2>a_4>a_1>a_3$인데 이것은 우의 배렬결과들과 다르지만 모든 배렬은 a_2를 선택하는것이 최량선택이라는것을 보여준다.

맺 는 말

불완전모호우선도정보의 조건에서 결핍값을 결정할수 있는 목표계획모형을 작성하고 불완전모호우선도정보를 가지는 집단결심채택의 한가지 방법을 제안하였으며 구체적인 수값실례를 통하여 그 효과성을 평가하였다.

참 고 문 헌

[1] S. M. Chen et al.; Information Sciences, 259, 1, 2014.

[2] E. Herrera-Viedma et al.; IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B Cybernetics, 37, 176, 2007.

[3] L. W. Lee; Expert Systems with Applications, 39, 11666, 2012.

[4] Y. J. Xu; Computers & Industrial Engineering, 61, 48, 2011.

[5] Z. S. Xu; International Journal of Approximate Reasoning, 36, 261, 2004.

주체109(2020)년 8월 5일 원고접수

A Method of Group Decision Making for Incomplete Fuzzy Preference Relations

Jon Jae Gyong

In this paper, we have constructed the goal programming model which can determine the missing values in the situation where the fuzzy preference information is incomplete, have proposed a method for group decision making with incomplete fuzzy preference information and evaluated the effectiveness through the detailed numerical illustration.

Keywords: group decision making, fuzzy preference relation, goal programming model