

생산비최소화를 위한 생산요소들의 최량결합결정

김명철

증산하고 절약하는것은 생산과 건설에서 우리 당이 일관하게 견지하고있는 방침이다. 경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《인민경제 모든 부문, 모든 단위에서 자력갱생, 자급자족의 구호를 높이 들고 최대한 증산하고 절약하기 위한 투쟁을 힘있게 벌려 올해계획을 지표별로 완수하여야 합니다.》

인민경제 모든 부문, 모든 단위에서 최대한 증산하고 절약할데 대한 문제는 생산물에 대한 전사회적수요에 맞게 주어진 생산자원을 가지고 생산량을 최대로 늘이거나 국가로부터 받은 생산계획을 수행함에 있어서 생산자원을 최대한 절약하는 문제이다.

일정한 시기 기업체범위에서 최대한 증산하고 절약할데 대한 문제를 경제기술적으로 분석하면 생산량의 최대화 또는 생산비의 최소화를 위한 생산요소들의 최량결합문제에 귀착된다. 다시말하여 한편으로는 기업체가 주어진 자금으로 해당 생산물을 가장 많이 생산할수 있는 생산요소들의 최량결합을 결정하는 문제이며 다른 편으로는 국가로부터 받은 해당 생산물의 생산량계획을 가장 적은 생산비지출로 수행할수 있는 생산요소들의 합리적인 결합을 결정하는 문제이다.

생산량최대화를 위한 생산요소들의 최량결합결정원리와 생산비최소화를 위한 생산요소들의 최량결합결정원리는 서로 같으므로 본론문에서는 생산비최소화를 위한 생산요소들의 최량결합결정문제를 세 단계에 걸쳐 경제수학적방법으로 해명하였다.

첫째 단계는 어떤 생산물에 대한 생산량이 정량적으로 주어졌을 때 가장 일반적인 생산함수 $Q=f(L, K)$ 를 가지고 같은생산량곡선을 도출하는것이다.

생산과정은 노동력을 가진 사람이 노동수단을 가지고 노동대상에 작용하여 사람들의 생활에 필요한 물질적부를 창조하는 과정이다. 그러므로 생산을 진행하자면 생산의 세 요소인 노동력을 가진 사람, 노동수단, 노동대상이 반드시 필요하다.

생산요소들의 각이한 결합에 의하여 이루어지는 같은 생산적결과를 표시하는 곡면이 다름아닌 같은생산량곡면이다. 같은생산량곡면은 생산요소들의 각이한 결합을 나타내며 동시에 생산량의 크기가 같은 점들의 모임이다.

만일 해당 생산물의 생산에 참가하는 생산요소를 두개로 취했을 때 같은생산량곡면은 직각자리표계의 곡선인 같은생산량곡선으로 나타난다. 같은생산량곡선은 해당 생산물의 같은 생산량의 생산에 지출된 생산요소들의 다양한 결합점들을 연결한 곡선이다.

어떤 생산물을 생산함에 있어서 로력과 기계의 대체가 어느 정도 가능하다고 하자. 즉 기계대신 로력을 더 많이 받거나 로력대신 기계의 대수를 더 늘일수 있다고 가정하면 기업체가 로력을 많이 받고 기계대수를 줄이는 방식을 택할수도 있고 로력을 적게 받고 기계대수를 늘이는 방식을 택할수도 있다. 인민경제의 현대화, 정보화를 실현하여 현대과학기술에 기초한 고정재산을 갱신하고 확대하는 경우 로력을 줄이고 기계를 비롯한 고정재산을 늘이는 생산요소대체가 있게 된다. 따라서 어떤 생산물의 생산량 Q 만큼을 생산

하는데도 생산요소들의 다양한 결합이 있을수 있다.

그림-1은 해당 생산물의 생산량 Q 를 생산하게 하는 로력과 노동수단의 결합점들을 연결하여 같은생산량곡선을 도출하는 과정을 보이고있다.

