김일성종합대학학보 JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체103(2014)년 제60권 제10호 Vol. 60 No. 10 JUCHE103(2014).

해석거친그물유한계차법에 의한 로심림계확산계산

허일문, 서철

위대한 수령 **김일성**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《원자력에 대한 연구사업도 잘하여야 하겠습니다.》(《**김일성**전집》 제60권 351페지)

로심물리계산의 효률성을 높이는 문제와 관련하여 거친그물안에서 중성자묶음분포를 해석함수로 근사시키고 유효확산결수를 도입하여 정확도를 높이는 해석거친그물유한계차법(ACMFDM)이 현재 주목되고있다. 현재까지 1차원1군의 경우에 계산모형[1]이 소개되였으며 다차원2군문제에도 적용되였으나 일반적인 소수군에 대한 계산모형과 코드들은 공개되여있지 않다.

우리는 일반적인 소수군림계확산계산에 적용할수 있는 해석거친그물유한계차법의 수값계산체계를 수립하였다.

1. 수값계산모형

1차원균질평판계에서 원자로고유값방정식(파동방정식) $\nabla^2\Phi(x)+B^2\Phi(x)=0$ 의 해석풀이는 다음과 같다.

$$\Phi(x)=A\cos Bx+C\sin Bx$$

균질화된 n번째 매듭에서 매듭중심과 오른쪽 경계에서 중성자묶음값을 각각 Φ_n, Φ_s로 표시하면 중성자묶음분포는 다음과 같다.

$$\Phi_n(x)=\Phi_n\cos Bx+\frac{1}{\sin\frac{Ba_n}{2}}\left(\Phi_s-\Phi_n\cos\frac{Ba_n}{2}\right)\sin Bx$$

마찬가지로 린접한 $n+1$번째 매듭에서 중성자묶음분포는

$$\Phi_{n+1}(x)=\Phi_{n+1}\cos Bx+\frac{1}{\sin\frac{Ba_{n+1}}{2}}\left(\Phi_{n+1}\cos\frac{Ba_{n+1}}{2}-\Phi_s\right)\sin Bx$$

피크법칙 $J(x)=-D\frac{d\Phi(x)}{dx}$ 를 리용하면

$$J\left(\frac{a_n}{2}\right)=\frac{2D_n}{a_n}(C_n^s\Phi_n-C_n^s\Phi_s),$$

$$J\left(-\frac{a_{n+1}}{2}\right)=\frac{2D_{n+1}}{a_{n+1}}(C_{n+1}^s\Phi_s-C_{n+1}^f\Phi_{n+1}).$$

여기서 $C_n^s=\frac{Ba_n/2}{\tan Ba_n/2}$, $C_n^f=\frac{Ba_n/2}{\sin Ba_n/2}$, $J\left(\frac{a_n}{2}\right)=J\left(-\frac{a_{n+1}}{2}\right)$을 리용하여 Φ_s를 소거하여

정돈하면 $J=-(D_{n+1}^{L}\Phi_{n+1}-D_{n}^{R}\Phi_{n})$ 이다.

여기서 $D_{n}^{L}=2\left(a_{n}\frac{1}{D_{n}}+a_{n-1}\frac{C_{n}^{s}}{D_{n-1}C_{n-1}^{s}}\right)^{-1}C_{n}^{f}$, $D_{n}^{R}=2\left(a_{n}\frac{1}{D_{n}}+a_{n+1}\frac{C_{n}^{s}}{D_{n+1}C_{n+1}^{s}}\right)^{-1}C_{n}^{f}$ 를 방향의존유효확산결수라고 한다.

