

## 피라미드배렬구조의 4개의 반작용바퀴로 구동되는 공기베어링평대의 종속자세조종고리설계

권충일, 윤정남, 배원철

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《우리는 위대한 장군님의 우주강국건설업적을 만년토대로 하여 우주과학기술을 더욱 발전시켜 첨단기술의 집합체이며 정수인 실용위성들을 더 많이 제작, 발사하여야 합니다.》

공기베어링부상체는 인공지구위성의 자세결정과 조종을 위한 지상실험장치로 많이 리용되고있다. 특히 정밀자세조종을 위하여 반작용바퀴를 리용할 때 1개의 바퀴구동에서 고장이 발생하면 기타 나머지바퀴들의 합성동작으로 3축조종기능을 계속 수행하기 위하여 피라미드구조로 배열된 4개의 반작용바퀴구동방식을 많이 리용하고있다.[2]

론문에서는 선행연구[1]에서 고찰한 피라미드배렬구조의 반작용바퀴를 리용하는 공기베어링부상장치의 수학적모형화에 기초하여 부상체의 자세조종을 위한 종속조종고리의 설계에 대하여 고찰하였다.

### 1. 피라미드배렬구조식 반작용바퀴를 리용한 공기베어링부상장치의 동력학적모형화와 조종문제의 설정

그림 1에 피라미드배렬구조식 반작용바퀴를 리용한 공기베어링부상장치를 보여주었다.

장치는 크게 중력의 영향을 없애기 위하여 설치된 공기베어링에 의한 부상장치, 피라미드배렬구조로 설치된 4개의 직류사보전동기와 그 축에 고정시킨 반작용바퀴, 직류전동기구동장치, 자세조종장치로 구성되어있다. 공기베어링은 4개의 반작용바퀴의 합성동작에 의하여 공간에서 3자유도로 임의로 회전할수 있으며 반작용바퀴들의 합성동작은 방향코시누스행렬(DCM: Direction Cosine Matrix)에 의하여 정의된다.

그림 2에 4개의 반작용바퀴를 가지는 피라미드배렬구조를 보여주었는데 이 구조에 대한 방향코시누스행렬은 다음과 같다.

$$C_{DCM} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \sin\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta & -\cos\alpha \cdot \sin\beta & \sin\alpha \cdot \sin\beta \\ \sin\alpha \cdot \sin\beta & \cos\alpha \cdot \sin\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta & -\cos\alpha \cdot \sin\beta \\ \cos\beta & \cos\beta & \cos\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

이 행렬은 4개의 반작용바퀴의 주축들에서 발생하는 회전모멘트가 위성동체의 횡요축, 종요축, 편요축방향으로의 회전모멘트로 각각 전환되는 과정을 표현하는 변환행렬로서의 기능을 수행한다. 만일  $\alpha=0$  이라면 즉 첫번째 바퀴  $RW_1$  과 세번째 바퀴  $RW_3$  의

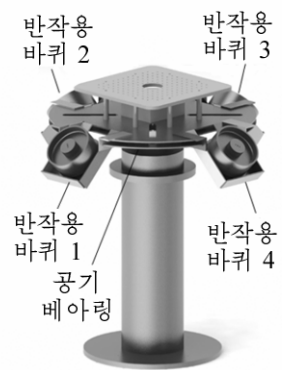


그림 1. 피라미드배렬구조식 반작용바퀴를 리용한 공기베어링부상장치

주축이  $xz$  면에 놓인다면  $C_{DCM}$ 은 다음과 같이 된다.

$$C_{DCM} = \begin{bmatrix} \sin \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & \sin \beta & 0 & -\sin \beta \\ \cos \beta & \cos \beta & \cos \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

