김일성종합대학학보 주체108(2019)년
지구환경과학 및 지질학 제65권 제3호

# ABIC최소화에 의한 2차원자력탐사자료의 도함수계산방법

전광철, 신철남

현시기 자력탐사자료처리 및 해석에서 자력탐사자료(자기마당이상)의 도함수가 널리 리용되고있다. 오일레르역축약, 해석신호법, 각종 변환이상을 리용한 자성체경계결정법 등은 모두 자력탐사자료의 도함수계산에 기초를 두고있다. 그러나 자력탐사자료의 도함수값은 측정된 자기마당값에 이러저러한 장애들이 포함되거나 지형기복이 복잡한 조건에서 측정값이 얻어지는 경우에는 정확히 계산되지 못한다. 또한 그것으로 하여 각이한 해석방법들의 응용에서는 일정한 제한성이 나타나게 된다. 이로부터 스플라인법, 등효과원천법을 비롯하여 도함수계산의 정확도를 높이기 위한 연구[1, 2]가 널리 진행되고있다.

론문에서는 측정자료속에 장애가 포함되는 경우에도 ABIC최소화를 리용하여 자력탐사자료의 도함수를 정확히 계산하는 연구방법을 서술하였다.

## 1. 방법의 원리

자기이상을 정확하게 근사시킬수 있는 어떤 수학적인 함수를 얻어낸다면 그것의 도함수는 수학적인 계산을 통하여 쉽게 구할수 있다.

자기이상을 정확하면서도 원활하게 근사화할수 있는 최량인 근사함수를 얻기 위하여 론문에서는 ABIC최소화원리를 리용하였다. 론문에서는 다음의 목적함수를 최소화하여 자기이상을 최량근사화하는 함수를 얻어낸다.

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N}[F_i - f(x_i / S)]^2 + w_1\phi_1(f) + w_2\phi_2(f) \tag{1}$$

여기서 $f = f(x_i / S)$ 는 측정자료로부터 얻은 자기이상과 일치하는 어떤 함수인데 론문에서는 3차 B－스플라인함수를 리용하였다. 그리고 $F_i$ 는 $i$번째 관측점의 자기이상값, $x_i$ 는 $i$번째 관측점의 위치, $N$은 관측점의 수, $S$ 는 함수 $f$ 의 스플라인결수렬벡토르, $w_1, w_2$ 는 무게조절파라메터, $\phi_1$, $\phi_2$ 는 다음과 같이 정의되는 함수 $f$ 의 원활성을 나타내는 함수이다.

$$\phi_1(f) = \int_L \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 dx \tag{2}$$

$$\phi_2(f) = \int_L \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{3}$$

식 (1)을 행렬형식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\Phi = \|F - BS\|^2 + \|DS\|^2 \tag{4}$$

여기서 $F$는 $N$차원 측정값렬벡토르, $B$는 관측점들에서 스플라인값들에 의하여 주어지는 $N\times M$ 차행렬, $S$는 $M$차원 스플라인결수렬벡토르이다. 그리고 $\|\cdot\|$는 노름을 표시하며 $D$는 다음 식으로부터 계산되는 $N\times M$ 차행렬이다.

$$\|DS\|^2 = w_1\int_L\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 dx + w_2\int_L\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{5}$$

식 (4)의 최소화는 다음의 행렬방정식을 풀어서 실현한다.

$$A\cdot S = Z \tag{6}$$

여기서

$$S=(s_1,\ s_2,\ \cdots,\ s_M)^T \tag{7}$$

$$Z=(F_1,\ F_2,\ \cdots,\ F_N,\ 0,\ \cdots,0)^T \tag{8}$$

$$A=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{NM} \\ d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ d_{M1} & d_{M2} & \cdots & d_{MM} \end{pmatrix} \tag{9}$$

원활하면서도 자기이상에 근사한 곡선을 얻으려면 행렬 $D$에 포함되여있는 무게파라메터를 정확히 결정하여야 한다.

최량인 무게파라메터값을 구하기 위하여 정보리론에 기초한 ABIC최소화법을 리용하는데 제일 작은 ABIC값에 해당한 곡선이 자료와 제일 잘 일치되면서도 원활한 곡선이라고 볼수 있다.

론문에서 ABIC값은 다음과 같이 결정하였다.

$$ABIC=\min_{w_1,\ w_2,\ S}[N\log(2\pi\sigma^2)-\log\phi+\log\lambda]+N+6 \tag{10}$$

여기서 $\phi$는 $D^TD$의 여인수행렬의 행렬식이고 $\lambda$는 $A^TA$의 행렬식이다. $\sigma^2$은 다음과 같이 정의되는 량이다.

$$\sigma^2=\min_S\frac{1}{N}\|Z-AS\|^2 \tag{11}$$

ABIC최소화는 단순형법을 리용하여 실현하는데 그 계산알고리듬은 다음과 같다.

