김일성종합대학학보 주체108(2019)년
수 학 제65권 제1호

변분 및 편미분방정식을 리용한 한가지 잡음제거방법

원영준, 리원호

론문에서는 정보기술 및 인공지능에서 중요한 분야의 하나로 되고있는 화상처리방법들중의 하나인 잡음제거방법에 대하여 연구하였다.

선행연구[1]에서는 비등방성확산을 리용하여 경계를 보존하는 잡음제거방법을 제기하였으며 선행연구[2]에서는 변분 및 편미분방정식을 리용한 잡음제거방법을 제기하였다.

이러한 경계를 보존하는 잡음제거방법들은 경계가 없고 잡음이 있는 부분에서 저주파려파기보다 잡음제거가 잘 안되는 결함을 가지고있으며 저주파려파기를 리용한 잡음제거는 경계를 보존하지 못하는 결함을 가지므로 우리는 변분 및 편미분방정식과 저주파려파기를 결합하여 잡음을 제거하는 한가지 방법을 제기하였다.

먼저 변분 및 편미분방정식을 리용한 화상잡음제거방법에 대하여 론의하자.

일반적으로 화상은 전송 및 보관을 비롯한 과정에 여러가지 잡음의 영향을 받게 된다.

잡음이 있는 화상의 모형을 $z(x,\ y)=u(x,\ y)+n(x,\ y),\ (x,\ y)\in\Omega$로 표시한다. 여기서 $z(x,\ y)$는 잡음이 있는 관측화상, $u(x,\ y)$는 잡음이 없는 원래의 화상, $n(x,\ y)$는 가법적 잡음이며 Ω는 화상의 령역이다.

잡음제거는 관측화상 $z(x,\ y)$로부터 원래의 화상 $u(x,\ y)$를 얻어내는것이다.

론문에서는 이 문제를 다음과 같은 변분문제로 풀려고 한다.

$$\min J_{TV}(u),\quad J_{TV}(u)=\int_{\Omega}(\alpha\Phi(|\nabla u|)+(u-z)^2/2)dxdy \tag{1}$$

식 (1)에서 함수 Φ는 $R^+=\{x\,|\,x\ge 0\}$에서 정의된 실값함수로서 화상의 경계를 보존하면서도 잡음을 제거할수 있도록 하기 위하여 다음의 성질들을 만족시켜야 한다.

$$\Phi'(s)=0,\ \lim(\Phi'(s)/s)=\lim\Phi''(s)=\Phi''(0)>0\ \ (\text{극한은 } s\to 0^+ \text{ 일 때의 극한})$$

$$\lim\Phi''(s)=0,\ \lim(\Phi'(s)/s)=\beta>0\ \ (\text{극한은 } s\to +\infty \text{ 일 때의 극한})$$

식 (1)로부터 다음의 초기경계조건을 가진 편미분방정식을 생각할수 있다.

$$u_t=-\alpha\nabla\left(\Phi'(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)+(u-z),\ u_0(x,\ y)=z(x,\ y)\ ((x,\ y)\in\Omega),\ \frac{\partial u}{\partial N}(x,\ y)=0\ \ ((x,\ y)\in\partial\Omega) \tag{2}$$

이 식을 리용하면 경계를 보존하지만 경계가 아닌 실지 잡음이 있는 부분에서 잡음제거가 잘 안되는 결함이 있으므로 론문에서는 화상의 경계를 리용한 무게함수를 리용하여 경계를 보존하는 잡음제거방법과 저주파려파기를 리용한 잡음제거방법을 무게결합하는 방법으로 화상의 잡음을 제거하려고 한다.

변분 및 편미분방정식과 저주파려파기를 결합한 화상잡음제거알고리듬은 다음과 같다.

걸음 1 잡음이 있는 화상 $z(x,\ y)$와 반복조건판정을 위한 상수 c를 입력한다.

