

수값조화해석에 의한 배열신호처리의 한가지 방법

유진희, 홍원기

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《이미 일정한 토대가 있고 전망이 확고한 연구대상들에 힘을 넣어 세계패권을 쥐며 그 성과를 확대하는 방법으로 과학기술을 빨리 발전시켜야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 39페이지)

선행연구[1, 2]에서는 ESPRIT법에 의한 배열신호처리방법을 제기하였는데 그 방법은 신호대잡음비가 낮은 경우에는 정확도가 떨어지는 결함이 있다.

우리는 수값조화해석적방법에 따라 새로운 웨블레트토대를 구성하고 그에 기초하여 표준ESPRIT법을 결합하여 비교적 낮은 신호대잡음비에서도 정확도를 높일수 있는 방법을 제기하고 모의실험을 통하여 그 효과성을 검증하였다.

1. 배열신호의 수학적모형

평등선형배열을 고찰하자.

반파장길이만큼 떨어진 M 개의 수감부들이 있을 때 $D(D < M)$ 개의 협대역평면파들이 전파속도 c 로 주파수 ω_0 에 집중된다고 하고 배열신호들이 방향 $\{\theta_1, \dots, \theta_M\}$ 으로부터 충격된다고 하자. 그러면 이때 배열수감부에 수신된 신호표현은 다음과 같다.

$$x(n) = A(\theta)S(n) + W(n) \quad (1)$$

여기서 $x(n)$, $S(n)$, $W(n)$ 은 각각 M 차원수신신호벡토르, D 차원파면벡토르, M 차원잡음벡토르이다.

만일 $\omega_i = \omega_0 + \sin \theta_i D / c$ 를 i 번째 파면의 공간주파수라고 하면 혼합행렬 $B(\omega)$ 는 다음과 같다.

$$B(\omega) = [a(\omega_1), \dots, a(\omega_D)]$$

여기서

$$a(\omega_i) = [1, e^{-j\omega_i}, \dots, e^{-j(M-1)\omega_i}]^T$$

는 공간주파수 ω 에 대응하는 조향벡토르이다.

신호가 평균이 영인 넓은 의미에서의 정상과정이라고 하고 $\omega_m(n)$ 은 령평균백색가우스잡음이라고 하자. 그리고 매 수감부가 같은 편차 σ 를 가진다고 하면 출력공분산행렬은 다음과 같다.

$$R_{xx} = E[xx^T] = AR_{ss}A^T + \sigma^2 I \quad (2)$$

여기서 I 는 $M \times M$ 형의 단위행렬이고 R_{ss} 는 신호의 공분산행렬로서 신호가 관련인 경우 비대각형비특이행렬이며 몇개의 신호가 밀집된 경우에는 비대각형특이행렬이다. 그리고 이 두 경우 표준ESPRIT법은 정확도가 크게 떨어진다.

2. 웨블레트러파기에 의한 부분대역ESPRIT법

이제 $0 < \varepsilon < \pi/3$ 인 실수 ε 에 대하여 새로운 웨블레트토대함수를 다음과 같이 구성한다.

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{(-\sin(\pi - \varepsilon)x + 2\sin(\pi + \varepsilon)x)}{x^3 \varepsilon^2}, \quad x \neq 0$$

$$\varphi(0) = 1$$

$$\psi(x) = 2\varphi(x-1) - \varphi\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

이 웨블레트함수에 의하여 웨블레트분해를 실현하자.

웨블레트러파기에 의한 분해는 간단히 Mallat피라미드알고리즘으로 실현할 수 있다. 이때 저대역 및 고대역행렬

$$H = [h_0^T, \dots, h_{m_f-1}^T]^T \quad (3)$$

$$G = [g_0^T, g_1^T, \dots, g_{m_f-1}^T] \quad (4)$$

을 $(M/2) \times M$ 형으로부터 $M_f \times M$ 형으로 수정한다. 여기서 $M_f = (M - 2L + 2)/2$ 이고 $2L$ 은 러파기길이이다.

