

전자-양전자산란에서 렙톤쌍발생과정의 스핀편극효과에 대한 연구

원석현, 고영해

위대한 령도자 김정일 동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《소립자론과 마당론에 대한 연구에도 힘을 넣어야 합니다.》(《김정일전집》 제4권 410페이지)

소립자반응에서 스핀편극을 고려하여 산란자름면적을 계산하는것은 각이한 호상작용들에서의 대칭성과파문제를 비롯하여 리론실천적으로 중요한 의의를 가진다.

선행연구들[1-3]에서는 소립자반응들의 산란자름면적을 주로 스핀상태를 고려하지 않고 계산하였으며 스핀상태를 고려하는 경우에도 고에너지극한 또는 비상대론적극한의 제한된 에네르기범역에서만 계산하였다.

본문에서는 약한호상작용을 무시할수 있는 비교적 넓은 에네르기대역에서 산란자름면적을 계산하고 해석하였다.

z 축우에서 서로 마주 향하여 운동하던 전자와 양전자가 충돌후 z 축과 θ 의 각을 이룬 z' 축우에서 렙톤쌍자들로 산란되어나간다고 하자.

초기상태와 마감상태의 4차원운동량은 다음과 같다.

$$p_{1i} = (E, 0, 0, p), p_{2i} = (E, 0, 0, -p)$$

$$p_{1f} = (E, q \sin \theta, 0, q \cos \theta), p_{2f} = (E, -q \sin \theta, 0, -q \cos \theta)$$

여기서 $p^2 = E^2 - m_e^2$, $q^2 = E^2 - m_l^2$ (l 은 렙톤립자를 의미한다.)이다.

산란전과 산란후의 전자와 양전자의 라선도상태의 스피노르는 다음과 같다.

$$u_i^{(s)}(p) = \frac{(\hat{p}_{1i} + m_e)}{\sqrt{2m_e(m_e + E)}} u^{(s)}(0), v_i^{(s)}(p) = \frac{(-\hat{p}_{2i} + m_e)}{\sqrt{2m_e(m_e + E)}} v^{(s)}(0),$$

$$u_f^{(s)}(p) = \frac{(\hat{p}_{1f} + m_l)}{\sqrt{2m_l(m_l + E)}} u^{(s)}(0), v_f^{(s)}(p) = \frac{(-\hat{p}_{2f} + m_l)}{\sqrt{2m_l(m_l + E)}} v^{(s)}(0)$$

전체적인 논의는 O_{xyz} 자리표계에서 진행되며 마감상태의 스피노르폴이를 자리표변환하여 리용하여야 한다. 즉

$$u_f^{(s)}(p) = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) - i\sigma_2 \sin(\theta/2) & 0 \\ 0 & \cos(\theta/2) - i\sigma_2 \sin(\theta/2) \end{pmatrix} u_f'^{(s)}(p)$$

마찬가지로 $v_f^{(s)}(p)$ 도 얻을수 있다.

$$d\sigma = \frac{m_e^2 m_l^2}{[(p_{1i} \cdot p_{2i})^2 - m_e^2 m_l^2]^{1/2}} \int \frac{d^3 p_{1f}}{(2\pi)^3 E_{1f}} \frac{d^3 p_{2f}}{(2\pi)^3 E_{2f}} (2\pi)^4 \delta^4(p_{1f} + p_{2f} - p_{1i} - p_{2i}) e^4 |M_{i \rightarrow f}|^2$$

따라서 미분산란자름면적은

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m_e^2 m_l^2 e^4}{4E^2 (2\pi)^2} \sqrt{\frac{E^2 - m_l^2}{E^2 - m_e^2}} |M_{i \rightarrow f}|^2$$

여기서 $M_{i \rightarrow f} = \bar{u}^{(s_{1f})}(p_{1f}) \gamma^\mu v^{(s_{2f})}(p_{2f}) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_{1i} + p_{2i})^2} \bar{v}^{(s_{2i})}(p_{2i}) \gamma^\nu u^{(s_{1i})}(p_{1i})$ 이다.

론문에서는 위의 계산과정순차에 따라 Mathematica를 리용하여 각이한 편극상태에서의 산란자름면적을 계산하였다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \frac{4\alpha^2 m_e^2 m_l^2}{s^3} \sqrt{\frac{4m_l^2 - s}{4m_e^2 - s}} \cos^2(\theta) \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \frac{\alpha^2 m_l^2}{s^2} \sqrt{\frac{4m_l^2 - s}{4m_e^2 - s}} \sin^2(\theta) \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \frac{\alpha^2 m_e^2}{s^2} \sqrt{\frac{4m_l^2 - s}{4m_e^2 - s}} \sin^2(\theta) \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \frac{\alpha^2}{s} \sqrt{\frac{4m_l^2 - s}{4m_e^2 - s}} \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \frac{\alpha^2}{s} \sqrt{\frac{4m_l^2 - s}{4m_e^2 - s}} \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

위의 식들로부터 미분산란자름면적의 산란각에 따르는 크기변화정도를 알수 있다.

우리는 중간벡토르보존 Z 의 질량 $m_Z = 91.16 \text{ GeV}$ 정도이상의 에너지영역에서는 전자 기적호상작용뿐아니라 약한호상작용이 중요한 역할을 하므로 그 아래영역에서 논의하였다.

