

최량초포화계획에 의한 바드민톤공깃털의 백색도를 높이기 위한 생산공정의 합리화에 대한 연구

김철호, 김정만

최근 실험회수를 줄이기 위한 실험계획적연구가 심화되면서 초포화계획에 대한 연구가 활발히 진행되고있다.

선행연구[1-3]에서는 2수준, 여러수준최량초포화직교계획들의 구성방법들과 그 성질, 응용방법들을 연구하였으며 두수준초포화계획 $S(10, 2^{17})$ 을 리용하여 젤라틴의 실수률개선을 위한 생산공정에서 중요인자들을 선택하고 합리적인 공정조건을 연구하였다.

론문에서는 초포화계획을 리용하여 바드민톤공깃털의 표백공정에서 백색도를 개선하기 위한 연구를 진행하였다.

먼저 바드민톤공깃털의 세척표백공정에서의 인자들과 지표들을 선정하자.

기초실험단계를 통하여 확정한 바드민톤공깃털의 세척표백공정은 깃털선별공정, 깃털세척, 깃털표백공정, 깃털증백공정으로 나눈다. 바드민톤공깃털의 표백공정에서 백색도를 높이는 문제를 해결하자면 생산공정에 영향을 주는 모든 공정인자들을 동시에 고찰해야 하는데 그러자면 많은 인자들을 고려하여 실험조직을 진행해야 한다.

우리는 선행연구[2]에서 연구된 직교표에 의한 3수준최량초포화계획을 리용하여 백색도에 영향을 주는 모든 공정인자들을 포함하는 실험을 조직하고 중요인자들을 선택하여 공정의 합리적인 조건들을 결정하였다.

세척표백공정을 거쳐 생산된 바드민톤공깃털에 대하여 측색색차계(《SMY-2000》형)로 측정한 X, Y, Z 값들에 의하여 계산되는 백색도를 제품의 지표로 정하였다.

백색도 $W(uvw)$ 의 계산공식은 다음과 같다.

$$W(uvw) = 100 - [(100 - w^*)^2 + u^2 + v^2]^{1/2} \quad (1)$$

여기서는 $w^* = (25 \cdot Y)^{1/3} - 17$, $u = 4X / (X + 15Y + 3Z)$, $v = 6Y / (X + 15Y + 3Z)$ 이다.

표 1. 바드민톤공깃털의 세척표백공정에 영향을 주는 공정인자와 수준들

| 기호 | 인자 | 단위 | 수준 1 | 수준 2 | 수준 3 |
|----------|--------------|-----|-------|-------|-------|
| x_1 | 세척제종류 | 종 | 세척제 1 | 세척제 2 | 세척제 3 |
| x_2 | 세척제량 | g/L | 5 | 10 | 20 |
| x_3 | 세척온도 | °C | 20 | 35 | 50 |
| x_4 | 세척시간 | h | 1 | 2 | 2.5 |
| x_5 | 세척액비 | — | 1:30 | 1:40 | 1:50 |
| x_6 | 표백제(히드로술퍼드)량 | g/L | 3 | 4 | 5 |
| x_7 | 표백온도 | °C | 30 | 40 | 50 |
| x_8 | 표백시간 | h | 1.5 | 2 | 2.5 |
| x_9 | 표백액비 | — | 1:30 | 1:40 | 1:50 |
| x_{10} | 형광증백제(WG)량 | % | 3 | 4 | 5 |
| x_{11} | 증백온도 | °C | 30 | 40 | 50 |
| x_{12} | 증백시간 | h | 1.0 | 1.5 | 2.0 |

바드민톤공깃털의 세척표백공정에 영향을 주는 공정인자와 그 수준들은 표 1과 같다.

다음으로 중요인자를 선택하기 위한 회귀모형을 작성하자.

바드민톤공깃털의 백색도를 높이기 위하여 선정된 공정인자, 그 수준수를 고려한 실험계획으로서 다음의 3수준 $E(d^2)$ 최량초포화계획을 리용하기로 한다.

$$S(9:3^{12}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 3 & 3 & 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 3 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

이 계획에 의한 실험조직과 매 실험점에서 세척, 표백, 증백공정을 거친 깃털의 표백 질특성을 측색색차계로 반복측정하고 식 (1)로 얻은 평균백색도 $W(uvw)$ 는 표 2와 같다.

