

제한된 구역에서 충격파를 동반하는 압축성류체흐름의 수값모의

장대욱, 서금혁

충격파를 동반하는 압축성류체흐름은 특성량들의 비정상성과 심한 압력구배를 산생시키는 매우 복잡한 흐름으로서 그것의 해석적인 풀이를 얻기가 매우 어렵다.

선행연구[1]에서는 충격파를 동반하는 압축성류체의 2차원비정상운동에 대하여 연구하였다. 여기서는 충격파앞뒤에서의 압력, 밀도, 온도, 속도사이의 관계, 충격단열에서 엔트로피증가와 희박비약의 불가능성에 대하여 취급하고 충격파의 전파속도와 뒤흐름속도사이의 관계식을 주었다. 선행연구[2]에서는 충격파를 동반하는 흐름마당을 해석하기 위한 여러가지 CFD적방법들과 계산도식들의 우점과 제한성들을 분석하였다.

논문에서는 입구경계에서 초기조건으로서 높은 압력과 온도를 가진 제한된 구역에서의 압축성흐름에 대한 풀이를 수렴시키기 위한 계산그물작성과 초기풀이설정문제를 해결하고 그것에 기초하여 구역에서의 압축성흐름의 특성량들을 결정하였다.

1. 문제 설정

기본방정식 논문에서는 제한된 구역의 입구에서 초기 높은 압력 p_0 과 높은 온도 t_0 이 주어진 경우 $t > 0$ 일 때 구역내부에서의 압축성흐름마당특성을 3차원비정상, 점성압축성류체의 보존형방정식을 리용하여 해석하였다.

보존형식의 나비에-스톡스방정식은 $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{J}$ 와 같다. 여기서 \mathbf{U} 는 풀이(보존변수)벡토르, \mathbf{J} 는 원천항 또는 원천벡토르, \mathbf{F} , \mathbf{G} 는 각각 x , y 방향의 흐름벡토르로서

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(e + V^2/2) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_x \\ \rho f_y \\ \rho(uf_x + vf_y) + \rho \dot{q} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) u + pu - k \frac{\partial T}{\partial x} - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) v + pv - k \frac{\partial T}{\partial y} - u\tau_{yx} - v\tau_{yy} \end{pmatrix}.$$

위의 식들에서 응력성분들은

$$\tau_{xx} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{V}) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{yy} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{V}) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

와 같고 μ 는 분자점성결수, λ 는 제2의 점성결수로서 스톡스의 가설에 따라 $\lambda = -2\mu/3$ 이다. 또한 $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$ 는 질량력, k 는 열전도결수이다.

란류모형 여기서는 압축성류체의 흐름을 해석하는데서 많이 리용되고있는 비교적 단순하면서도 정확도가 높은 스파라트-알마라스모형(S-A모형)을 리용한다. 이 모형은 벽으로 제한된 흐름계산에서 미세한 그물분할을 요구하지 않으며 보다 단순한 흐름들에서는 좋은 수렴성을 준다.

모형에서 회리점성결수는 회리점성변수 $\tilde{\nu}$ 과 벽함수 $f_{\nu 1}$ 에 의하여 $\nu_T = \tilde{\nu} f_{\nu 1}$ 과 같이 표시된다. 벽으로부터 멀리 떨어진 구역에서 함수 $f_{\nu 1}$ 은 1로 다가가므로 회리점성결수는 $\nu_T = \tilde{\nu}$ 로 된다.

S-A모형은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \tilde{\nu} u_i) = G_{\nu} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_{\nu} + S_{\tilde{\nu}} \quad (\text{수송방정식})$$

$$f_{\nu 1} = \chi^3 / (\chi^3 + c_{\nu 1}^3) \quad (\text{점성완화결수}), \quad \chi = \tilde{\nu} / \nu$$

$$G_{\nu} = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{\nu}, \quad \tilde{S} \equiv S + \tilde{\nu} / (K^2 d^2) \cdot f_{\nu 2}, \quad f_{\nu 2} = 1 - \chi / (1 + \chi f_{\nu 1})$$

여기서 c_{b1} , K 는 상수들이며 d 는 벽으로부터의 거리이다. 또한

$$S \equiv \Omega_{ij} | + C_{\text{prod}} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|) \quad (\text{변형속도텐소르의 크기}),$$

$$C_{\text{prod}} = 2.0, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{회전텐소르}),$$

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

$$Y_{\nu} = C_{w1} \rho f_w (\tilde{\nu} / d)^2, \quad f_w = g[(1 + C_{w3}^6) / (g^6 + C_{w3}^6)]^{1/6}, \quad g = r + C_{w2}(r^6 - r), \quad r \equiv \tilde{\nu} / (\tilde{S} K^2 d^2),$$

$$C_{b1} = 0.135 \ 5, \quad C_{b2} = 0.622, \quad \sigma = 2/3, \quad K = 0.418 \ 7,$$

$$C_{\nu 1} = 7.1, \quad C_{w1} = (1 + C_{b2}) / \sigma_{\tilde{\nu}}, \quad C_{w2} = 0.3, \quad C_{w3} = 2.0.$$

2. 계산결과분석

수값모의를 위한 그림 1과 같은 계산대상의 기하학적크기들은 다음과 같다.

