

전하와 자기능률을 고려한 렙톤반응 $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ 에서 스핀편극효과

김현일, 고영해

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《소립자론과 마당론에 대한 연구에도 힘을 넣어야 합니다.》(《김정일전집》 제4권 410페이지)

선행연구들[1, 2]에서는 주로 렙톤반응의 산란자름면면적을 전하만을 고려하였거나 전하와 함께 자기능률을 모두 고려하는 경우에도 초기와 마감상태의 렙톤립자의 스핀상태를 고려함이 없이 산란자름면면적을 계산하였다. 꼴롱산란에 주는 전자의 스핀편극의 영향을 계산[3, 4]하는데서는 산란행렬방법을 리용하지 않고 초기상태를 회전시켜 마감상태와 일치시키는 상관연산자가 리용되였다. 또한 구체적인 스핀편극상태에서 콤프톤산란과 제동복사에 대한 산란자름면면적은 컴퓨터의 기호연산기능으로 계산[5, 6]되었지만 전하와 함께 자기능률을 모두 고려하지 못하였다. 소립자반응에서 스핀상태의 고려는 이론적으로뿐만아니라 실천적으로도 매우 중요한 의의를 가진다.

우리는 렙톤반응에서 전하와 함께 자기능률을 고려하면서 각이한 스핀편극상태에 따르는 산란자름면면적을 구하는 방법을 확립하고 산란자름면면적을 정량적으로 계산하였다.

1. 이론적연구

전자기호상작용은 U(1)국부게이지변환에 대한 불변성을 주는 게이지마당 즉 전자기마당에 의하여 실현된다.

자유전자기마당과 페르미온마당의 호상작용하밀토니안은 다음과 같다.

$$H_1(t) = e\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi \quad (1)$$

한편 호상작용하밀토니안의 자기능률부분은 다음과 같다.

$$H'_1(t) = \frac{\mu_0}{2} (\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}\Psi) F_{\mu\nu} \quad (2)$$

여기서 μ_0 은 렙톤립자의 자기능률이고 $\sigma^{\mu\nu}$ 는 γ 행렬계로서

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (3)$$

로 표시된다.

선행연구[1]에서는 스피노르마당과 전자기마당의 호상작용항으로서 $e\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$ 만을 고려하였지만 우리는 립자의 스핀편극과 함께 전하에 의한 부분과 자기능률에 의한 부분을 다 고려하여 보다 일반적으로 론의하였다.

전하와 자기능률을 모두 고려할 때 파인만도표는 전하도표와 자기능률도표의 합으로 구성된다.[1]

렙톤반응 $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ 의 경우에 섭동론2차에서 산란행렬원소는

$$\begin{aligned}
 S_{i \rightarrow f}^{(2)} &= \langle f | S^{(2)} | i \rangle = \\
 &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}^{(s'_1)}(P'_1) [-ie\gamma^\nu] u^{(s_1)}(P_1) (2\pi)^4 \delta^4(P'_1 - P_1 - k) iD_{F\mu\nu}(k) (2\pi)^4 \cdot \\
 &\quad \cdot \delta^4(P'_2 - P_2 + k) \bar{u}^{(s'_2)}(P'_2) [-ie\gamma^\mu] u^{(s_2)}(P_2) - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}^{(s'_2)}(P'_2) [-ie\gamma^\nu] u^{(s_1)}(P_1) (2\pi)^4 \cdot \\
 &\quad \cdot \delta^4(P'_1 - P_1 - k) iD_{F\mu\nu}(k) (2\pi)^4 \delta^4(P'_2 - P_2 + k) \bar{u}^{(s'_1)}(P'_1) [-ie\gamma^\mu] u^{(s_2)}(P_2) + \\
 &\quad + \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}^{(s'_1)}(P'_1) \left[-\frac{i\mu_e}{2} (\hat{k}\gamma^\nu - \gamma^\nu \hat{k}) \right] u^{(s_1)}(P_1) (2\pi)^4 \delta^4(P'_1 - P_1 - k) iD_{F\mu\nu}(k) (2\pi)^4 \cdot \\
 &\quad \cdot \delta^4(P'_2 - P_2 + k) \bar{u}^{(s'_2)}(P'_2) \left[-\frac{i\mu_e}{2} (\hat{k}\gamma^\mu - \gamma^\mu \hat{k}) \right] u^{(s_2)}(P_2) - \\
 &\quad - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}^{(s'_2)}(P'_2) \left[-\frac{i\mu_e}{2} (\hat{k}\gamma^\nu - \gamma^\nu \hat{k}) \right] u^{(s_1)}(P_1) (2\pi)^4 \delta^4(P'_1 - P_1 - k) iD_{F\mu\nu}(k) (2\pi)^4 \cdot \\
 &\quad \cdot \delta^4(P'_2 - P_2 + k) \bar{u}^{(s'_1)}(P'_1) \left[-\frac{i\mu_e}{2} (\hat{k}\gamma^\mu - \gamma^\mu \hat{k}) \right] u^{(s_2)}(P_2)
 \end{aligned} \tag{4}$$