만델슈타인변수 s (질량중심계에서는 전체 에너지의 2제곱과 같은 량)에 따르는 총산란자름면적은 그림과 같다.

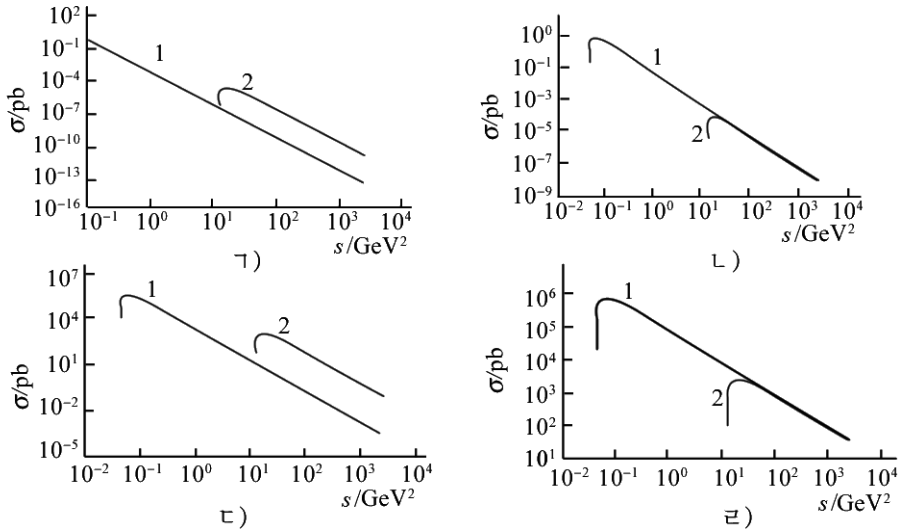


그림. 각이한 스핀상태들에서 s 에 따르는 총산란자름면적

가) $\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow, \uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow, \downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow, \uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow$, 나) $\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow, \downarrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow, \uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow$,

다) $\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow, \uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\uparrow, \downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow, \downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow$, 라) $\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow, \uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow, \downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow, \downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow$

1- $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, 2- $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

그림에서 보는바와 같이 각이한 스핀상태에서의 총산란자름면적은 크게 차이난다.

초기상태와 마감상태에서 렙톤립자와 그 반립자가 서로 다른 라선도값을 가지는 경우에 비해 같은 라선도값을 가지는 경우의 산란자름면적은 10^{-13} 배, 초기상태에서만 같은 라선도값을 가질 때는 10^{-9} 배, 마감상태에서만 같은 라선도값을 가질 때는 10^{-5} 배정도로서 매우 작다. 이것은 고에너지극한에서 렙톤립자와 그 반립자가 서로 다른 라선도상태에 있는 경우에만 산란진폭이 령아닌 값을 가진다는 선행연구[3]결과와 일치한다.

한편 초기상태와 마감상태에서 렙톤립자와 반립자가 서로 다른 라선도값을 가지는 4가지 경우에 대해 총산란자름면적은 같은 값을 가지지만 미분산란자름면적의 각의존성은 같은 부호의 립자끼리 같은 라선도값을 가지는 경우와 다른 라선도값을 가지는 경우에 서로 다르게 나타났다.

산란된 립자들이 뮤온과 그 반립자인 경우, 타우온과 그 반립자인 경우를 비교해보면 경향성은 같으며 반응이 일어나는 턱에너지, 산란자름면적이 최대로 되는 에너지가 다르다. 또한 고에너지령역에서 산란되어나오는 렙톤립자들의 운동방향으로의 스핀성분이 같은 값을 가지는 경우에 두 종류 반응의 산란자름면적은 거의 같은 값을 가지나 스핀성분이 다른 값을 가지는 경우에는 일정한 차이가 계속 존재한다.

맺 는 말

$e^-e^+ \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^-e^+ \rightarrow \tau^+\tau^-$ 반응에 대해 약한호상작용의 영향을 무시할수 있는 에너지령역에서 초기 및 마감상태립자들이 각이한 라선도상태에 있을 때의 산란자름면적을 계산하고 서로 비교하였다. 전자, 양전자의 라선도가 같은 값을 가지는 경우에는 반응이 매우 작은 확률로 일어나며 대부분 초기상태립자들의 임의의 편극에 대해서도 산란되는 렙톤립자들의 라선도가 서로 다른 값을 가지게 되는 반응이 일어난다.

참 고 문 헌

- [1] 김일성종합대학학보(자연과학), 60, 1, 58, 주체103(2014).
- [2] J. Heeck; Phys. Rev. Lett., 111, 021801, 2013.
- [3] M. E. Peskin et al.; An Introduction to Quantum Field Theory, Perseus, 141~148, 1995.

주체105(2016)년 11월 5일 원고접수

Spin Polarization Effects in the Process of Lepton Pair Creation of Electron-Positron Scattering

Won Sok Hyon, Ko Yong Hae

The analysis of lepton scattering has been performed by calculating the differential and total cross sections for polarized particles over the energy range where the weak interaction can be negligible.

Key words: polarization, cross section, helicity