

골조식구조물의 보와 기둥에 대한 최량화설계의 수학적모형

강 혁

본문에서는 철근콘크리트로 된 높은 건물의 합리적인 최량설계를 진행하는데서 중요한 의미를 가지는 골조식구조물의 보와 기둥에 대한 최량화설계의 수학적모형을 연구하였다.

1. 골조식구조물의 보에 대한 최량화설계의 수학적모형작성

선행연구[1, 2]에서는 세로철근, 가로철근의 제한조건, 역세기에 대한 제한조건 등 골조식구조물의 설계에서 제기되는 제한조건들을 제기하였다. 그러나 골조식구조물의 보에 대한 설계를 가격의 견지에서 수학적으로 모형화하지 못하였다.

1) 보의 최량화설계변수

보의 구조설계에서 중요한것은 구조의 해석과 배근결과에 기초하여 매개 보의 자름면수값과 세로 및 가로철근의 배근량을 바로 정하는것이다. 고층건물에서는 내진설계규범의 요구를 고려하여 설계를 진행해야 한다. 골조식건물에서 보의 최량화설계변수는 다음과 같다.

b_b, h_b 는 보의 경간에서 자름면의 수치값이고 $n_1, d_1, n_2, d_2, n_3, d_3, n_4, d_4, n_5, d_5, n_6, n_7, d_7, n_8, n_9, n_{10}$ 은 보의 경간에서 자름면에 배근된 세로철근이며 n_{11}, d_8 은 보의 경간에서 자름면에 배근된 가로철근이다.

2) 목적함수

골조식구조에서 보의 전체 길이에 따르는 건설가격이 최소가 되도록 하는것을 목적함수로 한다. 보의 전체 건설비에서 직접비로는 재료의 비용으로서 철근과 콘크리트가 포함되며 간접비로는 재료의 소모, 시공기간에 건설기계의 리용, 로력비, 발판과 휘틀의 비용이 포함된다.

현시기 공사비는 일반적으로 예산서작성의 방법을 리용하며 간접비용에서 재료의 소비, 시공과정에 리용되는 기계설비의 리용비와 로력비는 재료의 량에 직접적으로 관계된다. 그러므로 예산서를 종합적으로 리용하는것이 필요하다.

보의 총가격은 철근, 콘크리트와 휘틀의 량과 그에 대응하는 종합적인 단가로 표시할 수 있다. 보의 길이범위에서 세로철근은 세가지로 분류하며 보의 두 지점부분에 설치하는 지점철근, 경간에 설치하는 세로철근과 가로철근이다. 가로철근은 경간의 두 지점근방에서는 매우 조밀히 배치하며 지점부근에서 세로철근의 양카길이는 계산하지 않으며 철근의 맞댄 련결길이는 종합적인 가격계산에서 고려한다.

따라서 골조식구조의 보에 대한 목적함수는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\min F_b = \sum_{i=1}^{nb} (C_{1i}^b + C_{2i}^b + C_{3i}^b + C_{4i}^b) \quad (1)$$

식 (1)에서 콘크리트의 가격은

$$C_{li}^b = b_i^b \times h_i^b \times \beta_c \times L_i^b,$$

휘틀의 가격은

$$C_{2i}^b = (b_i^b + 2 \times h_i^b) \times \beta_f \times L_i^b,$$

가로철근의 가격은

$$C_{3i}^b = \frac{\pi}{4} d_8^2 \times (n_{11} \times (h_i^b - 2 \times h_0^b) + 2 \times (b_i^b - 2 \times h_0^b)) \times \left(\frac{2}{s} + \frac{1}{2 \times s} \right) \times L_i^b \times \beta_s,$$

세로철근의 가격은

$$C_{4i}^b = \frac{\pi}{4} (n_1 d_1^2 + (n_2 + n_{32}) d_2^2) + 3 \times (n_4 d_3^2 + (n_5 + n_6) d_4^2) + n_7 \times d_5^2 + (n_7 + n_8) d_6^2 + n_{10} d_7^2 \times L_i^b \times \beta_s$$

이다.

위의 식들에서 β_c , β_f , β_s 는 각각 콘크리트, 휘틀, 철근의 종합적인 단가, h_0^b 는 보의 피복층의 두께, s 는 지점부근에서 가로철근이 조밀하게 배근되었을 때의 간격, L_i^b 는 보의 내살거리이다.

3) 제한조건

일반적으로 철근콘크리트골조식구조의 보에 대한 제한조건은 자름면수값의 제한, 세기의 제한, 역세기의 제한 등 세가지로 나눈다.

