김일성종합대학학보 JOURNAL OF KIM IL SUNG UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체105(2016)년 제62권 제1호 Vol. 62 No. 1 JUCHE105(2016).

구조물의 고차진동수결정에 대한 연구

정송수, 허준

건물의 고유진동수를 정확히 결정하는것은 구조물의 지진안정성평가와 로화평가, 구조모형의 정확성을 검증하는데서 중요한 문제로 제기된다.

건물의 고유진동수를 평가하는데서 이미 전통적으로 리용하는 방법은 기진기를 리용하는 방법이다.[1] 이 방법은 건물에 강제진동을 주면서 공진곡선을 얻어 건물의 고유진동수와 감쇠를 결정하는 방법이다. 그러나 이 방법은 육중한 기진기를 움직이면서 측정을 진행해야 하므로 품이 많이 들고 능률적이지 못한 결함이 있다. 또한 건물의 미동을 측정하고 스펙트르분석을 진행하여 건물의 진동수를 평가하는 상시미동법이 있다.[3] 그러나 이 방법은 1차진동수는 쉽게 평가할수 있지만 우연잡음의 영향으로 하여 고차진동수를 평가하기 힘든 결함이 있다. 이밖에도 구조물의 진동자료를 해석하여 그것의 력학적특성을 연구하려는 시도들이 많이 진행되고있다.[3, 4] 그런데 이 연구들에서는 입출력관계를 리용하여 건물의 진동을 취급하고있다. 건물의 진동을 일으키는 입력진동은 우연적인 운동이며 정확한 입력자료를 힘수감부로 결정할수 없는 조건에서 우연가진법의 한가지 방법인 우연감량법이 널리 리용되고있다.

론문에서는 자연환경가진법[2]을 리용하여 건물의 고차진동수를 결정하는 방법에 대하여 론의하였다.

1. 자연환경가진법을 리용한 고차진동수결정방법

한 자유도계의 물체가 평균값이 령인 정상우연가진 $f(t)$의 작용하에 운동한다고 하자. 그것의 초기변위를 $x(0)$, 초기속도를 $\dot{x}(0)$이라고 하면 변위응답은 다음과 같다.

$$x(t) = x(0)D(t) + \dot{x}(0)v(t) + \int_0^t h(t-\tau) f(\tau) d\tau \tag{1}$$

여기서 $D(t)$는 초기조건에 $x(0)=1$, $\dot{x}(0)=0$에 의하여 진행되는 체계의 자유변위응답이고 $v(t)$는 초기조건 $x(0)=0$, $\dot{x}(0)=1$만에 의하여 진행되는 체계의 자유변위응답, $h(t)$는 체계의 단위임풀스응답함수이다.

식 (1)로부터 초기조건과 우연가진하에서 체계의 진동응답은 세 부분으로 구성된다는것을 알수 있다. 그중의 앞 두 부분은 확정성분이고 뒤부분은 우연성을 띠게 된다. 이제 측정에 의하여 여러개의 표본 $x(t)$를 얻고 한마디의 확정성분만 남겨놓는다고 가정하자.

실례로 고정된 $x(0)=A$만 남겨놓고 $f(t)$는 평균값이 령인 정상우연과정이고 $\dot{x}(0)$의 평균값이 령이라고 하면 다음식을 얻는다.

$$\left.\begin{aligned} x(0)=A \\ E[x(0)]=0 \\ E[f(t)]=0 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

식 (1)에 대하여 수학적기대값연산을 취하면 뒤의 두 항은 령이므로 다음식을 얻는다.

$$E[x(t)]=AD(t) \tag{3}$$

이렇게 하여 계의 자유응답신호를 얻는데 이것을 고유신호라고 부른다. 고유신호는 초기조건 $x(0)=A$ 만의 작용하에서 계의 자유진동응답으로 된다.

그러므로 고정값 A 를 선택하고 $x=A$ 와 $x(t)$ 의 S 개의 사귐점 t_k, $x(k)=A$ $(k=1, 2, \cdots, S)$ 를 얻는다. 여기서 S 를 짝수라고 가정하자.

