

두드리기식AFM에서 캔티레버-탐침진동의 동력학적연구

권 철 호

AFM의 동작방식에는 세가지 방식 즉 접촉식과 비접촉식, 두드리기식이 있다. 여기서 두드리기식은 탐침과 시편에 손상을 주지 않으면서 분해능이 높은것으로 하여 널리 이용되고있는 동작방식이다. 두드리기식AFM에서 캔티레버-탐침의 진동체계는 중요한 역할을 한다. 이미 개발리용되고있는 접촉식AFM에 두드리기방식을 추가하자면 이 진동체계에 대한 이론적해석을 진행하여 캔티레버-탐침을 어떤 모드로 진동시키겠는가 하는 것을 반드시 해결하여야 한다. 선행연구[2, 3]들에서는 두드리기식AFM에서 탐침과 시편 사이의 호상작용에 대한 이론적해석을 진행하였지만 기구설계와 관련한 캔티레버-탐침의 진동방정식풀이와 진동모드에 대해서는 구체적으로 해석하지 못하였다.

우리는 두드리기식AFM에서 캔티레버-탐침진동의 동력학적고찰을 진행하여 나노기술발전에서 중요한 의의를 가지는 원자힘현미경(AFM)의 성능을 개선하였다.

1. 캔티레버-탐침의 진동방정식

우선 길이가 L 이고 한끝($x=0$)은 고정되고 다른 한끝($x=L$)은 자유단인 텀성막대기의 구부림진동모형을 그림 1과 같이 설정하였다. 여기서 막대기의 밀도와 자름면적은 균일하며 가로자름면은 중심축선에 수직이라고 가정하였다.

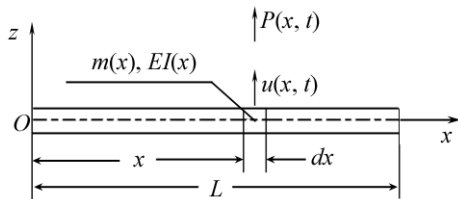


그림 1. 텀성막대기의 구부림진동모형

막대기의 가로진동방정식은 다음과 같다.[1]

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} = P(x, t) \quad (1)$$

여기서 $u(x, t)$ 는 가로방향의 변위, m , E , I 는 각각 텀성막대기의 단위길이당 질량, 양그률, 가로자름면의 중립선에 대한 관성모멘트이고 $P(x, t)$ 는 텀성막대기에 작용하는 가로방향의 단위길이당 힘이다.

두드리기식AFM에서 캔티레버의 한끝에는 탐침이 붙어있고 다른 끝에는 압전체가 붙어있어 압전체에 전압을 걸어주면 캔티레버-탐침이 진동한다.(그림 2)

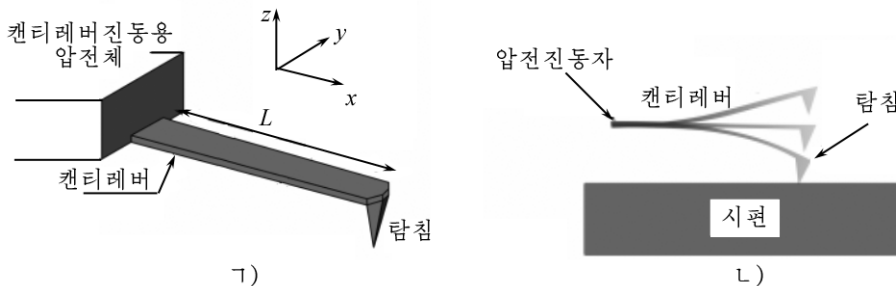


그림 2. 캔티레버-탐침구조모형(㉠)과 탐침과 시편사이 호상작용과정(㉡)

진동하는 캔티레버끝에 있는 탐침이 시편과 호상작용할 때 캔티레버는 강제진동을 하게 된다. 감쇠진동을 고려하지 않을 때 식 (1)로부터 캔티레버-탐침의 진동방정식을 다음과 같이 표시할수 있다.[2]

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} = -F[z - u(L, t)]\delta(x - L) \quad (2)$$

여기서 $F[z - u(L, t)]$ 는 탐침끝과 시편사이의 작용힘이고 $\delta(x - L)$ 은 델타함수이며 z 는 캔티레버와 시편표면사이의 초기간격이다. 탐침끝과 시편사이의 작용힘은 그것들사이의 간격에 밀접히 관계되므로 작용힘은 탐침끝의 변위의 함수로 된다.