내진설계를 진행할 때 현행내진설계규범의 요구에 기초하여 철근콘크리트보의 제한조건을 자름면의 수값, 가로철근, 세로철근, 세기와 역세기, 설계규범의 요구 등 다섯가지로 본다.

(1) 자름면수값의 제한조건

보의 자름면수값제한조건은 다음과 같다.

$$h_{\min} \leq h \leq h_{\max}, \quad b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \quad (2)$$

이 식에서 h_{\min} , h_{\max} , b_{\min} , b_{\max} 는 각각 최량화설계에서 결정하는 자름면의 너비와 높이의 제한값들이며 이 값들이 취할수 있는 값은 일반적으로 다음과 같은 인자들이 고려되어야 한다.

골조식구조의 보자름면의 너비한계값은 $b_{\min} = 200\text{mm}$ 로 하며 자름면이 직4각형인 보의 높이와 너비의 비는 일반적으로 $2 \leq h/b \leq 4$ 로 해야 한다. 보의 내살거리와 자름면의 높이와의 비는 적어도 4보다 작아서는 안된다. 즉 $L_n/h \geq 4$ 이여야 한다. $L_n/h > 2.5$ 일 때 $V \leq (1/\gamma_{re})(0.2f_c b h_0)$, $L_n/L \leq 2.5$ 일 때 $V \leq (1/\gamma_{re})(0.15f_c b h_0)$ 이여야 한다.

(2) 세로철근의 제한조건[1]

T형자름면에서 지지능력계산공식은 다음과 같다.(일체식충막판의 영향을 고려한 경우)

첫째 유형의 T형자름면에서

$$M \leq \alpha_1 f_c b'_f x (h'_{f0} - 0.5x) + f'_s A'_s (h'_{f0} - a'_s)$$

$$f_s A_s = \alpha_1 f_c b'_f h'_f + f'_s A'_s$$

둘째 유형의 T형자름면에서

$$M \leq \alpha_1 f_c b x (h_0 - 0.5x) + f'_s A'_s (h_0 - a'_s) + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f (h_0 - 0.5h'_f)$$

$$f_s A_s = \alpha_1 f_c (b x + b'_f h'_f - b h'_f) + f'_s A'_s$$

일체식층막판의 영향을 고려하지 않은 경우

$$M \leq \alpha_1 f_c b x (h_0 - 0.5x) + f'_s A'_s (h_0 - a'_s)$$

$$f_s A_s = \alpha_1 f_c b x + f'_s A'_s$$

세로철근들의 최소배근비에 대한 제한조건은 다음과 같다.

$$\rho_{\min} \leq \rho = \frac{A_s}{bh} \leq \rho_{\max}$$

(3) 가로철근의 제한조건

가로철근을 배근하였을 때 균등분포하중이 작용하면 경사자름면은 자름을 받으며 이 때 자름지지능력은 다음과 같다.

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{re}} [0.42 f_c b h_0 + 1.25 f_{sw} (f A_{sw} / s) h_0]$$

가로철근이 배근되고 집중하중이 작용할 때 경사자름면이 받는 지지능력은 다음과 같다.

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{re}} \left[\frac{1.05}{\lambda + 1} f_c b h_0 + f_{sw} \frac{f A_{sw}}{s} h_0 \right]$$

축방향집, 구부림모멘트, 자름힘과 틀음모멘트가 동시에 작용할 때 자름면의 자름힘 지지능력은 다음과 같다.

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{re}} \left[(1.5 - \beta_t) \left(\frac{1.05}{\lambda + 1} f_c b h_0 + 0.07 N \right) + f_{sw} \frac{f A_{sw}}{s} h_0 \right]$$

(4) 역세기에 대한 제한조건

팔조구조보에 대한 처짐제한조건은 다음과 같다.

$$B = \frac{M_n}{M_{nl}(\theta - 1) + M_n} B_0 < [f]$$

팔조구조의 보에 대한 균열너비제한조건은 다음과 같다.

$$a_{crc} = a_c \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} \left(2.65c + 0.1 \frac{d}{\rho_{ef}} \right) \eta_0$$

(5) 규범에 제시된 요구에 의한 선택과 배근에 대한 제한조건

설계규범의 요구에 기초하여 보의 선택과 배근은 반드시 다음과 같은 세가지 조건을 만족시켜야 한다.

① 지점의 옷부분에서 세로철근의 배근

세로철근의 배근비는 $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$, 세로철근의 수평간격은 $d_{h\min} \leq d_h$, 세로철근의 직경은 $\phi_{\min} \leq \phi$ 를 만족시켜야 한다. 여기서 ρ 는 세로철근의 배근비, d_h 는 세로철근의 간격이며 ϕ 는 세로철근의 직경이다.

