

임펄스잡음환경에서 리산공간시간-주파수분포행렬의 로바스트추정

박진웅, 엄철남

여러개의 수감부를 리용한 배열신호처리기술은 레이다, 쏘나에서 다중원천신호의 분리[2], 위치추정[1], 잡음제거 등에 응용된다. 수감부배열신호처리의 첫 공정은 신호들사이의 호상상관행렬을 구하는것이다. 최근에는 시간이나 주파수상에서의 공분산행렬대신 시간-주파수평면에서의 공간시간-주파수분포행렬을 리용하여 추정정확도를 높이고있다.

M 개의 수감부들로 이루어진 배열의 출력신호 $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ 에 대한 공간시간-주파수분포행렬은 다음과 같이 두가지 형식으로 정의된다.

$$\mathbf{D}_{\mathbf{xx}}(t, f)=E\{\mathbf{X}(t, f)\mathbf{X}^H(t, f)\}, \mathbf{D}_{\mathbf{xx}}(t, f)=[D_{x_i x_j}(t, f)]_{1 \leq i, j \leq M} \quad (1)$$

식 (1)의 첫번째 식은 1차(시간-주파수)표시, 두번째 식은 2차(시간-주파수)표시에 의한 공간시간-주파수분포행렬정의공식이다. 여기서 E 는 수학적기대값연산자이며 $\mathbf{X}(t, f)$ 는 신호벡터의 1차시간-주파수표시(단시간푸리에변환)이다. 그리고 $D_{x_i x_j}(t, f)$ 는 두 신호 $x_i(t)$ 와 $x_j(t)$ 의 호상2차시간-주파수분포로서 다음과 같이 표시된다.

$$D_{x_i x_j}(t, f)=\iiint \phi(v, \tau) z_i\left(u+\frac{\tau}{2}\right) z_j^*\left(u-\frac{\tau}{2}\right) e^{j 2 \pi(v t-v u-f \tau)} d u d v d \tau \quad (2)$$

여기서 $\phi(v, \tau)$ 는 도플러-지연핵함수이고 $z_i(t)$ 는 $x_i(t)$ 의 해석신호이다.

선행연구[3]에서는 원천들의 순간주파수를 알고있다는 가정하에서 임펄스잡음환경속에서 공간시간-주파수분포행렬을 추정하는 여러가지 방법들을 종합하여 서술하고 3- σ 처리법과 무게화평균비반복법이 크라메르-라오한계에 가장 근사한 추정실현을 준다는것을 보여주었다.

본문에서는 순간주파수에 대한 사전정보가 없이 임펄스잡음에 로바스트적인 리산형식의 공간시간-주파수분포를 얻는 한가지 방법을 제안하였다.

1. 1차표시를 리용한 공간시간-주파수분포행렬의 계산

시간정의역신호 $x(t)$ 를 단시간푸리에변환에 의해 다음과 같은 시간-주파수정의역신호로 변환하자.

$$X(t, f)=\mathcal{F}_{\tau \rightarrow f}\{x(\tau) w(\tau-t)\}=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) w(\tau-t) \exp (-j 2 \pi f \tau) d \tau \quad (3)$$

여기서 $w(t)$ 는 창문함수(실짜함수)이고 $\mathcal{F}_{\tau \rightarrow f}\{\cdot\}$ 는 변수 τ 의 f 에로의 푸리에변환을 표기한다.

식 (3)은 신호 $x(t)$ 의 1차시간-주파수표시로 된다.

이제 리산형식의 표시를 얻기 위해 다음과 같은 량들을 정의한다. 원천신호의 기준주파수를 f_0 , f_0 을 중심으로 하는 원천신호의 주파수대역폭을 W_B 라고 할 때 원천신호의

주파수대역은 다음과 같이 된다.

$$B = [f_{\min}, f_{\max}] = [f_0 - W_B/2, f_0 + W_B/2] \quad (4)$$

창문함수의 크기를 N_w , 표본화주파수를 f_s 라고 하자. 그러면 t - f 리산점 (t_D, f_D) 와 연속점 (t, f) 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$t = t_D / f_s, \quad f = f_D \times f_s / N_w$$

여기서 $t_D = 1, 2, \dots, f_s$, $f_D = 0, 1, \dots, (N_w - 1)$ 이다. N_w 는 주파수분해능을 결정한다.

크기가 N_w 인 표본값렬을 토막이라고 하면 단시간푸리에변환의 리산형식은 다음과 같이 된다.

$$X(t_D, f_D) = \sum_{\tau_D=1}^{N_w} x(\tau_D) w(\tau_D - t_D) \exp(-j2\pi f_D \tau_D / N_w) \quad (5)$$

창문함수로는 하밍(Hamming)창문을 리용한다.