매 t_k 로부터 시작하여 길이가 T 인 표본 $x(t-t_k)$ 를 잘라내고 T 는 충분히 길다고 가정하면 식 (1)로부터 다음식을 얻는다.

$$x(t-t_k)=x(t_k)D(t-t_k)+\dot{x}(t_k)v(t-t_k)+\int_{t_k}^{t}h(t-\tau)f(\tau)d\tau \tag{4}$$

이 S 개의 표본 $x(t-t_k)$ 를 론의해보기로 하자.

k 가 홀수인가 짝수인가에 따라 $x(t_k)$ 는 근사적으로 같지만 부호는 서로 반대이며 따라서 한조의 표본 $\dot{x}(t-t_k)$ 는 식 (2)를 만족시킨다. 즉

$$\left.\begin{aligned} x(t_k)=A \\ E[x(t_k)]=0 \\ E[f(t)]=0 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

S 가 충분히 크면 식 (4)의 평균을 취하여 수학적기대값으로 할수 있으며 식 (5)를 고려하면 다음과 같다.

$$E[x(t-t_k)]=AD[t-t_k] \tag{6}$$

이제 $\tau=t-t_k$ 라고 하면 이것은 자리표축의 이동 또는 시간척도를 변환하는것과 동등하며 다음식을 얻는다.

$$E[x(\tau)]=AD[\tau] \tag{7}$$

우와 같이 하나의 우연신호 $x(t)$ 에서 길이가 T 인 자유진동응답을 추출한다.

이때 $\delta(\tau)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\delta(\tau)=\frac{1}{S}\sum_{k=1}^{S}x(t-t_k) \tag{8}$$

그러면 $\delta(\tau)$ 는 식 (6)의 근사값으로서 우연감량고유신호라고 부르며 $S=\infty$ 일 때 $\delta(\tau)=E[x(\tau)]$ 이다.

자연환경가진법을 리용할 때 다음과 같은 문제들을 주의해야 한다.

첫째로, 자연환경가진법의 실현과정은 리산수자신호라는 가정하에서 유도한것이다. 따라서 신호 $x(t)$ 는 표본화정리의 조건을 만족시키도록 수집하여야 한다.

둘째로, 식 (2)에서 표본화의 촉발조건은 $x(t_k)=A$ 인데 실제조작때에는 작은 범위를 주어 다음과 같이 한다.

$$A_1 \leqslant x(t_k) \leqslant A_2 \tag{9}$$

여기서 $A-A_1$, A_2-A는 아주 작지만 A의 량자화오차보다는 큰 값이다.

이때 $E[x(t_k)]=A\approx A$이며 따라서 다음식이 성립한다.

$$E[x(\tau)]=\overline{A}D(\tau) \tag{10}$$

셋째로, 매 표본 $x(t-t_k)$의 길이 T는 충분히 길어서 고유신호 $\delta(\tau)$의 전체 주파수정보를 다 포함하도록 하여야 한다. 실례로 T를 $\delta(\tau)$의 최저방식주파수에 대응하는 주기의 3배이상으로 취할수 있다.

넷째로, 평균차수 S는 크면 클수록 좋은데 일반적으로 500～1 000정도로 취한다.

다섯째로, 표본화의 촉발조건은 식 (2)밖에도 다음과 같이 취할수 있다.

$$x(t_k)=0,\ \ x(t_k)>0 \ \ \text{또는} \ \ x(t_k)<0 \tag{11}$$

여섯째로, 변위신호뿐아니라 속도와 가속도신호에 대하여서도 자연환경가진법을 적용할수 있다.

2. 실험 및 결과분석

4층건물에 대하여 4개 층에서 동시에 5s동안 측정한 미동자료는 그림 1과 같다.

