

## 무계결수의 영향을 고려한 국부탐색법에 의한 다변수회색모형의 배경값최량화알고리즘설계

박영진, 최은향

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《생산된 전기를 효과있게 리용하는것은 긴장한 전력문제를 해결하기 위한 중요한 방도의 하나입니다.》

회색예측모형은 일정한 불확실성을 포함하고있는 자료들을 리용하여 예측을 진행할 수 있는 방법으로서 최근 현실문제들의 해결에 널리 리용되고있으며 리론적으로는 모형의 정확도를 높이기 위한 연구[1, 3]들이 진행되고있다. 그중에서 배경값최량화는 모형작성과정에 생성하는 린접평균값생성순렬을 합리적으로 구성하는 방법이다.

론문에서는 전력계통에서 측정된 자료에 대하여 배경값최량화의 무계결수가 모형의 정확도에 미치는 영향에 대하여 분석하고 국부탐색법을 리용한 배경값최량화알고리즘을 설계하였다.

### 1. 무계평균생성을 리용한 회색모형의 배경값최량화방법

GM(1, 1)모형에서의 배경값최량화[1]는 파라메터추정에 변수  $\lambda$ 를 포함시켜 해석적으로 진행할수 있다.

회색순렬에 대한 백화방정식

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = b \quad (1)$$

에서 배경값  $x(t)$ 에 1차루가생성순렬의 무계평균생성

$$\lambda x^{(1)}(k-1) + (1-\lambda)x^{(1)}(k)$$

를 대응시키면

$$x^{(0)}(k) + a(1-\lambda)x^{(1)}(k) + a\lambda x^{(1)}(k-1) = b, \quad k = \overline{2, n} \quad (2)$$

을 얻는다.

식 (2)에서

$$a(1-\lambda) = a', \quad a\lambda = a''$$

로 표시하면

$$a = a' + a'', \quad \lambda = \frac{a'}{a' + a''}$$

로 되며

$$x^{(0)}(k) + a'x^{(1)}(k) + a''x^{(1)}(k-1) = b \quad (3)$$

로 된다. 그리고

$$Y_1 = \begin{pmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} -x^{(1)}(2) & -x^{(1)}(1) & 1 \\ -x^{(1)}(3) & -x^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -x^{(1)}(n) & -x^{(1)}(n-1) & 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1 = (a(1-\lambda), a\lambda, u)^T = (a', a'', b)^T$$

로 놓으면  $\alpha_1$ 의 최소두제곱추정량은

$$\hat{\alpha}_1 = (D_1^T D_1)^{-1} D_1^T Y_1 = (\hat{a}', \hat{a}'', b)^T \quad (4)$$

이다.

우의 파라미터벡터로부터 최량의 배경값무게

$$\lambda = \frac{a'}{a' + a''}$$

를 계산할수 있다.

GM(2, 1)모형에 대해서도 우와 같은 방법으로 배경값최량화[1]를 해석적으로 진행할 수 있다.

다변수회색모형에 대해 식 (1)을 리산함수형식으로 표시하면

$$\begin{cases} x_1^{(0)}(k) + a_{11}Z_1^{(1)}(k) + a_{12}Z_2^{(1)}(k) + \cdots + a_{1m}Z_m^{(1)}(k) = b_1 \\ x_2^{(0)}(k) + a_{21}Z_1^{(1)}(k) + a_{22}Z_2^{(1)}(k) + \cdots + a_{2m}Z_m^{(1)}(k) = b_2 \\ \vdots \\ x_m^{(0)}(k) + a_{m1}Z_1^{(1)}(k) + a_{m2}Z_2^{(1)}(k) + \cdots + a_{mm}Z_m^{(1)}(k) = b_m \end{cases}$$

과 같다.

