

# 모의소둔법에 기초한 회색예측모형작성의 한가지 방법

김 광 혁

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 지적하시였다.

《정보기술발전을 위한 과학연구사업을 앞세워야 합니다.》(《김정일선집》 제20권 증보판 380페이지)

회색예측방법은 요구하는 자료량이 작고 계산이 간단하며 정확도가 높고 응용영역이 매우 넓은 예측방법으로서 여러 분야의 정보예측에 널리 리용되고있다.

회색예측모형에서 가장 널리 리용되는것은 GM(1, 1)모형이다.[1-3]

선행한 회색예측모형에서는 최소두제곱법에 의하여 미지파라미터를 결정하였는데 이러한 방법은 예측의 정확성이 떨어지는 결함이 있다.

여기로부터 논문에서는 예측의 정확성을 보다 개선하기 위한 한가지 방법으로서 회색예측모형 GM(1, 1)의 미지파라미터를 모의소둔법에 기초하여 결정하는 회색예측모형작성 알고리즘을 고찰한다.

## 1. 선행한 회색예측모형 GM(1, 1)

$n$  개 시각의 시계열자료  $x^{(0)}(k) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$  이 주어졌을 때 그것의 1차루가생성렬은 다음과 같다.

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) = x^{(1)}(k-1) + x^{(0)}(k), \quad k = \overline{1, n} \quad (1)$$

한편 행렬  $B$  와 벡토르  $y$  를 다음과 같이 구성한다.

$$B = \begin{pmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(k) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} x^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x^{(0)}(k) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{pmatrix}$$

여기서  $z^{(1)}(k)$  는 배경값으로서  $z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1)$  이다.

여기에 기초하여련립방정식  $y = B\alpha$  를 최소두제곱법으로 풀어 추정값

$$\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T y = (\hat{a} \quad \hat{u})^T \quad (2)$$

를 얻는다. 여기서  $a, u$  는 미지파라미터이다.

이때 식 (2)에 대한 회색예측모형 GM(1, 1)은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \\ \hat{x}^{(0)}(k) = (1 - e^{\hat{a}})[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}(k-1)}, \quad k = \overline{2, n} \end{cases} \quad (3)$$

## 2. 모의소둔법에 기초한 회색예측모형작성알고리즘

모의소둔법에 기초한 회색예측모형작성방법은 회색예측모형의 미지의 파라미터  $a, u$  를 식 (3)으로 얻은 예측값들의 상대오차평균이 최소로 되도록 대역적최량화산법인 모의소둔법에 의하여 직접 구하는 원리에 기초하고있다.

이러한 모의소둔법의 목적함수는 예측값의 상대오차평균으로서 다음과 같다.

$$Q = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \left| \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \quad (4)$$

여기로부터 모의소둔법에 기초한 회색예측모형작성알고리즘은 다음과 같다.

- ① 회색예측모형의 파라미터 초기값  $a_0, u_0$  을  $[a_0, u_0]^T = (B^T B)^{-1} B^T y$  에 의하여 구한다.
- ②  $T = T_0$  (초기온도),  $\varepsilon$  을 설정한다.
- ③ 구간  $[0, 1]$ 에서 파라미터  $a, u$  의 현재값  $a_C, u_C$  를  $a_0, u_0$  의 적당한 근방에서 우연설정한다.
- ④  $\hat{a} = a_C, \hat{u} = u_C$  로 놓고 공식 (3)에 의해 모형예측값렬  $\{\hat{x}^{(0)}(k), k = \overline{1, n}\}$  를 구하여 그것의 상대오차평균  $Q_C$  를 공식 (4)에 의해 계산한다.
- ⑤ 파라미터  $a, u$  의 새로운 값  $a_N, u_N$  을  $a_0, u_0$  의 적당한 근방에서 우연설정한다.
- ⑥  $\hat{a} = a_N, \hat{u} = u_N$  로 놓고 공식 (3)에 의해 모형예측값렬  $\{\hat{x}^{(0)}(k), k = \overline{1, n}\}$  을 구하여 그것의 상대오차평균  $Q_N$  를 공식 (4)에 의해 계산한다.
- ⑦ 만일  $Q_N \leq Q_C$  이면 파라미터  $a, u$  의 현재값  $a_C, u_C$  를  $a_C = a_N, u_C = u_N$  으로 놓는다.
- ⑧ 만일  $Q_N > Q_C$  이면  $v = \exp[(Q_C - Q_N)/T]$  를 계산하여  $v > r$  이면 파라미터  $a, u$  의 현재값  $a_C, u_C$  를  $a_C = a_N, u_C = u_N$  으로 놓는다. 여기서  $r$  는  $[0, 1]$ 에서 평등분포하는 우연수이다.
- ⑨  $T = \alpha \cdot T$  ( $\alpha$  는 0과 1사이의 상수)
- ⑩  $T > \varepsilon$  이면 ④로 간다.
- ⑪  $\hat{a} = a_N, \hat{u} = u_N$  을 최량추정값으로 하여 회색예측모형

