회전변환행렬을 리용한 고지자기극이동경로 보간점결정방법

김일남, 전준명, 신래경

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《우리는 과학기술분야에서 이룩한 성과에 만족하지 말고 나라의 과학기술을 새로운 높은 단계에로 발전시키기 위하여 적극 투쟁하여야 합니다.》(《김정일선집》 중보판 제11권 133 폐지)

고지자기학이나 고고자기학연구에서 각이한 시대에 해당한 지질학적 및 고고학적대상 물에 대한 자기측정을 통하여 얻어진 고지자기복각, 편각으로부터 그 대상물들이 형성될 때 당시의 지자기마당의 극(고지자기극)위치가 결정된다.

해양시추암심에 대한 련속측정으로 측정값이 얻어지는 경우를 제외하고 많은 경우 자기측정값들은 시대에 따라 불련속적으로, 불규칙적으로 주어진다.[1]

연구자들은 이러한 고지자기극위치들을 륜곽적으로 련결한 극이동경로를 고찰함으로써 고지자기극이동특성, 고지자기마당특성을 해석하고있다.[2, 3]

론문에서는 각이한 시대에 해당한 고지자기극위치들이 불련속적으로 주어졌을 때 매 극 위치들사이에 놓이는 보다 세분화된 년대별에 따르는 런속적인 고지자기극이동경로점들을 회전변환행렬을 리용하여 결정하는 방법을 연구하였다.

1. 문 제 설 정

각이한 시대에 해당한 고지자기극위치들이 불련속적으로 주어졌을 때 매 극위치들사이에서 보다 세분화된 년대별에 따르는 보다 구체적인 고지자기극이동경로점들을 결정하는것이 필요하다. 이것은 고지자기학적인 대륙이동관계의 해명문제가 고지자기극이동곡선에 많이 의존하고있는것과도 관련된다. 다시말하여 린접한 2개의 고지자기극들을 련결하는 가능한 경로가 수없이 많은데 그가운데서 어느것을 택하는가, 즉 경로점들을 어떻게 결정하는가에 따라 그 곡선에 의한 고지자기학적대륙이동해석이 달라지기때문이다.

지구겉면우의 린접한 2개의 고지자기극을 지나는 큰 원호를 극이동경로로 선택하고 회전변환행렬을 리용하면 이 극이동경로우에 놓이는 임의의 보간점들을 결정하는것이 가능하다.

2. 회전변환행렬에 의한 극이동관계식

직각자리표계 O-XYZ 의 원점으로부터 같은 거리에 두점 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 과 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 가 주어졌을 때 이 두점사이의 회전변환관계를 보기로 하자.(그림 1)

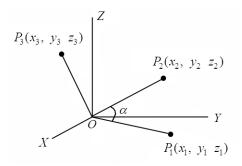


그림 1. 원점으로부터 같은 거리에 있는 두점사이의 회전변환관계

이제 두 벡토르 $\overrightarrow{OP_1}$ 과 $\overrightarrow{OP_2}$ 에 수직이면서 원점 O를 지나는 벡토르 $\overrightarrow{OP_3}$ 을 생각하면 점 P_2 는 점 P_1 을 축 $\overrightarrow{OP_3}$ 의 주위로 α만큼 회전시켜 얻을수 있다.
이것을 수식으로 규시하며 다으고 가다

편리상
$$|\overrightarrow{OP_1}| = |\overrightarrow{OP_2}| = 1$$
이라고 하면

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = \cos \alpha \tag{1}$$

따라서

$$\alpha = \arccos(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2) \tag{2}$$

여기서 α 는 두점 P_1 과 P_2 사이의 각거리이다.

