김일성종합대학학보 주체108(2019)년
지구환경과학 및 지질학 제65권 제1호

중자력탐사자료의 교차구배결합2차원해석

최 영 남

결합역문제풀이는 지구물리탐사자료해석의 다가성을 줄일수 있는 중요한 방도의 하나로서 현재 세계적으로 광범히 연구되고있다.[1－3]

론문에서는 구조결합방식의 하나인 교차구배제약조건을 리용한 중자력탐사자료의 결합2차원역문제풀이방법을 제기하고 모형계산을 통하여 방법의 믿음성을 검증하였다.

1. 교차구배함수

중자력탐사자료의 결합해석에서 리용하는 교차구배함수는 다음과 같이 정의된다.[2]

$$\boldsymbol{t}(x,\ y,\ z)=\nabla \boldsymbol{m}_1(x,\ y,\ z)\times\nabla \boldsymbol{m}_2(x,\ y,\ z) \tag{1}$$

여기서 $\boldsymbol{t}$는 교차구배함수, $\boldsymbol{m}_1$과 $\boldsymbol{m}_2$는 유효밀도 및 유효자화세기파라메터벡토르이다.

2차원문제의 경우에 교차구배함수는 주향방향(y축방향)에서만 령아닌 성분을 가지므로 다음과 같이 표시할수 있다.

$$t(x,\ z)=\left(\frac{\partial m_1(x,\ z)}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial m_2(x,\ z)}{\partial x}\right)-\left(\frac{\partial m_1(x,\ z)}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial m_2(x,\ z)}{\partial z}\right) \tag{2}$$

모형구역을 분할하고 전진계차법을 리용하여 모형구배를 결정하면 식 (2)를 다음과 같은 리산형식으로 표시할수 있다.

$$t\approx\frac{1}{\Delta x\Delta z}[m_{1c}(m_{2b}-m_{2r})+m_{1r}(m_{2c}-m_{2b})+m_{1b}(m_{2r}-m_{2c})] \tag{3}$$

여기서 첨자 $c,\ b,\ r$는 2차원살창망에서 고찰하는 세포와 그것의 아래, 오른쪽에 있는 세포를 의미하며 Δx와 Δz는 각각 세포들의 수평 및 수직크기이다.

2. 교차구배결합역문제풀이

교차구배결합역문제풀이에서 리용하는 목적함수는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}\varPhi(\boldsymbol{m}_1,\ \boldsymbol{m}_2)=&[\boldsymbol{d}_1-f_1(\boldsymbol{m}_1)]^{\mathrm{T}}C_{d_1}^{-1}[\boldsymbol{d}_1-f_1(\boldsymbol{m}_1)]+[\boldsymbol{d}_2-f_2(\boldsymbol{m}_2)]^{\mathrm{T}}C_{d_2}^{-1}[\boldsymbol{d}_2-f_2(\boldsymbol{m}_2)]+\\&+\alpha_1(\boldsymbol{m}_1-\boldsymbol{m}_{01})^{\mathrm{T}}C_{m_1}^{-1}(\boldsymbol{m}_1-\boldsymbol{m}_{01})+\alpha_2(\boldsymbol{m}_2-\boldsymbol{m}_{02})^{\mathrm{T}}C_{m_2}^{-1}(\boldsymbol{m}_2-\boldsymbol{m}_{02})\\\text{제한조건: }&t(\boldsymbol{m}_1,\ \boldsymbol{m}_2)=0\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

여기서 $\boldsymbol{d}_1$과 $\boldsymbol{d}_2$는 관측된 중력 및 자기마당자료, $f_1(\boldsymbol{m}_1)$과 $f_2(\boldsymbol{m}_2)$는 리론모형에 의하여 계산된 중력 및 자기마당자료, C_{d_1}과 C_{d_2}는 관측자료의 공분산행렬, α_1과 α_2는 모형들의 평활수준을 규정하는 무게결수, $\boldsymbol{m}_{01}$과 $\boldsymbol{m}_{02}$는 공분산행렬이 각각 $\boldsymbol{C}_{m_1}$과 $\boldsymbol{C}_{m_2}$인 사전모형파라메터들이다.

