

## 카세그레인안테나에 대한 해석적연구

김진국, 박경일

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《천체물리적현상을 깊이 연구하기 위하여서는 현대적인 수단에 의하여 연구사업이 진행되어야 합니다.》(《김정일전집》 제3권 379페이지)

2차반사체가 있는 카세그레인안테나는 포물면안테나에 비하여 효율이 높으므로 라지오망원경에서 널리 이용된다.[1, 2]

논문에서는 카세그레인안테나의 등가포물면을 도입하여 개구마당분포와 그 지향선도를 고찰하고 개구차폐를 최소로 하기 위한 문제를 논의하였다.

### 1. 카세그레인안테나의 이론적기초

안테나의 부반사면은 회전쌍곡면(그림 1)으로 이루어진다.

그림 1에서 실선은 쌍곡선의 한가지이며 그것을  $z$ 축주위로 회전시켜 회전쌍곡면을 얻는다.

직각자리표계에서 회전쌍곡면방정식은 다음과 같다.

$$\frac{z^2}{a^2} - \frac{x^2 + y^2}{c^2 - a^2} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{c}{a} = \frac{f_c}{2a} = e \quad (2)$$

여기서  $e$ 는 쌍곡선의 리심률,  $f_c$ 는 쌍곡선의 초점거리이다.

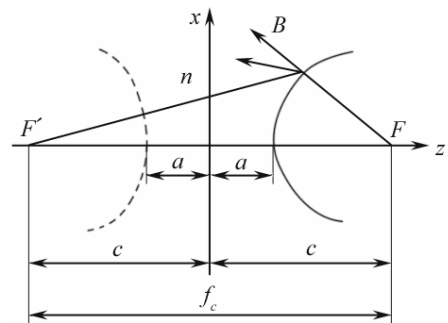


그림 1. 회전쌍곡면

쌍곡선의 성질로부터 쌍곡선의 임의의 점  $A$ 에 대하여 다음식이 성립한다.

$$F'A - AF = 2a \quad (3)$$

여기서  $F'$ 는 쌍곡선의 실초점,  $F$ 는 쌍곡선의 허초점이다.

금속반사면이 회전쌍곡면을 이루었을 때  $F'$ 에서 출발한 복사선이 반사되어 나오는 반사선을  $F$ 로부터 직접 나오는것으로 볼수 있다.

이때  $B$ 점에서 복사선의 위상은 다음과 같다.

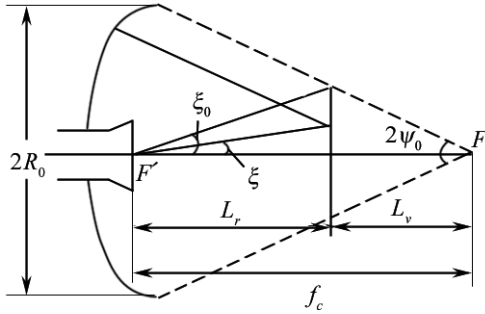
$$\varphi_B = \frac{2\pi}{\lambda}(F'A + AB) = \frac{2\pi}{\lambda}(FA + 2a + AB) = \frac{2\pi}{\lambda}(FB + 2a) \quad (4)$$

만일  $F$ 를 중심으로 하고  $FB$ 를 반경으로 하는 구면을 만들면  $A$ 점이 쌍곡선상의 한 점이므로  $F'$ 에서 출발한 구면파는 쌍곡선에서 반사된 다음에도 여전히 구면파이며 구중심은  $F$ 로 된다. 따라서 반사마당은  $F$ 위치에서 복사기로부터 발생한 직접파로 볼수 있다.

이 반사면의  $F$ 와 포물면안테나의 초점을 일치시키면  $F'$  위치에 놓인 원천과 쌍곡면으로 구성된 체계는 포물면안테나의 1차급전원천에 해당되며 포물면개구에 평면파가 형성된다.

이렇게 쌍반사면안테나로서 포물면이 기본반사면이고 쌍곡면은 보조반사면인 안테나를 카세그레인안테나라고 한다.

카세그레인안테나의 기하학적관계는 그림 2와 같다.