관측표본값렬의 크기를 N , 창문크기를 N_w 라고 하자.

현실신호들은 보통 비정상신호이다. 그러나 매우 짧은 시간동안에는 정상신호라고 가정할 수 있다. 즉 일정한 시간 $T_0 = N_0 / f_s$ 동안에는 원천신호를 정상신호로 볼 수 있다. 여기서 N_0 은 T_0 시간동안에 관측되는 표본개수이다. 앞으로 T_0 을 정상시간, N_0 을 정상크기라고 하겠다.

토막들의 겹침을 $\eta(\%)$ 라고 하면 정상시간구간안에는

$$N_g = \left\lfloor (N_0 - N_w) / \left[\left(1 - \frac{\eta}{100} \right) N_w \right] \right\rfloor + 1$$

개의 서로 다른 토막들이 있다.

정의식 (1)로부터 한 정상시간구간에서의 공간시간-주파수분포행렬을 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{D}_{xx}(t_p, f_q) = \frac{1}{N_g} \sum_{r=1}^{N_g} X(t_{n(p,r)}, f_q) X^H(t_{n(p,r)}, f_q) \quad (6)$$

여기서 p 와 r 에 관한 첨수 $n(p, r)$ 는 다음과 같다.

$$n(p, r) = (p-1)N_0 + 1 + (r-1)(1 - \eta/100)N_w \quad (7)$$

$$p = 1, 2, \dots, \lfloor N/N_0 \rfloor, \quad r = 1, 2, \dots, N_g, \quad q = f_{D_{\min}}, f_{D_{\min}} + 1, \dots, f_{D_{\max}}$$

$$f_{D_{\min}} = \lfloor N_w(f_0 - W_B/2) / f_s \rfloor, \quad f_{D_{\max}} = \lceil N_w(f_0 + W_B/2) / f_s \rceil$$

이로부터 최대로 $N_D = \lfloor N/N_0 \rfloor (f_{D_{\max}} - f_{D_{\min}} + 1)$ 개의 서로 다른 리산시간-주파수점들에서의 공간시간-주파수분포행렬들을 구할 수 있다. 여기서 $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 작지 않은 가장 작은 옹근수, $\lceil x \rceil$ 는 x 보다 크지 않은 가장 큰 옹근수를 표시한다. 바로 이 N_D 개의 리산시간-주파수점들에서 공간시간-주파수분포행렬들을 추정한다.

2. 2차표시를 리용한 공간시간-주파수분포행렬의 계산

정의식 (2)를 도플러지연핵함수 $G(t, \tau) = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow \nu}^{-1} \{ \phi(\nu, \tau) \}$ 와 순간호상상관함수

$$K_{ij}(t, \tau) = z_i \left(u + \frac{\tau}{2} \right) z_j^* \left(u - \frac{\tau}{2} \right)$$

에 의해 다음과 같이 간단히 쓸수 있다.

$$D_{z_i z_j}(t, f) = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow f} \{R_{ij}(t, \tau)\} = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow f} \{G(t, \tau) \otimes_t K_{ij}(t, \tau)\} \quad (8)$$

이제 리산형식의 분포를 표시하기 위해 변수 t, f, ν, τ 를 각각 리산변수 n, k, p, q 에 대응시킨다.

표본값렬의 크기를 N , 표본화주파수를 f_s 라고 할 때 리산시간 $t = 0, 1, \dots, N-1$ 에 대하여 련속변수와 리산변수사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$t = n/f_s, \quad \tau = q/f_s, \quad f = kf_s/2N, \quad \nu = pf_s/2N \quad (9)$$

이때 리산형식의 호상2차시간-주파수분포는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} D_{z_i z_j}(n, k) &= 2\mathcal{F}_{q \rightarrow k} \{R_{ij}(n, q)\} = 2\mathcal{F}_{q \rightarrow k} \{G(n, q) \times [z_i(n+q)z_j^*(n-q)]\} = \\ &= 2\text{FFT}_{q \rightarrow k} (\text{IFFT}_{n \rightarrow p} (\text{FFT}_{n \rightarrow p} (K_{ij}(n, q)) \times \phi_{(n, \alpha)}(p, q))) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 FFT 와 IFFT 는 고속리산푸리에변환과 그것의 거꿀변환이다.