만약 로력과 노동수단을 연속적으로 대체할수 있다면 이 결합점(실례로 (l_1, k_1) , $(l_2, k_2), \dots$)들을 연결하여 그림처럼 연속곡선을 그릴수 있다.

한편 생산량 Q 외에 다른 생산량을 생산할수 있는 요소결합들도 있을것이고 이 결합점들을 연결하면 또 다른 같은생산량곡선이 만들어지므로 같은생산량곡선의 경우 구체적인 생산량의 수자는 매우 중요하다.

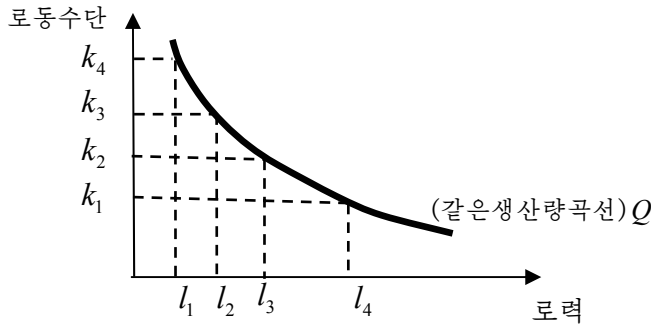


그림-1 같은생산량곡선 그리기

그림-1에서 보는바와 같이 같은생산량곡선은 원점에 대하여 볼록하고 오른쪽으로 가면서 감소하며 서로 다른 같은생산량곡선들은 사귀지 않는다. 또한 원점에서 멀리 있는 같은생산량곡선일수록 더 높은 생산량을 나타낸다.

같은생산량곡선에서 로력자원을 L , 노동수단을 K 로 표시하고 로력자원이 노동수단으로 대체되어간다면 두 생산요소사이의 대체율은 다음과 같다.

$$\text{생산요소대체율} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

생산요소대체율은 생산기술이 변하지 않는다고 할 때 주어진 생산량 Q 를 유지하며 로력 한 단위를 줄이기 위하여 필요한 노동수단을 얼마나 늘여야 하는가를 나타내며 이것은 같은생산량곡선에 대한 접선의 방향계수와 같다. 한편 생산요소대체율은 생산함수 $Q=f(L,K)$ 에서 생산량을 고정시키고 양변을 전미분함으로써 다음과 같이 표시할수 있다.

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL = 0 \Rightarrow -\frac{dK}{dL} = \frac{\partial Q / \partial L}{\partial Q / \partial K} = \frac{MQ_L}{MQ_K}$$

여기서 dK/dL 은 생산량이 주어진 경우 로력과 노동수단사이의 대체율을 미분개념으로 표시한것이다. 이로부터 같은생산량곡선의 한 점에서 그은 접선의 방향계수는 그 점에서의 생산요소대체율과 같으며 역시 두 생산요소의 미분생산량의 비율과도 같다는 결론을 얻을수 있다. 주어진 생산요소의 미분생산량은 다른 생산요소들의 지출을 일정하게 유지한 상태에서 해당 생산요소의 지출을 미세하게 변화시킬 때의 생산량의 변화분이다. 로력자원의 미분생산량(MQ_L)은 다른 생산요소(노동수단과 노동대상)의 지출을 일정하게 유지한 상태에서 로력자원의 지출을 미세하게 변화시킬 때의 생산량의 변화분으로서 총생산량을 로력자원으로 편미분한것이다. 같은 원리로 노동수단의 미분생산량(MQ_K)은 로력자원과 노동대상의 지출을 일정하게 유지한 상태에서 노동수단의 지출을 미세하게 변

화시킬 때의 생산량의 변화분으로서 총생산량을 노동수단으로 편미분한것이다.

$$MQ_L = \frac{dQ}{dL}, \quad MQ_K = \frac{dQ}{dK}$$

생산요소대체률 = $\left| \frac{dK}{dL} \right| = \frac{MQ_L}{MQ_K}$ = 같은생산량곡선에 대한 접선의 방향결수

둘째 단계는 어떤 생산물을 생산하는데 지출될 자금이 주어졌을 때 같은생산비선을 도출하는것이다.