측정된 신호 (1)의 자료를 행렬 H 와 G 를 리용하여 저주파대역과 고주파대역으로 다음과 같이 분해할 수 있다.

$$X_h(n) = \hat{A}S(n) + W_h(n) \quad (5)$$

$$X_g(n) = \tilde{A}S(n) + W_g(n) \quad (6)$$

여기서 $\hat{A} = HA$, $\tilde{A} = GA$ 는 각각 $M_f \times D$ 형 저주파대역 및 고주파대역혼합행렬이고

$$W_h(n) = HW(n), \quad W_g(n) = GW(n)$$

이다.

한편 L 수준분해를 얻기 위해서는 M 개의 수감부들이 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

$$\text{mod} \left(M - 2L + 2 \sum_{i=1}^{L-1} 2^i, 2^L \right) = 0$$

3. 웨블레트변환과 ESPRIT법을 결합한 알고리즘

ESPRIT알고리즘을 매 부분대역에 적용하자.

저역행렬은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$H = \begin{bmatrix} \hat{H}O_2 \\ h_{M_F-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ O_2 - \hat{H} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서

$$\hat{H} = R^{(M_f-1) \times (M-2)}$$

는 유도된 파케트러파기로서 식 (3)의 구조와 유사하다. 그리고 O_2 는 $(M_f - 1) \times 2$ 행행렬이다.

한편 혼합행렬 A 는 다음과 같다.

$$A = [b_0^T(\omega), b_1^T(\omega), \dots, b_{M-1}^T(\omega)]^T \quad (8)$$

공간주파수가 k 번째 수감부에 대응한 벡토르에 응답할 때 $b_k(\omega)$ 는

$$b_k(\omega) = [e^{-jk\omega_1}, e^{-jk\omega_2}, \dots, e^{-jk\omega_D}]$$

로 정의한다. 만일 첫번째 부분배렬이 $(M_f - 1)$ 번째 수감부분으로 이루어지고 두번째 부분배렬이 M_f 번째 수감부로 이루어진다면 혼합행렬 \hat{A}_x , \hat{A}_y 는 2개의 부분배렬의 혼합행렬로서 다음과 같다.

$$\hat{A}_x = [\hat{H}O_2]A = \hat{H}A_1 \quad (9)$$

$$\hat{A}_y = [O_2\hat{H}]A = \hat{H}A_2 \quad (10)$$

\hat{A}_x 과 \hat{A}_y 은 대각행렬 $\varphi = \text{diag}\{e^{-j2\omega_1}, \dots, e^{-j2\omega_D}\}$ 와 연관된다. 표준ESPRIT를 리용하여 φ 의 대각원소들을 구하면 혼합행렬 A_x 를 알지 않고도 부분대역에서 공간주파수를 얻을 수 있다. 고주파부분대역 X_g 에 대응하는 부분배렬에 대해서도 같은 방식으로 고찰할 수 있다.

이제 부분대역으로부터 전대역으로의 넘기기를 생각하자.

배렬신호를 웨블레트분해하면 주파수들은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \omega_{f^b} &= \frac{\hat{\omega}_{L,k} + (k-1)\pi \text{sign}(\hat{\omega}_{L,k})}{2^L}, \quad k=1, 3, 5, \dots \\ \omega_{f^b} &= \frac{\hat{\omega}_{L,k} + k\pi \text{sign}(\hat{\omega}_{L,k})}{2^L}, \quad k=2, 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\text{sign}(\hat{\omega}_{L,k})$ 는 $\hat{\omega}_{L,k}$ 의 기호함수이고 $\hat{\omega}_{L,k}$ 는 L 번째 수준, k 번째 부분대역주파수이다.

웨블레트변환과 ESPRIT법을 결합한 배렬신호처리알고리즘은 다음과 같다.

- ① 행렬 $X = [X(1), X(2), \dots, X(N)]$ 을 모형 (1)에 기초하여 형성한다.
- ② 웨블레트러파기 H, G 로 러파하여 2개의 행렬 $X_h = HX, X_g = GX$ 를 결정한다.
- ③ 최량마디점을 찾기 위하여 최량인 토대를 선택하여 2진나무를 구성한다.
- ④ 매 마디점들을 두 부분배렬로 나누고 부분대역공간주파수추정에 적용한다.
- ⑤ 부분대역주파수를 전대역주파수로 넘기기를 진행한다.

다음 $\theta_i = \sin^{-1}\{\omega_{f_i} \cdot \lambda / d\}$ 로부터 DOA를 계산한다.