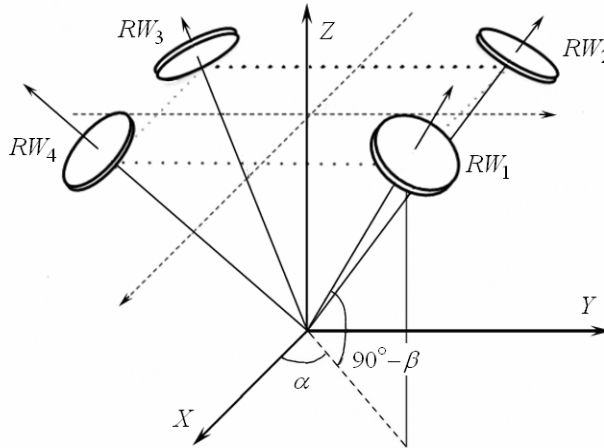


그림 2. 4개의 반작용바퀴의 피라미드배열구조

4개의 구동부가 모두 정상동작을 진행하는 경우 구동변환은 다음의 식에 의하여 진행된다.

$$\begin{bmatrix} \tau_{roll} \\ \tau_{pitch} \\ \tau_{yaw} \end{bmatrix} = C_{DCM} \cdot \begin{bmatrix} \tau_{RW_1} \\ \tau_{RW_2} \\ \tau_{RW_3} \\ \tau_{RW_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & \sin \beta & 0 & -\sin \beta \\ \cos \beta & \cos \beta & \cos \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{RW_1} \\ \tau_{RW_2} \\ \tau_{RW_3} \\ \tau_{RW_4} \end{bmatrix} \quad (3)$$

이로부터 주어진 위성동체의 3축주위로의 회전힘을 얻기 위하여서는 4개의 매 반작용바퀴에서의 힘을 결정하여야 하며 이를 위해 식 (3)의 역문제를 풀어야 한다. 그런데 행렬  $C_{DCM}$ 이 3행4렬의 비정방행렬이므로 역문제의 풀이는 유일존재하지 않는다. 그러므로 이 경우에는 1개 구동부의 회전속도를 고정시키거나 4개의 구동부들사이에 어떤 적당한 속박을 주어서 구동변환을 진행한다. 역방향코시누스행렬에 의해 피라미드배열구조에서의 반작용바퀴들의 회전속도목표량이 주어지면 전동기구동장치에서는 이 각속도목표값을 달성하기 위하여 전동기-반작용바퀴계에 대한 속도조종이 진행된다.

전동기-반작용바퀴계의 동력학모형은 일반직류전동기모형으로서 전압평형식과 회전모멘트평형식에 의하여 다음과 같이 표시할수 있다.

$$L \frac{d}{dt} I_i + R \cdot I_i + K_e \Omega_i = U_i, \quad i=1, \dots, 4 \quad (4)$$

$$J_{wi} \frac{d}{dt} \Omega_i = \tau_i = K_t \cdot I_i, \quad i=1, \dots, 4 \quad (5)$$

여기서  $L$ ,  $R$ ,  $K_e$ 는 각각 권선의 유도도, 유효저항, 역기전력계수이고  $U_i$ ,  $I_i$ ,  $\Omega_i$ 는 각각  $i$ 번째 전동기에 가해진 단자전압, 권선에 흐르는 전류, 회전각속도이며  $\tau_i$ 는  $i$ 번째 전

동기의 회전축에 발생하는 회전모멘트이고  $K_i$  는 모멘트결수이다.

식 (5)로부터  $I_i$  를 구하여 식 (4)에 대입하면  $i$  번째 무슬직류전동기의 모형은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{LJ_w}{K_i} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \Omega_i + \frac{RJ_w}{K_i} \cdot \frac{d}{dt} \Omega_i + K_e \Omega_i = U_i \quad (6)$$

식 (6)으로부터 만일 회전자의 권선유도도가 무시된다면 전동기-반작용바퀴계는 1차관성요소로 모형화된다는것을 알수 있다.

전동기-반작용바퀴계의 회전각가속도는 공기베어링회전체의 동체회전동력학모형의 조종입력신호로 작용한다.