1차원기하에서 소수군확산방정식은 다음과 같다.

$$-\frac{d}{dx}\left(D_{g}\frac{d\Phi_{g}}{dx}\right)+\Sigma_{R,g}\Phi_{g}=S_{g}$$

여기서 원천항은 $S_{g}=\sum_{g=1}^{G}\sum_{g'\to g}\Phi_{g}+\frac{1}{k}\chi_{g}\sum_{g'}^{g}(\nu\Sigma_{f})_{g'}\Phi_{g'}$ 이며 편리상 군첨수를 생략하고 요소구역에서 적분을 다음과 같이 진행한다.

$$\int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_{n+\frac{1}{2}}}\frac{d}{dx}(J(x))dx+\int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_{n+\frac{1}{2}}}\Sigma_{R}\Phi dx=\int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_{n+\frac{1}{2}}}Sdx$$

웃식을 정돈하면 다음과 같다.

$$-D_{n+1}^{L}\Phi_{n+1}+(D_{n}^{R}+D_{n}^{L}+\Sigma_{Rn}\Delta x_{n})\Phi_{n}-D_{n-1}^{R}\Phi_{n-1}=S_{n}\Delta x_{n}$$

이것을 3차원 $x-y-z$ 기하에로 확장하면

$$\Phi_{ijk}=\frac{1}{\delta_{ijk}}(\alpha_{i-1jk}^{R}\Phi_{i-1jk}+\beta_{ij-1k}^{R}\Phi_{ij-1k}+\gamma_{ijk-1}^{R}\Phi_{ijk-1}+\alpha_{i+1jk}^{L}\Phi_{i+1jk}+$$

$$+\beta_{ij+1k}^{L}\Phi_{ij+1k}+\gamma_{ijk+1}^{L}\Phi_{ijk+1}+S_{ijk}\Delta x_{i}\Delta y_{j}\Delta z_{k})$$

결수들은

$$\alpha_{ijk}^{L}=2\left(\Delta x_{i}\frac{1}{D_{ijk}}+\Delta x_{i-1}\frac{C_{ijk}^{s}}{D_{i-1jk}C_{i-1jk}^{s}}\right)^{-1}C_{ijk}^{f}\Delta y_{j}\Delta z_{k},$$

$$\beta_{ijk}^{L}=2\left(\Delta y_{j}\frac{1}{D_{ijk}}+\Delta y_{j-1}\frac{C_{ijk}^{s}}{D_{ij-1k}C_{ij-1k}^{s}}\right)^{-1}C_{ijk}^{f}\Delta x_{i}\Delta z_{k},$$

$$\beta_{ijk}^{R}=2\left(\Delta y_{j}\frac{1}{D_{ijk}}+\Delta y_{j+1}\frac{C_{ijk}^{s}}{D_{ij+1k}C_{ij+1k}^{s}}\right)^{-1}C_{ijk}^{f}\Delta x_{i}\Delta z_{k},$$

$$\gamma_{ijk}^{L}=2\left(\Delta z_{k}\frac{1}{D_{ijk}}+\Delta z_{k-1}\frac{C_{ijk}^{s}}{D_{ijk-1}C_{ijk-1}^{s}}\right)^{-1}C_{ijk}^{f}\Delta x_{i}\Delta y_{j},$$

$$\gamma_{ijk}^{R}=2\left(\Delta z_{k}\frac{1}{D_{ijk}}+\Delta z_{k+1}\frac{C_{ijk}^{s}}{D_{ijk+1}C_{ijk+1}^{s}}\right)^{-1}C_{ijk}^{f}\Delta x_{i}\Delta y_{j},$$

$$\delta_{ijk}=\alpha_{ijk}^{R}+\alpha_{ijk}^{L}+\beta_{ijk}^{R}+\beta_{ijk}^{L}+\gamma_{ijk}^{R}+\gamma_{ijk}^{L}+\Sigma_{R,ijk}\Delta x_{i}\Delta y_{j}\Delta z_{k}.$$

경계조건과 대응되는 계산식은 다음과 같다.