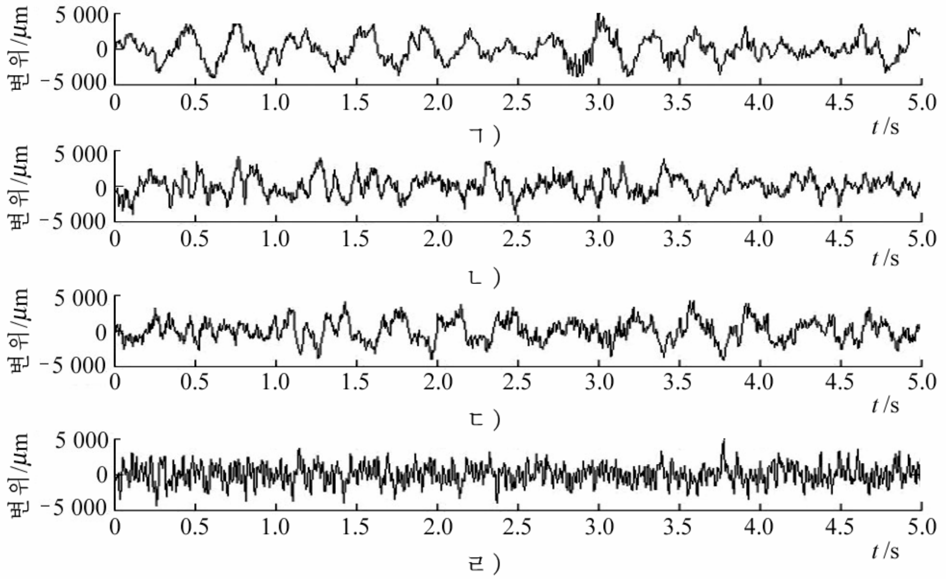

그림 1. 4개 층에서 동시에 측정한 5s동안의 측정자료

ㄱ)－ㄹ)는 1, 2, 3, 4층에서 측정한 자료

그림 1에서 세로축자리표척도는 5V의 전압을 14bit(2^{14})의 분해능으로 측정한 진폭값이며 총측정시간은 300s(측정길이 60 000개)이다.

매 층자료의 평균값은 10^{-14}정도로서 평균값은 령에 아주 가까우며 자연환경가진법을 적용할수 있는 조건을 만족시킨다고 볼수 있다.

자연환경가진법을 리용하여 구조물의 고유진동수를 결정하는 절차를 다음과 같이 하였다. 먼저 기준값을 입력하는데 이것은 식 (4)에서 A값을 입력하는것에 해당된다. 다음으로 평균하여야 할 신호길이 T값을 입력하는데 해당된다. 다음 A값과 일치하는 신호의 진

폭값을 가지는 자료번호들을 찾는데 여기서 정확한 일치는 실제상 찾기 힘들므로 옹근수부가 같은 값을 가지는 번호들을 전부 장악한다. 장악된 번호로부터 자료길이 T만한 길이를 가지는 자료렬들을 뽑아낸다. 얻어진 자료렬들을 번호가 같은 표본들의 평균값을 계산하여 그 번호의 원소로 하는 최종자료렬을 얻어낸다. 우에서 얻은 평균자료렬은 자유응답이며 그것의 푸리에변환은 곧 자유응답의 전달함수이다. 전달함수곡선을 주파수령역에서 그리고 그것의 극대값들을 찾으면 전달함수의 물리적의미로부터 그 극대값들은 곧 고유진동수로 된다.

자연환경가진법을 리용하여 4층건물의 고유진동수를 결정한 결과는 표와 같다.

표. 기준값과 신호길이에 해당한 진동수(4층건물 진동자료, Hz)

구분	신호길이/개				
	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000
1층	3.115 1	2.878 5	2.720 8	2.799 7	2.720 8
	3.746 1	3.824 9	3.509 5	3.588 3	3.509 5
	5.638 8	5.796 5	4.771 3	4.692 4	4.771 3
	8.399 1	8.320 2	8.320 2	8.556 8	8.241 3
	9.582 0	9.582 0	9.345 4	9.660 9	9.424 3
2층	2.799 7	2.563 1	2.878 5	2.957 4	2.957 4
	3.588 3	3.667 2	3.667 2	3.430 6	3.430 6
	6.112 0	4.771 3	4.850 2	4.771 3	4.771 3
	8.793 4	6.585 2	6.585 2	6.821 8	8.635 6
	9.739 7	8.714 5	8.714 5	8.635 6	9.818 6
3층	3.588 3	2.957 4	2.878 5	2.799 7	2.799 7
	4.771 3	3.588 3	3.588 3	3.588 3	3.667 2
	6.900 6	4.850 2	4.692 4	4.692 4	4.692 4
	8.399 1	6.585 2	6.506 3	6.585 2	8.399 1
	9.818 6	8.399 2	8.477 9	8.399 1	9.897 5
4층	3.115 1	2.878 5	2.799 7	2.799 7	2.799 7
	3.667 2	3.588 3	3.667 2	3.667 2	3.588 3
	5.007 9	4.692 4	4.771 3	4.771 3	4.692 4
	8.241 3	6.979 5	6.900 6	8.635 6	8.320 2
	9.660 9	8.872 2	8.951 1	9.424 3	9.424 3