피라미드형식의 반작용바퀴배렬구조를 가진 부상테블의 동력학모형은 다음과 같이 표시된다.

$$J_b \dot{\omega} + \omega \times (J_b \omega + C_{DCM} J_w \dot{\Omega}) = -C_{DCM} J_w \dot{\Omega} + u_{ext} \quad (7)$$

여기서  $J_b = \text{diag}(J_{bx}, J_{by}, J_{bz})$  와  $J_w = \text{diag}(J_{w1}, J_{w2}, J_{w3}, J_{w4})$  는 부상동체와 반작용바퀴의 관성모멘트행렬이고  $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  와  $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4]^T$  는 부상동체의 회전각속도벡터와 반작용바퀴의 회전각속도벡터이며  $C_{DCM}$  은 방향코시누스행렬이다. 또한  $u_{ext}$  는 외부작용력(외란)벡터이다.

식 (7)로부터 조종체계설계를 위한 공칭모형을 얻어낼수 있다.

부상동체의 회전운동이 서서히 진행되는 경우 식 (7)의 비선형항은 충분히 령에 가까운 값으로 되며 따라서 조종대상모형으로서의 부상체의 회전운동방정식은 식 (7)로부터 다음과 같이 근사화할수 있다.

$$J_b \ddot{\theta} \approx \tau_b + u_{ext} = -C_{DCM} J_w \dot{\Omega} + u_{ext} \quad (8)$$

여기서

$$\tau_b = -C_{DCM} J_w \dot{\Omega}$$

이다.

식 (8)과 같은 모형에서 조종입력은 반작용바퀴의 회전각가속도벡터  $\dot{\Omega}$  이며 조종량은 부상체의 회전각벡터  $\theta$  이다. 이 모형으로부터 출발하여 로바스트조종을 비롯한 여러가지 자세조종방법들을 적용할수 있다.

## 2. 공기베어링부상체의 자세조종을 위한 종속조종체계의 설계

그림 3에 자세조종을 위한 종속조종체계구성도를 보여주었다.

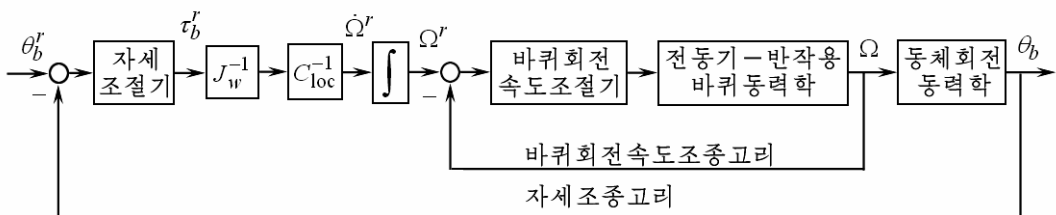


그림 3. 자세조종을 위한 종속조종체계구성도

그림 3에서 보는바와 같이 공기베아링부상장치의 자세조종체계는 반작용바퀴회전속도조종을 위한 내부고리와 자세조종을 위한 외부고리를 가지는 종속조종고리형식으로 구성된다.

그림 3에서  $\theta_b^r$ 는 부상체의 오일러자세목표값,  $\dot{\Omega}^r$ 와  $\Omega^r$ 는 각각 자세조절기에서 계산되어나오는 전동기-반작용바퀴계의 회전각가속도목표값과 회전각속도목표값,  $\Omega$ 는 바퀴의 회전각속도,  $\theta_b$ 는 부상체의 오일러자세각도이다.

자세조절기에서 조종알고리즘에 의하여 자세조종을 실현하기 위한 공기베아링부상체의 3축방향회전모멘트지령값  $\tau_b^r$ 가 계산되는데  $C_{DCM}$ 이 비정방행렬인것으로 하여  $\tau_b^r$ 를 실현하기 위한 반작용바퀴의 회전각가속도지령값  $\dot{\Omega}^r$ 를 식 (8)에 의해서는 일의적으로 결정할수 없다. 이것을 해결하는 가장 간단한 방법은 어느 1개의 바퀴(실례로 RW1)를 고장이라고 가정하고  $C_{DCM}$ 에서 그것에 대응하는 첫렬을 제거한 행렬  $C_{loc}$ 를 리용하는것이다. 마찬가지로 방법으로 4개의 서로 다른  $C_{loc}$ 를 구성할수 있다. 이로부터 반작용바퀴의 회전각가속도목표값  $\dot{\Omega}^r$ 와 그것을 달성하기 위한 회전각속도목표값  $\Omega^r$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{\Omega}^r = J_w^{-1} C_{loc}^{-1} \tau_b^r, \quad \Omega^r(t) = \int_0^t \dot{\Omega}^r d\tau$$

이렇게 계산된  $\Omega^r = [\Omega_2^r, \Omega_3^r, \Omega_4^r]^T$ 는 내부고리인 4개의 회전속도조종고리들중 첫번째 속도조종고리를 제외한 나머지고리들의 목표값으로 작용하게 된다.

