

2차원맥상체의 자기이상과 자연전위 이상의 결합역문제풀이

리일경, 김인찬

선행연구[3]에서는 자기이상과 자연전위이상사이의 관계를 이론적으로만 고찰하고 결합역문제풀이방법을 제기하지 못하였다.

본문에서는 2차원맥상체의 자연전위이상과 자기이상의 결합해석방법을 새롭게 제기하고 모형계산실험을 통하여 그 특성을 분석하였다.

1. 2차원맥상체의 자기이상과 자연전위이상의 결합역문제풀이방법

1개의 이상체가 자성과 자연전위를 동시에 가지는 경우 자성체로서는 m_t 개의 파라미터에 의하여, 자연전위분극체로서는 m_s 개의 파라미터에 의하여 결정되는데 그가운데서 m_r 개의 파라미터가 중복된다고 하자.

자성체의 파라미터를 $\mathbf{P}^{(t)} = \{P_1^{(t)}, P_2^{(t)}, \dots, P_{m_t}^{(t)}, 0, \dots, 0\}$ 로, 자연전위분극체의 파라미터를 $\mathbf{P}^{(s)} = \{0, \dots, 0, P_1^{(s)}, P_2^{(s)}, \dots, P_{m_s}^{(s)}\}$ 로 표시하면 자성 및 자연전위분극체의 파라미터는 $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(t)} \cup \mathbf{P}^{(s)} = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ 로 표시할수 있다. 즉

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(t)} &= \{P_1^{(t)}, P_2^{(t)}, \dots, P_{m_0+1}^{(t)}, \dots, P_{m_t}^{(t)}, 0, \dots, 0\} \\ + \mathbf{P}^{(s)} &= \{0, \dots, 0, \dots, 0, P_1^{(s)}, P_2^{(s)}, \dots, P_{m_e}^{(s)}, \dots, P_{m_s}^{(s)}\} \\ \hline \mathbf{P} &= \{P_1, P_2, \dots, P_{m_0+1}, \dots, P_{m_e}, \dots, P_m\} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $m = m_t + m_s - m_r$ 는 자성 및 자연전위분극체의 파라미터수, m_0 은 자연전위분극체파라미터에서 령원소의 수, m_e 는 자성체의 파라미터의 수로서 $m_r = m_e - m_0$ 의 관계가 성립한다.

자기이상 $\Delta T_{\text{측}}$ 과 자연전위이상 $U_{\text{측}}$ 으로부터 자성 및 자연분극체의 파라미터 \mathbf{P} 는 다음의 목적함수를 최소화시키는 방법으로 결정할수 있다.

$$\Phi(\mathbf{P}) = \|\mathbf{W}^{(s)}[U_{\text{측}} - U(\mathbf{P})]\|^2 + \|\mathbf{W}^{(t)}[\Delta T_{\text{측}} - \Delta T(\mathbf{P})]\|^2 + \alpha \|\mathbf{W}^{(P)}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0)\|^2 \quad (2)$$

여기서 $U(\mathbf{P})$ 와 $\Delta T(\mathbf{P})$ 는 각각 모형파라미터에 대응하는 이론자연전위이상과 자기이상, $\mathbf{W}^{(s)}$ 와 $\mathbf{W}^{(t)}$ 는 각각 $\mathbf{W}_{jj}^{(s)} = C^{(s)} / U_{\text{측}}$, $\mathbf{W}_{ii}^{(t)} = C^{(t)} / \Delta T_{\text{측}}$ 으로 주어지는 자연전위 및 자기이상무계행렬, $C^{(t)}$ 와 $C^{(s)}$ 는 각각 자기이상과 자연전위측정값의 공분산행렬로서 모르는 경우에는 1로 취한다.

이상체의 자연전위마당과 자기이상식들을 초기근사벡터 \mathbf{P}_0 근방에서 선형화하고

목적함수 $\Phi(\mathbf{P})$ 를 \mathbf{P} 에 관하여 최소화하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$[\mathbf{A}_k^T \mathbf{W}^{(s)T} \mathbf{W}^{(s)} \mathbf{A}_k + \mathbf{B}_k^T \mathbf{W}^{(t)T} \mathbf{W}^{(t)} \mathbf{B}_k + \alpha_k \mathbf{I}] \Delta \mathbf{P}_k = \mathbf{A}_k^T \mathbf{W}^{(s)T} \mathbf{W}^{(s)} \mathbf{d}_k^{(s)} + \mathbf{B}_k^T \mathbf{W}^{(t)T} \mathbf{W}^{(t)} \mathbf{d}_k^{(t)} \quad (3)$$

여기서 괄호안의 첨자 s 와 t 는 각각 자연전위이상과 자기이상을 표시한다. 그리고 k 는 반복회수, α 는 조절파라미터, $\Delta \mathbf{P}_k$ 는 파라미터수정벡토르, \mathbf{I} 는 단위행렬, \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 는 자연전위이상과 자기이상의 감도행렬로서 그 원소들은 다음과 같다.

$$a_{ji} = \begin{cases} 0, & j = \overline{1, m_0} \\ \partial U_i(\mathbf{P}) / \partial P_j, & j = \overline{m_0 + 1, m} \end{cases} \quad (4)$$

$$b_{ji} = \begin{cases} \partial \Delta T_i(\mathbf{P}) / \partial P_j, & j = \overline{1, m_e} \\ 0, & j = \overline{m_e + 1, m} \end{cases} \quad (5)$$

식 (3)을 풀어 파라미터수정량 $\Delta \mathbf{P}_k$ 를 계산한 후 다음단계의 풀이는 다음식에 의하여 계산한다.

