

## 전류밀도분포를 고려한 구형또까마크플라즈마의 수직불안정성성장률평가

윤정혁, 리승길, 원상진

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《수력을 위주로 하면서 화력에 의한 전력생산을 합리적으로 배합하고 원자력발전의 비중을 높이며 다양한 자연에너지원천을 적극 리용하여 국가적인 에너지수요를 자체로 충족시켜야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 47페이지)

최근 자기마당에 의한 핵융합플라즈마의 가두기연구에서 평형과 안정성, 낮은 제작원가, 좋은 베타특성으로 하여 저모습비토라스장치(Spherical Tokamak, Compact Torus 등)들이 주목을 끌고있다.

저모습비또까마크에서 플라즈마의 불안정성을 평가하고 안정화하기 위한 대책을 세우는것은 장치의 설계제작과 운영에서 매우 중요한 문제로 제기된다.

선행연구들에서는 또까마크플라즈마에서 전류가 플라즈마중심에 집중된 도선모형을 가정하여 수직불안정성을 해석하고 그 성장률을 평가하였다.[1]

우리는 구형또까마크플라즈마에서의 전류밀도분포를 고려하여 수직불안정성을 해석하고 폴로이달마당권선전류와 여러가지 특성량의 변화에 따르는 수직불안정성성장률을 고찰하였다.

### 1. 구형또까마크플라즈마의 수직불안정성성장률평가방법

수직불안정성의 성장률평가에 리용한  $R_0=0.8m$ ,  $A=1.25$ 인 구형또까마크장치의 자름면도는 그림 1과 같다. 여기서 OH는 플라즈마가열 및 전류구동을 위한 옴가열권선, PF1은 방전개시 및 완료를 위한 권선, PF2는 다이버터배위형성을 위한 권선, PF5는 수직평형자기마당보장을 위한 권선, PF3과 PF4는 연장도와 삼각도조종을 위한 권선이며 그것들은 진공용기둘레에 상하대칭으로 배치되어있다.

폴로이달마당권선 PF2에 의해 플라즈마의 수직연장이 진행되며 이 권선은 플라즈마의 수직불안정성에 가장 큰 영향을 미치게 된다.

그러므로 나머지 기타 폴로이달마당권선들이 수직불안정성에 미치는 영향을 무시하고 PF2권선의 영향만을 고려하여 불안정성의 성장률을 평가하였다.

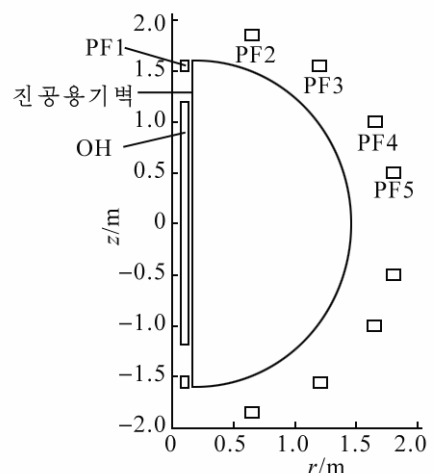
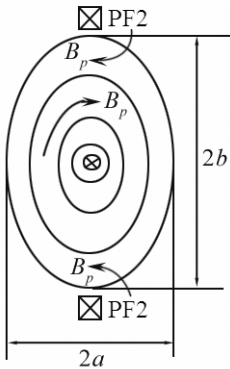


그림 1.  $R_0=0.8m$ ,  $A=1.25$ 인 구형  
또까마크장치의 자름면도

이 권선들에 같은 방향의 전류가 흐르면 플라즈마는 권선쪽으로 당겨지면서 매개 권선들은 플라즈마에 힘을 준다.(그림 2) 이때 이 힘이 서로 평형을 이루면 플라즈마는 안정하게 되지만 그렇지 못하면 힘이 센 권선쪽에서의 수직불안정성이 성장하면서 파괴된다.[2]



PF2:폴로이달마당권선

그림 2. 2개의 마당권선들을 리용한 플라즈마의 수직연장

권선이 만드는 자기마당과 플라즈마전류에 의하여 형성되는 자기마당사이의 호상작용을 평가하여 플라즈마에 미치는 힘을 계산할 수 있다.[3] 폴로이달자기마당은 막스웰방정식으로부터 얻을 수 있다.

