김일성종합대학학보 주체107(2018)년
정보과학 제64권 제2호

구-대조종체계의 적응절환면에 의한 미끄럼방식조종

김철진, 정진호

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《전자공학과 자동화공학을 발전시켜야 생산의 종합적기계화와 자동화를 실현할수 있습니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제11권 137～138페지)

미끄럼방식조종[1]은 빠른 대역수렴성, 차수감소, 외란에 대한 로바스트성, 모형화오차와 파라메터변동에 대한 저감도특성 등으로 하여 전기기계, 화학공정, 항공우주분야 등의 대상조종에 광범히 리용되고있다.

미끄럼방식조종에서 고려할 문제의 하나는 산란문제이다.

론문에서는 미끄럼방식조종에서 절환면의 적응적인 변화를 리용하여 산란을 억제하는 조종체계의 한가지 설계방법을 론의하고 구-대조종체계실험을 통하여 그 유효성을 확증하였다.

1. 적응절환면에 의한 가변구조조종

조종가능표준형식으로 표현된 1입력 n 차체계가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu,\ \ x \in R^n \tag{1}$$

그리고 체계 (1)에 대하여 초기절환초평면함수가

$$S = Cx = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n \tag{2}$$

으로 선정되였다고 하자. 이때 절환면을 적응적으로 변화시키는 미끄럼방식조종문제를 설정한다.

적응절환면의 곁수 $c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_{n-1}$ 들을 동시에 적응적으로 변화시킨다고 하면 그 해석과 설계가 복잡하므로 여기서는 초기설정된 $c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_{n-1}$ 에 기초하여 하나의 파라메터 g 를 적응파라메터로 선정한다.

그러면 식 (2)는

$$\begin{aligned} S^{(m)} &= C^{(m)}x = c_1g^{(m)}x_1 + c_2g^{(m)}x_2 + \cdots + c_{n-1}g^{(m)}x_{n-1} + x_n = \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_ig^{(m)}x_i + x_n \end{aligned} \tag{3}$$

으로 표현할수 있다.

절환면에서의 미끄럼방식의 존재를 담보하는 조종법칙은[1]

$$u = -\delta \frac{S^{(m)}}{|S^{(m)}| + \varepsilon} \tag{4}$$

으로 결정되며 근사적으로는

$$u = -KS = -\frac{\delta}{\varepsilon} S \tag{5}$$

로 표현된다.

이러한 해석에 기초하여 절환면의 적응적인 변화법칙은 절환함수와 련속적인 도함수들의 령공간에로의 도달조건으로부터 결정한다. 즉

$$S^{(m+1)} = C^{(m+1)} x = c_1 g^{(m+1)} x_1 + c_2 g^{(m+1)} x_2 + \cdots + c_{n-1} g^{(m+1)} x_{n-1} + x_n = 0 \tag{6}$$

한편

$$S^{(m)} = C^{(m)} \dot{x} = C^{(m)} F^{(m)} x = 0 \tag{7}$$

$$F^{(m)} = (A - KBC^{(m)}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 - Kc_1 g^{(m)} & -a_1 - Kc_2 g^{(m)} & -a_2 - Kc_3 g^{(m)} & \cdots & -K \end{bmatrix}$$

이며

$$C^{(m)} F^{(m)} = [-a_0 - Kc_1 g^{(m)},\ -a_1 - Kc_2 g^{(m)} + c_1 g^{(m)},\ \cdots,\ -K - a_{n-1} - c_{n-1} g^{(m)}]$$

으로 된다. 그러므로 식 (6)과 $S^{(m)} = G^{(m)} \dot{x} = G^{(m)} F^{(m)} x = 0$ 으로부터

$$\begin{aligned} &C^{(m+1)} = [c_1 g^{(m)} (1+\xi),\ c_2 g^{(m)} (1+\xi),\ \cdots,\ c_{n-1} g^{(m)} (1+\xi),\ 1], \\ &\xi = (c_{n-1} g^{(m)} - a_n) / K \end{aligned} \tag{8}$$

로 결정된다. 따라서 절환함수의 적응변화법칙은

$$g^{(m+1)} = g^{(m)} (1+\xi) \tag{9}$$

로 결정된다.