생산비는 생산을 위한 지출의 화폐적표현이다. 사회주의기업체의 생산비는 기능상측면에서 서로 다른 두가지 부분으로 이루어지는데 그 하나는 소비된 생산수단의 가치(가치형태)이며 다른 하나는 노동력의 재생산을 위하여 필요한 생산물의 가치(가치형태)이다. 구체적으로 사회주의기업체에서 생산을 위한 자금지출에는 자기를 위한 노동지출의 보상과 관련된 비용인 로력비와 생산과정에 마멸된 노동수단의 보상몫인 감가상각금(평균법에 의하여 계산), 소비된 노동대상의 완전한 보상을 위한 원자재비가 있다. 분석을 단순화하기 위하여 기업체에서 두개의 생산요소 즉 노동력을 가진 사람과 노동수단을 가지고 생산을 진행한다고 가정하면 생산비는 로력비와 감가상각금의 합으로 계산될것이다.

기업체가 매 기당(일반적으로 한기를 1개월로 하고 그 기간에 생산기술이 변하지 않는다고 가정) 로력자(L) X 명과 기계설비(K) Y 대를 가지고 생산을 진행한다고 하자. 이때 로력자 한명에게 지출되는 로력비를 P_L , 기계설비 한대당 감가상각금을 P_K 라고 하면 기업체가 생산을 위하여 지출한 총비용은 다음과 같다.

$$XP_L + YP_K = C$$

이 식을 생산요소 K 에 대하여 나타내면 다음과 같다.

$$Y = -\frac{P_L}{P_K}X + \frac{C}{P_K}$$

이 식을 직각자리표상에 그리면 같은생산비선이 된다.

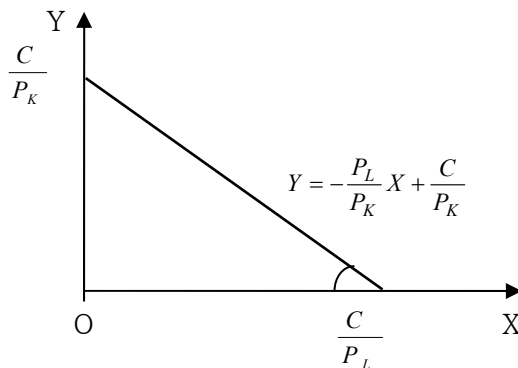


그림-2 같은생산비선

같은생산비선은 생산요소들의 결합구성은 서로 다르지만 지출되는 생산비가 같은 점들을 연결한 선이다.

실례로 총비용 $C=100$, $P_L=2$, $P_K=10$ 이라고 하면 웃식은 다음과 같다.

$$Y = -\frac{2}{10}X + \frac{100}{10} = -\frac{1}{5}X + 10$$

이때 로력자와 기계설비의 결합이 (5, 9), (10, 8), (15, 7), (20, 6),...으로서 서로 다르지만 총생산비는 100이며 함수 $Y = -\frac{1}{5}X + 10$ 을 직각자리표상에 그린것이 같은생산비선이다. 따라서 기업이 생산을 위하여 지출할 자금이 주어진 경우에 로력을 더 받으면 기계설비의 대수를 줄여야 하고 기계설비대수를 늘이면 로력을 줄여야 한다.

절대값으로 본 같은생산비선이 가로축과 사귀는 점에서의 방향결수는 로력비와 감가상각금의 비율 $\frac{P_L}{P_K}$ 이다. 그러므로 같은생산비선의 방향결수는 로력비와 감가상각금에 의

하여 정해진다. 기계설비의 감가상각금이 낮아지면 같은생산비선은 가파른 모양이 될 것이고 로력비가 낮아지면 같은생산비선은 완만한 모양이 될것이다. 만약 기업이 생산에 지출하는 자금을 늘이면 같은생산비선은 원점에서 멀어지는쪽으로, 생산에 지출하는 자금을 줄이면 같은생산비선은 원점쪽으로 평행이동한다. 즉 로력비와 감가상각금이 고정되어있을 때에는 같은생산비선이 더 바깥쪽에 있을수록 더 높은 수준의 생산비를 나타낸다.