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P}_k \quad (6)$$

이 과정을 목적함수 $\Phi(\mathbf{P})$ 가 주어진 한계보다 작아질 때까지 반복한다.

그림과 같은 2차원맥상체우에서 자기이상 $\Delta T(x)$ 와 자연전위이상 $U(x)$ 는 각각 다음과 같이 표시된다.[1, 2]

$$\Delta T(x) = \frac{\mu_0 M_t \sin \alpha}{2\pi} \cdot \frac{\sin I}{\sin i_s} \left\{ \cos(\alpha - 2i_s) \ln \frac{r_B \cdot r_C}{r_A \cdot r_D} - \sin(\alpha - 2i_s) [\varphi_A - \varphi_B - \varphi_C + \varphi_D] \right\} \quad (7)$$

$$U(x) = M_s \{ (h + l \sin \alpha)(\varphi_C - \varphi_D) + (x - x_0 - l \cos \alpha - b) \cdot \ln r_C - (x - x_0 - l \cos \alpha + b) \cdot \ln r_D - h(\varphi_B - \varphi_A) - (x - x_0 - b) \ln r_B + (x - x_0 + b) \ln r_A \} \quad (8)$$

여기서 x 는 측정점의 수평자리표, M_s 는 자연전위분극체의 쌍극자모멘트, h 와 x_0 은 맥상체의 깊이와 수평위치, b 는 맥상체너비의 절반, α 는 맥상체의 경사각, μ_0 은 진공의 절대투자율, I 는 지자기마당의 북각, i_s 는 유효자화경사각, M_t 는 맥상자성체의 자기모멘트, r_A, r_B, r_C, r_D 는 각각 측정점 M 으로부터 점 A, B, C, D 까지의 거리, $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$ 는 각각 측정점 M 에서 내린 수직선과 점 A, B, C, D 를 보는 시야선사이의 각이다.

그러므로 다음과 같은 2차원맥상체의 파라미터를 결정하여야 한다.

$$\mathbf{P} = \{M_t, h, x_0, b, l, \alpha, M_s\}$$

2. 결합역문제풀이의 특성

우리는 모형계산실험을 통하여 제기한 방법의 특성을 평가하였다.

모형계산실험에서는 측정점간격을 5m, 자연전위이상과 자기이상측정자료를 각각 30개씩 총 60개의 자료를 리용하였다. 그리고 야외측정환경을 재현하기 위하여 리론값에

5%의 우연오차를 추가하였으며 상대오차가 5%일 때 역문제풀이를 끝내었다.

결합역문제풀이와 자연전위이상, 자기이상에 대한 개별적인 역문제풀이를 진행한 결과는 표와 같다. 이때 결합역문제풀이와 개별적인 역문제풀이들에서 2차원맥상체의 파라미터들과 초기근사값들은 모두 같게 설정하였다.

표. 결합역문제풀이와 개별적인 이상들의 역문제풀이결과

파라미터	진값	초기근사	결합역문제풀이	자기이상 역문제풀이	자연전위이상 역문제풀이
$M_t / (\times 10^{-9} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1})$	5	10	5.1	-11.5(발산)	—
h/m	20	5	19.6	64.7(발산)	22.4
x_0/m	75	30	74.7	-148.9(발산)	75.9
$2b$	5	2	4.7	-9.7(발산)	3.0
$\alpha / (^\circ)$	30	10	31.8	-5(발산)	24.5
l/m	60	30	59.7	111.4(발산)	60.2
$M_s / (\times 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{m}^2)$	5	10	5.1	—	10.0
모형평균상대오차/%			2.7	(발산)	28.64

표에서 보는바와 같이 자기이상만을 리용한 역문제풀이에서는 정확한 모형파라미터를 구하지 못하고 발산하며 자연전위이상만을 리용한 역문제풀이에서는 28.64%의 모형평균상대오차로 모형파라미터를 결정하였다. 그러나 결합역문제풀이에 의하여서는 모형평균상대오차가 2.7%로서 비교적 정확히 모형파라미터를 결정할수 있다.

맺 는 말

2차원맥상체가 만드는 자기이상과 자연전위이상의 결합역문제풀이방법을 제기하고 모형계산실험을 통하여 방법의 특성을 평가하였다. 모형계산실험에 의하면 제기한 결합역문제풀이방법은 자연전위이상이나 자기이상만을 리용한 역문제풀이방법보다 수렴반경이 넓고 다가성이 훨씬 적다. 그러므로 이 방법을 적용하여 자기이상과 자연전위이상을 동시에 해석함으로써 이상체의 파라미터를 비교적 정확히 결정할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 신태경; 자력탐사학, 김일성종합대학출판사, 82, 주체95(2006).
- [2] 리일경; 전기탐사학, 김일성종합대학출판사, 201, 주체99(2010).
- [3] H. V. Ram Babu; Geophysics, 68, 1, 181, 2003.

주체103(2014)년 2월 5일 원고접수

Properties of Joint Inversion of Magnetic and Self-Spontaneous Anomalies over 2D Dike

Ri Il Gyong, Kim In Chan

We established the method of joint inversion of magnetic and self-spontaneous anomalies over 2D dike and estimated its properties. We have verified throughout model experiment that our joint inversion has wide radius of convergence and little polyvalence than individual inversions of magnetic anomaly or self-spontaneous anomaly. Our joint inversion can be effectively used in simultaneously interpreting magnetic and self-spontaneous anomalies measured over 2D dike and clarifying the parameters.

Key words: joint inversion, magnetic anomaly, self-spontaneous anomaly