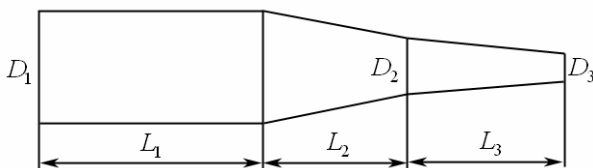


그림 1. 계산대상

대상의 앞부분, 중간부분, 뒤부분의 직경들은 각각 $D_1 = 80\text{mm}$, $D_2 = 40\text{mm}$, $D_3 = 20\text{mm}$ 이고 매 부분들의 길이는 각각 $L_1 = 100\text{mm}$, $L_2 = 50\text{mm}$, $L_3 = 100\text{mm}$ 이다.

대상에서의 흐름은 축대칭흐름으로 가정하고 계산을 2차원축대칭흐름으로 모형

화하여 진행한다.

계산그물은 17 620개의 4각형요소와 17 763개의 마디점들로 구성된다.

대상에 대한 경계 및 초기조건들은 다음과 같이 주어진다.

입구에서의 압력 p 는 그림 2와 같은 임펄스형태로 주어지며 그 주기는 140ms이다. 여기서 $p_0 = 5.06\text{MPa}$, $T_0 = 2\,000\text{K}$ 이며 초기에 구역내부와 외부는 모두 표준대기조건이다.

모든 벽경계들에서 흐름은 불침투조건을 만족시킨다. 기체는 이상기체로 가정하며 Fluent 6.3의 3차MUSCL도식을 리용하였다. 수값계산에서는 오차기준을 10^{-4} 으로 설정하고 시간에 따르는 흐름구역에서의 압력, 밀도, 속도, 온도특성을 평가하였다.

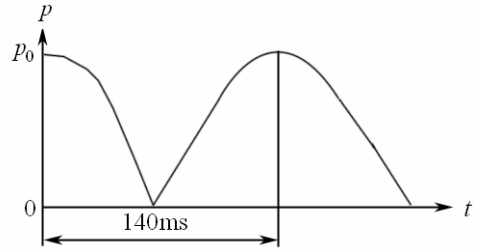


그림 2. 입구에서의 압력조건

가하였다.

계산결과는 표와 같다.

$t = 0.25\text{ms}$ 때에 흐름은 관로의 끝에 도착하며 충격파는 반사되어 상류흐름과 간섭한다. 3개의 튜브에서는 흐름방향을 따라 점차 약해지는 순서로 튜브의 양끝점들에서 경사충격파가 발생한다.

표. 계산결과

시간 /ms	최대속도 /($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	최대정압력 /MPa	최대밀도 /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	최대온도 /K
0.05	1 880	0.888	4.39	1 560
0.10	1 770	0.925	4.54	1 580
0.15	1 750	1.529	6.06	1 750
0.20	1 720	1.773	7.01	1 820
0.25	1 650	1.874	7.37	1 930

계산결과에 의하면 압축성흐름의 최대속도는 $1\,650\text{m/s}$, 최대정압력은 1.874MPa , 최대밀도는 7.37kg/m^3 , 최대온도는 $1\,930\text{K}$ 이다.

맺는 말

논문에서는 입구경계에서 초기조건으로서 높은 압력과 온도를 가진 제한된 구역에서의 압축성흐름에 대한 물이를 수렴시키기 위한 계산그물작성과 초기물이설정문제를 해결하였다. 또한 설정된 그물과 초기물이에 기초하여 구역에서의 압축성흐름에 대한 수값물이를 진행하고 시간에 따르는 압력, 밀도, 온도 등 흐름마다특성을 결정하였다.

참고 문헌

- [1] 김일성종합대학학보(자연과학), 57, 2, 27, 주체100(2011).
- [2] K. Tsujimoto et al.; Journal of Fluid Science and Technology, 9, 3, 1, 2014.

주체106(2017)년 2월 5일 원고접수

Numerical Simulation of Compressible Flow with Shock Wave in a Domain

Jang Tae Uk, So Kum Hyok

We discuss the compressible flow in a domain with high pressure and temperature as initial condition at inlet. The structured grid is used to obtain the flow field, satisfying the convergence of solution. The results show that the grid and initial solution are very sensitive to evaluate the flow field, predicting the exact location of shock wave.

Key words: shock wave, compressible flow