

연속웨블레트변환과 부아닌최소2제곱방법의 결합에 의한 섬광 γ 스펙트르분석에서 기초행렬작성방법

심명진, 박재연

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《자연과학부문에서는 식량문제, 에너지문제를 비롯하여 인민경제발전과 국방력강화에서 절박하게 나서는 과학기술적문제들을 푸는데 적극 이바지하며 기초과학과 첨단과학기술부문에서 세계적인 경쟁력을 가진 연구성과들을 내놓아야 합니다.》

부아닌최소2제곱(Non-Negative Least Square : NNLS)방법은 스펙트르에서 봉우리의 특성을 정확히 반영하는것으로 하여 스펙트르분석에 널리 리용되고있다.[1]

연속웨블레트변환(Continuous Wavelet Transform : CWT)과 NNLS를 섬광 γ 스펙트르분석에 응용하기 위한 방법들이 제기되었지만[2] 이 공정에서 연속웨블레트변환결수로 이루어진 구체적인 기초행렬작성방법에 대하여서는 공개된것이 없다.

스펙트르분석 및 정량화에서 기초행렬을 정확히 작성하는것은 매우 중요하다.

본문에서는 웨블레트대역에서의 분해능함수를 작성한 기초우에서 기초행렬을 작성한 다음 측정스펙트르에 대한 분석을 진행하였다.

1. 웨블레트대역에서의 분해능함수작성방법

일반적으로 주어진 검출기에 대하여 분해능(%)은 고유한 상수로서 다음과 같이 정의된다.

$$\zeta = \frac{\Delta E_{\gamma}}{E_{\gamma}} \cdot 100 \quad (1)$$

여기서 $\Delta E_{\gamma} = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$ 이며 σ 는 빛전자봉우리의 표준편차이고 E_{γ} 는 γ 선의 에너지이다.

웨블레트변환의 척도대역에서 분해능을 결정하는 절차는 다음과 같다.

① 표준 γ 선원천들에 대하여 측정한 γ 선스펙트르에서 매 빛전자봉우리의 표준편차를 계산한다.

② 이 빛전자봉우리의 중심과 우에서 계산된 표준편차를 가지는 가우스형봉우리에 대하여 연속웨블레트변환을 실시하고 결수값들을 얻는다.

③ 이 결수들에서 최대값을 가지는 척도값에 대한 눈금새김을 진행하여 웨블레트척도대역에서의 분해능을 얻는다.

웨블레트척도대역에서의 분해능함수를 WRF(Wavelet Resolution Function)로 정의하자.

WRF는 통로 x 에서의 척도값을 가리키는 함수로서 기초행렬작성에서 중요한 역할을 한다.

2. 기초행렬작성방법

일반적으로 NNLS에서 리용되는 일반식은 다음과 같다.

$$Bk = S \quad (2)$$

여기서 B 는 $n \times n$ (n 은 통로의 개수이다.) 크기를 가지는 기초행렬이고 S 는 측정된 γ 선 스펙트르에 대한 연속웨블레트변환결수벡토르로서 크기가 $n \times 1$ 인 렐벡토르이며 k 는 크기가 $n \times 1$ 인 렐벡토르로서 결정하여야 할 량이다.

스펙트르분석의 경우에 k 의 령아닌 원소들의 첨수는 봉우리중심을 가리키며 그 값은 해당한 봉우리의 면적이다.

론문에서는 식 (2)에서의 기초행렬 B 를 다음과 같이 정의하였다.

$$B_{ij} = [CWT(G_j)]_i \quad (3)$$

여기서 G_j 는 면적이 1인 가우스형봉우리로서 그 중심은 통로번호 j 이고 표준편차는 그 통로번호에서의 분해능에 의하여 결정된다.

식 (3)에서 $CWT(G_j)$ 는 중심이 j 인 가우스봉우리를 연속웨블레트변환하여 얻은 결수들중에서 $WRF(j)$ 척도값에서의 변환결수들이다.

식 (2)에서 S 는 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$S = [CWT(x)] = a[CWT(G_j)]$$

여기서 x 는 측정스펙트르이고 a 는 봉우리면적이다.

기초행렬작성절차는 다음과 같다.

① 중심이 j ($j=1 \sim n$)이고 표준편차가 $\sigma(j)$ 인 면적이 1인 가우스형봉우리를 만든다.

② 이 봉우리에 대하여 연속웨블레트변환을 실시하고 $WRF(j)$ 척도값에 대응하는 CWT 결수벡토르를 얻어 기초행렬에 추가한다.