쌍곡면의 직경  $d$ 가 주어지면 다른 정수들은 구할수 있다.

$$\cot \psi_0 + \cot \xi_0 = \frac{2f_c}{d} \quad (5)$$

$$1 - \frac{\sin\left(\frac{\psi_0 - \xi_0}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_0 + \xi_0}{2}\right)} = \frac{2L_v}{f_0} = 1 - \frac{1}{e} \quad (6)$$

그림 2. 카세그레인안테나의 기하학적관계

$R_0$ 은 포물면의 반경,  $f_c$ 는 포물면초점거리,

$\xi_0$ 은 쌍곡면의 반벌림각,  $\psi_0$ 은 허초점에서

1차반사체의 개구를 바라보는 반각,

$L_v$ 는 쌍곡면정점에서 포물면초점까지의 거리

식 (6)에서 리심률  $e$ 는 다음의 식으로 계산 된다.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sin\left(\frac{\psi_0 + \xi_0}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_0 - \xi_0}{2}\right)} \quad (7)$$

이때 확대결수  $M$ 은 다음과 같이 결정된다.

$$M = \frac{L_r}{L_v} = \frac{e+1}{e-1} = \frac{\tan \frac{\psi_0}{2}}{\tan \frac{\xi_0}{2}} \quad (8)$$

## 2. 카세그레인안테나의 개구마당분포와 지향선도

우리는 등가포물면의 개념을 도입하여 카세그레인안테나를 보통 포물면으로 등가시키고 등가포물면의 개구마당복사특성을 리용하여 카세그레인안테나의 복사특성을 평가하였다.

카세그레인안테나의 등가포물면은 그림 3과 같다.

그림 3으로부터 다음식을 구할수 있다.

$$\rho \sin \psi = \rho_e \sin \xi \quad (9)$$

$$\rho_e = \rho \frac{\sin \psi}{\sin \xi} \quad (10)$$

한편 포물선의 극자리표방정식은 다음과 같다.

$$\rho = f \sec^2 \frac{\psi}{2} \quad (11)$$

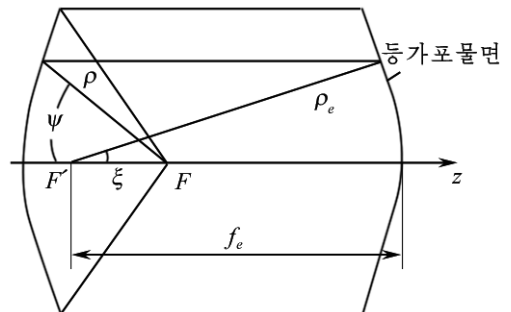


그림 3. 카세그레인안테나의 등가포물면

식 (11)로부터 다음의 식을 구할수 있다.

$$\rho_e = \frac{f \sec^2 \frac{\psi}{2} \sin \psi}{\sin \xi} = 2f \frac{\tan \frac{\psi}{2}}{\sin \xi} = Mf \sec^2 \frac{\xi}{2} = f_e \sec^2 \frac{\xi}{2} \quad (12)$$

이것은 초점거리가  $f_e = Mf$  인 포물선극자리표방정식이다.

따라서 등가포물면의 초점거리는 실제포물면의 초점거리에 비하여  $M$ 배 증가하였다.

이와 같이 카세그레인안테나의 개구마당은 원형동위상개구마당으로 증가시킬수 있으며 잘 알려진 원형동위상개구의 복사특성을 리용하여 그 복사특성을 근사시킬수 있다.

개구마당분포는 원대칭형식으로 다음과 같이 표시할수 있다.

$$E_{sy} = E_0 \times \left[ 1 - \left( \frac{2\rho}{L} \right)^2 \right]^p, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

여기서  $p$ 는 개구마당세기분포를 특징짓는 제곱지수이다.

이로부터 지향선도는 다음과 같다.

$$F(u) = \Lambda_{p+1}(u) = \frac{2^{p+1}(p+1)!J_{p+1}(u)}{u^{p+1}} \quad (14)$$

여기서  $u = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta$ ,  $J_p(u)$ 는 베셀함수,  $\Lambda_p(u)$ 는 원기둥함수이다.

개구마당진폭분포함수그라프와 그것에 대응하는 지향선도는 그림 4, 5와 같다.