벡토르 $\overrightarrow{OP_1}$ 과 $\overrightarrow{OP_2}$ 에 수직이면서 원점 O에서 출발하는 벡토르 $\overrightarrow{OP_3}$ 은 다음과 같이 구한다.

$$\overrightarrow{OP_3} = \overrightarrow{OP_1} \times \overrightarrow{OP_2} \tag{3}$$

여기서

$$\overrightarrow{OP_3} = x_3 i + y_3 j + z_3 k \tag{4}$$

이고

$$x_3 = y_1 z_2 - y_2 z_1 \tag{5}$$

$$y_3 = z_1 x_2 - x_1 z_2 \tag{6}$$

$$z_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1 \tag{7}$$

이때 $ver\alpha = 1 - \cos \alpha$ 라고 하면 회전변환행렬 $rot(\alpha)$ 는

$$rot(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha + x_3^2 ver\alpha & x_3 y_3 ver\alpha - z_3 \sin \alpha & x_3 z_3 ver\alpha + y_3 \sin \alpha \\ x_3 y_3 ver\alpha + z_3 \sin \alpha & \cos \alpha + y_3^2 ver\alpha & y_3 z_3 ver\alpha - x_3 \sin \alpha \\ x_3 z_3 ver\alpha - y_3 \sin \alpha & y_3 z_3 ver\alpha + x_3 \sin \alpha & \cos \alpha + z_3^2 ver\alpha \end{pmatrix}$$
(8)

이와 같은 회전변환행렬에 의하면 점 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 과 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 사이에는 다음식이 성립한다.

$$(x_2, y_2, z_2) = (x_1, y_1, z_1) \times rot(\alpha)$$
 (9)

여기서 점 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 과 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 는 2개의 고지자기극위치에 대응된다.

3. 회전변환행렬에 의한 극이동경로보간점결정

지구겉면우에 2개의 고지자기극위치 $p_{01}(\Phi_{01},\ \varLambda_{01}),\ p_{02}(\Phi_{02},\ \varLambda_{02})$ 가 주어졌다고 하고 다음식을 리용하여 $(\Phi_{01},\ \varLambda_{01}),\ (\Phi_{02},\ \varLambda_{02})$ 로부터 $x_1,\ y_1,\ z_1$ 과 $x_2,\ y_2,\ z_2$ 를 구한다.(그림 2)

$$x = R\cos\Phi_0\cos\Lambda_0, \quad y = R\cos\Phi_0\sin\Lambda_0, \quad z = R\sin\Phi_0$$
 (10)

여기서 R는 지구반경, Φ_0 과 \varLambda_0 은 각각 고지자기극의 위도와 경도, x, y, z는 각각 점 P의

X방향(북쪽방향), Y방향(동쪽방향), Z방향(연직 웃방향)의 자리표이다.

식 (10)을 리용하여 두 극위치의 사이각 α 를 구한다.

다음으로 각 α 를 필요한만큼 N등분한다.

$$d\alpha = \frac{\alpha}{N} \tag{11}$$

다음으로 곡선 $P_{01}P_{02}$ 우에 놓이는 모든 경로 보간점 $P_{\rm int}(i)(x_{\rm int}(i),\ y_{\rm int}(i),\ z_{\rm int}(i))$ 들을 구한다.

$$(x_{\text{int}}(i), y_{\text{int}}(i), z_{\text{int}}(i)) = (x_1, y_1, z_1) \times rot(i \cdot d\alpha)$$

 $(i = 0, 1, 2, \dots N)$

여기서 $x_{\text{int}}(i)$, $y_{\text{int}}(i)$, $z_{\text{int}}(i)$ 는 각각 경로보간 점 $P_{\text{int}}(i)$ 의 X, Y, Z자리표값이다.

명 $p_{\text{int}}(1)$ $p_{\text{int}}(...)P_{\text{int}}(N)$ $p_{\text{ol}}(1)$ $p_{\text{ol}}(1)$

그림 2. 고지자기극이동경로보간원리도

이때

$$x_{\text{int}}(0) = x_1, \dots, x_{\text{int}}(N) = x_2$$
 (12)

$$y_{\text{int}}(0) = y_1, \dots, y_{\text{int}}(N) = y_2$$
 (13)

$$z_{\text{int}}(0) = z_1, \dots, z_{\text{int}}(N) = z_2$$
 (14)

이다. 이 값들을 다음 식에 대입하여 극이동경로보간점의 위도와 경도 $\Phi_{0\,\mathrm{int}}(i)$ 와 $\varLambda_{0\,\mathrm{int}}(i)$ 를 구한다.

$$\Phi_{0\,\text{int}}(i) = \arctan\left(\frac{z_{\text{int}}(i)}{\sqrt{x_{\text{int}}^2(i) + y_{\text{int}}^2(i)}}\right), \quad \Lambda_{0\,\text{int}}(i) = \arcsin\left(\frac{y_{\text{int}}(i)}{\sqrt{x_{\text{int}}^2(i) + y_{\text{int}}^2(i)}}\right)$$
(15)

따라서 점 P_1 과 P_2 사이의 모든 경로보간점들이 결정된다.

