

위성자세조종체계의 수감부고장검출 및 고장허용조종에 대한 연구

윤금일, 강정수

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《우리는 우주과학기술을 계속 발전시키고 우주개발사업을 더욱 본격적으로 벌려나가야 합니다.》

위성자세조종체계에서 나타나는 고장을 제때에 검출하고 고장허용조종을 진행하는것은 위성이 자기의 사명을 원만히 수행할수 있게 하는 중요한 문제이다.

선행연구[1]에서는 미끄럼방식관측기를 리용하여 수감부의 고장을 진단하고 수감부여유에 의하여 고장허용을 진행하는 방법을 고찰하였는데 수감부에 여유가 없는 경우 적용할수 없는 결함이 있다. 선행연구[2]에서는 칼만려파기를 리용하여 자세를 추정하고 추정된 자세에 의하여 조종을 진행하는 방법을 제기하였는데 계산량이 많고 닫힌체계의 안정성을 담보할수 없는 부족점이 있다.

본문에서는 비선형관측기에 의하여 위성자세조종체계의 수감부고장을 검출하고 적응 PD조종에 의하여 고장을 허용하는 한가지 방법을 제안하고 모의실험을 통하여 제안한 방법의 효과성을 검증하였다.

1. 위성자세조종체계의 수감부고장검출

위성의 운동학방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{q} = G(q)\omega \quad (1)$$

여기서 ω 는 기준계에 관한 동체계의 회전각속도이고 q 는 갱신된 로드리규스파라메터(MRP)로서 오일러의 회전축단위벡토르 n 과 회전각 θ 에 의해 $q = \tan(\theta/4)n$ 으로 표현된다. 그리고

$$G(q) = \frac{1}{4}((1 - q^T q)I_3 + 2S(q) + 2qq^T)$$

로서

$$q^T G(q) = \left(\frac{1 + q^T q}{4} \right) q^T \quad (2)$$

$$\|G(q)\| \leq \frac{1}{4}(3 + 2\|q\| + 3\|q\|^2) \quad (3)$$

을 만족한다. 여기서

$$S(q) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

이다.

한편 위성의 동력학방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$J\dot{\omega} = S(\omega)J\omega + u \quad (4)$$

여기서 J 는 위성의 관성모멘트행렬, u 는 적용된 모멘트이다.

운동학방정식과 동력학방정식으로부터 다음과 같은 상태공간모형이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \phi(x)x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + f_s(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \phi(x) = \begin{bmatrix} 0_3 & G(q) \\ 0_3 & J^{-1}S(q)J \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_3 \\ J^{-1} \end{bmatrix}, \quad C = I_6, \quad y(t)$$

는 자세수감부와 각속도수감부에 의하여 측정된 측정값벡터로,

$$f_s(t) = \begin{bmatrix} f_q \\ f_\omega \end{bmatrix}$$

는 유계인 수감부고장벡터($\|f_s(t)\| < m$)이다.

각속도수감부와 자세수감부의 고장을 검출하기 위하여 다음의 비선형관측기를 고찰하자.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \psi(\hat{x}, y) + \theta(y, \alpha, \beta)(y(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 \hat{x} , \hat{y} 은 추정된 상태와 출력,

$$\psi(\hat{x}, y) = \begin{bmatrix} G(q)\hat{\omega} \\ J^{-1}S(\omega)J\hat{\omega} \end{bmatrix},$$

$\theta(y, \alpha, \beta)$ 는 다음과 같이 정의된 관측기증폭행렬이다. ($\alpha, \beta > 0$)

$$\theta(y, \alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \alpha I_3 & 0_3 \\ J^{-1}G^T(q) & \beta J^{-1} \end{bmatrix}$$

그러면 관측기방정식은 다음과 같이 얻을수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{q}}(t) &= G(q)\hat{\omega} + \alpha \xi_q \\ J\dot{\hat{\omega}} &= S(\hat{\omega})J\hat{\omega} + \beta \xi_\omega + G^T(q)\xi_q + u \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\xi = [\xi_q \quad \xi_\omega]^T = y(t) - \hat{y}(t)$$

는 관측기의 출력추정오차를 표현한다.

고장이 없는 경우에 추정된 출력 $\hat{y}(t)$ 는 수감부출력 $y(t)$ 에로 점근적으로 수렴한다.

고장이 없는 경우에 위에서 정의한 비선형관측기의 수렴성을 고찰하자.

