김일성종합대학학보 (자연과학) 주체104(2015)년 제61권 제10호
JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE) Vol. 61 No. 10 JUCHE104(2015).

망조종체계의 예측조종기설계의 한가지 방법

백수영, 신영남

망조종체계의 동특성은 기본적으로 세가지로 표현되는데 그것은 망전송에 의한 정보전달의 시간지연, 자료손실, 자료전송파케트이지러짐이다.

선행연구[1]에서는 망조종체계에서 조종정보자료전송에서 자료가 손실될 때 대상에 가해준 마지막 조종입력값을 계속 리용하는 방법을 리용하였으며 선행연구[2]에서는 망조종체계에서 나타나는 이러한 동특성들을 하나의 변동으로 보고 로바스트조종기설계방법에 대하여 론의하였다. 이러한 방법들은 조종의 정확성이 떨어지고 닫긴체계의 안정성을 담보하지 못한다.

론문에서는 예측조종방법을 리용하여 망조종체계에서 나타나는 이러한 동특성들의 영향을 개선하고 조종체계의 성능을 높이는 한가지 방법을 제기하였다.

론문에서 제안한 방법은 대상의 수학적모형에 기초하여 미래의 상태정보를 예측하고 시간지연이나 조종정보자료손실, 자료파케트이지러짐이 발생할 때 이 상태정보를 리용하여 조종기를 설계하므로 조종의 질을 제고하고 닫긴체계의 안정성을 담보한다.

1. 대상모형에 기초한 상태예측

다음과 같은 SISO입력아핀비선형체계가 주어졌다고 하자.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned} \tag{1}$$

이제 시간걸음 Δ와 마디점 $t_i = t_0 + i\Delta$를 도입하고 마디점 t_i에서의 증분 Δx_i를 계산하면 다음과 같다.

$$\Delta x_i = \frac{1}{6}(k_1(i) + 2k_2(i) + 2k_3(i) + k_4(i)) \tag{2}$$

여기서 $k_1(i),\ k_2(i),\ k_3(i),\ k_4(i)$는 다음과 같이 계산한다.

$$k_1(i) = \Delta * [f(x_i) + g(x_i) * u(x)] \tag{3}$$

$$k_2(i) = \Delta * \left[f\left(x_i + \frac{1}{2} k_1(i) \right) + g\left(x_i + \frac{1}{2} k_1(i) \right) * u(i) \right] \tag{4}$$

$$k_3(i) = \Delta * \left[f\left(x_i + \frac{1}{2} k_2(i) \right) + g\left(x_i + \frac{1}{2} k_2(i) \right) * u(i) \right] \tag{5}$$

$$k_4(i) = \Delta * [f(x_i + k_3(i)) + g(x_i + k_3(i)) * u(i)] \tag{6}$$

이때 마디점 t_{k+1}에서의 상태예측값은 다음과 같이 계산한다.

$$\hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i + \Delta x_i, \quad x(t_0) = x_0 = \hat{x}_0 \tag{7}$$

그리고 예측오차를 줄이기 위하여 새로운 변수 $\gamma(|\gamma|<1)$를 도입한다.

그러면 상태예측은 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{x}_{i+1}=(1+\gamma)\hat{x}_i+\Delta x_i \tag{8}$$

여기서 γ는 대상에 따라 적당히 선정하는데 다음과 같은 두가지 방법으로 설정할수 있다.

방법 1 먼저 대상의 공칭모형에 기초하여 예측값표본렬과 실제 대상측정값표본렬을 얻는다. 이때 표본의 개수는 N개로 한다.

그리고 예측값표본을 $\{\hat{x}\}$, 실제측정값표본을 $\{x\}$라고 하고 오차두제곱평균값 E를 다음과 같이 계산한다.

$$E=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{x}_i)^2 \tag{9}$$

여기에 기초하여 γ를 계산하면 다음과 같다.

$$\gamma=\zeta\frac{E}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{x}_i} \tag{10}$$

여기서 ζ는 다음과 같다.

$$\zeta=\begin{cases}1, & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{x}_i\le\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i\\ -1, & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{x}_i>\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i\end{cases} \tag{11}$$

방법 2 대상의 공칭모형에 기초하여 예측값표본렬과 실제 대상측정값표본렬을 얻는다. 이때 표본의 개수는 N개로 한다.

예측값표본을 $\{\hat{x}\}$, 실제측정값표본을 $\{x\}$라고 한다.

$\{\{\hat{x}\},\ \{x\}\}$를 하나의 표본쌍으로 하고 m개의 표본렬을 얻는다. 즉

$$\{\{\hat{x}_1\},\ \{x_1\}\},\ \{\{\hat{x}_2\},\ \{x_2\}\},\ \cdots,\ \{\{\hat{x}_m\},\ \{x_m\}\}. \tag{12}$$

여기서 m은 보통 표본개수이상의 적당한 상수값을 취한다. 이때

$$\{\{\hat{x}_i\},\ \{x_i\}\},\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ m$$

은 i번째 표본쌍을 의미하며 $\{\hat{x}_i\}$, $\{x_i\}$는 각각 i번째 예측값표본렬과 실제값표본렬이다.

