

웨블레트로대함수를 리용한 GPR신호의 직접파분리방법

유진희, 홍원기

선행연구[3-5]에서는 고유값분할법을 리용하여 직접파제거를 위한 연구들을 진행하였다. 이 방법을 적용하는데서 문제로 되는것은 자료회선의 크기가 커짐에 따라 자료행렬의 크기가 커지기때문에 고유값을 찾기가 어렵게 된다는것이다.

우리는 보다 효과적인 웨블레트로대를 구성하고 그것에 기초한 웨블레트전개에 기초하여 자료의 높은 압축을 실현하고 고유값분할법을 적용하여 직접파를 제거하는 방법을 제안하였다.

1. GPR자료의 고유값분해

초음파탐지 혹은 전자기파탐지에서 얻어진 탐지신호자료가 A_{ij} 에 의하여 표시된다고 하자. 여기서 $i=1, 2, \dots, M$ 은 시간을 나타내는 첨수이고 $j=1, 2, \dots, N$ 은 수감부 혹은 안테나의 위치를 나타내는 첨수이며 $M > N$ 이라고 가정한다.

이때 A_{ij} 를 i, j 번째 원소로 하는 행렬을 $A(M \times N$ 행렬)라고 하고 이에 기초하여 다음의 $M \times M, N \times N$ 행렬들을 구성한다.

$$M = AA^T \quad (1)$$

$$N = A^T A \quad (2)$$

이 행렬들에 대한 고유방정식은 다음과 같다.

$$MU = U\lambda \quad (3)$$

$$NV = V\lambda' \quad (4)$$

여기서 행렬 N 의 i 번째 고유값을 σ_i^2 (대칭행렬의 고유값은 정의 실수값)이라고 하면

$$\lambda' = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_N^2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda' & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

이며 이때 행렬 λ', λ 는 각각 $N \times N, M \times M$ 형대각선행렬이다.

한편 행렬 A 는 다음과 같이 전개된다.

$$A = USV = \sum_{n=1}^N \sigma_n u_n v_n^T \quad (7)$$

여기서

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad u_n = \begin{pmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ \vdots \\ U_{nM} \end{pmatrix}, \quad v_n = \begin{pmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ \vdots \\ V_{nN} \end{pmatrix}$$

으로서 S 는 $M \times N$ 행렬이며 u_n, v_n 은 각각 고유벡터행렬 U, V 의 n 번째 렐벡토르(고유벡토르)이다.

이 전개를 리용하면 행렬 A 를 고유값의 크기에 따라 세 부분 즉 직접파신호, 유효신호, 잡음신호로 분해할수 있다.

$$A = \sum_{n=1}^{N_c} \sigma_n u_n v_n^T + \sum_{n=N_c+1}^{N_e} \sigma_n u_n v_n^T + \sum_{n=N_e+1}^N \sigma_n u_n v_n^T \quad (8)$$

여기서 N_c, N_e 는 직접파신호, 유효신호에 대응하는 고유값번호로서 일정한턱값에 기초하여 결정할수 있다.

2. 웨블레트전개에 기초한 고유값전개

실제의 지면레이다수신자료의 매 회선들의 시간표본길이(M)는 일반적으로 512이다. 그러므로 위에서 서술한 고유값전개법을 리용하자면 512×512 행렬의 고유값과 고유벡터를 찾아야 하는데 이것은 많은 시간이 요구되거나 고유값계산과정이 수렴하지 않는 현상들이 초래하게 된다.

한편 GPR자료의 회선자료들을 웨블레트전개하면 자료행렬 A 는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$A_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{M/2} d_{1,k}(n) \psi(2^{-1}i - k) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{M/4} d_{2,k}(n) \psi(2^{-2}i - k) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{M/4} s_{2,k}(n) \phi(2^{-2}i - k) \quad (9)$$

여기서 $\phi(x), \psi(x)$ 는 각각 다음과 같은 웨블레트토대함수, 척도함수로서 $0 < \varepsilon \leq \pi/3$ 인 실수 ε 에 대하여

$$\phi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{-\sin(\pi - \varepsilon)x + 2\sin \pi x - \sin(\pi + \varepsilon)x}{x^3 \varepsilon^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\psi(x) = 2\phi(2x - 1) - \phi\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad (11)$$

이다.