3. 공간시간-주파수분포행렬추정에서 임펄스잡음억제

임펄스잡음을 다음과 같이 모형화할수 있다.[3]

$$n_{\text{impulse}}(t) = (1-\varepsilon)N_c(0, \sigma^2) + \varepsilon N_c(0, \kappa\sigma^2) \quad (11)$$

여기서 $n_{\text{impulse}}(t)$ 는 임펄스잡음, $N_c(\mu, \sigma^2)$ 은 수학적기대값이 μ , 표준편차가 σ 인 복소가우스잡음, ε 은 임펄스출현확률, κ 는 임펄스세기를 나타낸다.

여기서 제안하는 방법의 원리는 시간렬신호에 적용하는 3- σ 처리법과 표준화방법을 결합한다는것이다.

우연량자료렬 $y(n)$ 에 대하여 그것의 중위수를 $\text{Med}\{y(n)\}$ 으로 표시할 때 표준화된 중위수절대편차는 다음과 같다.

$$\sigma_y = [\text{Med}\{|y(n) - \text{Med}\{y(n)\}|\}] / 0.6745 \quad (12)$$

임펄스잡음을 억제하는 분포행렬추정알고리즘은 다음과 같다.

알고리즘 (임펄스잡음을 억제하는 공간시간-주파수분포행렬추정)

입력: 신호벡터표본값렬 $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_M(n)]^T$ ($n \in \mathcal{N}_N$)

출력: 공간시간-주파수분포행렬 $\mathbf{D}_{zz}(n, k) = (D_{z_i z_j}(n, k))_{1 \leq i, j \leq M}$

걸음 1 표본값렬 $\{x_m(n)\}_{n=1}^N$ 을 표준화한 표본값렬 $\{\bar{x}_m(n)\}_{n=1}^N$ 에 대하여 해석신호 $z_m(n)$ 을 계산한다.(모든 $m \in \mathcal{N}_M$ 에 대하여)

$$\bar{x}_m(n) = x_m(n)/E_m, \quad E_m = \sqrt{\sum_{n=1}^N x_m^2(n)}$$

1차표시를 리용하는 경우에는 해석신호계산단계가 없다. ($z_m(n) = \bar{x}_m(n)$)

걸음 2 매 $m \in \mathcal{N}_M$ 에 대하여 3- σ 처리법으로 시간정의역에서 임펄스잡음을 제거한다.

$$\bar{z}_m(n) = \begin{cases} 0, & z_m(n) \in V_m \\ z_m(n), & z_m(n) \notin V_m \end{cases} \quad (13)$$

여기서 V_m 은 m 번째 표본값렬에 대하여 임펄스잡음으로 판정되는 표본들의 모임이다.

$$V_m = \{z_m(n) \mid |\operatorname{Re}\{z_m(n)\}| > 3\sigma_{\operatorname{Re}\{z_m(n)\}} \vee |\operatorname{Im}\{z_m(n)\}| > 3\sigma_{\operatorname{Im}\{z_m(n)\}}\} \quad (14)$$

여기서 Re 와 Im 은 각각 복소수의 실수부와 허수부를 나타낸다.

결음 3 1차 및 2차표시에 의한 분포행렬계산방법에 의해 $\bar{\mathbf{z}} = [\bar{z}_1(n), \dots, \bar{z}_1(n)]^T$ 에 대한 분포행렬 $\mathbf{D}_{\bar{\mathbf{z}}}(t, f)$ 를 추정한다.

이 알고리즘은 선행연구[3]에서 제안한 방법과는 달리 원천들의 순간주파수에 대한 사전정보가 없이도 임펄스잡음을 억제할수 있다.

맺 는 말

1개의 수감부를 리용하여 음원이 수감부방향으로 비행할 때 측정된 순간주파수값들에 기초하여 음원의 신호파라미터를 추정하는 한가지 방법을 제안하였다.

선행한 방법들에 비하여 계산정확도가 높고 파라미터추정연산속도가 빠른것으로 하여 음원의 신호파라미터추정을 필요로 하는 여러 분야에서 효과적으로 리용할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Om Cholnam et al.; IET Signal Processing, 10, 9, 1105, 2016.
- [2] D. N. Levin; IEEE Trans. on Signal Processing, 58, 4, 2131, 2010.
- [3] W. Sharif et al.; Signal Processing, 91, 2630, 2011.

주체107(2018)년 2월 5일 원고접수

Robust Estimation of Discrete Spatial Time-Frequency Distribution Matrix in Present Impulse Noise

Pak Jin Ung, Om Chol Nam

We proposed a method for estimating the discrete spatial time-frequency distribution matrix without estimating instantaneous frequency of sources.

Key words: spatial time-frequency distribution matrix(STFDM), impulse noise, array signal processing