여기에 무계평균생성을 대응시키면

$$\begin{cases} x_1^{(0)}(k) + a_{11}(\lambda_1 x_1^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_1)x_1^{(1)}(k)) + \\ \quad + a_{12}(\lambda_2 x_2^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_2)x_2^{(1)}(k)) + \cdots + a_{1m}(\lambda_m x_m^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_m)x_m^{(1)}(k)) = b_1 \\ x_2^{(0)}(k) + a_{21}(\lambda_1 x_1^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_1)x_1^{(1)}(k)) + \\ \quad + a_{22}(\lambda_2 x_2^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_2)x_2^{(1)}(k)) + \cdots + a_{2m}(\lambda_m x_m^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_m)x_m^{(1)}(k)) = b_2 \\ \vdots \\ x_m^{(0)}(k) + a_{m1}(\lambda_1 x_1^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_1)x_1^{(1)}(k)) + \\ \quad + a_{m2}(\lambda_2 x_2^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_2)x_2^{(1)}(k)) + \cdots + a_{mm}(\lambda_m x_m^{(1)}(k-1) + (1-\lambda_m)x_m^{(1)}(k)) = b_m \end{cases}$$

이다.

웃식에서 보는바와 같이 다변수회색모형에서는 무계생성결수의 차수가  $m$ 이며 그것을 앞선 방법처럼 해석적으로 풀기가 곤란하다.

유전알고리즘과 개미군최량화알고리즘과 같은 발견적방법을 리용하여 배경값을 최량화하는 방법[2]들이 제기되었다.

## 2. 배경값무게가 전력계통자료의 예측정확도에 미치는 영향

다변수회색모형에서 배경값최량화를 고속으로 진행하기 위하여 전력계통의 측정자료들에 대하여 배경값무게와 모형의 정확도사이의 관계를 분석하였다.

한 변전소에서 측정된 전류와 전력자료에 대한 배경값무게  $\lambda$ 에 따르는 모형의 정확도를 그림에 보여주었다.

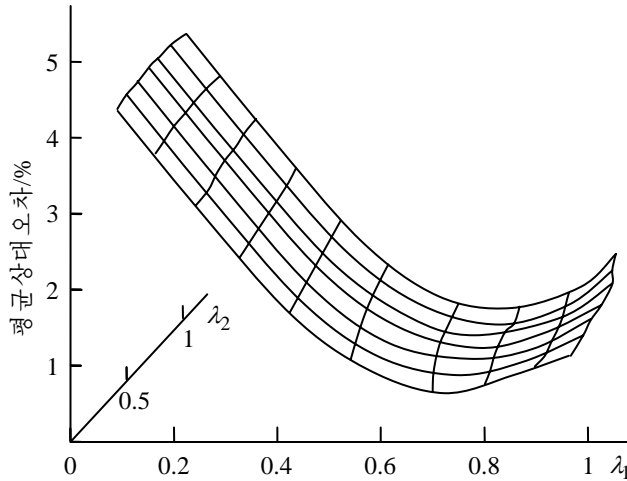


그림. 한 변전소에서 측정된 전류와 전력자료에 대한 배경값무게  $\lambda$ 에 따르는 모형의 정확도

그림에서 보는바와 같이 배경값무게  $\lambda$ 의 변화와 그에 따르는 모형의 평균상대오차의 변화사이의 관계는 1개의 극값을 가진다.

이것을 확증하기 위하여 전력계통에서 50여개의 대상들에서 측정된 자료에 대해 분석을 진행하였다.(표 1)