그리고 오차두제곱평균 $E_i(i=1, 2, \cdots, m)$를 다음과 같이 계산한다.

$$E_i=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x_{ik}-\hat{x}_{ik})^2 \tag{13}$$

다음 평균오차 E를 다음과 같이 계산한다.

$$E=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}E_i \tag{14}$$

여기에 기초하여 γ를 계산한다. 즉

$$\gamma=\zeta\frac{E}{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\hat{x}_{ik}\right)}. \tag{15}$$

여기서

$$\zeta=\begin{cases}1, & \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\hat{x}_{ik}\right)\le\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_{ik}\right)\\ -1, & \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\hat{x}_{ik}\right)>\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_{ik}\right)\end{cases}$$

이다.

2. 망조종체계의 동특성을 고려한 예측조종기설계

다음과 같은 SISO입력아핀비선형체계가 주어졌다고 하자.

$$\dot{x}=f(x)+g(x)u+w(x)\theta \tag{16}$$

여기서 $f(x),\ g(x),\ w(x)$는 C^{∞} −함수이며 $w(x)\theta$는 불확정성을 나타낸다.

이때 다음의 반결합법칙(SonTag의 공식)은 공칭체계의 열린고리불안정정상상태를 점근안정화한다.[2]

$$h(x)=\begin{cases}-\dfrac{L_fV+\sqrt{(L_fV)^2+\|L_gV\|^4}}{\|L_gV\|^2}, & L_gV\neq 0\\ 0, & L_gV=0\end{cases} \tag{17}$$

여기서 L_fV와 L_gV는 벡토르마당 f, g와 관련된 스칼라함수 V($V(x)=x^TPx$, $P>0$)의 편미분을 나타낸다. 즉

$$L_gV=\frac{\partial V}{\partial x}g(x),\quad L_fV=\frac{\partial V}{\partial x}f(x) \tag{18}$$

우의 상태반결합조종기에 기초하여 망동특성을 고려한 예측조종기를 다음과 같이 설계한다.

$$\min_{u\in S(\Delta)}\int_{t_k}^{t_{k+N}}\left[\tilde{x}(\tau)^TQ_C\tilde{x}(\tau)+u(\tau)^TR_cu(\tau)\right]d\tau \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\text{s.t.}\ \ &\dot{\tilde{x}}(t)=f(\tilde{x}(t),\ u(t),\ 0)\\ &\tilde{x}(t_k)=x(t_k)\\ &V(\tilde{x}(t))\le V(\tilde{x}(t)),\quad \forall t\in[t_k,\ t_{k+N_R}]\end{aligned}$$

여기서 $S(\Delta)$는 표본화구간 Δ를 가지는 토막상수함수족, $\tilde{x}(t)$는 우의 최량화문제에 의하여 계산된 입력자리길에 대한 공칭체계의 예측표본화자리길, $\hat{x}(t)$는 조종기 $u=h(\hat{x}(t))$에서의 자리길이고 Q_c, R_c는 무게행렬이다.

여기에 기초한 망조종체계의 예측조종기설계알고리듬은 다음과 같다.

① 비선형체계의 상태반결합조종기를 설계한다.(식 (17))

② 대상모형에 기초한 상태예측기를 설계한다.(식 (8))

③ 설계된 조종기(식 (17))와 상태예측기(식 (8)), 최량화문제(식 (19))를 리용하여 표본순간 t_k에서의 조종입력자리길을 계산하고 $i=0$으로 한다.

④ 만일 $s(t_k)=1$ 이면 $u_k(t)=u_k(t_k),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}],\ i=0,$

$s(t_k)=0$ 이면 $u_k(t)=u_{k-i-1}(t_{k+i}),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}],\ i=i+1$

로 한다. 그리고 $i>N$ 이면 $i=N$ 으로 한다.

⑤ $u(t)=u_k(t),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}]$

⑥ 새로운 표본($k=k+1$)을 얻고 ④로 간다.

알고리듬에서 $s(t_k)=1$ 이면 통신성공이고 $s(t_k)=0$ 이면 통신실패 즉 자료손실이 일어난 경우이다.

3. 모의실험 및 결과분석

제안한 방법을 화학반응탕크의 압력조종에 적용하고 그 효과성을 검증하였다.

이때 압력조종대상의 수학적모형은 다음과 같다.

$$C\frac{dp}{dt}=Q_1-Q_2+\Delta Q \tag{20}$$

여기서 C 는 탕크의 용량(m^3)이고 Q_1 과 Q_2 는 입구공기흐름(m^3/s)과 출구공기흐름(m^3/s)으로서 다음과 같이 계산한다.

$$Q_1=\alpha_1 A_1 m_1\sqrt{\frac{2(p_1-p)}{\rho}} \tag{21}$$

$$Q_2=\alpha_2 A_2 m_2\sqrt{\frac{2(p-p_2)}{\rho}} \tag{22}$$

한편 출구발브열림도는 일정하다고 가정한다.