한편 절환면의 적응적인 변화는 새로운 절환면들이 안정한 범위내에서 진행되여야 한다. 그 변화범위는 발생되는 절환면을 따르는 리상적인 미끄럼운동에 대한 등가체계의 고유값에 의해 결정된다. 식 (7)에 의해 결정되는 절환초평면에 대한 등가체계행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \\ \dfrac{Kc_1 g^{(m)}}{K - c_{n-1} g^{(m)}} & \dfrac{Kc_2 g^{(m)} - c_1 g^{(m)}}{K - c_{n-1} g^{(m)}} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

이 등가체계가 안정하려면 마지막행의 원소들이 부이여야 하므로

$$K - c_{n-1} g^{(m)} > 0,\ \ Kc_{n-i+1} g^{(m)} - c_{n-i} g^{(m)} > 0 \tag{11}$$

이 만족되여야 한다. 이 조건으로부터

$$K > \max\left(\frac{c_{n-i}}{c_{n-i+1}} \right)$$

인 조건에서

$$g^{(m)} < \frac{K}{c_{n-1}} \tag{12}$$

가 만족되여야 한다. 한편 $\xi=(c_{n-1}g^{(m)}-a_n)/K>0$ 이 되도록

$$g^{(0)}<\frac{a_n}{c_{n-1}} \tag{13}$$

으로 설정한다면 절환면의 경사도가 단조증가하므로 과도과정이 개선된다.

2. 구-대체계의 안정화조종

구-대체계[2, 3]는 전형적인 비선형불안정기구로서 현대조종실험장치의 하나로 주목되고있으며 현대조종리론, 지능조종 등 각이한 조종수법들에 의한 안정화조종이 연구되고있다.

구-대체계는 그림 1과 같이 대와 그우에서 대를 따라 자유롭게 움직이는 구로 구성되여 있다.

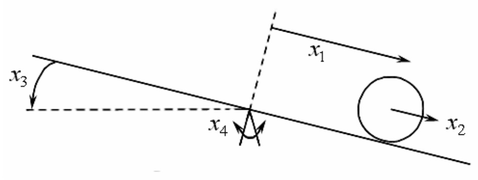

그림 1. 구-대체계

이러한 구-대체계의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=Bx_1x_4^2-BG\sin x_3\\ \dot{x}_3=x_4\\ \dot{x}_4=\dfrac{1}{Mx_1^2+J+J_B}(2Mx_1x_2x_4+MGx_1\cos x_3)+\dfrac{1}{Mx_1^2+J+J_B}u\end{cases} \tag{14}$$

여기서 $x=[x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4]=[r,\ \dot{r},\ \theta,\ \dot{\theta}]$, $B=M/(J_B/R^2+M)$ 이다.

얻어진 구-대체계의 비선형모형을 평형점 $(r=0,\ \ \theta=0)$ 에서 선형화하면

$$\dot{x}=Ax+Bu \tag{15}$$

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&-BG&0\\0&0&0&1\\-\dfrac{MG}{J_0}&0&0&0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\ \dfrac{1}{J_0}\end{bmatrix} \tag{16}$$

로 된다. 여기서 $J_0=J+J_B$ 이다.

구-대체계의 파라메터들은 표와 같다.

표. 구-대체계의 파라메터

구의 반경	$R=0.01\text{m}$
구의 질량	$M=0.32\text{kg}$
구의 관성모멘트	$J_B=0.062\text{kgm}^2$
대의 관성모멘트	$J=0.019\text{kgm}^2$

그리고 구-대체계의 선형상태방정식 (16)의 결수행렬들은 다음과 같다.

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&-6.18&0\\0&0&0&1\\-10.3&0&0&0\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\25.6\end{bmatrix}$$

설계된 조절기의 결수들과 파라메터값들은

$$c=[64\ \ 12\ \ 19\ \ 8],\ \ \varepsilon=0.1,\ \ \delta=5,\ \ g^{(0)}=0.5$$

와 같다.

