

위상밀립문과 조종부정문에 기초한 3층량자BP신경망의 한가지 모형

김광진, 김남철

량자신경망은 전통적인 신경망과 양자계산이 서로 결합되어 생긴 새로운 신경계산모형이다. 양자계산에서 리용되는 양자상태중첩, 얽힘 그리고 병렬특성 등 양자력학적성질을 신경망에 적용하여 신경망의 정보처리능력을 높이고 전통적인 신경망의 부족점을 극복할수 있다는것이 밝혀지면서 최근시기 양자신경망에 대한 연구는 큰 주목을 끌고있다. 인공신경망은 인간의 뇌의 동작물림새를 모방한것으로서[1] 그것은 신경세포모형과 학습규칙에 기초하여 이미 정보처리, 패턴식별, 지능조종 및 체계구축 등 그 응용범위가 점점 더 넓어지고있다. 그러나 응용범위가 확장됨에 따라 신경계산의 부족점들이 나타나고있다. 실례로 학습량정보처리시 처리속도가 너무 느리고 기억용량에 제한이 있으며 반복훈련이 필요되고 새로운 정보를 접수할 때 기억상실이 쉽게 일어나는 현상 등 많은 문제점들이 나타났다. 이러한 본질적인 결함들을 극복하기 위하여 최근에 신경망을 양자계산과 결합시킨 양자신경망이 제안되었다.[2]

양자병렬계산의 우점을 인공신경망분야에 도입하는것은 전망성있는 시도라고 볼수 있다. 이미 양자계산의 착상을 신경망에 도입할수 있다는것은 증명되었으며[3] 앞으로 량자신경망에 기초하여 전통적인 신경망의 부족점들을 극복할수 있을것으로 보고있다.[4, 5] 논문에서는 위상밀립문과 조종부정문을 리용하는 3층량자BP신경망모형을 제안하고 이 신경망의 입출력관계를 유도하였다.

1. 조종부정문의 구성방법

만일 양자비트의 상태에 대하여 여러번의 유니타르변환을 실시하면 론리적으로 해당한 작용을 완성할수 있으며 이러한 작용은 론리문과 류사하므로 일정한 시간동안 론리변환을 실현하는 량자기구를 량자문이라고 부른다.

단일량자비트(큐비트)에 작용하는 위상밀립문은 다음과 같이 표시된다.

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

만일 량자상태가 $|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{pmatrix}$ 이라면 이 상태는 위상밀립문 $R(\theta)$ 의 작용을 받아 $R(\theta)|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\theta_0 + \theta) \\ \sin(\theta_0 + \theta) \end{pmatrix}$ 로 변환된다. 분명히 $R(\theta)$ 가 상태에 주는 영향은 위상밀립이다.

한편 량자부정문 $U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 의 작용은 큐비트의 2개의 확률진폭을 교환하는것인데 다음과 같이 표시할수 있다.

$$U|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\pi/2 - \theta_0) \\ \sin(\pi/2 - \theta_0) \end{pmatrix} = R(\pi/2 - 2\theta_0)|\phi\rangle \quad (2)$$

이로부터 양자부정문도 역시 위상회전기능을 수행한다는것을 알수 있다.
이제 다음과 같이 정의되는 조종부정문을 받아들인다.

$$C(k) = \begin{pmatrix} \cos(k\pi/2 - 2\theta_0) & -\sin(k\pi/2 - 2\theta_0) \\ \sin(k\pi/2 - 2\theta_0) & \cos(k\pi/2 - 2\theta_0) \end{pmatrix} \quad (3)$$

조종부정문의 파라메터 k 의 값을 어떻게 선택하는가에 따라 위상에 대한 영향을 다음과 같은 세가지 종류로 구분할수 있다.

$k=1$ 일 때 $C(k)|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix}$ 즉 $|\phi\rangle$ 를 반전시킨다.

$k=0$ 일 때 $C(k)|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 \\ -\sin \theta_0 \end{pmatrix}$ 즉 토대상태들의 상대위상을 변화시킨다.

$0 < k < 1$ 일 때 $C(k)|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\pi/2 - \theta_0) \\ \sin(\pi/2 - \theta_0) \end{pmatrix}$

2. 양자신경세포모형

위상밀립문과 조종부정문을 리용하는 양자신경세포의 모형은 그림 1과 같다. 즉 입력, 위상밀립, 무게결합, 반전, 출력 등의 구조를 이룬다. 여기서 입력은 양자비트의 상태 $|x_i\rangle$ 로 표시한다. 출력 y 는 출력양자상태가 $|1\rangle$ 일 확률진폭이고 위상밀립은 위상밀립문 $R(\theta_i)$ 의 조작을 통하여 실현된다. 반전은 조종부정문 $U(\gamma)$ 를 통하여 실현된다.