이를 위해 라플라노브후보함수로 $V(\xi) = \xi^T A \xi / 2$ 를 선택한다. 여기서

$$A = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ 0_3 & J \end{bmatrix}$$

이다. 그러면 $V(\xi)$ 의 시간도함수는

$$\dot{V}(\xi) = \xi_q^T \dot{\xi}_q + \xi_\omega^T J \dot{\xi}_\omega = \xi_q^T (\dot{q} - \dot{\hat{q}}) + \xi_\omega^T J(\dot{\omega} - \dot{\hat{\omega}})$$

이며 $x^T S(x) = 0$ 과 관측기방정식 (7), 운동학방정식 (1), 동력학방정식 (4)를 고려하면 라플라노브함수의 도함수는

$$\begin{aligned}\dot{V}(\xi) &= \xi_q^T (G(q)\omega - G(q)\hat{\omega} - \alpha\xi_q) + \xi_\omega^T (S(\omega)J\omega + u - S(\hat{\omega})J\omega - \beta\xi_\omega - G^T(q)\xi_q - u) = \\ &= -\alpha \|\xi_q\|^2 - \beta \|\xi_\omega\|^2 < 0\end{aligned}$$

으로 된다.

따라서 수감부고장이 없는 경우에 $\alpha > 0$, $\beta > 0$ 이면 관측기의 출력추정오차는 0으로 수렴하며 여기로부터 출력추정오차의 노름 $\|\xi(t)\|$ 를 수감부고장검출을 위한 여유평가함수로 리용할수 있다.

고장검출조건은 다음과 같다.

$$\|\xi(t)\| > \sigma \Rightarrow \text{수감부고장}$$

여기서 σ 는 수감부고장검출을 위하여 미리 정의된 턱값으로서 수감부에서 허용되는 잡음의 표준편차와 분산을 고려하여 설정한다.

2. 위성자세조종체계의 고장허용조종방법

위성의 희망하는 MRP와 각속도를 q_d , ω_d 라고 하면 추종오차는 다음과 같이 표현된다.

$$E = \begin{bmatrix} e_q \\ e_\omega \end{bmatrix}$$

는 다음과 같이 표현된다.

여기서 e_q 는 자세오차, e_ω 는 각속도오차로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned}e_q &= q \otimes q_d \\ e_\omega &= \omega - \omega_d\end{aligned}\tag{8}$$

식 (8)에서 \otimes 는 MRP의 적을 표현하는데

$$q \otimes q_d = \frac{q_d(q^T q - 1) - q(q_d^T q_d - 1) - 2(q \times q_d)}{1 + \|q_d\|^2 \|q\|^2 + 2q \cdot q_d}$$

로 정의한다.

한편 위성이 낮은 속도로 지구나 우주의 특정한 점을 관측한다고 가정하면 ω_d , $\dot{q}_d \approx 0$ 으로 되며 따라서 추종오차의 동특성방정식은 다음과 같이 얻을수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{e}_q &= G(e_q)e_\omega \\ J\dot{e}_\omega &= S(e_\omega)Je_\omega + u\end{aligned}\tag{9}$$

수감부고장이 존재하는 경우에 조종력을 다음과 같이 정의한다.

$$u = -k_q e_q - k_\omega e_\omega + d\tag{10}$$

식 (10)에서 유계인 고장($f_s(t) \leq m$)을 고려하여 d 의 한계를 다음과 같이 정한다.

$$\|d\| \leq m(k_q + k_\omega)\tag{11}$$

이제 라플라노브안정성판별법을 리용하여 수감부고장이 존재하는 경우 닫힌체계가 안정하게 하는 조종기증폭도 $k_q(t) > 0$ 과 $k_\omega(t) > 0$ 을 결정하는 문제를 보자.

우선 라플라노브후보함수로서 다음과 같은 함수를 선택한다.

$$V(E) = \frac{1}{2} E^T Q E + 2(k_q + \varepsilon k_\omega) \ln(1 + e_q^T e_q) \quad (12)$$

여기서

$$Q = \begin{bmatrix} 4I_3 & \varepsilon J \\ \varepsilon J & J \end{bmatrix}$$

이다.

한편 안정성평가를 위해 다음과 같은 슈어의 보조정리를 고찰한다.[1]

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ B^T & C \end{pmatrix}$$

형식의 임의의 $2n \times 2n$ 빗대칭행렬에 대하여 $M > 0$ 이기 위해서는 A 의 역행렬이 존재하면 $A > 0$, $C - B^T A^{-1} B > 0$ 이고 C 의 역행렬이 존재하면 $C > 0$, $A - B C^{-1} B^T > 0$ 일것이 필요하고 충분하다.

