김일성종합대학학보 JOURNAL OF KIM IL SUNG UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체106(2017)년 제63권 제2호 Vol. 63 No. 2 JUCHE106(2017).

불확정성처리시간을 가지는 개별공정문제의 로바스트스케쥴링의 한가지 방법

리 광 원

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《과학자, 기술자들은 사회주의경제발전의 요구에 맞게 인민경제 모든 부문의 생산기술공정과 생산방법, 경영활동을 새로운 과학적토대우에 올려세우는데서 나서는 과학기술적문제를 전망성있게 풀어나가야 하겠습니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제11권 138페지)

선행연구[1, 2]에서는 일감과 과제들의 처리시간이 확정된 조건에서 개별공정스케쥴링문제를 선형최량화모형을 리용하여 모형화하고 가지한계법을 리용하여 풀이를 구하는 방법을 론의하였다.

그러나 현실에서 부닥치는 많은 문제들에서 처리시간은 여러가지 원인에 의하여 변동되며 이러한 경우에 선형최량화모형에 의한 풀이방법으로 얻은 풀이는 실제적인 최량성이 파괴되거나 심한 경우에는 실행가능성을 담보하지 못할수도 있다.

우리는 이러한 결함을 극복하기 위하여 처리시간의 변동을 고려한 스케쥴링모형을 작성하고 모의소둔알고리듬을 리용한 한가지 풀이방법을 제안하였으며 모의실험을 통하여 그 효과성을 검증하였다.

1. 로바스트스케쥴링을 위한 개별공정문제의 모형화

개별공정스케쥴링문제에서 발생하는 섭동은 일반적으로 매개 기계에서 일감들의 처리시간에서 발생한다고 볼수 있다. 즉 처리시간 t_{pim}이 변한다는 가정밑에서 다음의 모형을 리용한다.

$$\min Z=\sum_{p\in P}\sum_{m\in A}\sum_{s=1}^{|P|}(y_{O_p,\ \ pms}) \tag{1}$$

이때 제한조건은 다음과 같다.

$$\sum_{s=1}^{|P|}\sum_{m\in A}x_{jpms}=1,\ \ \forall j,\ p \tag{2}$$

$$\sum_{p\in P}\sum_{j=1}^{O_p}x_{jpms}\le 1,\ \ \forall m,\ s \tag{3}$$

$$y_{jpms}\le M\times x_{jpms},\ \ \forall j,\ p,\ m,\ s \tag{4}$$

$$\sum_{s=1}^{|P|}\sum_{m\in A}y_{j'pms}+\sum_{j''=j'}^{j-1}\sum_{m\in A}\sum_{s=1}^{|P|}(x_{j''pms}\times t_{j''pm})\le\sum_{s=1}^{|P|}\sum_{m\in A}y_{jpms},\ \ \forall j,\ p,\ j'<j \tag{5}$$

$$\sum_{s''=s'}^{s-1}\sum_{j=1}^{O_p}\sum_{p\in P}(x_{jpms''}\times t_{jpm})+\sum_{s''=s'}^{s-1}L_{ms''}\le\sum_{p\in P}\sum_{j=1}^{O_p}y_{jpms}\,,\ \ \forall m,\ s,\ s'<s \tag{6}$$

$$L_{ms}=\sum_{p\in P}\sum_{j=1}^{O_p}y_{jpms}-\sum_{p\in P}\sum_{j=1}^{O_p}(y_{jpms-1}+x_{jpms-1}\times t_{jpms-1})\,,\ \ \forall j,\ p,\ m,\ s \tag{7}$$

여기서 $A(1,\ 2,\ \cdots,\ m)$는 기계들의 모임, $P(1,\ 2,\ \cdots,\ n)$는 일감들의 모임, t_{pjm}은 기계 m에서 일감 p의 과제 j를 처리하는데 요구되는 시간, M은 충분히 큰 수, s는 모든 기계들에서 매 일감에 대하여 정의된 순서첨수, O_p는 일감 p에 관계되는 마감조작, x_{jpms}는 일감 p의 과제 j가 기계 m에서 s번째에 할당되였으면 1 , 아니면 0인 값, y_{jpms}는 기계 m에서 일감 p의 과제 j의 시작시간, L_{ms}는 기계 m에서 순서 s에서의 여유시간(실례로 기계 m에서 s번째 조작과 $s-1$번째 조작사이의 여유시간)이다.

목적함수 (1)은 모든 일감들의 마감조작의 시작시간들의 합을 최소화한다는것을 보여준다.

이때 제한조건 (2)는 일감 p의 과제 j가 하나의 기계의 하나의 순서에 할당되여야 한다는것을 나타낸다.

그리고 제한조건 (3)은 매 일감의 하나의 과제만이 기계 m의 순서 s에서 실행될수 있다는것을 담보하며 제한조건 (4)는 변수 x_{jpms}와 y_{jpms}사이의 관계를 설정한다. 즉 변수 x_{jpms}가 0과 같으면 y_{jpms}는 0이 되여야 한다.

한편 제한조건 (5), (6), (7)은 처리시간에 변동이 존재하는 경우에 일감에서의 과제순서와 기계에서의 처리순서를 담보하도록 하기 위한 관계식이다.

제한조건 (5)에서 명백히 보여주는바와 같이 일감에서 처리순서와 처리시간사이의 관계를 선행연구[2]에서는 1개 과제와 다른 과제와의 관계에서만 론의하였지만 여기서는 1개 과제와 그보다 앞서는 모든 과제들과의 관계에서 론의하였다.