목적함수 (4)에서 중력 및 자기마당정문제는 다음과 같은 선형문제로 볼수 있다.

$$f_1(\boldsymbol{m}_1) \approx A_1\boldsymbol{m}_1 \tag{5}$$

$$f_2(\boldsymbol{m}_2) \approx A_2\boldsymbol{m}_2 \tag{6}$$

여기서 $A_1 = \partial\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{m}_1)/\partial\boldsymbol{m}_1$, $A_2 = \partial\boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{m}_2)/\partial\boldsymbol{m}_2$ 들은 야꼬비행렬이다.

식 (4)에서 교차구배함수 t는 비선형이다. 그러므로 식 (4)의 풀이는 선형화를 통하여 반복방식으로 구해야 한다.

교차구배함수 t를 테일러합렬전개하고 1차항까지만을 고려하면 교차구배함수를 선형화할수 있다.

$$t(\boldsymbol{m}_1, \boldsymbol{m}_2) \approx t(\boldsymbol{m}_{01}, \boldsymbol{m}_{02}) + B\begin{pmatrix} \boldsymbol{m}_1 - \boldsymbol{m}_{01} \\ \boldsymbol{m}_2 - \boldsymbol{m}_{02} \end{pmatrix} \tag{7}$$

여기서 $B = [B_1, B_2]$는 모형벡토르 $\boldsymbol{m}_i$에 대한 편도함수이다. B의 원소들은 식 (3)으로부터 유도할수 있다.

목적함수 (4)를 선형화한 다음 무조건최소화문제로 넘기면 제한조건을 가진 목적함수 (4)의 풀이는 다음과 같이 주어진다.

$$\Lambda = (BN^{-1}B^{\mathrm{T}})^{-1}(BN^{-1}n + t(m_0)) \tag{8}$$

$$m = N^{-1}(n - B^{\mathrm{T}}\Lambda) \tag{9}$$

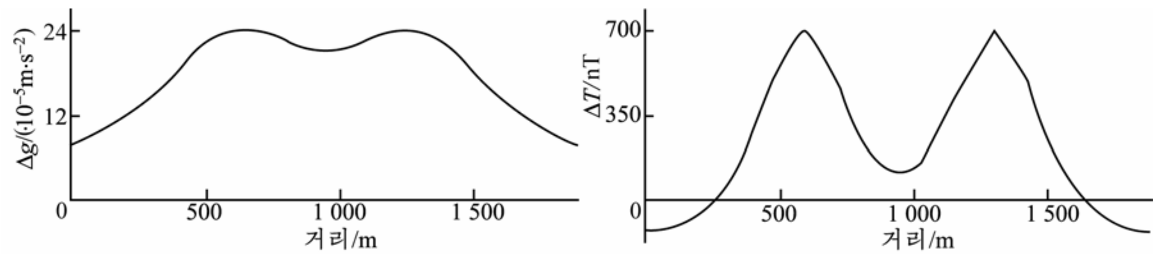
$$N = \begin{bmatrix} A_1^{\mathrm{T}}C_{d_1}^{-1}A_1 + \alpha C_{m_1}^{-1} & 0 \\ 0 & A_2^{\mathrm{T}}C_{d_2}^{-1}A_2 + \alpha C_{m_2}^{-1} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$n = \begin{bmatrix} A_1^{\mathrm{T}}C_{d_1}^{-1}(d_1 - f_1(\boldsymbol{m}_{01})) \\ A_2^{\mathrm{T}}C_{d_2}^{-1}(d_2 - f_2(\boldsymbol{m}_{02})) \end{bmatrix} \tag{11}$$

3. 방법의 효과성검증

지질자름면에 2개 이상체가 존재하는 경우 개별역문제풀이에 비한 결합역문제풀이의 효과성을 검증하였다.

직4각형이상체모형의 밀도를 $1\times10^3\mathrm{kg/m^3}$로, 자화세기를 $1\mathrm{A/m}$로 설정하고 이 이상체가 만드는 중력 및 자기마당을 관측자료로 리용하였다. 이때 관측점들사이의 간격은 100m, 관측자료의 수는 각각 20개씩이다. 모의에 리용한 중력 및 자기마당관측곡선은 그림 1과 같다.



ㄱ) ㄴ)

그림 1. 중력 및 자기마당관측곡선

ㄱ) 중력마당, ㄴ) 자기마당

역문제풀이를 위하여 해석자름면을 수평방향으로 18개, 수직방향으로 8개로 분할하여 총 144개의 요소체들로 모형화하였다. 매 요소체의 크기는 100m×100m이다.