식 (9)에서 저주파분해부분만을 고찰하면 다음과 같다.

$$A_{in} \approx \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{M/4} s_{2,k}(n) \phi(2^{-2}i - k)$$

이때 전개결수들을 다음의 점화관계를 리용하여 계산한다.

$$s_{j+1, k} = \sum_n \bar{h}_{n-2k} s_{j, n}, \quad d_{j+1, k} = \sum_n \bar{g}_{n-2k} s_{j, n} \quad (12)$$

여기서 \bar{h}_{n-2k} 와 \bar{g}_{n-2k} 는 다음의 관계식에 의하여 결정되는 러파기결수들이다.

$$\phi(x) = 2 \sum_{k \in Z} h_k \phi(2x - k)$$

$$\psi(x) = 2 \sum_{k \in Z} g_k \phi(2x - k)$$

$$g_k = (-1)^{1-k} \bar{h}_{-k}$$

이제 $a_{2k}(n)$ 을 k, n 번째의 원소로 하는 행렬을 A' 라고 하고 이 행렬을 고유값분해하면 다음과 같다.

$$A' = \sum_{n=1}^{N_c} \sigma_n u_n v_n^T + \sum_{n=N_c+1}^{N_e} \sigma_n u_n v_n^T + \sum_{n=N_e+1}^k \sigma_n u_n v_n^T \quad (13)$$

그러면 직접파와 잡음이 제거된 전개결수행렬을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s_{2, k}^e(n) = \sigma_m u_m[k] v_m[n] \quad (14)$$

여기서 $u_m[k], v_m[n]$ 은 각각 고유벡터 u_m, v_m 의 k, n 번째 원소의 값이다.

한편 직접파와 잡음이 제거된 자료행렬은 다음과 같이 재구성한다.

$$s_{1, k}(n) = 2 \sum_{m \in Z} h_{k-2m} s_{2, m}^e(n) \quad (15)$$

$$A_{kn}^e = 2 \sum_{m \in Z} h_{k-2m} s_{1, m}^e(n) \quad (16)$$

3. GPR신호의 직접파분리

현재 직접파제거에서 많이 이용되는 방법은 평균값 혹은 최대확률값제거에 기초한 방법이다. 이 방법에 기초하면 신호회선들사이에 편이가 존재하는 경우 직접파가 외곡되는 현상이 나타난다.

여기서는 웨블레트전개와 최대확률값제거법을 결합하여 직접파를 분리하는 한가지 방법을 논의한다.

① GPR신호의 웨블레트전개결수들의 특성

초음파탐지 혹은 전자기파탐지에서 얻어진 탐지신호자료가 A_{ij} 로 표시된다고 하자. 여기서 $i=1, 2, \dots, M$ 은 시간을 나타내는 첨수이고 $j=1, 2, \dots, N$ 은 수감부 혹은 안테나의 위치를 나타내는 첨수로서 회선의 번호로 된다.

매 수신자료의 리산웨블레트전개는 다음과 같이 진행한다.

$$s_{0, j}(n) = A_{i, n}$$

$$s_{1, k}(n) = \sum_{m \in Z} \bar{h}_{m-2k} s_{0, m}(n), \quad d_{1, k}(n) = \sum_{m \in Z} \bar{g}_{m-2k} s_{0, m}(n)$$

$$\vdots$$

$$s_{j, k}(n) = \sum_{m \in Z} \bar{h}_{m-2k} s_{j-1, m}(n), \quad d_{j, k}(n) = \sum_{m \in Z} \bar{g}_{m-2k} s_{j-1, m}(n)$$

웨블레트전개결수들로부터 신호의 재구성은 다음과 같이 진행한다.

$$s_{j, k}(n) = 2 \sum_{m \in Z} h_{k-2m} s_{j+1, m} + 2 \sum_{m \in Z} g_{k-2m} d_{j+1, m} \quad (17)$$

여기서 결수들은 웨블레트러파기결수들이다.

식 (11)을 리용하여 웨블레트전개를 진행한 다음 1준위, 2준위 웨블레트전개결수들을 제거하여 재구성한다.

② 웨블레트전개에 기초한 직접파분리

직접파의 특징은 그 파가 개개의 수감부들에 수감되는 모든 신호들에 다 포함된다는 것이다. 토질과 성질이 다른 이상물체의 크기가 그리 크지 않은 경우 매 순간 매개 수감부들의 대부분에는 직접파가 수감되기때문에 매 시각들에서 직접파에 대응하는 값들이 가장 많이 분포된다고 가정할수 있다. 그러므로 어떤 시각 다시말하여 어떤 주어진 i 에 대하여 $s_{3, i}(n)$ 의 값분포도를 얻고 그것의 최대값에 대응하는 값을 직접파의 값으로 평가할수 있다.