표 1. 50개의 대상에 대하여 1개의 극점이 나타난 비율

| 대상번호 | 비율   | 대상번호 | 비율   | 대상번호 | 비율   | 대상번호 | 비율   | 대상번호 | 비율   |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1    | 98.7 | 11   | 97.4 | 21   | 98.7 | 31   | 99.4 | 41   | 98.1 |
| 2    | 99.4 | 12   | 99.4 | 22   | 99.6 | 32   | 98.9 | 42   | 99.6 |
| 3    | 95.5 | 13   | 98.7 | 23   | 98.9 | 33   | 95.8 | 43   | 96.8 |
| 4    | 99.7 | 14   | 98.5 | 24   | 97.5 | 34   | 95.3 | 44   | 98.5 |
| 5    | 96.8 | 15   | 98.3 | 25   | 99.4 | 35   | 99.3 | 45   | 98.2 |
| 6    | 96.7 | 16   | 99.1 | 26   | 99.5 | 36   | 98.9 | 46   | 99.1 |
| 7    | 99.9 | 17   | 98.3 | 27   | 99.6 | 37   | 98.4 | 47   | 99.1 |
| 8    | 99.4 | 18   | 98.1 | 28   | 98.5 | 38   | 98.7 | 48   | 99.2 |
| 9    | 98.2 | 19   | 98.5 | 29   | 98.9 | 39   | 99.6 | 49   | 98.2 |
| 10   | 98.7 | 20   | 97.8 | 30   | 98.5 | 40   | 99.6 | 50   | 98.3 |

표 1은 측정대상별로 1개의 극점이 나타난 비율을 보여준다. 여기서 전력계통의 50개 대상에 대하여 1개의 극점이 나타난 비율이 98%이상이라는것을 알수 있다.

### 3. 국부탐색법을 리용한 배경값최량화알고리즘과 계산결과

앞에서 진행한 분석으로부터 전력계통에 대한 다변수회색모형의 배경값최량화에서는 대역최량화방법보다 국부최량화방법을 리용하는것이 보다 효과적이라는것을 알수 있다.

평균상대오차가 최소로 되는 배경값무게  $\lambda$  를 결정하기 위한 국부탐색법에 의한 배경값최량화알고리즘은 다음과 같다.

단계 1 배경값무게를

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = (0.5, 0.5, \dots, 0.5)$$

로 정하고 근방, 한계를 설정한다. ( $\delta = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\Delta = +\infty$ )

단계 2 린접평균값순렬을 구성하고  $|p^T p|$ 를 계산한다.

$$|p^T p| = 0 \text{ 이면}$$

$$\bar{\Delta} = +\infty$$

로 놓고 단계 4로 간다.

단계 3 모형의 파라메터를 추정하고 평균상대오차를 계산한다.

$$\hat{H} = (\hat{A}, \hat{B})^T = (P^T P)^{-1} P^T X_0$$

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n \Delta_{ik}$$

단계 4 무게벡토르  $\lambda$  에 대하여  $2m$  개의 근방을 선택하고 단계 2, 3을 반복하여  $\bar{\Delta}_1, \dots, \bar{\Delta}_{2m}$  를 계산한다.

$$\lambda_1 = \lambda + \underbrace{(\delta, 0, 0, \dots, 0)}_{2m}$$

$$\lambda_2 = \lambda + (-\delta, 0, 0, \dots, 0)$$

$$\lambda_3 = \lambda + (0, \delta, 0, \dots, 0)$$

$$\lambda_4 = \lambda + (0, -\delta, 0, \dots, 0)$$

$\vdots$

$$\lambda_{2m-1} = \lambda + (0, 0, \dots, \delta)$$

$$\lambda_{2m} = \lambda + (0, 0, \dots, -\delta)$$

단계 5  $\Delta_M = \min\{\bar{\Delta}_1, \dots, \bar{\Delta}_{2m}\}$  일 때

$$\Delta_M \geq \Delta \Rightarrow \delta = \frac{\delta}{2}$$

로 하고 단계 6으로 가고

$$\Delta_M < \Delta \Rightarrow \lambda = \lambda_M$$

으로 하고 단계 2로 간다.

단계 6  $\delta > \varepsilon$  이면 단계 4로, 아니면 최량풀이를  $\lambda$  로 하고 알고리즘을 끝낸다.