얻어진 기초행렬을 가지고 측정스펙트르의 면적을 계산한 결과를 분석하면 기초행렬의 정확성을 밝힐수 있다.

3. 실험결과 및 분석

실험에서는 NaI(40mm×40mm)섬광 γ 스펙트르분석기에 대하여 WRF 와 기초행렬을 작성하였다.

$WRF(x)$ 는 ^{60}Co 의 1.17MeV와 1.33MeV, ^{137}Cs 의 661.7keV 특성봉우리와 33keV 특성 X선에 대하여 웨블레트척도대역에서의 분해능함수작성절차대로 작성되었다. 그 결과는 다음과 같다.(그림 1)

$$WRF(x) = -1.619 \cdot 10^{-5} x^2 + 0.174x + 17.17 \quad (4)$$

여기서 $WRF(x)$ 는 척도값, x 는 통로번호이다.

그림 1에서 곡선웃구역은 실제적인 빛전자봉우리가 존재하는 구역이며 곡선아래구역은 봉우리가 존재하지 않는 구역이다.

기초행렬은 512개 통로에 대하여 512×512 의 크기를 가지는 행렬로 작성되었다.

얻어진 기초행렬에서 턱값을 10^{-5} 으로 정하고 이 턱값보다 작은 값들은 0으로 초기화하였다.

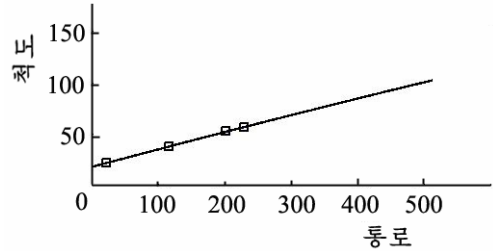


그림 1. WRF함수

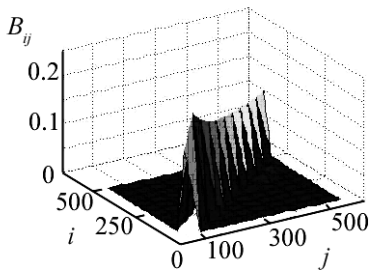


그림 2. 기초행렬

기초행렬은 대각선방향에서 극값들을 가지며 그 주변으로 가면서 0으로 수렴한다.(그림 2) 이 기초행렬을 부아닌 최소2제곱방법에 대입하여 ^{137}Cs γ 선원천에 대한 분석을 진행하고 Matlab에서 가우스봉우리맞추기와 비교하였다.

^{137}Cs 스펙트르는 116통로(661.7keV)에서 특성봉우리를 가진다. 이 스펙트르에 대하여 련속웨블레트변환을 실시하고 결수들을 얻은 다음 WRF척도값에 따르는 련속웨블레트변환결수값들을 찾아 식 (2)의 S 에 대입하여

k 를 구하였다. 그 결과를 표에 주었다.

표에서 ^{137}Cs 원천에서 나오는 661.7keV γ 선에 대한 분석결과를 Matlab에서의 봉우리맞추기와 비교하여 보여주었다.

분석결과 ^{137}Cs 특성봉우리위치를 얻어냈으며 5.59%의 상대편차로 면적을 얻었다.

표. ^{137}Cs 원천에 대한 분석결과

분석방법	위치/keV	면적(상대값)
봉우리맞추기	661	37 884
CWT+NNLS	661	39 998

맺는 말

련속웨블레트변환과 부아닌최소2제곱방법을 결합하여 섬광 γ 스펙트르를 분석하기 위한 웨블레트대역에서의 분해능함수와 기초행렬작성방법을 확립하였다.

NaI(40mm \times 40mm)섬광 γ 스펙트르분석기에서 기초행렬과 웨블레트대역에서의 분해능함수를 작성하여 실제 스펙트르에 대한 분석을 진행한 결과 우리가 작성한 기초행렬을 가지고 섬광 γ 스펙트르에 대한 분석을 진행할수 있다는것을 밝혔다.

참고 문헌

- [1] H. Zhu et al.; IEEE Transactions on Signal Processing, **59**, 5, 2002, 2011.
- [2] C. J. Sullivan et al.; Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, **579**, 1, 275, 2007.

A Method of Constructing Basis Matrix in Scintillation Gamma-Spectrum Analysis by Combination of CWT and NNLS Method

Sim Myong Jin, Pak Jae Yon

In this paper we proposed the method of constructing basis matrix in scintillation gamma-spectrum analysis by combination of CWT and NNLS method.

In analysis result we verified the analysis possibility for scintillation gamma-spectrum by the basis matrix we made.

Key words: basis matrix, non-negative least square method, continuous wavelet transformation