로 되며 파인만도표는 두 도표의 합으로 구성된다.(그림 1)

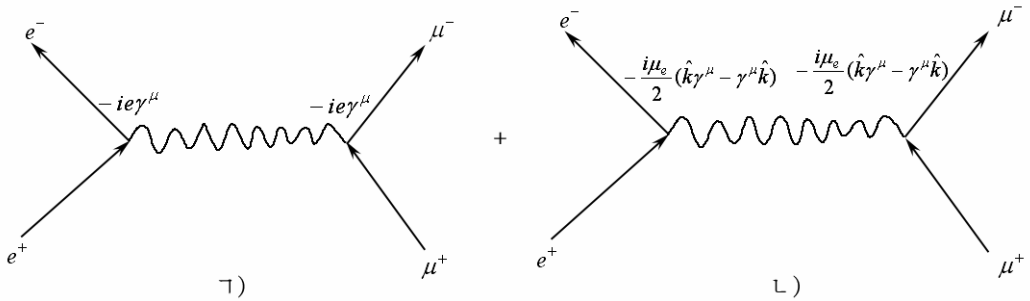


그림 1. 전하와 자기능률을 고려한 파인만도표

$\gamma)$ 전하만을 고려한 파인만도표, $\mu)$ 자기능률만을 고려한 파인만도표

이때 파인만두제곱진폭은 물리적으로 세 부분 즉 전하부분, 자기능률부분, 전하-자기능률간섭부분으로 구성된다.

$$|M_{i \rightarrow f}|^2 = |M_{i \rightarrow f}|_e^2 + |M_{i \rightarrow f}|_{\mu_0}^2 + |M_{i \rightarrow f}|_{e\mu_0}^2 \tag{5}$$

렙톤반응 $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ 에서 각이한 스핀편극상태에 따르는 미분산란자름면적은

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m_e^2 m_{\mu_0}^2}{16\pi^2 E^2} |M_{i \rightarrow f}|^2. \tag{6}$$

이 계산결과들은 기호연산이 가능한 프로그램인 Wolfram Mathematica 10.0으로 얻었다.

2. 렙톤반응 $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ 에 대한 계산결과

입사방향이 스핀편극방향에 수직이고 산란면이 스핀편극방향에 평행인 경우 4차원 운동량은

$$\begin{aligned} P_{e^-} &= \{E, p, 0, 0\} \\ P_{e^+} &= \{E, -p, 0, 0\} \\ P_{\mu^-} &= \{E, q \sin(\theta), 0, q \cos(\theta)\} \\ P_{\mu^+} &= \{E, -q \sin(\theta), 0, -q \cos(\theta)\} \end{aligned}$$

이며 이때 고에너지근사에서 미분산란자름면면적은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \\ &= \frac{\alpha^2 \cos^4(\theta)}{4s} - \frac{e^2 m_e \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{128 E \pi^2} + \frac{m_e^2 \sin^4(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{256 \pi^2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \\ &= \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta) \sin^2(\theta)}{4s} + \frac{e^2 m_e \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{128 E \pi^2} + \frac{m_e^2 \sin^4(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{256 \pi^2} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\uparrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\downarrow\downarrow} = \\ &= \frac{E^2 \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{64 \pi^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \frac{\alpha^2}{4s} - \frac{e^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{64 \pi^2} + \frac{E^2 \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{64 \pi^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \frac{\alpha^2}{4s} + \frac{e^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{64 \pi^2} + \frac{E^2 \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{64 \pi^2} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $s = (P_{e^-} + P_{e^+})^2 = 4E^2$ 으로서 s 는 만델슈타인변수이다.

스핀편극이 ($\uparrow\uparrow\rightarrow\uparrow\uparrow$) 인 경우 산란각에 따르는 미분산란자름면면적은 그림 2와 같다.

그림 2에서 보는바와 같이 전하항에 대한 그래프(그림 2의 1))는 $\pi/2, 3\pi/2$ 에서 최소값을 가지며 $0, \pi, 2\pi$ 에서 최대값을 가진다.

