

김 용 문

$$G(Y) = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \cdots + b_m y_m \Rightarrow \min$$



$i$ 째 제한식이 최량계획  $X^*$ 에서 엄격한 부등식 즉  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^* < b_i$ 으로 성립되면 쌍대문제의

최량계획  $Y^*$ 에서 그에 대응하는 쌍대변수는  $y_i^* = 0$ 이어야 한다는것을 의미한다.

그러므로  $y_i^* = 0$ 이면 시초문제의 최량계획과 목적함수의 최량값을 변화시키지 않으면서도 대응하는 제한식의 상수마디값  $b_i$ 의 크기를 줄일수 있다.  $y_i^* > 0$ 인 경우에는 시초문제의 대응하는 제한식이  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^* = b_i$ 로 되므로 상수마디값  $b_i$ 의 크기를 변화시키면 시초문제의 최량계획과 목적함수의 최량값이 변동되게 된다. 이때  $y_i^*$ 의 크기는 상수마디값  $b_i$ 의 크기를 한단위 변화시킬 때에 시초문제의 목적함수의 최량값  $F(X^*)$ 이 커지는 정도를 보여준다.

이와 같이 쌍대문제의 최량계획은 시초문제의 제한식의 상수마디의 변화에 대한 최량계획의 안정성을 특징짓는다. 일반적으로 최량화모형의 제한식은 경제활동을 위한 자원의 보장조건을 의미하므로 쌍대문제의 최량계획은 자원의 보장규모의 변화가 목적함수의 최량값변동에 미치는 영향을 반영한다. 이것은 경제타산에서 중요한 역할을 한다.

실례로 《ㄱ》, 《ㄴ》, 《ㄷ》라는 품종의 압연강재를 생산하는 어떤 제강소의 생산능력을 타산하는 문제를 보기로 하자. 압연강재는 가열로, 압연기, 교정기, 절단기를 순차적으로 거쳐 완성된다. 설비들의 계획총작업시간과 공정에 따르는 제품별기준가공시간은 표에 주어졌다.

설비의 계획총작업시간과 제품기준가공시간

설비	제 품 명			계획총작업시간 (기대-h)
	ㄱ	ㄴ	ㄷ	
가열로	0.3	0.15	0.2	850
압연기	0.2	0.3	0.25	920
교정기	0.4	0	0.18	900
절단기	0.2	0.25	0.4	1 100
환산결수	0.85	0.8	1	

제강소의 생산능력을 타산하기 위한 선형계획법의 시초문제와 쌍대문제는 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} 0.3x_1 + 0.15x_2 + 0.2x_3 \leq 850 \\ 0.2x_1 + 0.3x_2 + 0.25x_3 \leq 920 \\ 0.4x_1 + \quad \quad \quad 0.18x_3 \leq 900 \\ 0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.4x_3 \leq 1\ 100 \\ x_j \geq 0, \quad (j = \overline{1, 3}) \end{cases}$$

$$F(X) = 0.85x_1 + 0.8x_2 + x_3 \Rightarrow \max$$

여기서  $x_i (i = \overline{1, 3})$ 는 제품별생산량이다.

$$\begin{cases} 0.3y_1 + 0.2y_2 + 0.4y_3 + 0.2y_4 \geq 0.85 \\ 0.15y_1 + 0.3y_2 + 0.25y_4 \geq 0.8 \\ 0.2y_1 + 0.25y_2 + 0.18y_3 + 0.4y_4 \geq 1 \\ y_i \geq 0, \quad (i=1,4) \end{cases}$$

$$G(Y) = 850y_1 + 920y_2 + 900y_3 + 1100y_4 \Rightarrow \min$$

시초문제와 쌍대문제의 최량계획들과 목적함수값(압연강재생산량)들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1^* &= 1388.37, \quad x_2^* = 893.02, \\ x_3^* &= 1497.67, \quad F(X^*) = 3392.21 \\ y_1^* &= 1.38, \quad y_2^* = 0.98, \quad y_3^* = 0, \\ y_4^* &= 1.2, \quad G(Y^*) = 3392.21 \end{aligned}$$

풀이결과에서 알수 있는것처럼 시초문제의 최량계획에서 가열로, 압연기, 절단기들은 계획총작업시간을 다 리용하여야 하는데 교정기는 계획총작업시간 900기대-h중 825기대-h동안만 작업하여도 타산된 생산능력을 충분히 보장할수 있다. 즉 교정기는 75기대-h만한 여유를 가진다. 이에 대응하는 쌍대변수의 값은  $y_3^* = 0$ 이다.

계획총작업시간을 모두 리용하는 가열로, 압연기, 절단기들에 대응하는 쌍대변수들의 값들은  $y_1^* = 1.38$ ,  $y_2^* = 0.98$ ,  $y_4^* = 1.2$ 이다. 실제로 가열로의 작업시간을 한단위 늘여 그 계획총작업시간을 851기대-h로 보장한다면 압연강재생산능력을 1.38만큼 더 늘여 3393.59로 보장할수 있다는것을 의미한다.

이처럼 쌍대문제의 최량계획  $Y^*$ 에서 쌍대변수의 값이 령( $y_i^* = 0$ )인것에 대응하는 시초문제의 제한식의 자원보장규모( $b_i$ )는 타산된 최량계획에서 여유를 가진다. 그러나  $y_i^* \neq 0$ 에 대응하는 시초문제의 자원보장규모  $b_i$ 는 모두 리용되며 그 보장규모를 한단위 늘이면 목적함수의 값(우의 려에서 압연강재생산능력)을  $y_i^*$ 만큼 더 늘일수 있다.

그러므로 경제조직사업에서는  $y_i^* > 0$ 에 대응하는 자원들 특히  $y_i^*$ 의 값이 큰 자원들의 보장규모를 늘이기 위한데 특별히 주목을 돌려야 한다.

우리는 인민경제의 현대화, 과학화가 힘있게 추진되고있는 현실적조건에 맞게 경제관리를 보다 새로운 과학적토대우에 올려세움으로써 지식경제강국건설을 위한 투쟁에 적극 이바지하여야 할것이다.