### 3. 내부고리의 설계

반작용바퀴의 회전속도조종을 위한 내부고리는 조종대상인 전동기-반작용바퀴계와 전동기구동장치에 내장된 바퀴회전속도조절기로 구성되어있다. 바퀴가 설치된 직류전동기의 조종대상입출력모형은 회전자권선유도도와 외란을 무시하는 경우 식 (6)으로부터 다음과 같이 쓸수 있다.

$$P_w(s) = \frac{K_t}{LJ_w \cdot s^2 + RJ_w \cdot s + K_t K_e} \approx \frac{K_t}{RJ_w \cdot s + K_t K_e} \quad (9)$$

계단형속도목표값에 대하여 정상오차가 없는 조종을 실현하기 위하여  $i$ 번째 전동기에 가해지는 전기자전압을 다음과 같은 PI조종기에 의하여 구할수 있다.

$$U_{a,i}(t) = K_{w,p}(\Omega_i^r - \Omega_i) + K_{w,i} \int_0^t (\Omega_i^r - \Omega_i) d\tau \quad (10)$$

여기서  $K_{w,p}$ 와  $K_{w,i}$ 는 각각 비례조종파라미터와 적분조종파라미터이다.

식 (9)와 (10)을 리용하면 닫힌전달함수는 다음과 같이 된다.

$$G_{w,1}(s) = \frac{P_w(s)C_{w,1}(s)}{1 + P_w(s)C_{w,1}(s)} = \frac{\frac{K_t K_{w,p}}{R \cdot J_w} s + \frac{K_t K_{w,i}}{R \cdot J_w}}{s^2 + \left( \frac{K_t K_e}{R \cdot J_w} + \frac{K_t K_{w,p}}{R \cdot J_w} \right) s + \frac{K_t K_{w,i}}{R \cdot J_w}} \quad (11)$$

이 전달함수의 분자다항식과 분모다항식의 0차항결수는 같으므로 직류증폭도는 1이

며 따라서 이 체계는 1형체계로서 계단형목표값에 대하여 정상오차가 없이 추종한다. 그러나 1차항의 결수는 같지 않으므로 체계는 1차형목표값에 대하여 정상오차없는 추종이 불가능하다. 그런데 자세조종의 기본구동력은 반작용바퀴의 각가속도이므로 내부고리는 적어도 1차형목표값속도에 정상오차없이 추종할것 즉 2형체계로 될것을 요구한다. 내부모형조종원리에 의하면 목표값에 대한 2형체계를 구성하기 위해서는 조종기가 시간에 따르는 경사신호의 모형인  $1/s^2$  을 포함하여야 한다. 이로부터 내부고리에 2중적분기를 포함시켜 다음과 같은 조종법칙으로 반작용바퀴구동전동기의 전기자단자전압을 구성한다.

$$U_{a,i,2}(t) = K_{w,p}(\Omega_i^r - \Omega_r) + K_{w,i} \int_0^t (\Omega_i^r - \Omega_i) d\tau + K_{w,ii} \int_0^t \int_0^t (\Omega_i^r - \Omega_i) d\tau^2 \quad (12)$$

식 (9)와 (12)를 리용하면 2형회전속도조종체계의 닫힌전달함수는 다음과 같다.

$$G_{w,2}(s) = \frac{P_w(s)C_{w,2}(s)}{1 + P_w(s)C_{w,2}(s)} = \frac{\frac{K_t K_{w,i}}{R \cdot J_w} s + \frac{K_t K_{w,ii}}{R \cdot J_w}}{s^3 + \left( \frac{K_t K_e}{R \cdot J_w} + \frac{K_t K_{w,p}}{R \cdot J_w} \right) s^2 + \frac{K_t K_{w,i}}{R \cdot J_w} s + \frac{K_t K_{w,ii}}{R \cdot J_w}} \quad (13)$$

식 (13)의 분자 및 분모다항식들의 0차 및 1차항의 결수들이 일치하므로 바퀴회전각속도조종체계는 목표값에 대한 2형체계이며 따라서 외란을 무시하면 시간에 관하여 1차인 회전각속도목표값에 오차없이 추종한다는것을 알수 있다.