표 2. $E(d^2)$ 최량초포화계획 $S(9:3^{12})$ 에 의한 실험조직과 측정결과

| No. | A 1 | B 2 | C 3 | D 4 | E 5 | F 6 | G 7 | H 8 | I 9 | J 10 | K 11 | L 12 | 평균백색도/% |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | +1 | -1 | 0 | -1 | +1 | +1 | +1 | 79.7 |
| 2 | -1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | +1 | 0 | -1 | +1 | 78.3 |
| 3 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 0 | -1 | 0 | +1 | -1 | 0 | 77.5 |
| 4 | 0 | -1 | 0 | +1 | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 81.9 |
| 5 | 0 | 0 | +1 | -1 | 0 | 0 | +1 | 0 | 0 | 0 | +1 | -1 | 80.5 |
| 6 | 0 | +1 | -1 | 0 | +1 | -1 | +1 | -1 | +1 | +1 | 0 | -1 | 75.8 |
| 7 | +1 | -1 | +1 | 0 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | -1 | 0 | +1 | 77.6 |
| 8 | +1 | 0 | -1 | +1 | +1 | 0 | -1 | +1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 80.7 |
| 9 | +1 | +1 | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | +1 | +1 | -1 | +1 | 0 | 79.5 |

여기서 +1, 0, -1은 $S(9:3^{12})$ 에서 인자들의 수준 1, 2, 3을 각각 기호로 표시한것이다.

다음의 회귀모형에 대한 회귀결수를 추정하자.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{12} \beta_i x_i + \varepsilon \quad (2)$$

표 3. 모형 (2)에 대응되는 독립변수행렬

| | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 1 | -1 | 0 | -1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 |
| 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | -1 | 0 |
| 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| 1 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 0 | -1 |
| 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | -1 | 1 | 1 | 0 | -1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 |

이때 $S(9:3^{12})$ 에 의한 독립변수행렬 X 는 표 3, 대응되는 정보행렬 $X^T X$ 는 표 4와 같다.

표 4. 모형 (2)에 대응되는 정보행렬

| | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | -4 | -1 | 2 | 0 | -4 | 2 | -1 |
| 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 4 | -2 | 2 | -1 | 4 | 2 | 0 | -2 |
| 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | -2 | 0 | 1 | -2 | 1 | -2 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 1 | 2 | 0 | 0 | -2 | 0 | -5 | -1 |
| 0 | 0 | 4 | -2 | 1 | 6 | 0 | 0 | -1 | 0 | 4 | 1 | -2 |
| 0 | -4 | -2 | 0 | 2 | 0 | 6 | 0 | 1 | -4 | 2 | -2 | 0 |
| 0 | -1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 2 | 0 | -1 | -5 |
| 0 | 2 | -1 | -2 | 0 | -1 | 1 | 0 | 6 | -2 | -3 | 1 | -1 |
| 0 | 0 | 4 | 1 | -2 | 0 | -4 | 2 | -2 | 6 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -4 | 2 | -2 | 0 | 4 | 2 | 0 | -3 | 0 | 6 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | -1 | -5 | 1 | -2 | -1 | 1 | 0 | 0 | 6 | 0 |
| 0 | -1 | -2 | 0 | -1 | -2 | 0 | -5 | -1 | 0 | 0 | 0 | 6 |

회귀모형 (2)의 회귀결수에 대한 정규방정식 $X^T X \hat{\beta} = X^T W$ 의 최소두제곱추정량은 일반화된 거울행렬에 의하여

$$\hat{\beta} = A^- X^T W \quad (3)$$

이다. 여기서 $A^- = (X^T X)^-$ 는 $X^T X$ 의 일반화된 거울행렬이다.

최소두제곱추정량을 구하는 식 (3)에서 결수를 구하기 위한 $A^- X^T$ 는 표 5와 같다.

표 5. 회귀결수를 구하기 위한 행렬 $A^- X^T$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.11 | -0.04 | -0.06 | -0.33 | -0.45 | -0.29 | 0.40 | -0.03 | -0.33 | -0.06 | -0.44 | -0.12 | 0.08 |
| 0.11 | -0.64 | 0.10 | 0.33 | 0.79 | -0.85 | -0.83 | -0.35 | 0.56 | 0.10 | 0.83 | 0.45 | -0.25 |
| 0.11 | -0.04 | 0.27 | 0.00 | -0.12 | -0.29 | 0.40 | -0.03 | -0.33 | -0.06 | -0.44 | -0.12 | 0.08 |
| 0.11 | 0.31 | 0.58 | -0.33 | 0.25 | 0.10 | 0.58 | -0.31 | -0.33 | -0.04 | 0.05 | 0.25 | -0.54 |
| 0.11 | -0.10 | -1.05 | 0.67 | -0.46 | 1.23 | -0.61 | 0.78 | 0.67 | -0.01 | 0.22 | -0.46 | 0.56 |
| 0.11 | 0.24 | -0.16 | -0.33 | -0.23 | 0.34 | 0.11 | 0.37 | -0.33 | 0.09 | -0.16 | -0.23 | 0.15 |
| 0.11 | 0.18 | -0.18 | 0.00 | -0.01 | 0.06 | 0.07 | -0.05 | -0.33 | 0.07 | -0.22 | 0.01 | 0.06 |
| 0.11 | -0.16 | -0.74 | 0.33 | 0.09 | 0.95 | -0.65 | 0.36 | 0.67 | -0.03 | 0.17 | -0.24 | 0.48 |
| 0.11 | 0.25 | 1.23 | -0.33 | 0.14 | -1.29 | 0.54 | -0.73 | -0.33 | -0.05 | -0.01 | 0.47 | -0.62 |

따라서 관측값(표 3)들을 리용하면 식 (3)에 의하여 회귀결수 β 의 추정량

$$\hat{\beta} = A^- X^T Y = (78.9, -0.03, -0.21, 1.04, 0.32, -0.45, -0.27, 0.51, -6.33, -0.59, 1.36, 1.57, -0.46)^T$$

을 얻는다.