셋째 단계는 같은생산량곡선과 같은생산비선을 리용하여 생산비최소화를 위한 생산요소의 최량결합을 결정하는것이다.

그림-3은 생산비최소화를 위한 생산요소의 최량결합을 결정하는 과정을 그래프로 나타낸것이다.

생산량이 \bar{Q} 로 주어져있다면 기업체는 \bar{Q} 를 생산하면서 생산비를 최소화시킬수 있는 방법을 찾아야 하는데 이것은 \bar{Q} 만큼 생산하되 자금이 가장 적게 드는 두 생산요소(로력과 노동수단)의 결합을 결정하는 문제이다.

그림에서는 세개의 같은생산비선 C_1 , C_2 , C_3 이 그려져있다. 이 생산비들의 크기는 $C_1 < C_2 < C_3$ 인데 같은생산비선 C_1 의 경우 그 자금으로는 주어진 생산량 \bar{Q} 를 생산할수 없다. 한편 같은생산비선 C_3 의 자금은 주어진 생산량 \bar{Q} 를 생산하고도 남는다. 즉 그림에서 같은생산비선 C_3 이 같은 생산량곡선 \bar{Q} 와 사귀는 점들(F_a 와 F_b)은 생산은 가능하지만 생산비가 너무 많이 들기때문에 합리적인 선택이 못되는것이다.

생산비를 C_3 으로부터 C_2 로 줄여도 F 점에서 생산하면 \bar{Q} 만큼의 생산량을 생산할수 있다. 따라서 \bar{Q} 를 생산하기 위한 최소생산비는 C_2 이며 이때의 생산점은 같은생산비선과 같은생산량곡선이 서로 접하는 F 점이다. 이 점에서 생산요소 L 과 K 는 각각 X^* , Y^* 만큼 지출된다. 같은생산비선 C_2 위에 있으면서 같은생산량곡선과 접하는 점 $F(X^*, Y^*)$ 는 생산량이 주어진 조건에서 가장 적은 생산비라는 요구를 충족시키는 생산요소들의 결합점이다. 다시말하여 생산비최소화를 위한 생산요소의 최량결합점은 같은생산비선과 같은생산량곡선이 접하는 점 F 이다.

점 F 에서는 같은생산비선과 같은생산량곡선이 서로 접하기때문에 같은생산비선의 방향결수와 같은생산량곡선의 점 F 에서 그은 접선의 방향결수가 정확히 일치한다.

그런데 같은생산량곡선의 점 F 에서 그은 접선의 방향결수는 그 점에서의 생산요소 대체률이고 같은생산비선의 방향결수는 두 생산요소 한 단위 지출비용들인 단위로력비와 단위감가상각금의 비율이므로 생산비최소화를 위한 생산요소의 최량결합은 생산요소대체률과 두 생산요소 한 단위에 지출되는 비용들의 비율이 같아야 한다는 결론을 얻게

된다. 다시말하여 생산비최소화를 위한 생산요소의 최량결합은 두 생산요소 L 과 K 의 미분생산량의 비율 $\left(\frac{MQ_L}{MQ_K}\right)$ 이 로력자 한명에게 지출되는 로력비 P_L 과 기계설비 한대당 감가상각금 P_K 의 비율 $\left(\frac{P_L}{P_K}\right)$ 과 같아야 한다.

생산요소 L 에 지출되는 자금 한 단위의 미분생산량은 $\frac{MQ_L}{P_L}$ 이고 생산요소 K 에 지출되는 자금 한 단위의 미분생산량은 $\frac{MQ_K}{P_K}$ 이므로 위의 결론을 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{L \text{의 미분생산량}}{K \text{의 미분생산량}} &= \frac{\text{로력비}}{\text{감가상각금}} \Rightarrow \frac{L \text{의 미분생산량}}{\text{로력비}} = \frac{K \text{의 미분생산량}}{\text{감가상각금}} \\ &\approx \frac{MQ_L}{MQ_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{MQ_L}{P_L} = \frac{MQ_K}{P_K} \end{aligned}$$