탕크압력조종대상의 비선형미분방정식을 다음과 같이 얻을수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt}&=\frac{1}{C}(Q_1-Q_2+\Delta Q)=\\&=\frac{1}{V}\alpha_1 A_1 m_1 p\sqrt{\frac{2(p_1-p)}{\rho}}-\frac{1}{V}\alpha_2 A_2 m_2 p\sqrt{\frac{2(p-p_2)}{\rho}}+\frac{1}{V}p\Delta Q\end{aligned} \tag{23}$$

여기서 $x=p$ 를 상태, $u=m_1$ 을 입력, $\theta=\Delta Q$ 를 불확정성량이라고 하면 우의 비선형미분방정식은 다음과 같이 표현할수 있다.

$$\dot{x}(t)=f(x(t))+g(x(t))u(t)+w(x(t))\theta(t) \tag{24}$$

식 (24)에서 $f(x(t)),\ g(x(t)),\ w(x(t))$ 는 다음과 같다.

$$f(x(t))=-\frac{1}{V}\alpha_2 A_2 m_2 x\sqrt{\frac{2(x-p_2)}{\rho}} \tag{25}$$

$$g(x(t))=\frac{1}{V}\alpha_1 A_1 x\sqrt{\frac{2(p_1-x)}{\rho}} \tag{26}$$

$$w(x(t))=\frac{1}{V}x \tag{27}$$

표 1에 공정파라메터를 주었다.

표 1. 공정파라메터

파라메터	파라메터값	단위	설명
α_1	0.631 811		입구조절변의 흐름량결수
α_2	0.631 811		출구조절변의 흐름량결수
A_1	$1.962\ 5\times10^{-3}$	m^2	입구조절변의 통과자름면면적
A_2	$1.962\ 5\times10^{-3}$		출구조절변의 통과자름면면적
p_1	2×10^5	Pa	외부압력(공기압축기압력)
ρ	3.497 72	kg/m^3	공기밀도
V	2	m^3	배양탕크용적

한편 실험에 적용한 조종기는 다음과 같다.

$$h(x)=\begin{cases}-\dfrac{L_fV+\sqrt{(L_fV)^2+\left\|L_gV\right\|^4}}{\left\|L_gV\right\|^2}, & L_gV\neq0\\ 0, & L_gV=0\end{cases}\tag{28}$$

여기서

$$L_gV=\frac{\partial V}{\partial x}g(x)=\frac{2}{V}\alpha_1A_1x^2\sqrt{\frac{2(p_1-x)}{\rho}},\tag{29}$$

$$L_fV=\frac{\partial V}{\partial x}f(x)=-\frac{2}{V}\alpha_2A_2m_2x^2\sqrt{\frac{2(x-p_2)}{\rho}}.\tag{30}$$

닫긴체계성능을 평가하기 위하여 다음의 오차평가함수를 리용한다.

$$\min J=\sum_{i=0}^{M}[x_e(t_i)^TQ_cx_e(t_i)+u(t_i)^TR_cu(t_i)]\tag{31}$$

여기서 $Q_c=1,\ \ R_c=10^6,\ \ M=1\mathrm{h}$.

표 2는 닫긴체계성능을 보여준다.

표 2에서 보는바와 같이 론문의 방법이 선행한 방법에 비하여 보다 더 최량성을 만족시킨다는것을 알수 있다.

표 2. 닫긴체계의 평가함수비교

모의번호	선행방법[1]	론문의 방법
1	$0.166\ 7\times10^{11}$	$0.020\ 1\times10^{11}$
2	$0.306\ 2\times10^{11}$	$0.013\ 2\times10^{11}$
3	$0.676\ 5\times10^{11}$	$0.039\ 1\times10^{11}$
4	$0.903\ 4\times10^{10}$	$0.302\ 1\times10^{11}$
5	$0.456\ 2\times10^{11}$	$0.073\ 2\times10^{11}$

맺 는 말

입력아핀비선형체계에 대한 비선형상태반결합조종기를 조종체계의 자료손실을 고려하여 설계하였다. 자료손실은 대상모형에 기초한 상태예측에 의하여 보상되며 조종의 질과 닫긴체계의 안정성을 담보한다. 모의결과는 제안한 방법이 선행한 방법보다 우월하다는것을 보여준다.

참 고 문 헌

[1] P. Mhaskar et al.; AICHE J., 53, 654, 2007.
[2] Yuanqing Xia et al.; Analysis and Synthesis of Networked Control System, Springer, 23～54, 2011.

주체104(2015)년 6월 5일 원고접수

A Method of Predictive Controller Design of Network Control System

Paek Su Yong, Sin Yong Nam

We studied about the predictive controller design method with network dynamics.

State feedback controller for input-affine nonlinear system was designed taking into account data losses of network control system. Data losses were compensated by means of state prediction based on model of plant.

The simulations show that the proposed approach is superior to previous one.

Key words: network control system, predictive control, state prediction