표 6. 인자 6개, 5개와 4개를 가지는 추정모형들의 기여를

| No. | 추정결수 | | | | | | 기여률(R^2) |
|-----|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------|--------------|
| 1 | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_8$ | $\hat{\beta}_9$ | $\hat{\beta}_{10}$ | $\hat{\beta}_{11}$ | $\hat{\beta}_7$ | 91.83 |
| 2 | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_8$ | $\hat{\beta}_{10}$ | $\hat{\beta}_{11}$ | $\hat{\beta}_9$ | | 86.27 |
| 3 | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_8$ | $\hat{\beta}_{10}$ | $\hat{\beta}_{11}$ | | | 88.66 |

중요인자 6개, 5개, 4개에 의하여 추정모형을 만들었을 때 기여률을 계산한 결과는 표 6과 같다.

표 6에서 보는바와 같이 4개의 중요한 자들에 의한 회귀결수 $\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_8, \hat{\beta}_{10}, \hat{\beta}_{11}$ 들의 추정회귀모형은 기여률 88.66%

를 보장할수 있다는것을 알수 있다.

표 7. 중요인자들에 의한 계획행렬과 측정값

| No. | x_3 | x_8 | x_{10} | x_{11} | $W(uvw)$ |
|-----|-------|-------|----------|----------|----------|
| 1 | -1 | 0 | +1 | +1 | 79.7 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | -1 | 78.3 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | -1 | 77.5 |
| 4 | 0 | +1 | -1 | -1 | 81.9 |
| 5 | +1 | 0 | 0 | +1 | 80.5 |
| 6 | -1 | -1 | +1 | 0 | 75.8 |
| 7 | +1 | -1 | -1 | 0 | 77.6 |
| 8 | -1 | +1 | 0 | 0 | 80.7 |
| 9 | 0 | +1 | -1 | +1 | 79.5 |

표 8. 추정결과

| 이름 | $\hat{\beta}$ | 표준편차 | t검정값 | p-값 |
|-------|---------------|-------|--------|-------|
| 상수 | 78.9 | 0.114 | 28.386 | 0.018 |
| 변수 3 | 1.04 | 0.483 | 3.390 | 0.232 |
| 변수 8 | -6.33 | 0.679 | -2.663 | 0.252 |
| 변수 10 | 1.36 | 0.446 | 2.795 | 0.214 |
| 변수 11 | 1.57 | 0.603 | 1.932 | 0.347 |

추정회귀모형의 기여률을 크게 한 중요인자들에 관한 회귀모형을 계획행렬표(표 7)를 가지고 통계분석프로그램(Statistic 6.0)을 리용하여 다시 추정을 진행하면 표 8과 같은 분석결과가 얻어진다. 이때 유의한 인자들에 의한 회귀모형의 추정식은 다음과 같다.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3 x_3 + \hat{\beta}_8 x_8 + \hat{\beta}_{10} x_{10} + \hat{\beta}_{11} x_{11} = 78.9 + 1.04x_3 - 6.33x_8 + 1.36x_{10} + 1.57x_{11}$$

따라서 바드민톤공깃털의 세척표백공정으로 얻은 제품의 백색도를 높이기 위한 최적조건과 백색도의 예측값, 최적조건에서 확인실험한 결과는 표 9와 같다.

표 9. 백색도의 요구를 만족시키는 최적조건

| 변수 | 인자 | 최적조건 |
|----------|--------|--------------|
| x_3 | 세척온도 | 50°C |
| x_8 | 표백시간 | 1.5h |
| x_{10} | 현광증백제량 | 5% |
| x_{11} | 증백온도 | 40°C |
| 예측결과 | 백색도 | 89.2±6.64(%) |
| 검토실험결과 | 백색도 | 85.8±3.25(%) |

참 고 문 헌

- [1] M. Jridia et al.; Food and Bioproducts Processing, 94, 525, 2015.
- [2] C. Kashinath et al.; Journal of Statistical Planning and Inference, 113, 589, 2003.
- [3] S. S. Ameen; International Journal of Advanced Mathematics and Statistics, 2, 58, 2016.

주체109(2020)년 6월 5일 원고접수

Study for Rationalization of the Manufacturing Process to Improve the Whiteness of Badminton Ball Feather by Optimal Supersaturated Design

Kim Chol Ho, Kim Jong Man

We make research for improving the whiteness of badminton ball feather by supersaturated design involving 3—level factors. We search the rational condition for improving the whiteness of badminton ball feather using 3—level $E(d^2)$ optimal supersaturated design $S(9:3^{12})$.

Keyword: optimal supersaturated design