김일성종합대학학보 (자연과학) 주체103(2014)년 제60권 제7호
JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE) Vol. 60 No. 7 JUCHE103(2014).

콤퓨터대수계에 의한 프로그람의 정확성 검열의 한가지 방법

문제웅, 한용환

지금까지 콤퓨터대수계에 의한 프로그람의 정확성검열문제는 여러가지 각도에서 연구되고있으나 기본은 개별적사람들의 기교적수법으로 진행하고있다.[2, 3]

론문에서는 콤퓨터대수적인 수법에 기초하여 이것을 해결하기 위한 한가지 방법을 제안한다.

정의없는 개념은 선행연구[1]에 준한다.

관계 φ^{n+1}이 함수적관계이면 원소들의 모임 $a_{i_1},\ a_{i_2},\ \cdots,\ a_{i_n}\in\Delta$에 대하여

$$(a_{i_1},\ a_{i_2},\ \cdots,\ a_{i_n},\ a_{i_{n+1}})\in\varphi_\Delta^{n+1}$$

이면서 $F_{\varphi^{n+1}}(a_{i_1},\ a_{i_2},\ \cdots,\ a_{i_n})=a_{i_{n+1}}$로 되는 하나를 넘지 않는 원소 $a_{i_{n+1}}$이 존재한다.

여기서 $F_{\varphi^{n+1}}$은 n변수함수로서 매 $n+1$원관계 φ^{n+1}과 련결되여있다.

일반적으로 F_{φ^n}의 매 변수 x_i가 모임 $\Delta_i\,(i=1,\ \cdots,\ n-1)$에서 값을 취하고 임의의

$$(a_i^{(1)},\ a_i^{(2)},\ \cdots,\ a_i^{(n-1)})\in\Delta_1\times\Delta_2\times\cdots\times\Delta_{n-1}$$

에 대하여 $F_n(a_i^{(1)},\ a_i^{(2)},\ \cdots,\ a_i^{(n-1)})=S^n_{a_i^{(1)},\ a_i^{(2)},\ \cdots,\ a_i^{(n-1)}}\varphi^n$일 때 함수 $F_{\varphi^n}(x_1,\ \cdots,\ x_{n-1})$은 관계 φ^n과 련결이라고 말한다.

한편 부분함수 $F_{\varphi^{n+1}}(x_1,\ \cdots,\ x_n)$을 모임 Δ에서 정의된 n원부분연산이라고 부르고 함수 $F_{\varphi^{n+1}}(x_1,\ \cdots,\ x_n)$이 도처정의된 함수인 경우에는 모임 Δ에서 n원연산이라고 부른다.

정의 1 모임 Δ와 Δ에서 정의된 연산들의 모임

$$\Omega=\{F_s^{n_s}(x_1,\ \cdots,\ x_1)|s=1,\ 2,\ \cdots\}$$

으로 구성된 무이 $A=\langle\Delta;\Omega\rangle$를 콤퓨터대수라고 부른다. 그리고 다음과 같은 형태의 대수

$$A_1=\langle\Delta_1;\Omega_1\rangle,\ \ A_2=\langle\Delta_2;\ \Omega_2\rangle$$

가 주어졌을 때 임의의 원소들의 모임 $(a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_m)\in\Delta m$에 대하여 임의의 m원연산 $F\in\Omega$가 관계식 $(F(a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_m))\varphi=F((a_1)\varphi,\ (a_2)\varphi,\ \cdots,\ (a_m)\varphi)$를 만족시키는 상 Δ_1로부터 Δ_2에로의 호상1가사상 φ가 존재하면 A_1은 A_2와 동형이라고 부르고 φ를 A_1을 A_2에로 보내는 동형사상이라고 부른다.

사실 이 결과에 기초하여 번역알고리듬의 모형을 쉽게 만들수 있는데 그 과정은 다음과 같다.

A_1에서 생성된 임의의 문장을 T_{L1}, A_2에서 생성된 임의의 문장을 T_{L2}, 주어진 대수연

산이 작용하는 콤퓨터의 기계코드모임을 M 이라고 하자.

이때 $T_{L1},\ T_{L2}$ 와 그것에 대응하는 M 의 원소들은 같은 의미론적 대수에서 정의된다고 본다. 즉 대응한 성분들의 의미는 같다고 본다.

이제 그 의미를 S 라고 하자. 그리고 f_{L1} 은 T_{L1} 을 S 로 보내는 사상, f_{L2} 는 S 를 T_{L2} 로 보내는 사상이라고 하자.

이때 임의의 $\forall t \in T_{Lx}$ 를 택하여 $f_{L1}(t) = s \in S$ 와 $f_{L2}(s) = t' \in T_{L2}$ 를 구한다.

S 의 기계적표시가 어렵기때문에 실천적으로는 $I_{L1,\ L2}(t) = f_{L2}(f_{L1}(t))$ 를 실현하며 이것을 $\varphi(f_{L2}(f_{L1}(t))) = m \in M$ 과 같이 계산한다.

실천적으로 이에 대한 구체적인 알고리듬은 토대모임, 그것으로부터 생성되는 언어, 이 언어를 실현시키는 콤퓨터의 언어에 관계된다.