경계조건과 초기조건은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} u(x, t)|_{x=0} &= Y \sin \Omega t, \quad \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} &= 0, \quad \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$u(x, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (4)$$

여기서 Y 는 러기진폭이고 Ω 는 러기각속도이다.

AFM에서 탐침과 시편이 멀리 떨어져있을 때(10nm)에는 인력인 반 데르 발스힘이 우세하며 그것들사이의 거리가 가까와질수록(1nm이하) 척력인 쿨롱힘의 영향이 커진다.

2. 캔티레버-탐침의 모드응답

편미분방정식 (2)의 풀이가 다음과 같은 형식으로 얻어진다고 가정하자.

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= v(x, t) + Y \sin \Omega t \\ v(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) q_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서 $q_n(t)$ 는 n 계진동형의 일반화자리표이며 $\varphi_n(x)$ 는 n 계진동형의 진동함수이다.

진동함수 $\varphi_n(x)$ 는 방정식 (1)을 막대기의 자유진동방정식인 동차방정식으로 놓고 경계조건을 고려하여 변수분리방법으로 풀면 다음과 같이 얻어진다.

$$\varphi_n(x) = A_n [\sin a_n x - \text{sha}_n x + B_n (\text{cha}_n x - \cos a_n x)] \quad (6)$$

여기서 a_n 과 B_n , A_n 은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.875/L, \quad a_2 = 4.649/L, \quad a_3 = 7.855/L \\ a_n &= \frac{2n-1}{2L} \pi \quad (n=4, 5, \dots, \infty), \quad B_n = \frac{\sin a_n L + \text{sha}_n L}{\cos a_n L + \text{cha}_n L} \\ A_n &= \left\{ \int_0^L m [\sin a_n x - \text{sha}_n x + B_n (\text{cha}_n x - \cos a_n x)]^2 dx \right\}^{-1/2} \end{aligned}$$

식 (5)를 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 미분방정식이 얻어진다.

$$m \left[\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} - \Omega^2 Y \sin \Omega t \right] + EI \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d^4 \varphi_n(x)}{dx^4} q_n(t) = -F[z - u(L, t)] \delta(x - L) \quad (7)$$

$\varphi_n(x)$ 에 대한 직교성과 완비성, 델타함수의 성질을 리용하여 방정식 (7)을 풀면 $q_n(t)$ 에 대한 다음의 미분방정식이 얻어진다.

$$\frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} + q_n(t) = k_n \Omega^2 Y \sin \Omega t - \frac{\varphi_n(L)}{\omega_n^2} F[z - u(L, t)] \quad (8)$$

이제 다음과 같은 변수치환을 하면

$$\omega_n = a_n^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad k_n = \frac{m \int_0^L \varphi_n(x) dx}{\omega_n^2}$$

가 얻어진다. 여기서 ω_n 은 캔티레버의 고유진동수에 해당하는 량이다.

식 (5)에서 $x=L$ 이라고 하고 다음과 같이 변수치환하자.

$$\xi(L, t) = \frac{u(L, t)}{z} = \frac{1}{z} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \varphi_n(x) q_n(t) + Y \sin \Omega t \right) \quad (9)$$

식 (9)를 고려하면 식 (8)을 다음과 같이 간단하게 표시할수 있다.