② 경간가운데의 하부에 배근하는 세로철근

세로철근의 배근비는 $\rho_{\min} \leq \rho_{mid}$, 세로철근의 수평간격은 $d_{h\min} \leq d_{hmid}$, 세로철근의 직경은 $\phi_{\min} \leq \phi_{mid}$ 을 만족시켜야 한다. 식에서 ρ_{mid} 는 경간가운데의 하부세로철근의 배근비, d_{hmid} 는 세로철근의 수평거리, ϕ_{mid} 는 세로철근의 직경이다.

③ 가로철근의 구조적요구

가로철근의 최대간격은 $s \leq s_{\max}$, 가로철근의 최소간격은 $\phi_{\min, sv} \leq \phi_{sv}$, 가로철근의 거리는 $d_{h\min, sv} \leq d_{h, sv}$ 를 만족시켜야 한다.

가로철근의 최대간격과 최소직경에 대한 설계규범의 요구를 엄격히 지켜야 한다. 즉

① 보의 전체 구간에서 상부세로철근의 요구

세로철근의 최소직경은 $\phi'_{\min} \leq \phi'$, 세로철근의 대수는 $n'_{\min} \leq n'$, 세로철근의 자름면의 면적은 $A'_{s, \min} \leq A'_s$ 를 만족시켜야 한다.

② 보의 측면세로방향철근의 구조적요구

벽판자름면의 높이를 따라 배근된 세로철근은 $d^c_{\min} \leq d^c$, 세로철근의 자름면의 면적은 $A^c_{s, \min} \leq A^c_s$ 를 만족시켜야 한다.

모형에서 M 은 구부림모멘트설계값, x 는 콘크리트의 누름구역의 높이, A_s, A'_s 는 각각 당김구역과 누름구역에 배근된 철근의 자름면의 면적, f_s, f'_s 는 각각 당김구역과 누름구역에 배근된 철근의 설계세기값, f_{cn} 은 콘크리트의 누름세기의 설계값, $f_{ct, n}$ 은 콘크리트의 당김세기의 설계값, ρ 는 세로철근의 배근률, b'_f 는 T형자름면에서 누름구역의 날개너비, V 는 자름힘의 설계값, f_{sw} 는 가로철근의 설계세기값, λ 는 자름경간비, s 는 가로철근의 배근간격, T 는 툼음모멘트의 설계값, W_t 는 자름면의 소성저항모멘트, N 은 축방향집의 설계값, M_n 은 하중표준조합에 따르는 구부림모멘트, B_0 은 구부림을 받는 자름면에서 단기강성, θ 는 처짐증가결수, α_c 는 부재의 지지힘반이특성에 관계되는 결수, ψ_s 는 당김철근변형의 불균등결수, σ_s 는 당김철근의 등가응력, E_s 는 철근의 탄성결수, ρ_{ef} 는 당김콘크리트자름면적에 따라 계산된 세로철근배근비, d 는 당김철근의 등가자름면의 면적, γ_{re} 는 지진작용결수이다.

2. 골조구조물기둥에 대한 최량화설계의 수학적모형화

선행연구[1]에서는 철근콘크리트골조구조기둥의 제한조건은 자름면의 수치값, 세로철근의 배근, 가로철근의 배근상태에 따라 4가지로 제기하였으며 선행연구[3, 4]에서는 골조기둥의 축압비를 만족시켜야 할 조건을 제기하였다. 그러나 골조식구조물의 기둥에 대한 설계를 가격의 견지에서 수학적으로 모형화하지 못하였다.

1) 골조구조기둥의 최량화설계변수

골조구조에서 중요한것은 구조에 대한 해석과 구조부재의 배근계산결과에 근거하여 매층의 기둥에서 자름면치수 b_c, h_c , 유효자름면의 배근계산 $n_1, d_1, n_2, d_2, n_3, d_3, n_4, d_4$ 를 합리적으로 배근하는것이다. 골조구조기둥에 대한 설계변수는 다음과 같다.

b_c, h_c 는 기둥유효자름면치수, $n_1, d_1, n_2, d_2, n_3, d_3, n_4, d_4$ 는 기둥유효자름면의 배근치수이다.