① 파라메터 $w_1,\ w_2$에 초기값을 넣는다.

② 행렬 $D^TD$와 행렬식 $\phi$를 계산한다.

③ $\|Z-AS\|^2$의 풀이와 $\sigma^2$를 계산한다.

④ 행렬 $A^TA$의 행렬식 $\lambda$를 계산한다.

⑤ 식 (10)을 리용하여 ABIC값을 계산한다.

⑥ ABIC값의 수렴성을 검사하고 주어진 최소한계에 도달하면 반복을 끝내고 그렇지 않으면 단순형법알고리듬에 의하여 무게파라메터를 개조하고 단계 ②로 간다.

자기이상을 최량근사화하는 함수를 우에서와 같이 구하면 그것의 수평도함수 $T_x(x)$는 $B$스플라인함수의 도함수계산을 통하여 쉽게 얻을수 있다. 즉

$$T_x(x)=\sum_{i=1}^{M} s_i B_i'(x) \tag{12}$$

수평도함수를 구한 다음에는 아래의 피적분함수를 3차 B－스플라인함수를 리용하여 근사화하고 적분계산을 진행하여 수직도함수를 구할수 있다.

$$T_z(\xi)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{T_x(x)}{(\xi-x)}dx \tag{13}$$

## 2. 모형계산에 의한 방법의 특성평가

ABIC최소화법의 계산정확도를 평가하기 위하여 수평원기둥체가 만드는 자기마당속에 장애가 없는 경우와 장애가 각이하게 포함된 경우 ABIC최소화법과 스플라인법, 주파수령역법에 의한 계산결과를 비교하였다.

먼저 자기마당속에 5%의 장애가 포함된 경우 ABIC최소화법과 스플라인법, 주파수령역법으로 계산하여 얻은 수평도함수와 수직도함수값을 비교하였다.

이때 리론적인 수평도함수와 각이한 방법들에 의하여 계산된 수평도함수의 상대표준편차는 주파수령역법인 경우 5.82%, 스플라인법인 경우 2.32%, ABIC최소화법인 경우 2.31%로서 ABIC최소화법의 정확도가 제일 높다.

그리고 리론적인 수직도함수와 계산된 수직도함수의 상대표준편차는 주파수령역법인 경우 4.45%, 스플라인법인 경우 3.7%, ABIC최소화법인 경우 3.68%로서 ABIC최소화법의 정확도가 제일 높다.

다음으로 자기마당속에 들어있는 장애함량에 따르는 방법별 자기이상도함수의 계산정확도를 고찰하였다.(표) 이때 스플라인법과 ABIC최소화법에서 보간마디점의 수는 전체 자료수의 80%로 주었다.

표. 장애포함비에 따르는 방법별 상대표준편차(%)

| 장애함량/% | 주파수령역법 | | 스플라인법 | | ABIC최소화법 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $T_x$ | $T_z$ | $T_x$ | $T_z$ | $T_x$ | $T_z$ |
| 0 | 0.4 | 0.62 | 0.7 | 1.28 | 0.32 | 0.34 |
| 5 | 5.82 | 4.46 | 6.39 | 4.1 | 2.83 | 3.45 |
| 10 | 11.72 | 8.85 | 12.74 | 10.08 | 4.09 | 4.32 |
| 15 | 17.62 | 13.26 | 19.09 | 18.87 | 6.48 | 6.46 |
| 20 | 23.52 | 17.67 | 25.44 | 25.67 | 8.01 | 8.13 |

표에서 보는바와 같이 장애를 포함하지 않은 경우에는 상대표준편차가 1.5%미만으로서 정확도에서 큰 차이가 없지만 장애를 포함하는 경우에는 정확도에서 큰 차이가 있다.

그리고 자료속에 20%의 장애가 포함되는 경우에도 ABIC최소화법은 주파수령역법과 스플라인법에 비하여 자기이상도함수의 계산정확도가 높다.

## 맺 는 말

ABIC최소화법에 의한 자기이상도함수계산법은 측정자료속에 장애가 포함되는 경우에도 주파수령역방법과 스플라인법에 비하여 계산정확도가 높다.

## 참 고 문 헌

[1] W. Bingzhu et al.; Geophysics, 73, 5, I35, 2008.
[2] Z. Jia et al.; Geophysics, 76, 4, L29, 2011.

주체108(2019)년 4월 5일 원고접수

## The Calculating Method of the Derivative of 2D Magnetic Prospecting Data by using ABIC Minimization

*Jon Kwang Chol, Sin Chol Nam*

We can calculate derivative of the magnetic anomaly with a high accuracy by using ABIC minimization method than others although the noise was involved in measuring data.

Key words: magnetic prospecting, derivative