4. 모의실험결과

$M = 32$ 개의 같은 유형의 수감부들을 선택하고 $N = 100$ 개의 마디점을 취한다.

$10^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 70^\circ$ 인 4개의 안테나에서 서로 관련되는 협대역신호가 같은 출력으로 방사한다고 가정한다. 이때 첫 신호 S_1 과 세번째 신호 S_3 사이의 상관결수는

$$C_{13} = \text{cov}(S_1, S_3) / \sqrt{\text{cov}(S_1, S_1)\text{cov}(S_3, S_3)}$$

과 같이 표시된다.

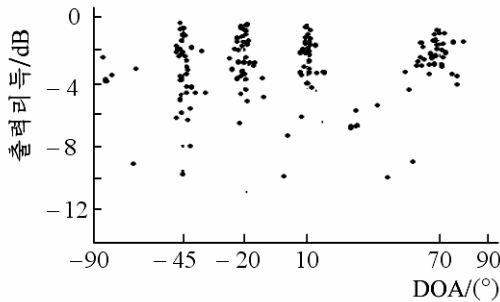


그림 1. 표준ESPRIT법에 의한
DOA에 따르는 출력리득

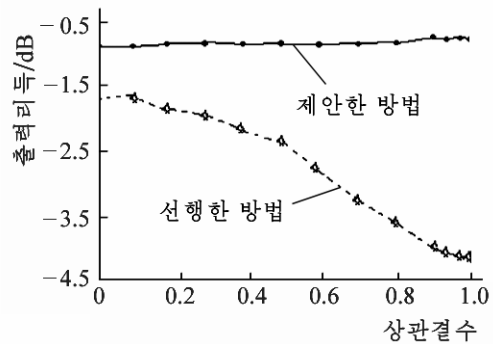


그림 2. 상관결수에 따르는 출력리득

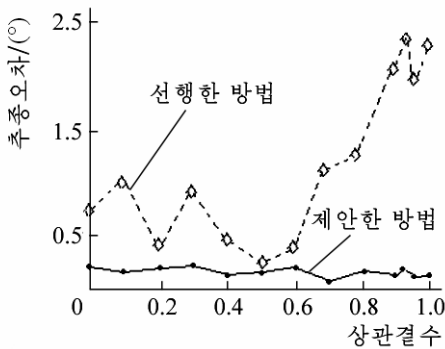


그림 3. 상관결수에 따르는 오차곡선

한편 비상관신호인 경우에는 $C_{13}=0$ 이고 낮은 신호대잡음비는 $\text{SNR} = -15\text{dB}$ 이다. 그림 1-3에 보통의 ESPRIT법에 의한 모의결과와 논문에서 제안한 방법의 결과를 보여주었다. 그림 1에서 보는바와 같이 선행한 방법의 DOA는 상관신호를 해명하는데서 정확도가 매우 낮다. 그리고 그림 2에서 보는바와 같이 선행한 방법에서는 신호의 상관성이 클수록 출력리득이 -4dB 로 떨어졌지만 제안된 방법에서는 상관성이 있는 신호에서도 출구리득을 -0.7dB 로 높였다.

한편 그림 3에서 보는바와 같이 추정오차를 0.7%로부터 0.02%로 줄이였다.

맺는 말

웨블레트러파기들을 리용하여 신호대잡음이 낮은 경우에 배열신호처리에 대한 효율적인 방법을 제안하였다.

제안된 방법은 계산기억구역을 줄이며 표준ESPRIT보다 정확도를 훨씬 높인다. 또한 RMSE와 출구리득은 러파기의 길이와 새로운 웨블레트의 구성에 따라 달라진다.

참고 문헌

- [1] M. Bano et al.; Computes Rendus Geosciences, 341, 846, 2011.
- [2] F. Belina et al.; Journal of Applied Geophysics, 68, 26, 2012.

A Method of the Arranged Signal Processing by Using the Numerical Value Harmonic Analysis

Yu Jin Hui, Hong Won Gi

We studied an efficiency wavelet transformation and then we filtered signal combining the sub band with ESPRIT. Therefore the precise is high in case that the rate of signal to noise is low through the numerical value experiment.

Key words: wavelet transformation, arranged signal processing