그림 4에 식 (10)과 (12)의 바퀴회전속도조종특성을 비교하기 위한 Matlab Simulink 구성도를 보여주었다.

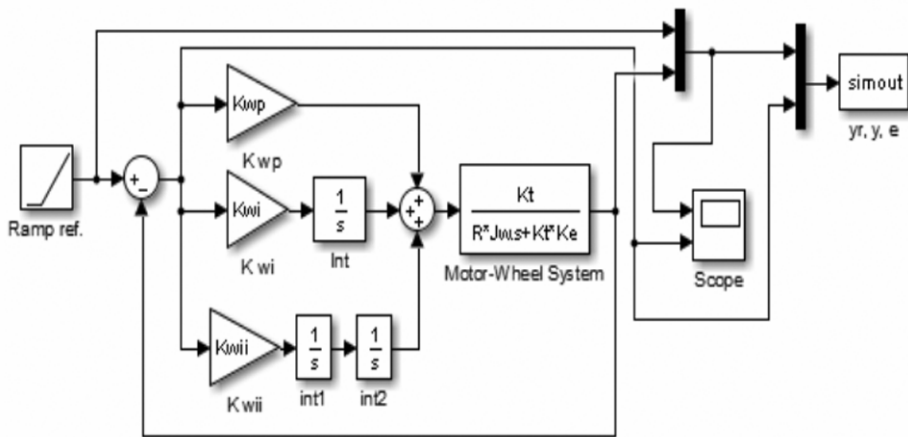


그림 4. 바퀴회전속도조종특성을 비교하기 위한 Matlab Simulink구성도

그림 5에 같은 조종대상에 대하여 두 조종방식에 의한 조종을 진행하는 경우 회전속도조종모의비교결과를 보여주었다.

그림 5에서 보는바와 같이 1형체계는 0.4rad/s의 정상오차를 가지지만 2형체계는 정상오차가 0으로 된다는것을 알수 있다.

내부고리의 조종파라미터  $K_{w,p}$ ,  $K_{w,i}$ ,  $K_{w,ii}$  는 표준응답모형

$$G_{w, M}(s) = \frac{a_{w, 1} \cdot (\sigma_w \cdot s) + 1}{a_{w, 3} \cdot (\sigma_w \cdot s)^3 + a_{w, 2} \cdot (\sigma_w \cdot s)^2 + a_{w, 1} \cdot (\sigma_w \cdot s) + 1}$$

파의 결수비교에 의하여 결정할 수 있다. 여기서  $\sigma_w$ 는 내부고리의 대역폭을 결정하는 시정수로서 그 값은 수행장치의 가속도포화를 고려하여 설정한다.