슈어의 보조정리로부터 Q 가 정의 정값행렬이 되도록 ε 을

$$\varepsilon < \frac{2}{\sqrt{\lambda_{\max}(J)}}$$

가 되게 선택하면 $V(E) > 0$ 이 만족된다. 여기서 $\lambda_{\max}(J)$ 는 J 의 최대고유값이다.

다음 라플라노브함수의 도함수를 취하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{V}(E) = e_\omega^T J \dot{e}_\omega + 4e_q^T \dot{e}_q + \varepsilon e_\omega^T J \dot{e}_q + \varepsilon e_q^T J \dot{e}_\omega + 4(k_q + \varepsilon k_\omega) \frac{e_q^T \dot{e}_q}{1 + e_q^T e_q} + 2(\dot{k}_q + \varepsilon \dot{k}_\omega) \ln(1 + e_q^T e_q)$$

웃식에 식 (9)와 (10)을 대입하고 식 (2)를 고려하면

$$\begin{aligned} \dot{V}(E) = & -k_\omega e_\omega^T e_\omega + 4e_q^T G(e_q) e_\omega + \varepsilon e_\omega^T J G(e_q) e_\omega + \varepsilon e_q^T S(e_\omega) J e_\omega - \\ & - \varepsilon k_q e_q^T e_q + e_\omega^T d + \varepsilon e_q^T d + 2(\dot{k}_q + \varepsilon \dot{k}_\omega) \ln(1 + e_q^T e_q) \end{aligned} \quad (13)$$

로 된다. 그런데 $\forall x > 0$, $\ln(1+x) < x$ 이므로 식 (2)로부터

$$\begin{aligned} \dot{V}(E) \leq & -(\varepsilon k_q - 2\dot{k}_q - 2\varepsilon \dot{k}_\omega) e_q^T e_q - e_\omega^T (k_\omega I_3 - \varepsilon J G(e_q)) e_\omega + \\ & + (1 + \|e_q\|^2) e_q^T e_\omega + \varepsilon e_q^T S(e_\omega) J e_\omega + e_\omega^T d + \varepsilon e_q^T d \end{aligned}$$

이다. 따라서 식 (13)은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{V}(E) \leq -E^T T_1 E + E^T T_2 D \quad (14)$$

여기서 T_1 , T_2 , D 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_1(1, 1) &= (\varepsilon k_q - 2\dot{k}_q - 2\varepsilon \dot{k}_\omega) I_3 \\ T_1(1, 2) &= T_1^T(2, 1) = 0.5(\varepsilon J S(e_\omega) - (1 + \|e_q\|^2) I_3) \\ T_1(2, 2) &= k_\omega I_3 - \varepsilon J G(e_q) \\ T_2 &= \begin{bmatrix} \varepsilon I_3 & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d \\ d \end{bmatrix} \end{aligned}$$

한편 임의의 벡터 c_1, c_2 에 대하여

$$(c_1 - c_2)^T (c_1 - c_2) \geq 0 \Rightarrow c_1^T c_2 \leq \frac{1}{2} c_1^T c_1 + \frac{1}{2} c_2^T c_2$$

이고 T_2 가 빗대칭행렬이므로 $c_1^T = E^T T_2$, $c_2 = D$ 라고 하면 식 (15)로부터

$$\dot{V}(E) \leq -E^T T_1 E + \frac{1}{2} E^T T_2^2 E + \frac{1}{2} D^T D \leq -E^T \left(T_1 - \frac{1}{2} T_2^2 \right) E + \frac{1}{2} D^T D$$

로 되며 $T = T_1 - T_2^2 / 2$ 을 정의하면 다음의 부등식을 얻을수 있다.

$$\dot{V}(E) \leq -\lambda_{\min}(T) \|E\|^2 + \frac{1}{2} \|D\|^2 \quad (15)$$

$\dot{V}(E) < 0$ 이 만족되자면 조종기증폭도 k_q , k_ω 를 $\lambda_{\min}(T) > 1 > 0$ 즉 $T > I > 0$ 이 되도록 하여야 한다.