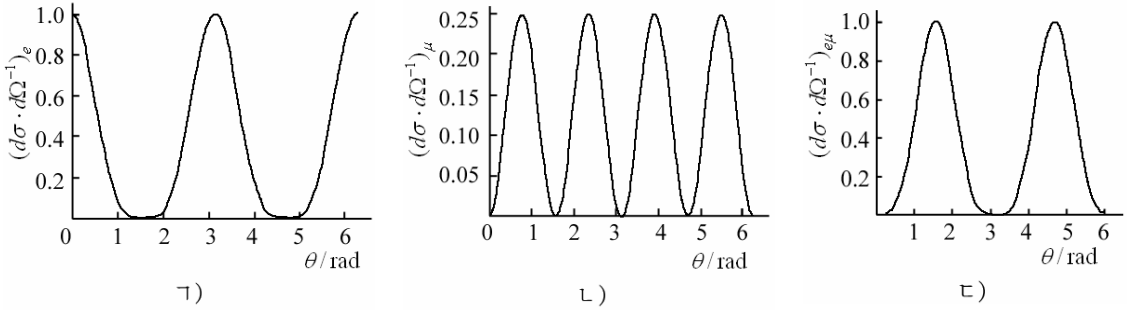


그림 2. 스핀편극이 ($\uparrow\uparrow \rightarrow \uparrow\uparrow$) 인 경우 산란각에 따르는 미분산란차름면면적
 ㉠) - ㉢)는 전하항, 전하-자기능률간섭항, 자기능률항

전하-자기능률간섭항에 대한 그래프(그림 2의 ㉡))는 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 에서 0으로서 최대값을 가지며 그밖에서는 부의 값을 가진다.

자기능률항에 대한 그래프(그림 2의 ㉢))는 $0, \pi, 2\pi$ 에서 최소값을 가지며 $\pi/2, 3\pi/2$ 에서 최대값을 가진다.

자기능률 및 전하-자기능률간섭항에 대한 수값평가를 하면 전하에 의한 산란차름면면적에 비하여 각각 10^{-12} , 10^{-6} 정도이므로 전하에 의한 호상작용이 압도적인 비중을 차지한다.

이상의 계산결과로부터 다음의 결론을 얻을수 있다.

① 각이한 모든 스핀상태들이 등확률적으로 실현된다고 가정할 때 산란차름면면적들의 기대값이 바로 종래의 스핀평균화방법으로 계산한 결과와 일치하게 된다. 이것은 바로 각이한 스핀상태들이 출현할 빈도수가 균일분포되어있다는것을 의미한다.

② 스핀편극상태와 고유자기능률을 고려하면 아래의 경우에 축퇴는 절반으로 풀리게 된다.

$$\text{선행계산결과: } \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow}$$

논문에서의 계산결과:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \frac{\alpha^2}{4s} - \frac{e^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{64\pi^2} + \frac{E^2 \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{64\pi^2}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\uparrow\downarrow\rightarrow\downarrow\uparrow} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\downarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\downarrow} = \frac{\alpha^2}{4s} + \frac{e^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{64\pi^2} + \frac{E^2 \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e^2 \mu_\mu^2}{64\pi^2}$$

즉 두 경우에 고유자기능률에 의하여 $\frac{2e^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\theta) \mu_e \mu_\mu}{64\pi^2}$ 만큼 차이난다는것을 보여준다.

③ 렙톤립자의 입사방향과 스핀편극방향에 따라서도 산란차름면면적이 차이난다.

맺는말

소립자반응에서 전하와 함께 자기능률을 고려하면 물리적으로 전하-자기능률간섭 효과가 나타나며 그것은 각이한 스핀편극상태에 따라서 달라진다.

렙톤반응 $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ 의 산란자름면면적계산에서 전자와 뮤온의 전하와 함께 자기능률을 고려하면서 초기와 마감스핀편극상태에 따르는 효과를 처음으로 연구하였다.

참고문헌

- [1] 김일성종합대학학보(자연과학), 60, 1, 58, 주체103(2014).
- [2] 최주영 등; 물리, 4, 6, 주체97(2008).
- [3] A. Lewus et al.; Inter. J. Theor. Phys., 40, 363, 2001.
- [4] D. Yu. Ivanov et al.; arXiv: hep-ph/0310325, 2003.
- [5] K. Hagiwara et al.; Nucl. Phys., B 668, 364, 2003.
- [6] N. Cristina et al.; arXiv:1310. 2103(hep-ph), 2013.

주체105(2016)년 4월 5일 원고접수

Spin Polarization Effect in the Lepton Scattering $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ considering Electric Charge and Magnetic Moment

Kim Hyon Il, Ko Yong Hae

We calculated the differential cross section corresponding to all spin polarization states in the Lepton scattering $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$, by considering both electric charge and magnetic moment, and then presented complete scheme for the calculation of spin polarization phenomena.

Key words: polarization, magnetic moment, cross section