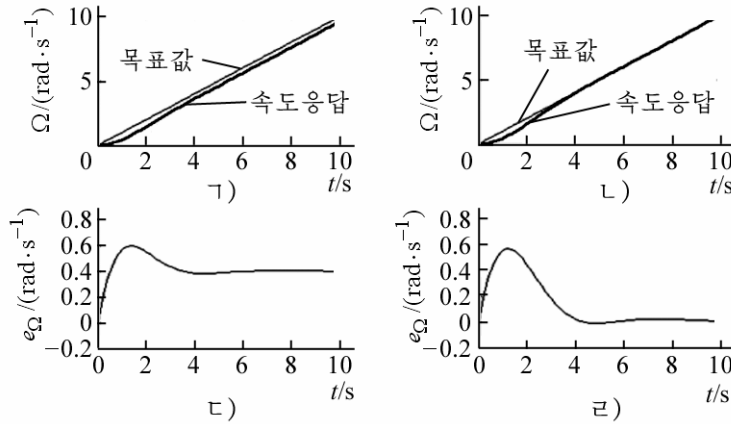


그림 5. 회전속도조종모의비교결과

㉠) 1형체계의 응답, ㉡) 2형체계의 응답, ㉢) 1형체계의 응답오차, ㉣) 2형체계의 응답오차

#### 4. 외부고리의 설계

내부고리의 전달특성이 1에 가깝게 설계된다는 조건하에서 식 (9)와 그림 3의 체계 구성도로부터 자세각도조종고리의 조종대상은 회전동체의 관성모멘트  $J_b$ 와 바퀴관성모멘트  $J_w$ 를 가지는 2중적분대상으로 모형화된다는 것을 알 수 있다. 그러므로 자세조절기를 다음과 같은 PD보상기로 실현하면 계단형목표값에 대하여 정상오차없는 조종체계를 구성할 수 있다.

$$\tau_b(t) = K_{p, att}(\theta_b^r - \theta_b) + K_{d, att} \cdot \frac{d}{dt}(\theta_b^r - \theta_b) \quad (14)$$

여기서  $K_{p, att}$ 는 자세조종고리의 비례조절결수이고  $K_{d, att}$ 는 미분조절결수이다.

이때 자세각도조종고리의 닫힌체계전달함수는 식 (8)과 같은 전달함수모형

$$P_{att}(s) = J_w / (J_b \cdot s^2)$$

과 식 (14)에 의하여 다음과 같이 된다.

$$G_{att}(s) = \frac{P_{att}(s)G_w(s)C_{att}(s)}{1 + P_{att}(s)G_w(s)C_{att}(s)} \quad (15)$$

여기서  $G_w(s)$ 는 반작용바퀴회전속도조종을 위한 내부고리의 전달함수 즉 식 (13)이며  $C_{att}(s)$ 는 식 (14)의 모형이다.

만일  $G_w(s) \approx 1$ 이라면 식 (15)는 근사적으로 다음과 같이 된다.

$$G_{att}(s) \cong \frac{P_{att}(s)C_{att}(s)}{1 + P_{att}(s)C_{att}(s)} = \frac{J_w K_{d, att} s + J_w K_{p, att}}{J_b s^2 + J_w K_{d, att} s + J_w K_{p, att}} \quad (16)$$

식 (16)의 분자다항식과 분모다항식의 비교로부터 자세조종외부고리는 2형2차체계로서 계단형목표신호뿐만아니라 경사형목표신호에도 오차없이 추종한다는것을 알수 있다.

그리고 식 (14)에서  $K_{p, att}$  와  $K_{d, att}$  의 값은 2항결수모형과 같은 2차체계의 표준응답모형

$$G_{att, M}(s) = \frac{a_{att, 1} \cdot (\sigma_{att} \cdot s) + 1}{a_{att, 2} \cdot (\sigma_{att} \cdot s)^2 + a_{att, 1} \cdot (\sigma_{att} \cdot s) + 1}$$

에 따라 결정할수 있는데 이 모형의 대역폭은 내부고리의 대역폭의 5~10분의 1정도로 취하여야 하므로  $\sigma_{att} = k \cdot \sigma_w$ ,  $k = 5 \sim 10$  이 만족되도록 정한다.

## 5. 실험 및 결과분석

설계된 종속조종고리를 리용하여 횡요, 종요, 편요자세목표값을  $-10^\circ$ 로부터  $10^\circ$ 범위에서 계단형신호로 변화시키면서 그것에 대한 자세응답과 전동기의 회전속도응답을 분석하는 방법으로 조종실험을 진행하였다.

그림 6에 3축방향의 자세응답결과를 보여주었다.

