

이발화석에서 방사성동위원소들의 농도변화특성에 대한 수학적고찰

강 룡 일

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《발굴자료에 대한 정리와 분석종합은 력사유적발굴사업을 결속하는 중요한 공정이며 유적유물의 진가를 밝혀내는 진지한 탐구과정입니다.》(《김정일전집》 제3권 124페이지)

이발화석의 전자상자성공명년대측정에서 선량계산은 이발에 흡착된 우라늄동위원소들의 농도변화에 기초하고있다.

론문에서는 이발화석의 전자상자성공명년대측정을 위한 우라늄흡착모형과 이발화석에 흡착된 우라늄동위원소(^{238}U , ^{234}U)들의 시간에 따르는 농도변화에 대하여 수학적으로 고찰하였다.

1. 우라늄흡착모형

이발법랑질의 전자상자성공명년대측정에서 주요한 오차원인은 범랑질과 그와 린접한 상아질 및 세멘트질에서 일어나는 우라늄의 흡착특성의 차이에 의해 생긴다. U의 흡착이 적거나(0.2ppm이하인 경우) 전혀 일어나지 않을 때 년대값은 외부방사선의 영향만을 고려하여 계산할수 있다. 그러나 대부분의 경우 이발내부에서 U의 흡착이 일어나기때문에 이발법랑질에서 방사성동위원소에 의한 방사선의 영향을 고려하여 년대들을 계산하는 것이 필요하다.

이 흡착모형에는 이른흡착(early uptake : EU)모형과 최근흡착(recent uptake : RU)모형, 선형흡착(linear uptake : LU)모형도 있다. 이러한 모형들은 다음의 식에 의해 설명할수 있다.[1]

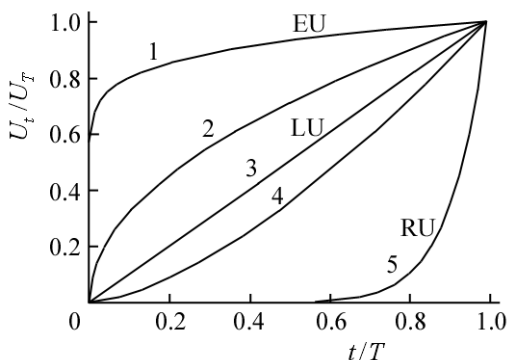


그림. 이발법랑질에서 t/T 에 따르는 U_t/U_T 의 변화곡선

1-5는 p 값이 각각 -0.9 , -0.5 , 0 , 0.5 , 0.9 인 경우

$$U_t/U_T = [t/T]_{p+1}$$

여기서 U_t 는 이발에서 t 시간일 때의 U 농도, U_T 는 이발에서 측정한 U의 마지막농도(현재 측정한 농도), T 는 시료의 년대, p 는 U의 흡착파라미터이다. ($-1 \leq p < \infty$)

이발법랑질에서 t/T 에 따르는 U_t/U_T 의 변화곡선은 그림과 같다. 그림에서 보는바와 같이 선형흡착모형은 일정한 흡착속도를 가지는 직선이지만 이른흡착모형은 낮은 t/T 값구간에서는 흡착이 빠르고 뒤부분에서는 점차적인 흡착이 느리게 일어난다. 그리고 최근흡착모형에서는 초기에는 흡착이 점차적으로 느리

게 일어나고 마지막시기에는 빨리 흡착된다는것을 알수 있다.

2. 이발화석에서 방사성동위원소들의 농도변화

이발화석에 흡착된 방사성동위원소들의 농도변화를 고찰하기 위하여 다음과 같은 4가지 가정을 하였다.[2]

- 1) 매장전에 U계열핵종들이 이발조직들에 없다. 즉 $t=0$ 일 때 $U(t)=0$ 이다.
- 2) 매장환경에서 $^{234}\text{U}/^{238}\text{U}$ 방사능비(r_0)는 일정한 시간동안 상수이다.
- 3) Th의 흡착이 없다.
- 4) 임의의 시간에 동위원소들의 기본적인 손실이 없다.

이에 기초하여 이발(법랑질, 상아질, 세멘트질)에서 3개의 UI-계열핵종 ^{238}U , ^{234}U 와 ^{230}Th 의 농도는 다음과 같은 방정식으로 나타낼수 있다.

$$\frac{dU_8(t)}{dt} = S_8(t) - \lambda_8 U_8(t) \quad (1)$$

$$\frac{dU_4(t)}{dt} = S_4(t) - \lambda_4 U_4(t) + \lambda_8 U_8(t) \quad (2)$$

$$\frac{dU_0(t)}{dt} = \lambda_4 U_4(t) - \lambda_0 U_0(t) \quad (3)$$

여기서 U_{8m} 은 이발에서 측정 한 현재의 ^{238}U 농도(ppm), U_8 , U_4 , U_0 은 각각 ^{238}U , ^{234}U , ^{230}Th 의 농도(ppm), λ_8 , λ_4 , λ_0 은 각각 ^{238}U , ^{234}U , ^{230}Th 의 붕괴상수(y^{-1}), S_8 , S_4 는 단위시간당 이발안으로 확산하는 ^{238}U 과 ^{234}U 의 농도이다.