입력화상에 대한 가우시안평활화를 진행하고 평활화된 화상의 경계를 구하고 이것에 대하여 함수 $p(\cdot)$을 실시한다.(함수 $p(\cdot)$은 선행연구[2]에서와 같다.)

$$z^*=G\times z\ ,\ \ d=|\nabla z^*|,\ \ w(i,\ j)=p(d(i,\ j))$$

초기화상 $u_0(x,\ y)$ 를 입력화상 $z(x,\ y)$ 로 초기화하고 $k=0$ 으로 놓는다.

걸음 2 알고리듬의 반복조건 $S=\sum\sum(u_k(i,\ j)-z(i,\ j))^2$ 을 계산한다.

이때 $S<c$ 이면 걸음 3－7을 반복수행하고 아니면 걸음 8로 이행한다.

걸음 3 k 번째 반복화상의 x 방향 및 y 방향의 경계를 계산한다.

$$d_k^x(i,\ j)=(u_k(i+1,\ j)-u_k(i-1,\ j))/2,\ d_k^y(i,\ j)=(u_k(i,\ j+1)-u_k(i,\ j-1))/2$$

걸음 4 k 번째 반복화상의 매 점에서의 경계세기에 함수 $\Phi(\cdot)$ 을 실시하고 $D_k^x(i,\ j)=\Phi'(|\nabla u_k|)/|\nabla u_k|\cdot d_k^x(i,\ j)$, $D_k^y(i,\ j)=\Phi'(|\nabla u_k|)/|\nabla u_k|\cdot d_k^y(i,\ j)$ 를 계산한다.

걸음 5 식 (2)를 리용한 새로운 화상 u_{k+1} 을 계산한다.

$$u_{k+1}(x,\ y)=u_k(x,\ y)+\Delta t\times(a\times ss-(u_k(x,\ y)-z(x,\ y))),\ ss=\mathrm{div}\left(\Phi'(|\nabla u_k|)\frac{\nabla u_k}{|\nabla u_k|}\right),\ k=k+1$$

걸음 6 새로 계산된 화상 u_k 와 평활화된 화상 z^* 사이의 무게결합을 진행한다.

$$u_k(x,\ y)=(1-w)\times u_k(x,\ y)+w\times z^*(x,\ y),\ w=w(x,\ y)-1$$

걸음 7 알고리듬의 반복조건판정을 위하여 걸음 2로 이행한다.

걸음 8 $u(x,\ y)=u_k(x,\ y)$ 를 출력한다.

알고리듬의 잡음제거효과성을 검사하기 위하여 다음과 같은 실험을 진행하였다.

원래의 화상 u 에 잡음을 더한 화상 z 를 만들고 선행연구[2]의 방법과 론문의 방법에 의하여 잡음을 제거하고 신호 대 잡음비를 계산하여 알고리듬의 효과성을 검증하였다.

이때 신호 대 잡음비계산공식은 다음과 같다.

$$\mathrm{PSNR}=20\log_{10}(255/R(u,\ u^0)),\ R(u,\ u^0)=\sqrt{\sum_{i,\ j}(u_{i,\ j}-u_{i,\ j}^0)^2\Big/(mn)}$$

표. 성능평가결과

	잡음제거방법		
	론문의 방법	방법[2]	평활화방법
PSNR	26.3919(DB)	26.3669(DB)	22.37(DB)

표에서 보는바와 같이 론문에서 제기한 잡음제거방법이 경계를 보존하면서도 잡음을 제거하는데 효과적이라는것을 알수 있다.

참 고 문 헌

[1] M. J. Black et al.; IEEE T. Image Process, 7, 3, 421, 1998.

[2] T. Barubu; EECSS, 342, 25, 2015.

주체107(2018)년 9월 8일 원고접수

A Method for Total Variation and PDE-based Denoising of Noisy Images

Won Yong Jun, Ri Won Ho

We propose a stable method of total variation and PDE-based denoising of noisy images. This method has a high and stable edge-preserving and denoising ability.

Key word: image processing