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1)$$

권선이 원형이므로 이 경우에 풀이는 힘들다. 그러나  $b \ll R$  일 때 즉 권선으로부터 플라즈마의 중심까지의 거리가 또까마크의 곡률반경보다 훨씬 작다고 가정하면 권선의 구부러짐을 무시하고 폴로이달자기마당을 계산할 수 있다.

$$2\pi d B_{A1} = \mu_0 I_{A1} \rightarrow B_{A1} = \frac{\mu_0 I_{A1}}{2\pi d} \quad (2)$$

여기서  $d$ 는 자력선으로부터 권선까지의 거리이고  $I_{A1}$ 은 권선으로 흐르는 전체 전류이다.

플라즈마에 미치는 힘밀도는 로렌츠 힘

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (3)$$

로 주어진다.

플라즈마에 미치는 전체 힘은 체적에 관한 적분으로 계산된다.

$$\mathbf{F}_T = \int (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) d^3V = -2\pi R \int J B_{A1} e_z d^2A \quad (4)$$

선행연구에서는 위의 적분을 계산할 때 플라즈마전류가 모두 플라즈마중심에 집중되어 있다고 가정하였다. 이것은 물론 사실과 맞지 않지만 해석적으로 다루기 쉬운 모형을 주며 그 계산결과는 다음과 같다.[1]

$$\mathbf{F}_T = -\frac{\mu_0 R I_{A1} I_p}{b} \mathbf{e}_z \quad (5)$$

본문에서는 삼각도와 연장도에 의해 결정되는 다음과 같은 식으로 표현되는 플라즈마자름면을 리용하였다.[4]

$$\begin{cases} r = R_p + a \cos(\theta + \delta \sin \theta) \\ z = \kappa a \sin \theta \end{cases} \quad (6)$$

여기서  $R_p$ 는 플라즈마주반경,  $a$ 는 플라즈마부반경,  $\kappa$ 는 연장도,  $\delta$ 는 삼각도로서 그 의미는 그림 3과 같다.

그리고 플라즈마자름면의 전류밀도분포를 다음과 같은 타원자름면포물선형 전류밀도분포로 사용하였다.[4]

$$j_\phi^{(0)} = j_0^{(0)} \left[ 1 - \frac{(r - R_0)^2}{a^2} - \frac{z^2}{a^2 \kappa^2} \right]^\nu \quad (7)$$

여기서  $\nu$ 는 플라즈마전류밀도프로필지수도이다.

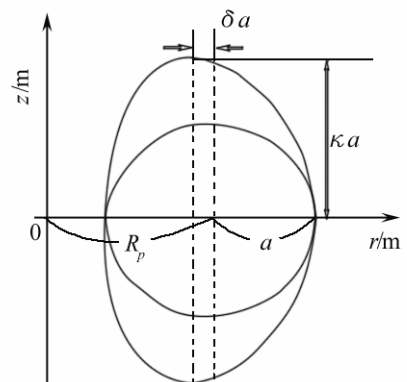


그림 3. 플라즈마자름면형태 파라메터들의 의미

이와 같은 조건에서 적분을 진행하여 플라즈마에 작용하는 힘을 계산할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_T &= -2\pi R \int JB_{A1} d^2 A \mathbf{e}_z \\ d^2 A &= dr dz \\ j_\phi^{(0)} &= j_0^{(0)} \left[ 1 - \frac{(r-R_0)^2}{a^2} - \frac{z^2}{a^2 \kappa^2} \right]^v \\ B_{A1} &= \frac{\mu_0 I_{A1}}{2\pi d} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