만일 $T_I = T - I$ 로 정의하면 $T_I > 0$ 이어야 하는데 그것의 성분들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_I(1, 1) &= (\varepsilon k_q - 2\dot{k}_q - 2\varepsilon \dot{k}_\omega - 0.5\varepsilon^2 - 1)I_3 \\ T_I(1, 2) &= T_I^T(2, 1) = 0.5(\varepsilon JS(e_\omega) - (1 + \|e_q\|^2)I_3) \\ T_I(2, 2) &= k_\omega I_3 - \varepsilon JG(e_q) - 1.5I_3 \end{aligned}$$

따라서 슈어의 보조정리를 적용하고 식 (3)을 고려하면

$$\begin{aligned} k_\omega &> h(e_q) \\ \varepsilon k_q - 2\dot{k}_q - 2\varepsilon \dot{k}_\omega - 0.5\varepsilon^2 - 1 - \frac{(\varepsilon \lambda_{\max}(J) \|e_\omega\| + 1 + \|e_q\|^2)^2}{k_\omega - h(e_q)} &> 0 \end{aligned} \quad (16)$$

이 만족되어야 한다. 여기서

$$h(e_q) = \frac{\varepsilon \lambda_{\max}(J)}{4} (3 + 2\|e_q\| + 3\|e_q\|^2) + \frac{3}{2}$$

이다.

웃식으로부터 다음과 같은 개별적인 갱신규칙을 얻을수 있다.

$$\begin{aligned} 2\dot{k}_q &< \varepsilon k_q - 0.5\varepsilon^2 - 1 \\ 2\varepsilon \dot{k}_\omega &\leq -\frac{(\varepsilon \lambda_{\max}(J) \|e_\omega\| + 1 + \|e_q\|^2)^2}{k_\omega - h(e_q)} \end{aligned} \quad (17)$$

일반성을 잃지 않고 $\dot{k}_q = 0$ 이라고 가정하면

$$k_q > \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{\varepsilon} \quad (18)$$

이 되도록 k_q 를 상수로 얻을수 있다.

한편 식 (16)과 (17)로부터 $\dot{k}_\omega \leq 0$ 이다.

그러므로 k_ω 에 대한 갱신규칙은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\dot{k}_\omega = \begin{cases} -\frac{1}{2\varepsilon(k_\omega - h(e_q))} (\varepsilon \lambda_{\max}(J) \|e_\omega\| + 1 + \|e_q\|^2)^2, & k_\omega > h(e_q) \\ 0, & \text{기타 경우} \end{cases} \quad (19)$$

식 (19)로부터 $\dot{k}_\omega \rightarrow -\infty$ 인 동안 $k_\omega > 0$ 이며 따라서 k_ω 는 유계이다.

그러므로 식 (15)로부터 $\|E\| > \frac{\|D\|}{\sqrt{2\lambda_{\min}(T)}}$ 이면 $\dot{V}(E) < 0$ 이다.

즉 $\|D\| = \sqrt{2} \|d\|$, $\|d\|$ 의 유계성, $\lambda_{\min}(T) > 1$,

$$\|E\| > \frac{\|D\|}{\sqrt{2\lambda_{\min}(T)}}$$

에 의해 $\dot{V}(E) < 0$ 이 만족되며 따라서 상수 k_q 와 감소하는 k_ω 는 추종오차의 평등최종유계를 담보한다.

결과 제안된 조종기는 수감부고장이 없는 경우와 유계인 고장이 존재하는 경우에 위성자세의 안정성을 담보한다.

3. 모의실험 및 결과분석

MATLAB SIMULINK에서 제안된 수감부고장검출 및 고장허용조종방법에 대한 모의실험을 진행하였다.

모의는 궤도경사각이 97.4° , 리심률이 0.053 9, 장축반경이 6 888km, 승교점적경이 -54° , 근지점인수 -39° 인 LEO위성에 대해 진행하였다.

수감부로는 별수감부와 3축자이로스코프를 리용하였으며 수감부의 측정정확도는 0.3° , $0.1^\circ/\text{s}$ 라고 가정하였다.

위성의 관성모멘트행렬은

$$J = \begin{bmatrix} 15 & 2 & -1 \\ 2 & 27 & 3 \\ -1 & 3 & 30 \end{bmatrix}$$

이고 초기자세는 $q_0 = [0.4 \ 0.153 \ -0.634]^T$, 목표자세는 $q_d = [0 \ 0 \ 0]^T$, 초기각속도는 $\omega_0 = [-0.87 \ 0.44 \ 0.87]^T$, 목표각속도는 $\omega_d = [0 \ 0 \ 0]^T$ 이다.