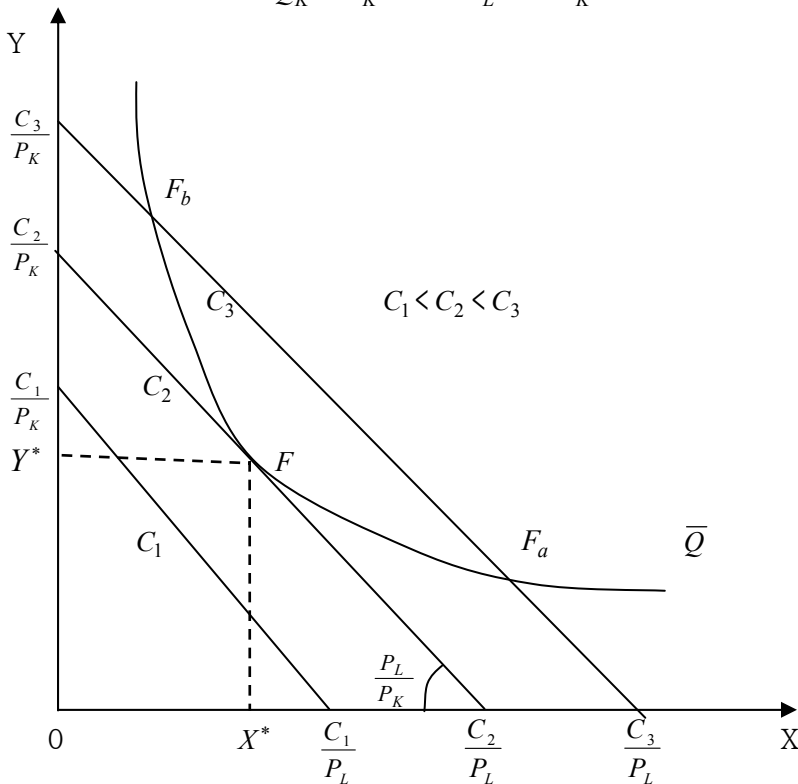


그림-3 생산비최소화를 위한 생산요소의 최량결합

그림-3의 점 F_a 에서는 $\frac{MQ_L}{MQ_K} < \frac{P_L}{P_K} \left(\frac{MQ_L}{P_L} < \frac{MQ_K}{P_K} \right)$ 이기때문에 똑같은 생산량 \bar{Q} 가 생산되어도 생산비가 C_2 보다 많은 C_3 이 지출되고있다. 이 점에서 생산요소 K 의 지출을 늘이고 생산요소 L 의 지출을 줄여갈수록 생산량 \bar{Q} 를 생산하는 생산비가 감소한다. 이

러한 과정이 점 F 에 도달할 때에야 생산량 \overline{Q} 를 생산하는 생산비가 C_2 까지 감소된다. 반대로 점 F_b 에서는 $\frac{MQ_L}{MQ_K} > \frac{P_L}{P_K} \left(\frac{MQ_L}{P_L} = \frac{MQ_K}{P_K} \right)$ 이기때문에 이 점에서 생산요소 L 의 지출을 늘리고 생산요소 K 의 지출을 줄여갈수록 생산량 \overline{Q} 를 생산하는 생산비가 감소하여 점 F 에 이르러서야 C_2 까지 감소된다.

총체적으로 주어진 생산량을 최소의 생산비로 생산하기 위한 생산요소의 최량결합을 위해서는 기업체가 각 생산요소에 지출되는 자금 한 단위의 미분생산량이 서로 같아지게 생산요소들을 결합하여야 한다는 결론을 얻을수 있다.

경제지도일군들은 당의 경제정책으로 튼튼히 무장하고 생산에 대한 과학적인 타산에 기초하여 생산의 인적 및 물적자원을 효과적으로 리용함으로써 사회주의원칙을 확고히 지키면서 가장 큰 실리를 보장하여야 할것이다.

실마리어 생산비최소화, 최량결합결정