이로부터 힘에 대한 적분의 계산결과가 다음과 같이 표시된다고 볼 수 있다.

$$\mathbf{F}_T = -\frac{\mu_0 R I_{A1}}{b} C \mathbf{e}_z \left( C = \int J d^2 A \right) \quad (9)$$

이제 플라즈마에 작은 수직변위가 작용할 때 그것의 수직불안정성성장률을 평가하기 위하여 작은 변위  $\Delta b$ 만큼 웃쪽으로 변위된 플라즈마에 작용하는 힘을 계산해보면

$$\mathbf{F}_T = \mu_0 R I_{A1} C \left( \frac{1}{b-\Delta b} - \frac{1}{b+\Delta b} \right) \mathbf{e}_z \left( C = \int J d^2 A \right) \quad (10)$$

와 같이 표시된다.

변위가 매우 작다고 가정하고 테일러전개식

$$\frac{1}{b+x} = \frac{1}{b} \frac{1}{1+x/b} \approx \frac{1}{b} \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \quad (11)$$

를 리용하면 플라즈마에 작용하는 힘은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{F}_T = \frac{2\mu_0 R I_{A1} C}{b^2} \Delta b \mathbf{e}_z \quad (12)$$

플라즈마의 웃쪽으로는 변위는 플라즈마를 아래쪽으로 당기는 아래쪽 권선에 의한 폴로이달마당이 더 약해지게 한다. 한편 플라즈마를 웃쪽으로 당기는 웃쪽 권선에 의한 폴로이달마당은 더 강해진다. 정의  $z$  축방향으로 힘이 발생하며 플라즈마는 웃쪽으로 가속된다. 이것은 수직불안정성이 존재한다는것을 보여준다. 수직위치에서의 어떤 작은 섭동은 플라즈마의 빠른 가속을 일으킬것이며 그로 하여 플라즈마는 벽쪽으로 손실된다.[3, 5]

플라즈마의 전체 질량을  $M$  으로 가정하면 불안정성의 성장률을 계산할 수 있다. 그러면 수직변위에 대한 방정식은

$$M \frac{d^2 \Delta b}{dt^2} = \frac{2\mu_0 R I_{A1} C}{b^2} \Delta b \quad (13)$$

로 된다. 풀이를 가정

$$\Delta b = D \exp(\gamma t) \quad (14)$$

를 리용하여 얻을 수 있는데 이것을 대입하면 불안정성의 성장률은 다음과 같이 얻어진다.

$$\gamma = \sqrt{\frac{2\mu_0 R I_{A1} C}{b^2}} \left( C = \int J d^2 A \right) \quad (15)$$

우리는 이와 같은 구형또까마크플라즈마의 수직불안정성에 대한 해석을 통하여 폴로이달마당권선전류를 변화시킬 때 얻어지는 연장도와 삼각도의 변화에 따르는 수직불안정성성장률을 평가하였다.

## 2. 구형또까마크의 수직불안정성성장률변화특성

앞에서 얻은 계산모형에 근거하여  $R_0=0.8\text{m}$ ,  $A=1.25$  인 구형또까마크플라즈마에서 폴로이달마당권선전류의 변화에 따르는 수직불안정성성장률변화는 그림 4와 같다.

그림 4에서 보는바와 같이 폴로이달마당권선전류가 일정한 값까지 증가할 때 수직불안정성의 성장률은 증가하다가 감소하는데 이것은 폴로이달마당권선전류에 따라 플라즈마의 자기면의 모양을 결정하는 삼각도와 연장도가 달라지기때문이다.