지금까지 고찰한 방법은 2개의 고지자기극위치가 주어졌을 때의 경우이다.

2개이상의 고지자기극위치가 주어졌을 경우에는 우의 방법을 반복하면 된다.

4. 계산실험결과

시대에 따르는 고지자기극위치(표 1)가 다음과 같이 주어졌다고 할 때 매 시대구간에서 세부적인 고지자기극이동경로보간점들을 결정하였다.(표 2, 그림 3)

No.	년대/(×10 ⁴ a)	Φ_0 /(°)	A ₀ /(°)	No.	년대/(×10 ⁴ a)	Φ_0 /(°)	Λ ₀ /(°)
1	10	50	0	4	40	50	72
2	20	50	144	5	50	50	-144
3	30	50	-72	6	60	50	0

표 1. 시대에 따르는 고지자기극위치

No.	년대/(×10 ⁴ a)	$\Phi_{0\mathrm{int}}/(\circ)$	$\Lambda_{0\mathrm{int}}$ /(°)	No.	년대/(×10 ⁴ a)	$\Phi_{0\mathrm{int}}/(\circ)$	$\Lambda_{0\mathrm{int}}$ /(°)
1	10	50	0	14	36	73.66	27.80
2	12	63.33	13.07	15	38	63.33	58.93
3	14	73.66	44.20	16	40	50	72.00
4	16	73.66	99.80	17	42	63.33	85.07
5	18	63.33	130.93	18	44	73.66	116.20
6	20	50	144.00	19	46	73.66	171.80
7	22	63.33	157.07	20	48	63.33	-157.07
8	24	73.66	-171.80	21	50	50	-144.00
9	26	73.66	-116.20	22	52	63.33	-130.93
10	28	63.33	-85.07	23	54	73.66	-99.80
11	30	50	-72.00	24	56	73.66	-44.20
12	32	63.33	-58.93	25	58	63.33	-13.07
13	34	73.66	-27.80	26	60	50	0

표 2. 세분화된 고지자기극이동경로보간점들의 위도와 경도

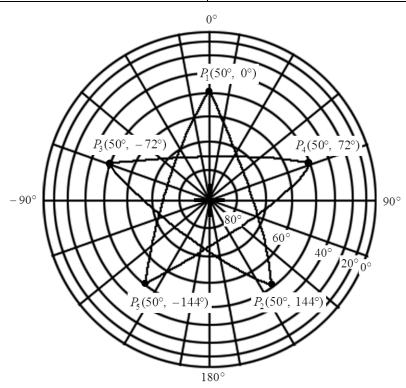


그림 3. 고지자기극이동경로보간점들에 의한 고지자기극이동경로

맺 는 말

회전변환행렬을 리용하여 고지자기극이동경로를 임의의 시대간격으로 정확히 보간결 정할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] J. Arkani-Hamed; Geophysical Research Letters, 28, 3409, 2001.
- [2] D. Hnatyshin et al.; Tectonophysics, 630, 103, 2014.
- [3] D. Blanco et al.; Journal of Applied Geophysics, 88, 139, 2013.

주체108(2019)년 1월 5일 원고접수

The Method to Determine the Interpolation Points of Paleomagnetic Polar Wander Path by Using Rotation Transformation Matrix

Kim Il Nam, Jon Jun Myong and Sin Thae Gyong

In this paper, we have described the method which can determine the interpolation points of paleomagnetic polar wander path according to more subdivided year laid between them by using rotation transformation matrix, from the data of paleomagnetic pole positions given with comparatively great time interval.

Key words: rotation transformation matrix, paleomagnetic polar