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \xi = \frac{Y}{z} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} k_n \varphi_n(L) \Omega^2 - \Omega^2 + 1 \right) \sin \Omega t - f(1 - \xi) \quad (10)$$

감쇠진동을 고려하면 이 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + D \frac{d\xi}{dt} + \xi + f(1 - \xi) = \frac{Y}{z} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} k_n \varphi_n(L) \Omega^2 - \Omega^2 + 1 \right) \sin \Omega t + \frac{Y}{z} D \cos \Omega t \quad (11)$$

$$D = \begin{cases} 1/Q = 0.03, & z > a_0 \\ 4.0, & z \leq a_0 \end{cases}$$

여기서 Q 는 캔티레버의 품질인자이다. 초기조건은 다음과 같다.

$$\xi|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (12)$$

캔티레버-탐침변위의 1계모드응답에 대한 식은 식 (11)에서 $n=1$ 과 $D=1/Q$ 를 대입하여 얻을수 있다.

$$\frac{d^2 \xi_1}{dt^2} + \frac{1}{Q} \frac{d\xi_1}{dt} + \xi_1 + f_1(1 - \xi_1) = \frac{Y}{z} (c_1 \omega^2 + 1) \sin \omega t + \frac{Y}{z} \frac{1}{Q} \cos \omega t \quad (13)$$

방정식 (13)은 해석적으로 풀수 없으므로 수치풀기를 해야 한다.

방정식 (13)을 초기조건에 대한 식 (12)와 mathematica응용프로그램을 리용하여 수치 풀기하였다. 이때 시간걸음을 0.000 5s로 하고 물리적량들의 값을 $R=20\text{nm}$, $L=200\mu\text{m}$, $z=60\text{nm}$, $m=A \times \rho = 8.09\text{m}^2 \times 2\ 300\text{kg/m}^3$, $a_0=0.38\text{nm}$, $I=3.57 \times 10^{-23}\text{m}^4$, $E=179\text{GPa}$, $E^*=10.4\text{GPa}$, $Q=66.7$, $H=2.96 \times 10^{-19}\text{J}$, $Y=1.9\text{nm}$, $\Omega=50\text{kHz}$ 로 주었다.

탐침끝이 시편에 접촉할 때 1계모드인 경우 시간에 따르는 탐침끝의 변위를 계산하였다.(그림 3)

그림 3에서 보는바와 같이 탐침과 시편사이의 1차접촉전에는 탐침변위가 상대적으로 평형상태에 있다가 접촉하면 호상작용이 생겨나 탐침의 변위는 크게 변하며 접촉차수가 증가함에 따라 탐침변위폭도 점점 커져 4차접촉 때 변위폭이 최대가 되며 그후에는 그보다 작은 값을 가지면서 점차 주기성을 가지고 안정화된다.

각이한 모드값에서 시간에 따르는 탐침끝의 변위곡선은 그림 4와 같다.

그림 4에서 보는바와 같이 각이한 모드값에서도 탐침끝의 변위값은 얼마 차이나지 않는다. 또한 $t=50s$ 후 탐침의 변위곡선은 평형상태로 간다. 이때 탐침의 최대변위는 $2000nm$ 이하로서 $n=1$ 인 경우에 비하여 훨씬 작다.