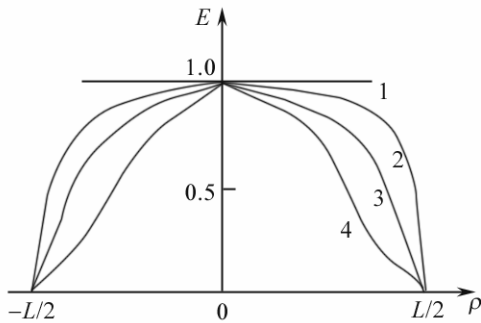


그림 4. 개구마당진폭분포함수그라프

1-4는  $p=0-3$ 인 경우

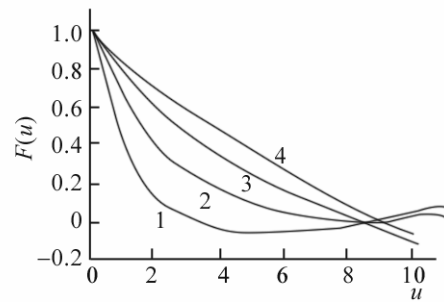


그림 5. 개구마당진폭분포함수에

대응하는 지향선도

1-4는  $p=0-3$ 인 경우

우리는 무한히 먼 곳으로부터 오는 파가 안테나개구위치에 도달할 때 등진폭들의 위상이 평면파를 이룬다는것을 고려하여  $p=0$  즉 원형개구의 고르로운 마당인 경우를 라지오망원경으로서의 카세그레인안테나의 지향선도로 선택한다.

이때 선도폭은 다음식과 같으며 부엽준위는  $-17.6\text{dB}$ 이다.

$$2\theta_{0.5} = 1.02 \frac{\lambda}{L} \quad (15)$$

다음으로 카세그레인안테나의 개구차폐를 최소로 하기 위한 문제를 고찰하자. 안테나의 개구차폐는 포물면안테나의 개구차폐와 다르다.

안테나의 차폐를 발생시키는데는 두가지 요소가 있다. 하나는 부반사면의 포물면반사체에 대한 차폐이며 다른 하나는 급전원천의 부반사면반사파에 대한 차폐이다.

급전원천개구의 직경을  $d_f$ , 최소차폐를 보장하는 부반사면직경을  $d_{\min}$  이라고 하면 다음의 관계를 이끌어낼수 있다.

$$\frac{f_c}{f} \approx \frac{d_f}{d_{\min}}, \quad d_{\min} = d_f \frac{f}{f_c} \quad (16)$$

식 (5)로부터

$$f_c = \frac{d_{\min}}{2} (\cot \xi_0 + \cot \psi_0). \quad (17)$$

보통  $\xi_0 \ll \psi_0$  이므로  $f_c \approx d_{\min} / (2\xi_0)$  이며 이것을 식 (16)에 대입하면 다음식이 얻어진다.

$$d_{\min} \approx \sqrt{2\xi_0 d_f f} \quad (18)$$

여기서  $2\xi_0$  은 급전원천의 부반사면에 대한 벌림각이다.

이 각도는 급전원천지향선도의  $-10\text{dB}$  폭으로서 다음과 같이 구한다.

$$2\xi_0 = \frac{K\lambda}{d_f} \quad (19)$$

여기서  $K \approx 2.8$  이다. 따라서  $d_{\min}$  은 다음과 같이 구할수 있다.

$$d_{\min} = \sqrt{K\lambda f} \quad (20)$$

이것을 최소차폐조건으로 정의한다.

식 (20)으로 표시되는 최소차폐조건을 카세그레인안테나의 설계와 제작에 리용한 결과 선행연구[1]의 결과와 잘 일치하였다.

이 요구조건을 만족시키는 카세그레인안테나는 천체의 복사를 충분히 받아들일수 있다.

## 맺는 말

카세그레인안테나에 대한 해석적연구를 통하여 카세그레인안테나의 개구마당을 원형동위상개구마당으로 등가시켜 안테나의 복사특성과 개구차폐최소조건식을 유도하였다.

## 참고 문헌

- [1] T. L. Wilson; Tools of Radio Astronomy, Springer, 33~38, 126~130, 409~412, 2009.
- [2] D. F. Miller; Basics of Radio Astronomy for the Goldstone Apple Valley Radio Telescope, JPL, 21~25, 88~92, 2011.

## **Analytic Study of Cassegrain Antenna**

*Kim Jin Guk, Pak Kyong Il*

Through the analytical study on the cassegrain antenna, we consider it as an ordinary paraboloid and study the radiation characteristics of the cassegrain antenna using the opening field of the equivalent paraboloid.

Key words: cassegrain antenna, equivalent paraboloid