

## 충전탑에서 물질이동과정의 총괄물질이동결수와 리론단높이를 계산하는 한가지 방법

김증만, 최성근

### 1. 충전탑에서 2상액체계의 속도방정식

수소, 리튬, 붕소와 같은 가벼운 원소들의 동위원소는 주로 동위원소교환반응에 기초하여 분리하며 공업에서는 동위원소분리에 충전탑들이 널리 이용된다.[1-3, 5]

충전탑의 설계에서 기초적인 인자들은 총괄물질이동결수와 HETP(등가리론단높이)[4]이지만 현재 정확한 리론적해석이 없다. 그것은 불균일계에서 운동학과 물질이동을 설명하는 정확한 리론이 없는것과 관련된다. 실례로 2상액체계가 불균일계이고 상경계면에서 요소반응들이 1차가역반응인 경우 총괄반응속도를 얻는 일반적인 해석적방법은 알려지지 않았다.

우리는 이미 확산근사에서 역류하는 2상용액계의 상경계면에서 진행되는 산화-환원과정의 국부평균결면반응속도를 계산하였다.[1]

평균국부결면반응속도는 확산근사에서 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{j}_{\text{diff}} = \sqrt{\frac{\pi}{z_0}} \cdot \frac{x(1-y) - \alpha y(1-x)}{\frac{\alpha}{\sqrt{w_0 D_B}} \cdot \frac{1}{c} + \frac{1}{\sqrt{u_0 \bar{D}_B}} \cdot \frac{1}{\bar{c}}} \quad (1)$$

여기서  $x$ 와  $y$ 는 각각 상 1과 2에서 연구되는 가벼운 성분들의 몰분율,  $w_0$ 과  $u_0$ 은 각각 대응하는 상의 흐름속도,  $\bar{D}_B$ 와  $D_B$ 는 대응하는 성분  $B$ (가벼운 동위원소)의 확산결수,  $c$ 와  $\bar{c}$ 는 각각 상 1과 2에서 화학농도,  $z_0$ 은 분리요소의 특성량,  $\alpha$ 는 분리결수이다.

얻어진 결과의 일반성을 보장하기 위하여 선행연구[3]와 비교하였다. 고전적인 막리론에 의하면 확산률속인 구역에서 반응속도는 다음과 같이 표시된다.

$$j_{c, \text{diff}} = \frac{x(1-y) - \alpha y(1-x)}{d_a + \alpha d_s + \varepsilon d_a - \varepsilon d_s x} \quad (2)$$

$$d_a = \frac{\delta_a}{D_A \bar{c}}, \quad d_s = \frac{\delta_s}{D_A c} \quad (3)$$

여기서  $\delta_a$ 는 상 1에서 경계층의 두께,  $\delta_s$ 는 상 2에서 경계층의 두께,  $\varepsilon$ 은 농축결수,  $\varepsilon = \alpha - 1$ 이다.

$\varepsilon = \alpha - 1 \ll 1$ ,  $x \ll 1$ ,  $y \ll 1$ 일 때 식 (3)을 식 (2)에 대입하면 다음과 같다.

$$j_{c, \text{diff}} = \frac{x(1-y) - \alpha y(1-x)}{\frac{\alpha \delta_s}{D_A c} + \frac{\delta_a}{D_A \bar{c}}} \quad (4)$$

식 (4)와 식 (1)을 비교하면  $D_A \cong D_B$ ,  $\bar{D}_A \cong \bar{D}_B$  이므로 다음의 대응관계가 설정된다.

$$\left\{ \begin{aligned} \sqrt{\frac{z_0}{w_0 D_B}} \cdot \frac{\alpha}{c} &= \frac{\sqrt{\theta_s}}{\sqrt{D_A}} \cdot \frac{\alpha}{c} \Rightarrow \frac{\delta_s}{D_A} \cdot \frac{\alpha}{c} \\ \sqrt{\frac{z_0}{u_0 \bar{D}_B}} \cdot \frac{1}{\bar{c}} &= \frac{\sqrt{\theta_a}}{\sqrt{\bar{D}_A}} \cdot \frac{1}{\bar{c}} \Rightarrow \frac{\delta_a}{\bar{D}_A} \cdot \frac{1}{\bar{c}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서

$$\theta_s = \frac{z_0}{w_0}, \quad \theta_a = \frac{z_0}{u_0}. \quad (6)$$

두 결과는 완전한 대응관계를 가진다. 즉 국부반응속도방정식 (1)이 일반적이라는것을 알수 있다.

국부결면반응속도로부터 2상용액계에서 체적농도로 환산된 반응속도방정식을 시간의 함수로 간단히 유도할수 있다. 단위체적당 결면적이  $\bar{a}$ 일 때 체적농도로 환산된 주어진 과정의 속도방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d\bar{c}_B}{dt} = \bar{j}\bar{a} \cong \bar{a} \sqrt{\frac{\pi u_0 \bar{D}_B}{z_0}} \cdot \frac{c\bar{c}}{\sqrt{\frac{ab}{\lambda} \alpha \bar{c} + c}} \cdot [x(1-y) - \alpha y(1-x)] \quad (7)$$

여기서  $\bar{j}$ 는 확산근사에서 충전물의 단위체적에서 평균한 결면반응속도이다.