이렇게 생성되는 프로그람의 의미론적정확성검토모형을 콤퓨터대수계에서 만들어보자.

이를 위해 콤퓨터대수 A_Δ 가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$A_\Delta = \langle \Delta;\ \Omega \rangle$$

여기서 Δ 는 토대기호들의 모임이고 $\Omega = \Omega_1 \bigcup \Omega_2$ 이다.

이때 프로그람의 의미론적정확성검열은 다음과 같이 한다.

Ω_1 은 빈사들의 모임, Ω_2 는 산수 및 론리연산들의 모임이라고 하자.

프로그람수행과정에 변경되지 않는 입력변수로 구성된 입력벡토르를 $\overline{X} = (x_1,\ \cdots,\ x_n)$, 수행과정에 리용되는 림시기억표시에 리용되는 프로그람적벡토르를 $\overline{Y} = (y_1,\ \cdots,\ y_m)$, 출력변수로 구성된 출력벡토르를 $\overline{Z} = (z_1,\ \cdots,\ z_\ell)$ 이라고 표시하고 입력구역 $D_{\overline{X}}$, 프로그람적구역을 $D_{\overline{Y}}$, 출력구역을 $D_{\overline{Z}}$ 로 표시하자.

그리고 입력빈사를 $\varphi(\overline{x}): D_{\overline{X}} \to \{t,\ f\}$ 로, 출력빈사를 $\psi(\overline{x},\ \overline{z}): D_{\overline{X}} \times D_{\overline{Z}} \to \{t,\ f\}$ 와 같이 만든다.

$\forall \overline{x} \varphi(\overline{x})$ 에 대하여 프로그람수행이 최종상태에 도달하면 프로그람 P 는 $\psi(\overline{x})$ 에 대하여 완료된다고 부르며 $\psi(\overline{x})$ 가 진실이고 프로그람이 완료되는 그러한 변수 $\overline{x}$ 에 대하여 $\psi(\overline{x},\ \overline{z})$ 가 진실이고 프로그람이 완료되는 그러한 변수 $\overline{x}$ 에 대하여 $\psi(\overline{x},\ \overline{z})$ 가 진실이면 프로그람 P 는 φ 와 ψ 관계에 따라 부분적으로 정확하다고 말한다.

그리고 $\psi(\overline{x})$ 가 진실인 변수 $\overline{x}$ 에 대하여 프로그람이 완료되고 $\psi(\overline{x},\ \overline{z})$ 가 진실이면 φ 와 ψ 관계에 따라 P 는 총체적으로 정확하다고 말한다.

한편 프로그람입력점 A 에서 입력빈사로 $\varphi(x_1,\ x_2): x_1 \geqq 0 \wedge x_2 > 0$, 출력점 C 에서 출력빈사로

$$\psi(x_1,\ x_2,\ z_1,\ z_2): x_1 = z_1,\quad x_2 + z_2 \wedge 0 \le z_2 < x,$$

중간점 B 에서 빈사로

$$p_1: x_1 = y_1 x_2 + y_2 \wedge y_2 \geqq 0$$

와 같이 되였다고 하자.

이때 정확성검사는 3개의 갈래로 진행된다.

첫번째 검사는

$$\varphi(x_1,\ x_2) \supset p(x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2)_y = 0,\quad y_2 = x_2$$

즉

$$(x_1 \ge 0 \wedge x_2 > 0) \supset (x_1 = 0, \quad x_2 + x_1 \wedge x_1 \ge 0)$$

로 된다.

두번째 검사는

$$p(x_1, \ x_2, \ y_1, \ y_2) \supset [y_2 \ge x_2 \supset p(x_1, \ x_2, \ y_1 + 1, \ y_2 - x_2)]$$

혹은

$$p(x_1, \ x_2, \ y_1, \ y_2) \wedge y_2 \ge x_2 \supset p(x_1, \ x_2, \ y_1 + 1, \ y_2 - x_2)$$

로 된다.

세번째 검사는

$$p(x_1, \ x_2, \ y_1, \ y_2) \wedge y_2 < x_2 \supset \psi(x_1, \ x_2, \ y_1, \ y_2)$$

로 한다.

이렇게 모형화에 의하여 프로그람의 의미론적정확성을 검열할수 있다. 즉 의미론적정확성조건에 대한 진실성여부를 검토한다.

맺 는 말

콤퓨터대수의 방법론에 기초하여 프로그람 및 그 부분들의 정확성을 검열하기 위한 한가지 방법을 제안하였다. 이 방법은 콤퓨터체계와 응용프로그람개발과 리용에서 실천적으로 매우 중요한 의의를 가진다.

참 고 문 헌

[1] В. С. Костырко; Кибернетика, 6, 27, 2009.
[2] В. А. Непомнящий; Программирование, 5, 20, 2009.
[3] W. Polak; IEEE Trans, Computers, 18, 695, 2006.

주체103(2014)년 3월 5일 원고접수

A Method for Checking the Correctness of a Program by Computer Algebra

Mun Je Ung, Han Yong Hwan

This paper proposed a method for checking the correctness of program semantics by using approaches in computer algebra.

We made the concept of isomorphism of computer algebra and the model of programs correctness based on the predicate logic and proposed an algorithm to check the whole and partial correctness of program by using this model.

Key word: computer algebra