중력 및 자기마당관측자료를 개별적으로 리용하여 역문제풀이를 진행한 결과와 두 자료를 결합하여 역문제풀이를 진행한 결과는 그림 2, 3과 같다.

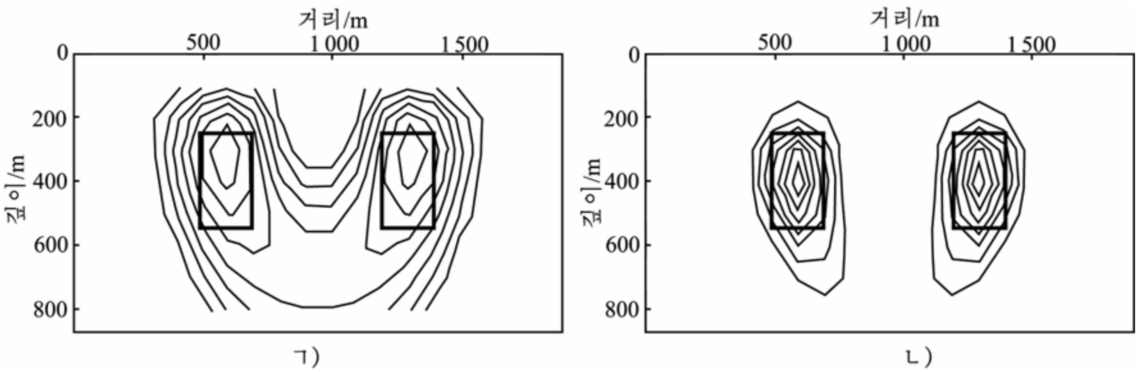


그림 2. 개별역문제풀이결과
ㄱ) 중력자름면, ㄴ) 자력자름면

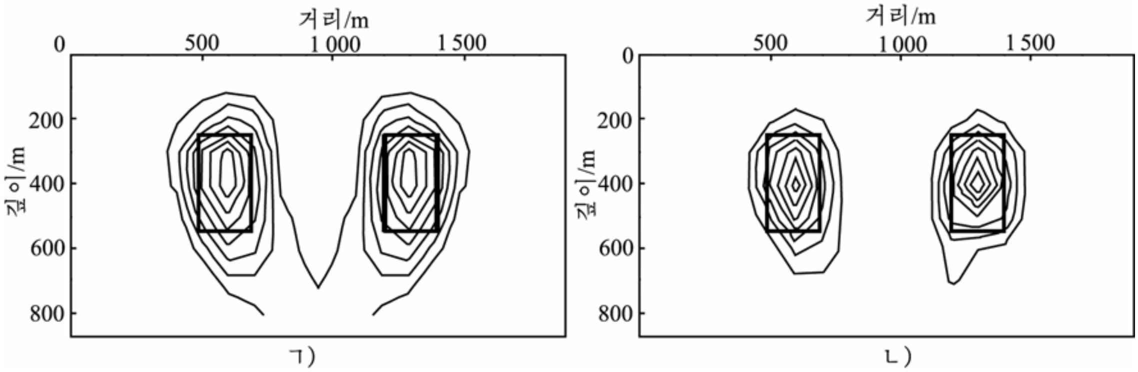


그림 3. 결합역문제풀이결과
ㄱ) 중력자름면, ㄴ) 자력자름면

그림 2에서 보는바와 같이 2개의 이상체가 존재하는 경우 자기마당관측자료를 리용하였을 때에는 2개 이상체가 비교적 명백히 갈라지지만 중력마당관측자료를 리용하였을 때에는 2개 이상체가 하나의 이상체처럼 나타난다. 그러나 그림 3에서 보는바와 같이 교차구배제약을 리용하는 결합역문제풀이방법은 2개의 이상체를 비교적 명백히 구분할뿐아니라 추정된 물성값들도 진값과 근사하다.

참 고 문 헌

[1] **김일성**종합대학학보(자연과학), 60, 6, 142, 주체103(2014).

[2] L. A. Gallardo et al.; Journal of Geophysical Research, 109, 17, 2004.

[3] Emilia Fregoso et al.; Geophysics, 74, 4, L31, 2009.

주체107(2018)년 10월 5일 원고접수

Cross-Gradients Joint 2D Inversion of Gravity and Magnetic Data

Choe Yong Nam

We suggested the cross-gradients joint 2D interpretation method of gravity and magnetic data and verified the effectiveness of joint interpretation method via model calculation.

Key words: cross-gradient, joint inversion