알고리즘의 단계 1에서는 알고리즘의 파라메터들을 설정하고 단계 2, 3, 4에서 현재의

풀이와 그 근방의 풀이들을 평가한다. 단계 5에서 가장 좋은 근방풀이로 이동하든가 더 좋은 풀이가 없다면 탐색걸음크기를 절반으로 줄인다. 단계 6에서는 탐색걸음크기가 허용 오차보다 작아지면 알고리즘을 끝낸다.

어느 한 변전소의 배전선로에서 유효전력과 전류측정자료를 가지고 2변수회색모형을 구성하고 제안한 알고리즘으로 배경값최량화를 진행한 경우와 대역적탐색방법인 유전알고리즘을 리용한 경우를 비교하였다.(표 2)

표 2. 제안한 알고리즘과 유전알고리즘에 의한 모의예측실험자료

| k        | 유효전력<br>( $x_1^{(0)}(k)$ )/kW | 모의값( $\hat{x}_1^{(0)}(k)$ ) |           | 전류<br>( $x_2^{(0)}(k)$ )/A | 모의값( $\hat{x}_2^{(0)}(k)$ ) |          |
|----------|-------------------------------|-----------------------------|-----------|----------------------------|-----------------------------|----------|
|          |                               | 제안한 방법                      | 유전알고리즘    |                            | 제안한 방법                      | 유전알고리즘   |
| 1        | 81.2                          | 81.2                        | 81.2      | 5.06                       | 5.06                        | 5.06     |
| 2        | 81.2                          | 81.231                      | 81.212    | 5.16                       | 5.182 3                     | 5.169 8  |
| 3        | 81.5                          | 81.632                      | 81.631    | 5.075                      | 5.080 4                     | 5.078 2  |
| 4        | 83.8                          | 83.778                      | 83.827    | 5.14                       | 5.153 8                     | 5.151 9  |
| 5        | 84.9                          | 84.923                      | 84.931    | 5.24                       | 5.249 4                     | 5.249 8  |
| 6        | 88.1                          | 88.21                       | 88.219    | 5.45                       | 5.453 4                     | 5.457 8  |
| 7        | 87.4                          | 87.403                      | 87.398    | 5.34                       | 11.049 8                    | 11.050 6 |
| 8        | 87.4                          | 87.401                      | 87.398    | 5.34                       | 5.341 1                     | 5.347 9  |
| 9        | 85.3                          | 85.299                      | 85.31     | 5.16                       | 5.159 7                     | 5.161 5  |
| 10       | 76.8                          | 76.814                      | 76.819    | 4.84                       | 4.839 9                     | 4.841 7  |
| 평균상대오차/% |                               | 0.034 37                    | 0.044 315 |                            | 0.033 21                    | 0.034 52 |
| 계산시간/s   |                               | 0.34                        | 28.4      |                            | 0.34                        | 28.4     |

표 2로부터 제안한 알고리즘이 계산속도와 배경값최량화를 동시에 개선한다는것을 알수 있다.

## 맺 는 말

제안한 알고리즘을 적용한 결과 다변량회색모형에 대해 계산량이 많이 드는 대역탐색알고리즘을 쓰지 않고 배경값최량화를 진행하였으며 그것의 최량성을 98%이상으로 보장하게 되었다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김옥향, 박철홍; 조선민주주의인민공화국 과학원통보, 2, 6, 주체97(2008).
- [2] 서은경, 전일수; 전기, 자동화공학, 2, 42, 주체103(2014).
- [3] Hui Ping Tserng et al.; Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 30, 120, 2015.

주체108(2019)년 5월 5일 원고접수

## **Design of Background Value Optimization Algorithm Using Local Search Method Considering the Influence of the Weight Coefficients**

*Pak Yong Jin, Choe Un Hyang*

In this paper, we analysed the influence of background value optimization weight coefficients on the grey prediction model correctness for data measured in the power system. Then we proposed a background value optimization algorithm using local search method and verified its effectiveness.

Key words: grey model, background value optimization, local search