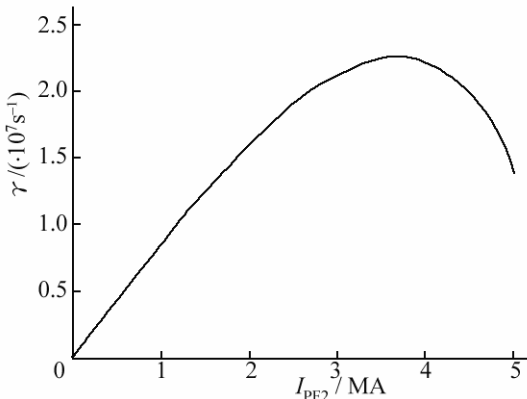


그림 4. 폴로이달마당권선전류의 변화에 따르는 수직불안정성성장률변화

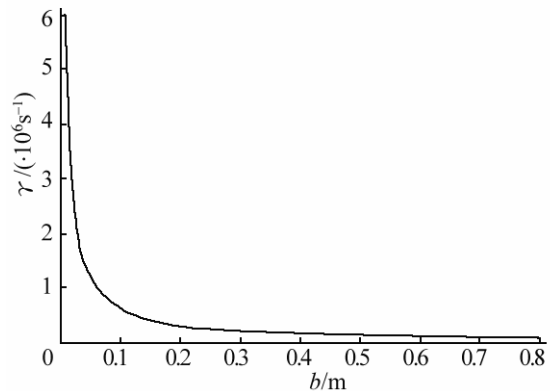


그림 5. 플라즈마중심으로부터 폴로이달마당권선까지의 거리의 변화에 따르는 수직불안정성성장률변화

한편 플라즈마중심으로부터 폴로이달마당권선까지의 거리의 변화에 따르는 수직불안정성성장률변화는 그림 5와 같다.

그림 5에서 보는바와 같이 플라즈마중심으로부터 멀어질수록 수직불안정성의 성장률은 작아지고 플라즈마는 안정해지게 된다.

그것은 플라즈마중심과 폴로이달마당권선사이에 일정한 거리가 보장되어야 안정한 플라즈마가 얻어지고 또 그것이 유지될수 있기때문이다.

론문에서 평가된 수직불안정성의 성장률크기는  $10^6 \text{s}^{-1}$  정도로서 선행연구들에서 밝혀진 결과와 비교적 잘 일치한다.[1]

이러한 수직불안정성을 억제하고 장치의 안전한 운영을 보장하기 위해서는 반결합안정화체계를 구성하여야 할 필요가 있다.

## 맺 는 말

론문에서는  $R_0=0.8\text{m}$ ,  $A=1.25$  인 구형또까마크플라즈마에서 전류분포를 고려한 수직불안정성의 성장률을 평가하고 폴로이달마당권선전류와 플라즈마중심으로부터 폴로이달마당권선(PF2)까지의 거리에 따르는 수직불안정성성장률이  $10^6 \text{s}^{-1}$  정도라는것을 밝혔다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. P. Freidberg; Plasma Physics and Fusion Energy, Cambridge University Press, 399~405, 411~422, 2007.
- [2] F. G. Rimini; Fusion Engineering and Design, **53**, 2, 2011.
- [3] Raffaele Albanese et al.; IEEE Transactions on Magnetics, **44**, 6, 1, 2008.
- [4] S. Ri et al.; Radiation Effects & Defects in Solids, <http://dx.doi.org/10.1080/10420150.2016.1235576>, 2016.
- [5] J. H. Zhang et al.; Fusion Engineering and Design, **39**, 109, 1998.

주체106(2017)년 4월 5일 원고접수

### **Vertical Instability Growth Rate Estimation of ST Plasma considering Current Density Distribution**

*Yun Jong Hyok, Ri Sung Gil and Won Sang Jin*

We estimated the vertical instability growth rate considering current density distribution in ST plasma with  $R_0 = 0.8\text{m}$ ,  $A = 1.25$ .

In the first part, we described the general estimation method about vertical instability.

And in the second part, we estimated the change feature of the vertical instability growth rate about several parameters in ST plasma with  $R_0 = 0.8\text{m}$ ,  $A = 1.25$ .

Key words: plasma, tokamak, ST(spherical tokamak), vertical instability