2) 목적함수

$$\min F_c = \sum_{i=1}^{mc} (C_{1i}^b + C_{2i}^b + C_{3i}^b + C_{4i}^b) \quad (3)$$

식 (3)에서 기둥의 콘크리트가격은

$$C_{3i}^c = b_i^c \times h_i^c \times \beta_c \times L_i^b,$$

기둥에서 휘틀의 가격은

$$C_{4i}^c = 2 \times (b_i^c + h_i^c) \times \beta_f \times L_i^b,$$

기둥에서 가로철근의 가격은

$$C_{2j}^c = \frac{\pi}{4} n_4 d_4^2 \times (b_j^c + h_j^c - 4 \times h_0^c) \times \left(\frac{2}{3s} + \frac{1}{6s} \right) \times L_j^c \times \beta_s,$$

기둥에서 세로철근의 가격은 다음과 같다.

$$C_{1j}^c = \frac{\pi}{4} (n_1 d_1^2 + (n_1 + n_2) d_2^2) \times \gamma \times L_i^c \times \beta_s$$

3) 제한조건

내진설계규범에서 밝힌 제한조건에 기초하여 철근콘크리트골조구조기둥의 제한조건은 자름면의 수치값, 세로철근의 배근, 가로철근의 배근상태에 따라 세가지로 표현할수 있다.

(1) 수치값제한조건

선행연구[3, 4]에 기초하여 골조기둥의 축압비를 만족시켜야 한다.

축압비제한조건은 다음과 같다.

$$U_{\min} \leq U = \frac{N}{f_c b h} \leq U_{\max}$$

기둥자름면치수의 제한조건은

$$h_{\min} \leq h \leq h_{\max}, \quad b_{\min} \leq b \leq b_{\max}$$

이다. 이 식에서 h_{\min} , h_{\max} 와 b_{\min} , b_{\max} 는 각각 최량화설계에서 결정하는 자름면의 너비와 높이의 한계값으로서 위에서 취한 값은 다음과 같은 인자들을 고려하지 않은 값이다.

우선 보자름면너비의 아래한계값이 $b_{\min} = 300\text{mm}$ 이여야 한다. 직4각형자름면기둥의 높이와 너비의 비는 일반적으로 $h/b \leq 3$ 이여야 한다. 또한 자름에 의한 설계값의 요구를 만족시켜야 한다. 선행연구[4]에 기초하여 경간과 높이사이의 비가 2.5보다 클 때 $V \leq \frac{1}{\gamma_{re}} (0.2 f_c b h_0)$ 이여야 한다. 경간과 높이의 비가 2.5보다 작을 때 $V \leq \frac{1}{\gamma_{re}} (0.15 f_c b h_0)$ 이여야 한다.

(2) 세로철근의 제한조건[1]

자름면에서 구부림모멘트제한조건은 편심거리가 큰 경우와 작은 경우가 있다.

① 편심거리가 큰 경우

$$N \leq \frac{1}{\gamma_{re}} (\alpha_1 f_c b x + f'_s A'_s - f_s A_s)$$

$$Ne \leq \frac{1}{\gamma_{re}} (\alpha_1 f_c b x (h - 0.5x) + f'_s A'_s (h_0 - a'_s))$$

② 편심거리가 작은 경우

$$N \leq \frac{1}{\gamma_{re}} (\alpha_1 f_c b x + f'_s A'_s - \sigma_s A_s)$$

$$Ne \leq \frac{1}{\gamma_{re}} (\alpha_1 f_c b x (h - 0.5x) + f'_s A'_s (h_0 - a'_s))$$

세로배근비의 제한조건은 다음과 같다.

$$\rho_{\min} \leq \rho = \frac{A_s}{bh} \leq \rho_{\max}$$

(3) 가로철근의 제한조건

경사자름면에 대한 세기검산식은 다음과 같다.

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{re}} \left[\frac{1.05}{\lambda + 1} f_t b h_0 + f_{sw} \frac{f_{A_{sw}}}{s} h_0 + 0.07 N \right]$$

참 고 문 헌

- [1] 김석봉; 철근콘크리트구조리론, 고등교육도서출판사, 1~230, 주체101(2012).
- [2] A. M. Montaz et al.; J Optim Theory Appl, 177, 479, 2018.
- [3] 李楚舒; 中华人民共和国国家标准, 建筑抗震设计规范, 北京: 中国建筑工业出版社, 16~128, 2001.
- [4] 刘晓燕; 中华人民共和国国家标准, 高层建筑混凝土结构技术规程, 北京: 中国建筑工业出版社, 190~246, 2002.

주체107(2018)년 12월 5일 원고접수

The Mathematical Model of Optimal Design to a Beam and Pillar of Framed Building

Kang Hyok

In this paper, we introduce the mathematical model of optimal design to a beam and pillar of framed building, which is of important significance in progress the optimal design of high reinforced concrete building

Key words: framed building, beam, pillar, optimal design