그림 1에서 양자위상밀립문 $R(\theta_i)$ 의 구조와 식 (3)의 구조가 서로 같다는데로부터 조종부정문 $U(\gamma)$ 를 다음과 같이 표시할수 있다.

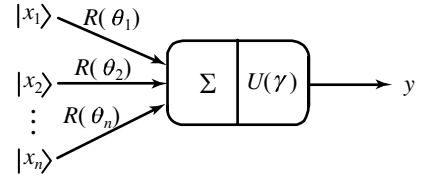


그림 1. 양자신경세포모형

$$U(\gamma) = C(f(\gamma)) \quad (4)$$

여기서 $f(\gamma)$ 는 시그모이드함수이다. 입력상태 $|x_i\rangle = (\cos t_i, \sin t_i)^T$ 는 각각 위상밀립조작을 통한 무게결합을 통하여 양자신경세포에 입력되며 그 상태는 다음과 같이 표시된다.

$$\sum_{i=1}^n R(\theta_i)|x_i\rangle = (\cos \theta, \sin \theta)^T \quad (5)$$

$$\text{여기서 } \theta = \arctan\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right) = \arctan\left(\frac{\sum_{i=1}^n \sin(t_i + \theta_i)}{\sum_{i=1}^n \cos(t_i + \theta_i)}\right) \text{이다.}$$

무게결합된 상태 식 (5)에 조종부정문을 작용시키면 다음의 결과를 얻게 된다.

$$U(\gamma) \sum_{i=1}^n R(\theta_i) |x_i\rangle = C(f(\gamma)) \sum_{i=1}^n R(\theta_i) |x_i\rangle = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} f(\gamma) - \theta\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} f(\gamma) - \theta\right) \end{pmatrix} \quad (6)$$

량자신경세포의 출력은 큐비트가 상태 $|1\rangle$ 에 놓일 확률진폭이며 따라서 식 (6)으로부터 $\sin\left(\frac{\pi}{2} f(\gamma) - \theta\right)$ 임을 알수 있다. 따라서 입력상태를 통하여 럡자신경세포의 최종출력 상태를 다음과 같이 표시할수 있다.

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} f(\gamma) - \theta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} f(\gamma) - \arg\left(\sum_{i=1}^n R(\theta_i) |x_i\rangle\right)\right) \quad (7)$$

3. 럡자BP신경망

량자BP신경망은 많은 각이한 럡자신경세포와 고전신경세포들사이에서 규정된 련결 순서에 따라 결합되여 형성된다. 우리가 제안한 3층정결합량자BP신경망모형을 그림 2에 보여주었다. 그림 2에서 입력층과 중간층에는 각각 n, p 개의 럡자신경세포들이 있으며 출력층에는 m 개의 전통적인 신경세포들이 있다.

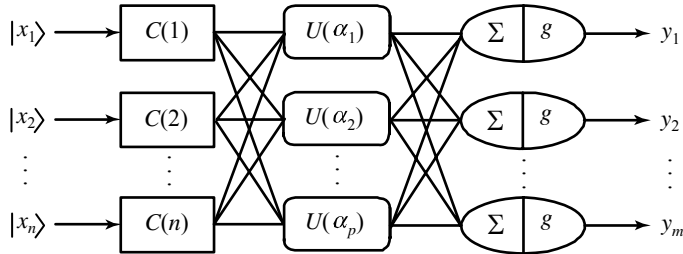


그림 2. 3층정결합량자BP신경망모형

조종부정문 $C(0)$ 과 $U(\alpha_j)$ 는 입력층과 중간층의 전달함수로 볼수 있다. 이때 중간층의 출력은 럡자비트의 상태가 $|1\rangle$ 에 놓일 확률진폭이므로 다음식을 쓸수 있다.

$$h_j = \sin\left(\frac{\pi}{2} f(\alpha_j) - \arg\left(\sum_{i=1}^n R(\theta_{ji}) |x_i\rangle\right)\right) \quad (8)$$

여기서 $|x_i\rangle$ 는 망의 입력, h_j 는 중간층의 출력, $R(\theta_{ji})$ 는 럡자위상밀립문이다. 마찬가지로 출력층의 출력을 계산하면 다음식을 얻는다.

$$y_k = g\left(\sum_{j=1}^p w_{kj} h_j\right) = g\left(\sum_{j=1}^p w_{kj} \sin\left(\frac{\pi}{2} f(\alpha_j) - \arg\left(\sum_{i=1}^n R(\theta_{ji}) |x_i\rangle\right)\right)\right) \quad (9)$$

여기서 w_{kj} 는 중간층과 출력층사이의 결합무게이다.

