김일성종합대학학보 주체108(2019)년
수 학 제65권 제2호

두변수에 관한 고계편도함수를 리용한 평면띠염동력학계의 쇠스랑분지형거동연구

김학성, 김상문

경애하는 최고령도자 **김정은**동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《수학, 물리학, 화학, 생물학과 같은 기초과학부문에서 과학기술발전의 원리적, 방법론적기초를 다져나가면서 세계적인 연구성과들을 내놓아야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 40페지)

선행연구[5, 6]에서는 1계 및 2계편도함수조건을 가지고 파라메터가 없는 련속동력학계에서 안정성교체분지형거동, 쇠스랑분지형거동이 일어나기 위한 충분조건과 더 나아가서 련속동력학계의 분지형거동에 대하여 위상동등성증명의 방법으로 종합적으로 연구하였다.

선행연구[1, 2]에서는 두변수에 관한 1계 및 2계편도함수조건을 리용하여 파라메터가 없는 련속동력학계의 분지형거동과 평면띠염동력학계의 분지형거동을 중립안정성을 판정하는 방법으로 연구하였다.

선행연구[3, 4]에서는 중립안정성을 판정하는 방법으로 한변수에 관한 고계편도함수조건을 리용하여 련속동력학계의 분지형거동과 두변수에 관한 고계편도함수조건을 리용하여 띠염동력학계의 분지형거동에 대하여 연구하였다.

론문에서는 선행연구[4]에서와는 다른 가정하에서 두변수에 관한 고계편도함수조건을 리용하여 중립안정성을 판정하는 방법으로 띠염동력학계의 쇠스랑분지형거동을 연구하였다.

기 본 결 과

중심다양체우로 제한한 띠염동력학계

$$x \mapsto f(x)$$

를 고찰한다. 여기서 $x=(y,\ z)\in \mathbf{R}^2,\ f\in C^2(\mathbf{R}^2,\ \mathbf{R}^2),\ f=(f_0^1,\ f_0^2)$이다. 즉

$$\begin{cases}(y,\ z)\mapsto f_0^1(y,\ z)=f^1(y,\ z)+y\\(y,\ z)\mapsto f_0^2(y,\ z)=f^2(y,\ z)+z\end{cases}$$

이다. 이제 f가 다음과 같이 표시되였다고 하자.

$$\begin{cases}f^1(y,\ z)=F^1(y,\ z)\cdot g(y,\ z)\\f^2(y,\ z)=F^2(y,\ z)\cdot g(y,\ z)\end{cases}$$

그리고 중립안정한 부동점은 안정한 부동점으로 된다고 하자.

보조정리[3] 함수 $g(y,\ z):\mathbf{R}^2\to\mathbf{R},\ g\in C^r(\mathbf{R}^2)\ (r\ge 2n>2m-1)$가 다음의 조건을 만

족시킨다고 하자.

① $g(0,\ 0)=0$

② $g_z(0,\ 0)=g_{z^2}(0,\ 0)=\cdots=g_{z^{2n-1}}(0,\ 0)=0$

③ $g_y(0,\ 0)=g_{y^2}(0,\ 0)=\cdots=g_{y^{2m-2}}(0,\ 0)=0$

④ $g_{z^{2n}}(0,\ 0)\cdot g_{y^{2m-1}}(0,\ 0)<0$

이때 정수 $\delta>0$, $\varepsilon>0$과 유일한 함수 $h:(-\varepsilon,\ \varepsilon)\to(-\delta,\ \delta)$가 있어서 다음의 사실이 성립한다.