2층진동자료에 대하여 기준값이 1이고 자료길이가 1 000개일 때의 전달함수곡선(그림 2)과 선행방법에 의한 측정결과는 그림 3과 같다.

그림 2와 3을 비교하여보면 1차진동수는 2개의 그림에서 명백히 알수 있지만 선행방법에 의한 결과를 보여주는 그림 3에서는 높은 주파수쪽으로 가면서 여러 봉우리들이 나타나게 되는데 그 근방에서 고차진동수와 잡음세력을 구분하기 힘들다. 그러나 그림 2에 있는 곡선에서는 고차진동수를 명백히 갈라낼수 있다.

결과 선행방법에 비하여 2, 3차고유진동수를 명백히 알아낼수 있다.

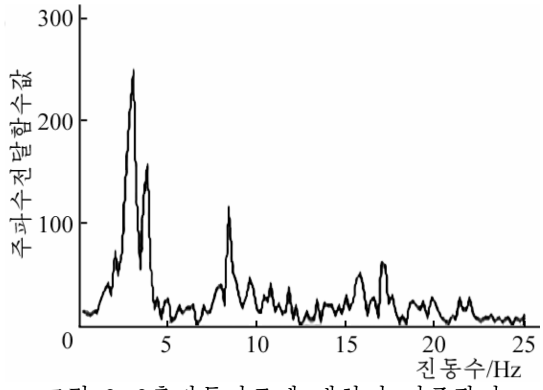

그림 2. 2층진동자료에 대하여 기준값이 1이고 자료길이가 1 000개일 때의 전달함수곡선

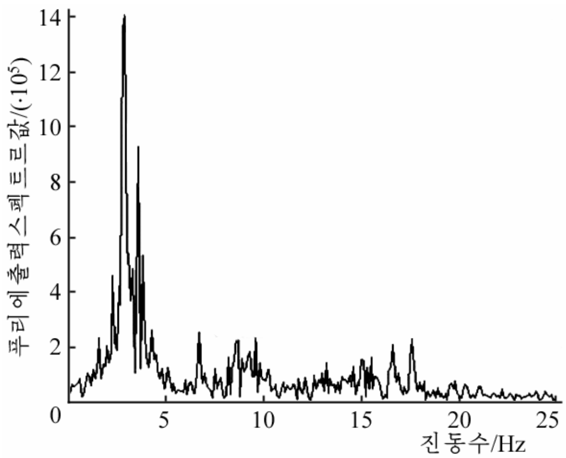

그림 3. 상시미동의 스펙트르

참 고 문 헌

[1] 김수진; 구조물의 진동, **김일성**종합대학출판사, 64～74, 1983.

[2] 김명범; 모드해석, **김일성**종합대학출판사, 186～231, 주체97(2008).

[3] Atilla Ansal; Perspectives on European Earthquake Engineering and Seismology 1, Springer, 227～266, 2014.

[4] 李友鹏; 岩土工程技术, 18, 4, 199, 2004.

주체104(2015)년 9월 5일 원고접수

On the Estimation of Higher Natural Frequency of Structure

Jong Song Su, Ho Jun

We described contents in which using natural environmental excitation estimate higher natural frequency of structure based on measured oscillation of four layered building. Results can be used as basic data for estimating seismic stability of building.

Key words: natural frequency, structure, mode analysis