웨블레트전개에 기초한 직접파분리알고리즘은 다음과 같다.

① 어떤 주어진 i 에 대하여 n 에 따라 $s_{3, i}(n)$ 의 최대값 s_{\max} 와 최소값 s_{\min} 을 결정하고 히스토그램에서 리용할 때 구간의 크기 Δs 를 다음과 같이 결정한다.

$$\Delta s = \frac{s_{\max} - s_{\min}}{N_d} \quad (18)$$

여기서 N_d 는 구간분할개수이다.

② n 을 1부터 N 까지 변화시키면서 $s_{3, i}(n)$ 이 놓이는 구간의 번호를 다음과 같이 결정한다.

$$m = \left\lceil \frac{s_{3, i}(n) - s_{\min}}{\Delta s} \right\rceil \quad (19)$$

여기서 $[x]$ 는 x 의 올림수부이다.

이렇게 결정된 번호에 대응하는 분포도값 $H[m]$ 을 하나 증가시킨다.

③ 구간분할크기의 영향을 감소시키기 위하여 다음의 공식으로 창무게중첩을 진행한다.

$$H_i^w[j] = c \sum_{k=1} W[j-k] H_i[k] \quad (20)$$

여기서 c 는 규격화상수이고 $W[j-k]$ 는 무게함수이다.

무게함수로는 균일창무게함수, 가우스창무게함수, 뿔꼴무게함수들을 리용할수 있다.

이렇게 얻어진 분포도의 최대값을 주는 신호값을 D_i 라고 하면 직접파의 제거는 다음의 식에 기초하여 진행할수 있다.

$$s_i(n) = s_{3, i}(n) - D_i \quad (21)$$

직접파가 제거된 신호를 다음과 같이 재구성한다.

$$s_{2, k}(n) = 2 \sum_{m \in Z} h_{k-2m} s_m(n)$$

$$s_{1, k}(n) = 2 \sum_{m \in Z} h_{k-2m} s_{2, m}(n)$$

$$A_{k, n}^e = s_{0, k}(n) = 2 \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{k-2m} s_{1, m}(n)$$

선행한 방법과 논문에서 제안한 방법에 기초하여 GPR탐지자료를 처리한 결과를 그림에 보여주었다.

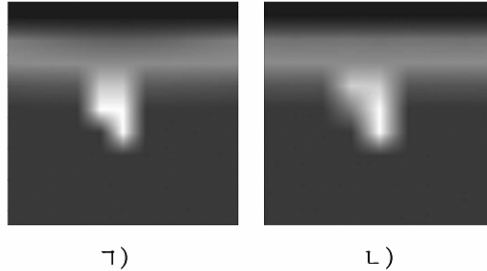


그림. 제안한 방법에 의한 직접파제거영상(ㄱ))과 선행방법[1, 2]에 의한 직접파제거영상(ㄴ))

그림에서 보는바와 같이 제안한 방법은 선행한 방법에 비하여 직접파가 효과적으로 제거된다. 그것은 직접파제거의 전처리공정에서 보다 효과적인 웨블레트토대에 의한 자료압축과 재구성을 실현함으로써 보다 높은 정확도의 근사를 실현한데 있다.

참 고 문 헌

- [1] M. Buursink et al.; Geophysical Journal International, 172, 1, 2011.
- [2] J. R. Ernst et al.; Geophysics, 75, 5, 53, 2013.
- [3] B. Giroux et al.; Computers & Geosciences, 37, 1080, 2012.
- [4] B. Giroux et al.; Computers & Geosciences, 39, 126, 2014.
- [5] E. Gloaguen et al.; Journal of Applied Geophysics, 62, 141, 2014.

주체108(2019)년 2월 5일 원고접수

A Method of the Direct Wave Cancellation of GPR Signal by Using Wavelet Basis Function

Yu Jin Hui, Hong Won Gi

We constructed an efficient wavelet basis and then we proposed the method of the direct wave cancellation of GPR signal by using wavelet basis function.

Key words: GPR(ground penetrating radar), wavelet transformation, wavelet basis function