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \\ \hat{x}^{(0)}(k) = (1 - e^{\hat{a}}) \left[ x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}(k-1)}, \quad k = \overline{2, n} \end{cases}$$

을 구성한다.

### 3. 모의실험 및 결과분석

론문에서 제안한 모의소둔법에 기초한 회색예측모형의 효과성을 화물수송량예측모의 실험을 통하여 검증하였다.

실험을 위해 초기자료를 다음과 같이 주었다.

$$\begin{aligned} &\{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6) = \\ &= \{99.85, 112.70, 123.34, 132.76, 153.82, 190.04\} \end{aligned}$$

전통적인 회색예측모형에서 파라미터추정값들과 예측식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{a} = -0.315 \ 050 \\ \hat{u} = 85.926 \ 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = 99.85 \\ \hat{x}^{(0)}(k) = 92.990438 \cdot \exp(0.135 \ 050) \cdot (k-1), \ k = 2, 3, \dots \end{cases}$$

그리고 이 모형의 절대오차평균과 상대오차평균은 각각 4.600 219, 3.241 697%이다. 한편 무게붙은 회색예측모형에서 파라미터추정값들과 예측식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{a} = -0.136 \ 363 \\ \hat{u} = 86.833 \ 543 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = 99.85 \\ \hat{x}^{(0)}(k) = 93.901 \ 563 \cdot \exp(0.136 \ 563 \cdot (k-1)), \ k = 2, 3, \dots \end{cases}$$

여기서 배경값의 무게를  $w=0.425$ 로 주었다.

이때 모형의 절대오차평균과 상대오차평균은 각각 4.372 741, 3.101 651%이다.

끝으로 론문에서 제안한 모의소둔법에 기초한 회색GM(1,1)예측모형에서 파라미터추정값들과 예측식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{a} = -0.110 \ 511 \\ \hat{u} = 93.436 \ 070 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = 99.85 \\ \hat{x}^{(0)}(k) = 98.904 \ 934 \cdot \exp(0.110 \ 511 \cdot (k-1)), \ k = 2, 3, \dots \end{cases}$$

이때 모형의 절대오차평균과 상대오차평균은 각각 4.255 151, 2.566 644%이다.

위의 실험결과들로부터 론문에서 제안한 예측모형의 절대오차평균과 상대오차평균이 전통적인 예측모형보다 0.345 068, 0.675 053%, 무게붙은 예측모형보다는 0.117 490, 0.535 007% 개선되었다는것을 알수 있다.

## 맺는말

회색동태모형 GM(1, 1)과 모의소든법에 기초하여 화물수송량의 회색예측모형을 구성하기 위한 알고리즘을 작성하고 모의실험을 통하여 제안된 예측모형이 선행한 방법들로 작성한 예측모형들에 비하여 예측정확성이 높다는것을 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] E. S. Gopi; Algorithm Collections for Digital Signal Processing Applications Using Matlab, Springer, 18~23, 2007.
- [2] 李立伟 等; 电源技术, 30, 12, 1006, 2006.
- [3] 范鹰 等; 电力需求侧管理, 8, 2, 18, 2006.

주체102(2013)년 2월 5일 원고접수

**A Method for Making a Grey Predict Model  
based on Simulated Annealing Method**

*Kim Kwang Hyok*

I considered a method of making a grey predict model for the volume of freight traffic by searching the best parameters of the model using simulated annealing method.

Key words: grey predict model, annealing method, volume of freight traffic