ㅡ대칭경계

면대칭일 때

$$\Phi_{0jk}=\Phi_{1jk},\ \Phi_{i1k}=\Phi_{i0k},\ \Phi_{ij0}=\Phi_{ij1}.$$

중간면대칭일 때

$$\Phi_{0jk}=\Phi_{2jk},\ \Phi_{i2k}=\Phi_{i0k},\ \Phi_{ij0}=\Phi_{ij2}.$$

ㅡ진공경계

외삽경계에서 중성자묶음이 령임을 리용하면

$$J=\left\{D_N B\sin\frac{Ba_N}{2}-\frac{BD_N}{\tan(Ba_N/2)}\left[\frac{1}{(1+\tan(Ba_N/2)/(2.13BD_N))\cos(Ba_N/2)}-\cos\frac{Ba_N}{2}\right]\right\}\Phi_N$$

경계점 $i=I,\ j=J,\ k=K$ 에 해당한 식은 다음과 같다.

$$\Phi_{Ijk}=\frac{\alpha^R_{I-1jk}\Phi_{I-1jk}+\beta^R_{Ij-1k}\Phi_{Ij-1k}+\beta^L_{Ij+1k}\Phi_{Ij+1k}+\gamma^R_{Ijk-1}\Phi_{Ijk-1}+\gamma^L_{Ijk+1}\Phi_{Ijk+1}+S_{Ijk}\Delta x_I\Delta y_j\Delta z_k}{\delta_I+\beta^R_{Ijk}+\beta^L_{Ijk}+\gamma^R_{Ijk}+\gamma^L_{Ijk}+\alpha^L_{Ijk}+\Sigma_R\Delta x_I\Delta y_j\Delta z_k}$$

$$\Phi_{iJk}=\frac{\alpha^R_{i-1Jk}\Phi_{i-1Jk}+\beta^R_{iJ-1k}\Phi_{iJ-1k}+\alpha^L_{i+1Jk}\Phi_{i+1Jk}+\gamma^R_{iJk-1}\Phi_{iJk-1}+\gamma^L_{iJk+1}\Phi_{iJk+1}+S_{iJk}\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_k}{\delta_J+\alpha^R_{iJk}+\beta^L_{iJk}+\gamma^R_{iJk}+\gamma^L_{iJk}+\alpha^L_{iJk}+\Sigma_R\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_k}$$

$$\Phi_{ijK}=\frac{\alpha^R_{I-1jK}\Phi_{i-1jK}+\beta^R_{ij-1K}\Phi_{ij-1K}+\alpha^L_{i+1jK}\Phi_{i+1jK}+\gamma^R_{ijK-1}\Phi_{ijK-1}+\beta^L_{ij+1K}\Phi_{ij+1K}+S_{iJk}\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_k}{\delta_K+\alpha^R_{ijK}+\beta^L_{ijK}+\beta^R_{ijK}+\gamma^L_{ijK}+\alpha^L_{ijK}+\Sigma_R\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_K}$$

$$\Phi_{iJk}=\frac{\alpha^R_{I-1Jk}\Phi_{I-1Jk}+\beta^R_{IJ-1k}\Phi_{IJ-1k}+\gamma^R_{IJk-1}\Phi_{IJk-1}+\gamma^L_{IJk+1}\Phi_{IJk+1}+S_{IJk}\Delta x_I\Delta y_J\Delta z_k}{\delta_J+\delta_I+\beta^L_{IJk}+\gamma^R_{IJk}+\gamma^L_{iJk}+\alpha^L_{IJk}+\Sigma_R\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_k}$$

$$\Phi_{IjK}=\frac{\alpha^R_{I-1jK}\Phi_{I-1jK}+\beta^R_{Ij-1k}\Phi_{Ij-1k}+\gamma^R_{Ijk-1}\Phi_{Ijk-1}+\beta^L_{Ij+1k}\Phi_{Ij+1k}+S_{Ijk}\Delta x_I\Delta y_j\Delta z_k}{\delta_k+\delta_I+\beta^L_{Ijk}+\beta^R_{Ijk}+\gamma^L_{ijk}+\alpha^L_{Ijk}+\Sigma_R\Delta x_i\Delta y_j\Delta z_k}$$