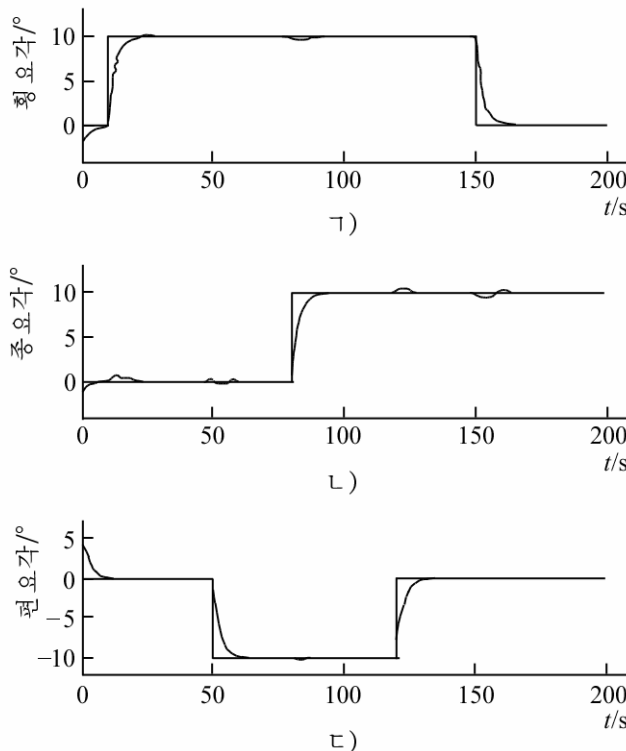


그림 6. 3축방향의 자세응답결과

가) 횡요축, 나) 종요축, 다) 편요축

그림 6에서 알수 있는바와 같이 목표값추종조종의 과도시정수는 4s정도이고 정상오차는 령이라는데것을 알수 있다.

조종과정에 발생한 4개의 반작용바퀴의 속도응답을 그림 7에 보여주었다.

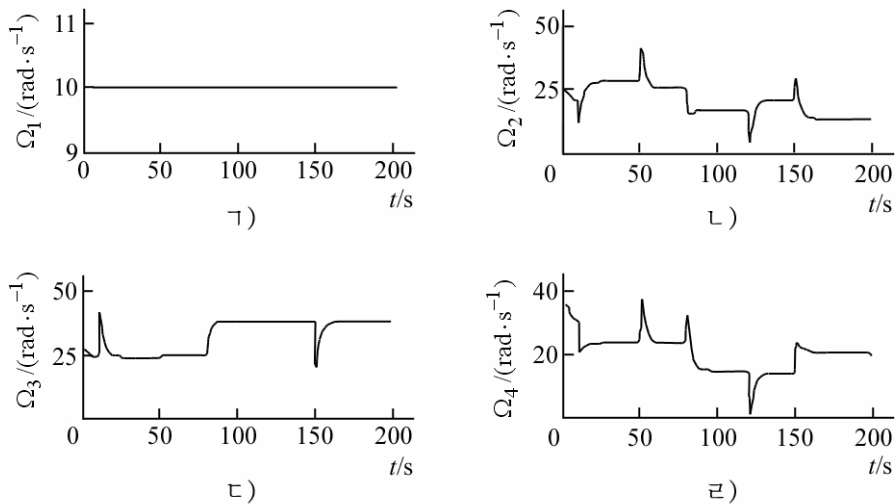


그림 7. 조종과정에 발생한 4개의 반작용바퀴의 속도응답

가) 바퀴 1, 나) 바퀴 2, 다) 바퀴 3, 라) 바퀴 4

조종실험결과를 통하여 설계된 종속조종고리가 설계지표대로 정확히 동작한다는것을 확증하였다.

## 맺 는 말

피라미드배열구조의 반작용바퀴구동을 리용하는 공기베어링부상체의 자세조종을 실현하기 위한 종속조종고리설계의 한가지 방법을 제기하고 조종실험을 통하여 그 효과성을 검증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김일성종합대학학보 정보과학, 66, 2, 95, 주체109(2020).
- [2] Alireza Fazlyab et al.; The International Journal of Engineering and Science, 6, 6, 83, 2017.

주체110(2021)년 5월 5일 원고접수

## A Design of Cascade Control Loop of Air-Bearing Test Bed Driven by a Pyramid Array of Four Reaction Wheels

*Kwon Chung Il, Yun Jong Nam and Pae Won Chol*

We have produced the dynamical model of an air-bearing test bed driven by four reaction wheels and proposed a method of designing cascade control loop for attitude control.

Keywords: reaction wheel, attitude control, cascade control loop