우에서 제안한 3층량자BP신경망모형에 기초한 학습알고리즘의 설계방안을 고찰하자. 럡자신경망을 리용하여 현실적인 문제들을 취급하자면 훈련표본자료의 실수값벡터표시를 럡자론의 상태표시로 전환시켜야 한다. n 차원유클리드공간의 실수값벡터표시의 표본

자료 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 에 대한 변환식은 다음과 같다.

$$|X\rangle = (|x_1\rangle, |x_2\rangle, \dots, |x_n\rangle)^T \quad (10)$$

여기서

$$|x_i\rangle = \cos\left(\frac{2\pi}{1+\exp(-x_i)}\right)|0\rangle + \sin\left(\frac{2\pi}{1+\exp(-x_i)}\right)|1\rangle = \left(\cos\left(\frac{2\pi}{1+\exp(-x_i)}\right), \sin\left(\frac{2\pi}{1+\exp(-x_i)}\right)\right)^T$$

이다.

주요망파라미터들로서는 회전파라미터 θ_{ji} , 반전파라미터 α_j , 결합무게 w_{kj} 가 있다. 오차함수는 다음과 같이 표시된다.

$$E(w_{kj}, \alpha_j, \theta_{ji}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y)^2 \quad (11)$$

여기서 \bar{y} 와 y 는 각각 이상적인 출력값과 실제적인 출력값을 표시한다. 이때

$$|x_i\rangle = \begin{pmatrix} \cos\phi_i \\ \sin\phi_i \end{pmatrix}, \quad \beta_j = \arctan\left(\frac{\sum_{i=1}^n \sin(\phi_i + \theta_{ji})}{\sum_{i=1}^n \cos(\phi_i + \theta_{ji})}\right)$$

임을 고려하면 그라디언트하강법을 리용하여 다음식을 얻게 된다.

$$w_{kj}(t+1) = w_{kj}(t) + \eta(\bar{y} - y)g' \sin\left(\frac{\pi}{2}f(\alpha_j) - \beta_j\right) \quad (12)$$

$$\alpha_j(t+1) = \alpha_j(t) + \eta \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^m (\bar{y} - y)g'w_{kj} \cos\left(\frac{\pi}{2}f(\alpha_j) - \beta_j\right)f'(\alpha_j) \quad (13)$$

$$\theta_{ji}(t+1) = \theta_{ji}(t) - \eta \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^m (\bar{y} - y)g'w_{kj} \cos\left(\frac{\pi}{2}f(\alpha_j) - \beta_j\right) \frac{\cos(\phi_i + \theta_{ji})C + \sin(\phi_i + \theta_{ji})S}{C^2 + S^2} \quad (14)$$

여기서 $C = \sum_{i=1}^n \cos(\phi_i + \theta_{ji})$, $S = \sum_{i=1}^n \sin(\phi_i + \theta_{ji})$ 이며 η 는 학습률이다.

맺는 말

위상밀립문의 구조와 유사한 조종부정문을 받아들이고 이러한 량자문들을 리용하는 량자신경세포의 모형을 제안하였다. 이러한 량자신경세포의 모형에 기초하여 3층량자BP 신경망모형을 제기하고 이 신경망에 기초한 학습알고리즘의 구성방안을 설계하였으며 그라디언트하강법을 리용하여 망파라미터들을 결정하였다.

참고 문헌

- [1] N. Kouda et al.; Neural Computing and Applications, **14**, 2, 114, 2005.
- [2] M. Andrecut et al.; International Journal of Modern Physics, **C 13**, 1, 75, 2002.
- [3] G. Sanjay; Journal of Computer and System Sciences, **63**, 355, 2001.
- [4] A. Deng et al.; Journal of Systems Engineering and Electronics, **22**, 3, 507, 2011.
- [5] H. Lu et al.; Artificial Intelligence and Robotics, Springer International Publishing, 239~261, 2018.

A Kind of Model of Three-Layer Quantum BP Neural Network Based on the Phase Shift Gate and the Controlled-Not Gate

Kim Kwang Jin, Kim Nam Chol

We conducted a basic research of the quantum neural network which combined quantum gate with neural network in this thesis. We suggested the model of the quantum neural cell using the phase shift gate and controlled-not gate and then derived the input-output relationship. And we designed the model of the three-layer quantum BP neural network based on the model of this quantum neural cell. We suggested the configuration scheme of the study algorithm based on this neural network and determined the network parameters by using the gradient descent method.

Keywords: quantum neural network, BP neural network, phase shift gate