## 2. 총괄물질이동결수와 HETP

식 (1)은 다음과 같은 형식으로 고쳐쓸수 있다.

$$\bar{j}_{\text{diff}} = \sqrt{\frac{\pi u_0 \bar{D}_B}{z_0}} \cdot \frac{c\bar{c}[x(1-y) - \alpha y(1-x)]}{\sqrt{\frac{u_0}{w_0} \cdot \frac{\bar{D}_B}{D_B} \alpha \bar{c} + c}} \quad (8)$$

두 상 1과 2의 흐름자름면면적이 각각  $\bar{S}$ ,  $S$ 일 때 다음과 같다고 하자.

$$\left\{ \begin{aligned} L &= \bar{c}\bar{S}u_0, \quad G = cSw_0 \\ \frac{u_0}{w_0} &= \frac{L/\bar{c}\bar{S}}{G/cS} = \frac{L}{G} \cdot \frac{S}{\bar{S}} \cdot \frac{c}{\bar{c}} = \frac{1}{\lambda} \cdot b \cdot a \\ G/L &= \lambda, \quad c/\bar{c} = a, \quad \bar{S}/S = V/\bar{V} = b, \quad \bar{D}_B \cong D_B \end{aligned} \right. \quad (9)$$

결과 다음의 식이 얻어진다.

$$\bar{j} \cong \sqrt{\frac{\pi u_0 \bar{D}_B}{z_0}} \cdot \frac{c\bar{c}}{\sqrt{\frac{ab}{\lambda} \alpha \bar{c} + c}} \cdot [x(1-y) - \alpha y(1-x)] \quad (10)$$

여기서  $\lambda$ 는 기액비,  $a$ 는 두 상에서 화학농도비,  $b$ 는 두 상의 체적비,  $c$ 와  $\bar{c}$ 는 각각 상 1과 2에서 화학농도이다.

식 (10)의 중괄호안의 식을 변형하면 다음과 같다.

$$x(1-y) - \alpha y(1-x) = x - \alpha y(1-x) = x - x^* \quad (11)$$

$$x^* = \alpha y(1 - \varepsilon x) \quad (12)$$

여기서  $x^*$ 는 상승흐름에서 가벼운 성분의 물분률 또는 평형상태에 있는 하강흐름에서 가벼운 성분의 물분률이다. 이때 식 (10)은 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{j} \cong -K_{0x}(x^* - x) \quad (13)$$

여기서

$$K_{0x} = \sqrt{\frac{\pi u_0 \bar{D}_B}{z_0}} \cdot \frac{c\bar{c}}{\sqrt{\frac{ab}{\lambda} \alpha \bar{c} + c}} \quad (14)$$

물질이동리론에서  $K_{0x}$ 는 단위체적당 총괄물질이동결수에 대응된다.

한편 수송단높이  $h_{0x}$ 는 다음의 형식으로 표시된다.

$$h_{0x} = \frac{H}{N_x} = \frac{L}{\bar{a}SK_{0x}} = \frac{u_0 \bar{c}}{\bar{a}K_{0x}} \quad (15)$$

여기서  $H$ 는 충전탑의 높이,  $N_x$ 는 수송단의 개수,  $\bar{a}$ 는 단위체적당 결면적,  $S$ 는 탑의 자름면면적,  $u_0$ 은 충전탑에서 상 1의 공간속도이다.

식 (14)를 식 (15)에 대입하면 다음과 같다.

$$h_{0x} = \frac{u_0 \bar{c}}{\bar{a}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{z_0}{\pi u_0 \bar{D}_B}} \cdot \sqrt{\frac{ab}{\lambda} \alpha \bar{c} + c}}{c\bar{c}} = \frac{1}{\bar{a}} \sqrt{\frac{u_0}{\pi \bar{D}_B}} \left( \sqrt{\frac{b}{a\lambda}} \alpha + 1 \right) \quad (16)$$

전환류조건에서 수송단높이는 리론단높이와 같다. 충전물립자의 직경이  $d_0$ 일 때 HETP는 다음의 식으로 계산된다.

$$\text{HETP} = \frac{d_0^{3/2}}{6(1 - \varepsilon)} \sqrt{\frac{u_0}{\pi \bar{D}_B}} \left( \sqrt{\frac{b}{a\lambda}} \alpha + 1 \right) \quad (17)$$

여기서  $\varepsilon$ 은 충전탑의 다공도이다.

식 (17)은 아말감-수용액계의 리튬동위원소분리실험에서 입증되었다.

## 맺는 말

2상용액계에서 산화-환원과정의 해석적인 반응속도방정식을 확산근사에서 얻었다.

총괄물질이동결수와 HETP를 해석적으로 계산하였으며 얻어진 식을 충전탑에서 물질이동을 연구하는데 리용할수 있다.

## 참고 문헌

- [1] Gu Zhiguo et al.; Progress in Chemistry, 23, 9, 1892, 2011.
- [2] J. R. Black et al.; J. Am. Chem. Soc., 231, 29, 9904, 2009.
- [3] B. Benadda et al.; Chemical Engineering Science, 55, 6265, 2000.
- [4] T. Sugiyama et al.; J. Nucl. Sci. Tech., 37, 3, 273, 2000.
- [5] 肖啸庵 等; 同位素分离, 原子出版社, 203, 1999.

주체103(2014)년 10월 5일 원고접수

**A Method for Calculating the Overall Mass Transfer Coefficient  
and the HETP(Height Equivalent to a Theoretical Plate)  
of Mass Transfer Process in the Packed Column**

*Kim Jung Man, Choe Song Gun*

We suggested a new method for calculating the overall mass transfer coefficient and the HETP in the packed column.

The obtained analytical formulas well explain the influence of different factors (space velocity, diameter of packing, viscosity, diffusion coefficient of isotope components, gas-liquid ratio, phase volume ratio and separation factor).

Key words: isotope separation, overall mass transfer coefficient, HETP, packed column