제한조건 (6), (7)에서도 매 기계에서 일감들의 처리순서를 1개 과제와 그전에 처리되는 과제에 대한 관계를 1개 과제와 그 과제보다 앞선 과제들과의 관계식으로 확장하였다. 이것은 1개 일감의 처리시간이 변동된다고 해도 매 기계에서 일감들의 처리순서의 실행가능성과 최량성이 동시에 담보되도록 한다.

2. 모의소둔법에 의한 풀이알고리듬

개별공정스케쥴링문제는 NP곤난문제로 알려져있으며 따라서 이러한 문제의 풀이를 구하기 위해서는 여러가지 발견적방법들이 리용된다.

특히 일감에서의 처리순서에 대한 제한조건 (5)와 기계에서의 처리순서에 대한 제한조건 (6), (7)에 의하여 고려해야 할 전체적인 제한조건의 수가 보다 복잡해지는 조건에서 보다 효률적인 풀이알고리듬을 적용하여야 한다.

론문에서는 처리시간의 변동을 반영한 로바스트스케쥴링모형의 풀이를 얻기 위한 모의소둔(SA)알고리듬을 제안한다.

알고리듬의 기본적인 처리부는 다음과 같다.

Sub simulated_annealing

$K=1$

Call initial_schedule_generation

$s_{\text{best}}=s$

while $k<K$ do

Call neighborhood_schedule_generation(s)

If $f(s')\le f(s)$ or random[0, 1] $<P_{\text{accept}}(s, s', T_k)$ then $s=s'$

If $f(s')<f(s_{\text{best}})$ then $s_{\text{best}}=s'$

$k=k+1$

$T_k=\alpha\times T_k$

End While

End Sub

Sub initial_schedule_generation

Do

스케쥴되지 않은 조작들가운데서 그것의 모든 선행자들이 이미 스케쥴한것을 우연적으로 하나 선택한다.

요구하는 로바스트수준에 기초하여 요구되는 완충시간을 계산한다.

다른 스케쥴된 조작들을 고려하여 선택된 조작의 시작시간과 완성시간 그리고 요구되는 완충시간을 계산한다. 만일 모든 조작들이 스케쥴되였으면

Exit Do

Loop

End Sub

Sub neighborhood_schedule_generation(s)

스케쥴 s에서 지연된 조작들중에서 하나의 조작 O_{p_i}를 선택한다.

스케쥴 s에서 O_{p_i}의 지연을 일으키는 조작 O_{p_j}를 찾는다.

O_{p_i}가 O_{p_j}보다 앞서 스케쥴되도록 새로운 스케쥴 s'를 생성한다. 이때 스케쥴 s와 같은 일감에 들어있는 모든 다른 조작들도 스케쥴되여야 한다.

End Sub

여기서 s는 스케쥴, s_{best}는 가장 좋은 유효풀이, $f(s)$는 스케쥴 s에서의 목적함수값, k는 반복회수, K는 정지기준을 특징짓는 최대반복수, T_k는 k째 반복에서 온도, α는 구간 (0, 1)사이 값을 가지는 랭각인자, $P_{\text{accept}}(s, s', T_k)$는 비개선풀이 s'를 받아들이는 확률함수이다.

$$P_{\text{accept}}(s, s', T_k)=\begin{cases}1 & f(s')<f(s)\\ \exp\left(\dfrac{f(s)-f(s')}{T_k}\right) & f(s')>f(s)\end{cases} \tag{8}$$

3. 모의실험

제안된 방법의 효과성을 검증하기 위하여 10개의 개별공정스케쥴링문제에 대한 모의실험을 진행하였다.

처리시간이 10%정도의 변동을 가지는 경우 제안된 방법과 선행한 방법을 비교한 결과는 표와 같다.

표. 모의실험결과

일감수 /개	기계수 /대	선행한 방법 (완료시간합)/min		제안한 방법 (완료시간합)/min	
		처리시간 변동전	처리시간 변동후	처리시간 변동전	처리시간 변동후
4	3	118	175	118	126
4	4	180	268	182	202
4	5	245	—	246	267
6	6	444	590	450	496
6	6	428	—	432	484
6	7	496	643	503	564
6	7	482	—	485	512
6	8	552	—	557	604
6	8	592	—	592	653
6	9	634	846	645	697

표로부터 알수 있는바와 같이 제안된 방법이 선행한 방법에 비하여 처리시간의 변동에 대한 풀이의 실행가능성과 최량화요구를 더 잘 만족시킬수 있다는것을 알수 있다.

맺는말

개별공정스케쥴링문제에서 처리시간의 변동이 존재하는 경우 최량풀이를 얻기 위한 로바스트스케쥴링모형과 모의소둔법에 의한 풀이알고리듬을 제안하고 그 효과성을 검증하였다.

참고문헌

[1] J. Thomas et al.; Management Science, **29**, 1126, 2008.
[2] A. Ben-Tal; Mathematical Programming, **88**, 411, 2010.

주체105(2016)년 10월 5일 원고접수

A Method of Robust Scheduling of the Job-Shop Process Problem with Uncertain Process Time

Ri Kwang Won

We proposed the robust scheduling model and solution algorithm using simulated annealing method to get the optimal solution of the job-shop scheduling problem with uncertain process time and verified the effectiveness through the simulation.

Key words: job-shop, scheduling