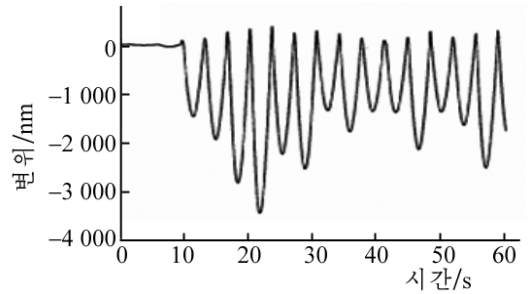


그림 3. 1계모드인 경우 시간에 따르는 탐침끝의 변위

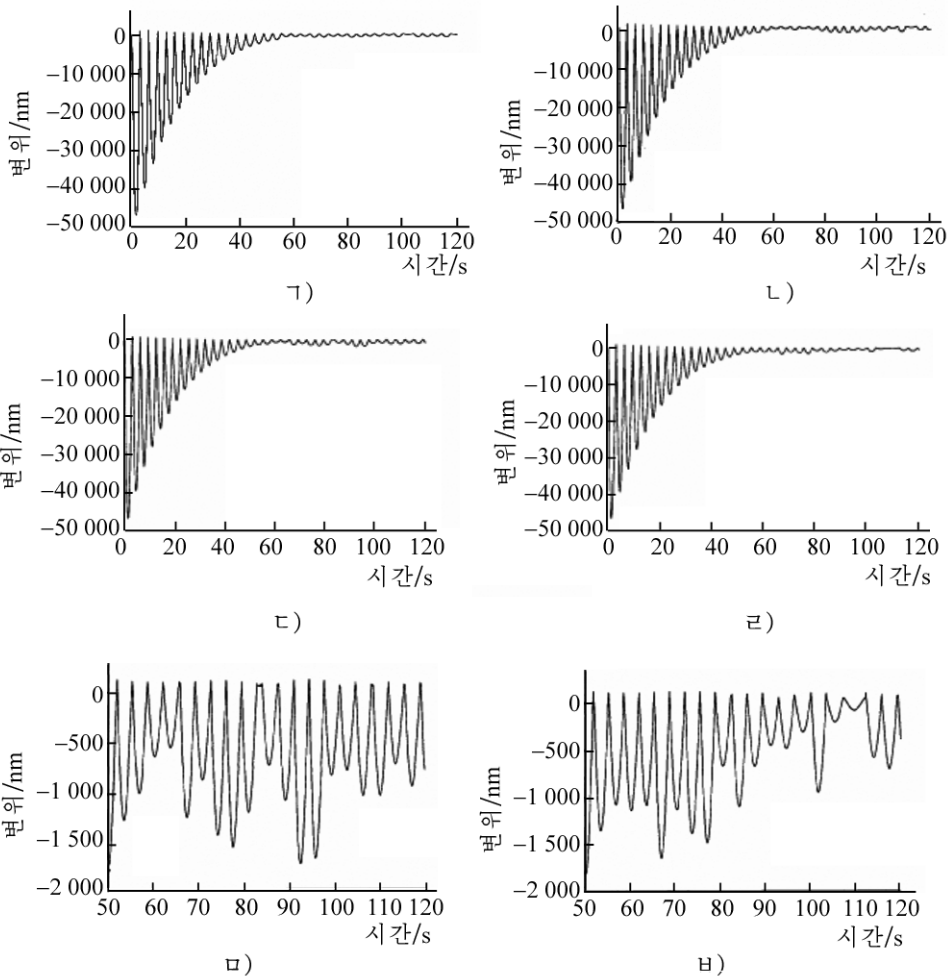


그림 4. 각이한 모드값에서 탐침끝의 변위곡선

ㄱ)~ㄴ)는 n 이 각각 2, 3, 5, 50인 경우, ㄷ), ㄹ)는 $t=50s$ 후 n 이 각각 5, 50인 경우

맺 는 말

두드리기식AFM에서 캔티레버—탐침진동에 대한 방정식을 작성하고 모드응답에 대한 수치풀기를 진행하였다. 계산결과 고계모드에서의 응답이 1계모드에 비하여 안정하였다. 이로부터 두드리기식AFM에서 캔티레버를 2계모드이상의 값으로 진동시키는것이 안정하다는것을 알수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 수리물리문제풀이, 고등교육도서출판사, 50~52, 1968.
- [2] S. I. Lee et al.; Ultramicroscopy, **97**, 185, 2003.
- [3] B. Bhushan; Scanning Probe Microscopy in Nanoscience and Nanotechnology, Springer, 6, 2010.

주체109(2020)년 12월 5일 원고접수

Dynamic Study on the Cantilever-Tip Oscillator in Tapping-Mode AFM

Kwon Chol Ho

We constructed the equation for the cantilever-tip oscillation in tapping-mode AFM, analyzed responses of the first frequency and higher frequency, and calculated numerical solutions. The results showed that the response of cantilever-tip oscillation in higher frequency was more stable than that of the first frequency.

Keywords: tapping-mode AFM, cantilever-tip, response