고장검출을 위한 관측기의 증폭도는 $\alpha=1.1$, $\beta=15$, 여유신호의 턱값은 $\sigma=0.01$ 로 선택하였다. 조종기의 증폭도는 식 (18)로부터 $k_q=330$ 으로, k_ω 는 초기에 125로 선택하고 식 (19)에 따라 갱신한다.

모의시간 150s와 250s에 우연고장신호를 주었을 때의 모의결과는 그림 1과 같다.

그림 1에서 보는바와 같이 150s에서 고장이 발생한 후 여유신호가 턱값보다 커져서 고장이 검출되며 250s에서 별수감부에 고장이 발생하면 여유신호는 더 커진다.

그림 2에 MRP로 표현된 자세오차를, 그림 3에 각속도오차를 보여주었다.

그림 2, 3에서 보는바와 같이 한 수감부에만 고장이 발생한 경우에는 오차가 거의 비슷하고 약간 커지며 두 수감부에 동시에 고장이 발생한 경우에는 상당히 커진다. 그

러나 오차는 일정한 한계내에서 안정화된다는것을 알수 있다.

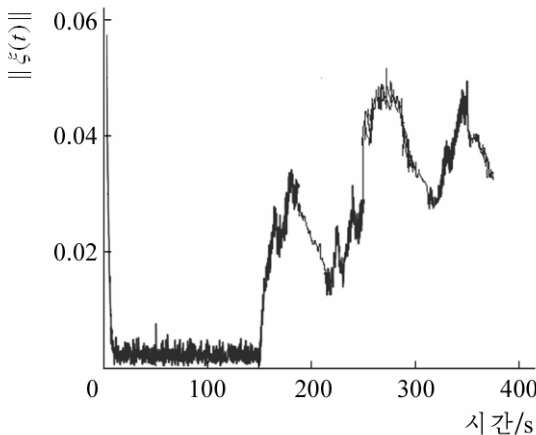


그림 1. 모의결과

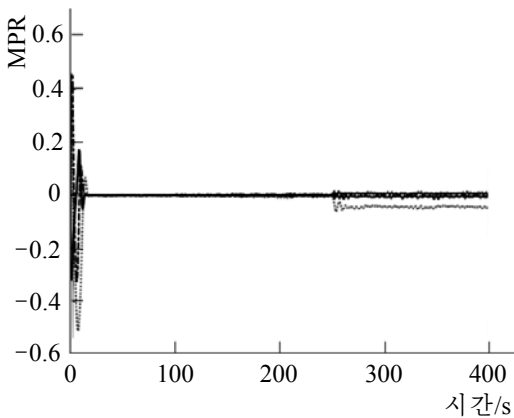


그림 2. MPR로 표현된 자세오차

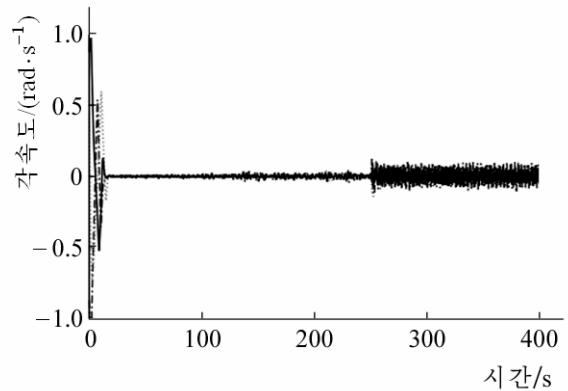


그림 3. 각속도오차

맺는 말

비선형관측기에 의하여 위성자세조종체계의 수감부고장을 검출하고 적응PD조종에 의하여 고장을 허용하는 한가지 방법을 제안하고 모의실험을 통하여 제안한 방법의 효과성을 검증하였다.

참고 문헌

- [1] M. Tipaldi; Journal of Aerospace Information Systems, 12, 2, 235, 2015.
- [2] J. Zhou; Transactions of the Institute of Measurement and Control, 38, 9, 1053, 2016.

주체109(2020)년 11월 5일 원고접수

A Study on Sensor Fault Detection and Fault Tolerant Control in Satellite Attitude Control System

Yun Kum Il, Kang Jong Su

We proposed sensor fault detection method using nonlinear observer and fault tolerant control method using adaptive PD control and inspected effectiveness through simulation.

Keywords: sensor fault detection, fault tolerant control, satellite attitude control