우의 식들은 다음과 같은 수학적형태를 가진다.

$$\frac{dy}{dt} = Ay + B(t) \quad (4)$$

이 형태의 미분방정식은 다음과 같은 유일풀이를 가진다.

$$y(t) = y(t_0)e^{A(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B(\tau) d\tau \quad (5)$$

$U_8(t_0)=U_4(t_0)=U_0(t_0)=0$ 의 초기조건을 리용할 때 t 시간에서 ^{238}U , ^{234}U , ^{230}Th 의 농도는 다음과 같다.

$$U_8(t) = \int_0^t S_8(\tau) e^{-\lambda_8(t-\tau)} d\tau \quad (6)$$

$$U_4(t) = \int_0^t [\lambda_8 U_8(\tau) + S_4(\tau)] e^{-\lambda_4(t-\tau)} d\tau \quad (7)$$

$$U_0(t) = \int_0^t \lambda_4 U_4(\tau) e^{-\lambda_0(t-\tau)} d\tau \quad (8)$$

이발안으로 확산하는 ^{238}U 의 농도는 $S_8(t)=ct^p$ 인데 이것은 식 (6)에 따른다.

$$U_8(t) = c \int_0^t \tau^p e^{-\lambda_8(t-\tau)} d\tau \approx c \int_0^t \tau^p d\tau = \frac{ct^{p+1}}{p+1} \quad (9)$$

여기서 $e^{-[\lambda_8(t-\tau)]} \approx 1$ 이다. 그것은 $\lambda_8(t-\tau) < \lambda_8 T \approx 1.551 \cdot 10^{-5}$ 이 $T \geq 10^5 \text{y}$ 인 경우 $\lambda_4 T \approx 0.282$ 또는 $\lambda_0 T \approx 0.917$ 보다 훨씬 더 작기 때문이다.

T 에서 ^{238}U 의 측정값은 $U_{8m} = U_8(T) = cT^{p+1}/(p+1)$ 이며 $c = (p+1)U_{8m}/T^{p+1}$ 이므로

$$S_8(t) = (p+1) \frac{U_{8m}}{T^{p+1}} t^p \quad (10)$$

이다. 만일 식 (10)에 가정 2)를 결합하면

$$S_4(t) = r_0 \frac{\lambda_8 S_8(t)}{\lambda_4} = r_0 \frac{\lambda_8 (p+1) U_{8m} t^p}{\lambda_4 T^{p+1}} \quad (11)$$

이다. 여기서 r_0 은 매장환경에서 $^{234}\text{U}/^{238}\text{U}$ 의 방사능비이다.

식 (6)–(8)에 식 (9)–(11)과 $s = \tau/t$ 를 도입하면 다음과 같다.

$$U_8(t) = U_{8m} (t/T)^{p+1} \quad (12)$$

$$U_4(t) = \frac{\lambda_8 U_8(t)}{\lambda_4} \left[r_0 - \lambda_4 t (r_0 - 1) \int_0^1 s^{p+1} e^{-\lambda_4(1-s)} ds \right] \quad (13)$$

$$U_0(t) = \frac{\lambda_8 U_8(t)}{\lambda_0 - \lambda_4} \left[t(r_0 \lambda_0 - \lambda_4) \int_0^1 s^{p+1} e^{-\lambda_0 t(1-s)} ds - \lambda_4 t (r_0 - 1) \int_0^1 s^{p+1} e^{-\lambda_4 t(1-s)} ds \right] \quad (14)$$

맺 는 말

이발화석에 확산되어 흡착된 우라늄동위원소들의 시간에 따르는 농도변화를 고찰할 수 있는 수학적기초를 마련하였다.

참 고 문 헌

- [1] Qingfeng Shao et al.; Quaternary Geochronology, 30, 1, 2015.
- [2] H. Cheng et al.; Earth Planet. Sci. Lett., 371, 82, 2013.

주체109(2020)년 12월 5일 원고접수

Mathematical Consideration on the Concentration Change Characteristics of Radioactive Isotope in the Tooth Fossil

Kang Ryong Il

I established the mathematical base to be able to measure the concentration change of Uranium isotope adsorbed to tooth fossil according to the time.

Keywords: EPR(electron paramagnetic resonance) dating, tooth fossil