이와 같은 조건밑에 적응절환면조종방법과 LQ조종방법으로 진행한 구－대체계의 대각도특성과 구의 위치특성실험결과는 그림 2, 3과 같다. LQ조종에서 반결합증폭결수는 $K=(-2.17,\ -2.77,\ 8.21,\ 1.9)$이다.

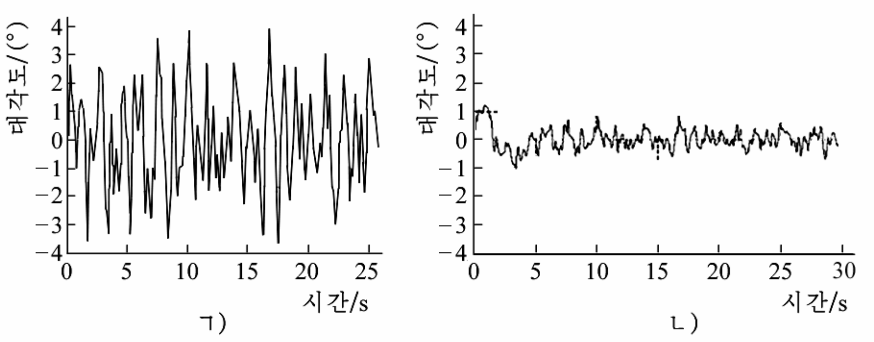

그림 2. 대의 각도조종특성(ㄱ) LQ방법, ㄴ) 적응절환방법)

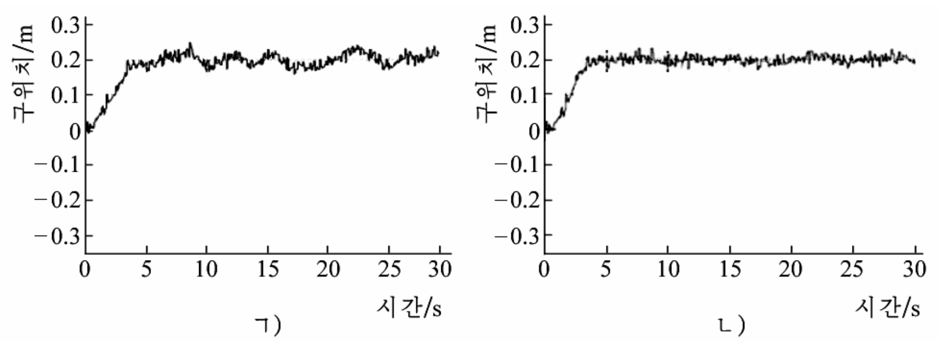

그림 3. 구의 위치조종특성(ㄱ) LQ방법, ㄴ) 적응절환방법)

그림 2, 3으로부터 적응절환면방식은 LQ조종에 비해 과도특성을 훨씬 개선한다는것을 알수 있다.

한편 과도특성개선정도를 평가하기 위해 평가지표로서

$$J=\int_0^{\infty}(\text{상태}-\text{상태목표값})^2\,dt$$

를 리용하면 $J_{\text{적}}=2.61,\ J_{\text{LQ}}=3.14$이다.

맺 는 말

절환면의 적응변화법칙과 절환면의 안정성을 고려한 설계파라메터들의 설정방법을 제기하고 구－대체계에 대하여 모의실험을 하였다.

모의결과는 적응절환면에 의한 가변구조조종이 산란을 억제하고 LQ조종방법보다 과도특성을 크게 개선한다는것을 보여주었다.

참 고 문 헌

[1] K. D. Young et al.; IEEE Transactions on Control Systems Technology, 7, 3, 328, 1999.
[2] Yeong-Hwa Chang et al.; Expert Systems with Applications, 39, 3624, 2012.
[3] R. M. Hirschorn; IEEE Transactions on Automatic Control, 47, 10, 1696, 2002.

주체107(2018)년 2월 5일 원고접수

SMC Using Adaptive Switching Plane for Ball-beam Control System

Kim Chol Jin, *Jong Jin Ho*

We considered a design method of sliding mode control using adaptive switching plane for linear systems and proposed the adaptive law of switching plane. The simulation results for ball-beam system shows this method avoids chattering and has a good characteristics as compared with LQ control.

Key words: ball-beam system, sliding mode, adaptive switching plane