① $g(h(z),\ z)=0$

② $h(0)=0$

③ $h'(0)=h''(0)=\cdots=h^{(2n-1)}(0)=0$

④ $h^{(2n)}(0)>0$

정리 함수 g가 보조정리의 조건을 만족시키고 F^l $(l=1, 2)$이 조건

① $F^l(y,\ 0)=0$ $(l=1,\ 2)$

② $F_z^l(0,\ 0)=F_{z^2}^l(0,\ 0)=\cdots=F_{z^{2n-1}}^l(0,\ 0)=0$ $(l=1,\ 2)$

③ $F_y^l(0,\ 0)=F_{y^2}^l(0,\ 0)=\cdots=F_{y^{2m-2}}^l(0,\ 0)=0$ $(l=1,\ 2)$

④ $F_{z^{2n}}^2(0,\ 0)\neq 0$

⑤ $F_z^2(y,\ 0)\neq 0$ $(y\neq 0)$

⑥ $F_y^1(y,\ 0)=0$

을 만족시키면 정수 $\delta>0$과 부동점곡선 $(y,\ 0)$, $(y(z),\ z)$, $z\in(-\delta,\ \delta)$가 존재하여 $\sigma:=\mathrm{sign}$ $[F_{z^{2n}}^2(0,\ 0)\cdot g_{y^{2m-1}}(0,\ 0)]$이 1일 때 부동점곡선 $z=0$우의 점들은 $y\in(-\varepsilon,\ 0)$에서 중립안정하고 $y\in(0,\ \varepsilon)$에서 불안정하며 부동점곡선 $y=y(z)$우의 점들은 중립안정하다. $\sigma=-1$일 때 안정성은 반대로 된다.

실례 넘기기

$$(y,\ z)\mapsto(y+y^3z^6+y^6z-z^{12}-y^3z^7,\ z+y^3z^6+y^6z+y^3z-y^3z^7-z^7-z^{12})$$

은 원점 $(0,\ 0)$근방에서 쇠스랑분지형거동을 한다.

$$F^1(y,\ z):=y^3z+z^6,\ F^2(y,\ z):=z+y^3z+z^6,\ g(y,\ z):=y^3-z^6$$

으로 놓으면 정리의 모든 조건들을 만족시키므로 $(0,\ 0)$근방에서 쇠스랑분지형거동을 한다.

구체적으로 보면

① $g(0,\ 0)=0$

② $g_z(0,\ 0)=g_{z^2}(0,\ 0)=\cdots=g_{z^5}(0,\ 0)=0$

③ $g_y(0,\ 0)=g_{y^2}(0,\ 0)=0$

④ $g_{z^6}(0,\ 0)\cdot g_{y^3}(0,\ 0)<0$

이고

① $F^l(y,\ 0)=0\ \ (l=1,\ 2)$

② $F_z^l(0,\ 0)=F_{z^2}^l(0,\ 0)=\cdots=F_{z^5}^l(0,\ 0)=0\ \ (l=1,\ 2)$

③ $F_y^l(0,\ 0)=F_{y^2}^l(0,\ 0)=0\ \ (l=1,\ 2)$

④ $F_{z^6}^2(0,\ 0)\neq 0$

⑤ $F_z^2(y,\ 0)\neq 0\ \ (y\neq 0)$

⑥ $F_y^1(y,\ 0)=0$

이므로 정리의 모든 조건들을 만족시킨다.

참 고 문 헌

[1] 김일성종합대학학보(자연과학), 60, 1, 18, 주체103(2014).
[2] 김일성종합대학학보(자연과학), 63, 2, 12, 주체106(2017).
[3] 김상문 등; 조선민주주의인민공화국 과학원통보, 6, 8, 주체 103(2014).
[4] 김상문 등; 조선민주주의인민공화국 과학원통보, 1, 6, 주체 107(2018).
[5] B Fiedler et a1.; ICM, 3, 305. 2002.
[6] S. Liebscher; Bifurcation without parameters, 27～48, Springer, 2015.

주체107(2018)년 12월 5일 원고접수

Behavior of the Pitch-Fork Bifurcation in Plane-Discrete Dynamical Systems using High Order Partial Derivatives with Respect to Two Variables

Kim Hak Song, Kim Sang Mun

We study behaviors of the pitch-fork bifurcation in plane-discrete dynamical systems using the conditions on high order partial derivatives with respect to two variables.

Key words: discrete dynamical system, partial derivative, pitch-fork bifurcation