$$\Phi_{iJK}=\frac{\alpha^R_{i-1JK}\Phi_{i-1JK}+\beta^R_{iJ-1K}\Phi_{iJ-1K}+\alpha^L_{i+1JK}\Phi_{i+1JK}+\gamma^R_{iJK-1}\Phi_{iJK-1}+S_{iJK}\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_K}{\delta_J+\delta_K+\alpha^R_{iJK}+\beta^L_{iJK}+\gamma^L_{iJK}+\alpha^L_{iJK}+\Sigma_R\Delta x_i\Delta y_J\Delta z_k}$$

$$\Phi_{IJK}=\frac{\alpha^R_{I-1JK}\Phi_{I-1JK}+\beta^R_{IJ-1K}\Phi_{IJ-1K}+\gamma^R_{IJK-1}\Phi_{IJK-1}+S_{IJK}\Delta x_I\Delta y_J\Delta z_K}{\delta_I+\delta_J+\delta_K+\alpha^L_{IJK}+\beta^L_{IJK}+\gamma^L_{IJK}+\Sigma_R\Delta x_I\Delta y_J\Delta z_k}$$

$$\delta_I=\left[D_{Ijk}B_x\sin\frac{B_x\Delta x_I}{2}-\frac{B_xD_{Ijk}}{\tan(B_x\Delta x_I/2)}\left(\frac{1}{(1+\tan(B_x\Delta x_I/2)/(2.13B_xD_{Ijk}))\cos(B_x\Delta x_I/2)}-\cos\frac{B_x\Delta x_I}{2}\right)\right]$$

δ_J,δ_K 도 이와 류사한 식으로 표시되며 기하인자는 다음과 같다.

$$B_z^2=\left(\frac{\pi}{H}\right)^2,\ B_x^2=B_y^2=\frac{B_r^2}{2},\ B_r^2=\left(\frac{2.405}{R}\right)^2$$

여기서 H 는 로심의 높이, R 는 등가반경이다.

2. 기준문제에 대한 계산결과

계산에 리용한 IAEA-3차원PWR기준문제[2]의 유효증식결수에 대한 계산결과는 표와 같다.

표. 기준문제에 대한 계산결과(기준값 $k_{eff}=1.029\ 03$)

구분	k_{eff}	계산시간/s	상대편차/%	계산방법
1/4대칭계산 2.5cm×2.5cm×5cm	1.028 79	46.0	0.02	FDM
1/4대칭계산 20cm×20cm×20cm	1.028 71	3.5	0.03	NGFM
1/4대칭계산 20cm×20cm×20cm	1.024 50	0.34	0.42	ACMFDM

표에서 보는바와 같이 해석거친그물유한계차법이 다른 방법들보다 정확도는 좀 떨어지지만 계산속도가 훨씬 빨라 효과적이라는것을 알수 있다.

맺 는 말

해석거친그물유한계차법에 기초한 소수군3차원림계확산계산체계를 수립하고 기준문제의 계산결과에 대한 비교를 통하여 수립된 계산체계의 정확성과 효률성을 확증하였다.

참 고 문 헌

[1] W. Wagner et al.; International Steam Tables, Springer, 189～287, 2008.

[2] S. B. Ryzhov et al.; Handbook of Nuclear Engineering, Springer, 2249～2302, 2010.

주체103(2014)년 6월 5일 원고접수

Core Critical Diffusion Calculation using Analytic Coarse Mesh Finite Difference Method(ACMFDM)

Ho Il Mun, So Chol

We have established the few group 3-dimenssional critical diffusion calculation system based on ACMFDM and verified the correctness and the effectiveness of the calculation system through the comparison with the result of benchmark problem.

Key words: neutron diffusion, ACMFDM