

상태예측에 기초한 비선형상태반결합 조종기설계의 한가지 방법

백수영, 리덕중

조종체계에서 자료가 손실될 때 조종입력은 상수값이나 마지막실현값으로 설정한다.[1, 2] 자료손실을 고려한 이 방법들은 희망하는 닫힌체계의 안정성을 담보하지 못한다.

논문에서는 자료손실을 고려한 입력아핀비선형체계의 비선형상태반결합조종기를 설계하고 불확정성과 자료손실의 견지에서 제안된 조종기의 안정성과 로바스트성을 논의하였다.

1. 대상모형에 기초한 상태예측

다음과 같은 SISO입력아핀비선형체계가 주어졌다고 하자.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}\quad (1)$$

이때 시간결음(표본화간격) Δ 와 마디점 $t_i = t_0 + i\Delta$ 를 도입하면 마디점 t_i 에서 x_i 에 대한 증분 Δx_i 는 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta x_i = \frac{1}{\Delta} (k_1(i) + 2k_2(i) + 2k_3(i) + k_4(i)) \quad (2)$$

여기서 $k_1(i)$, $k_2(i)$, $k_3(i)$, $k_4(i)$ 는 다음과 같다.

$$k_1(i) = \Delta^* [f(x_i) + g(x_i)u(i)] \quad (3)$$

$$k_2(i) = \Delta^* \left[f\left(x_i + \frac{1}{2}k_1(i)\right) + g\left(x_i + \frac{1}{2}k_1(i)\right)u(i) \right] \quad (4)$$

$$k_3(i) = \Delta^* \left[f\left(x_i + \frac{1}{2}k_2(i)\right) + g\left(x_i + \frac{1}{2}k_2(i)\right)u(i) \right] \quad (5)$$

$$k_4(i) = \Delta^* [f(x_i + k_3(i)) + g(x_i + k_3(i))u(i)] \quad (6)$$

한편 마디점 t_{i+1} 에서의 상태예측값은 다음식에 따라 계산한다.

$$\hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i + \Delta x_i, \quad x(t_0) = x_0 = \hat{x}_0 \quad (7)$$

여기서 Δ 는 알고리즘의 수렴성이 만족되도록 선택한다.

우리는 예측오차를 줄이기 위하여 다음과 같은 새로운 변수 $\gamma (|\gamma| < 1)$ 를 도입하였다.

그러면 상태예측은 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{x}_{i+1} = (1 + \gamma)\hat{x}_i + \Delta x_i \quad (8)$$

여기서 γ 는 대상에 따라 적당히 선정한다.

2. 자료손실을 고려한 상태반결합조종기설계

다음과 같은 SISO입력아핀비선형체계가 주어졌다고 하자.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + w(x)\theta \quad (9)$$

여기서 $f(x)$, $g(x)$, $w(x)$ 는 C^∞ 함수이며 $w(x)\theta$ 는 불확정성량이다.

한편 다음과 같은 반결합조종법칙(SonTag의 공식)은 공칭체계의 열린고리불안정상태를 대역점근안정화한다.[3]

$$h(x) = \begin{cases} -\frac{L_f V + \sqrt{L_f V^2 + L_g V^4}}{L_g V}, & L_g V \neq 0 \\ 0, & L_g V = 0 \end{cases} \quad (10)$$

여기서 $L_f V$ 와 $L_g V$ 는 벡토르마당 f , g 와 관련된 스칼라함수 $V(V(x) = x^T P x, P > 0)$ 의 리미분을 나타낸다. 즉

$$L_g V = \frac{\partial V}{\partial x} g(x), \quad L_f V = \frac{\partial V}{\partial x} f(x). \quad (11)$$

우리는 위의 상태반결합조종기에 기초하여 자료손실을 고려한 상태예측기를 설계하였다.(그림 1)

여기에 기초하여 자료손실을 고려한 비선형상태반결합조종기설계알고리즘은 다음과 같다.

① 비선형체계의 상태반결합조종기(식 (10))를 설계한다.

② 대상모형에 기초한 상태예측기(식 (8))를 설계한다.

③ 설계한 조종기와 상태예측기에 기초하여 표본시각 t_k 에서 조종입력자리길 $u(t)$, $t \in [t_k, t_{k+N}]$ 을 계산한다. 이때 $i=0$ 으로 설정한다.

④ 만일 $s(t_k)=1$ 이면 $u_k(t)=u_k(t_k)$, $t \in [t_k, t_{k+1}]$, $i=0$ 으로, $s(t_k)=0$ 이면 $u_k(t)=u_{k-i-1}(t_{k+i})$, $t \in [t_k, t_{k+1}]$, $i=i+1$ 로 한다. 그리고 $i > N$ 이면 $i=N$ 으로 한다.

⑤ $u(t)=u_k(t)$, $t \in [t_k, t_{k+1}]$.

⑥ 새로운 표본 ($k=k+1$)을 얻고 ④로 간다.

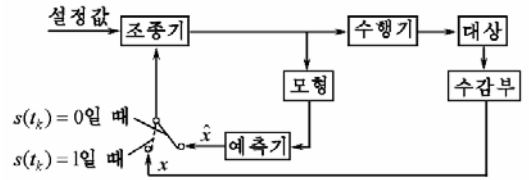


그림 1. 조종체계구성도

3. 모의실험 및 결과분석

제안한 방법을 화학반응탱크의 압력조종에 적용하고 그 효과성을 검증하였다.

이때 압력조종대상의 수학적모형은 다음과 같다.

$$C \frac{dp}{dt} = Q_1 - Q_2 + \Delta Q \quad (12)$$

여기서 C 는 탱크의 용량(m^3/Pa)이고 Q_1 과 Q_2 는 입구공기흐름속도(m^3/s)와 출구공기흐름속도(m^3/s)로서 다음과 같이 계산한다.

$$Q_1 = \alpha_1 A_1 m_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p)}{\rho}} \quad (13)$$

$$Q_2 = \alpha_2 A_2 m_2 \sqrt{\frac{2(p - p_2)}{\rho}} \quad (14)$$

한편 출구발브열림도는 일정하다고 가정한다.

식 (12)–(14)로부터 탱크압력조종대상의 비선형미분방정식을 다음과 같이 얻을수 있다.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{C}(Q_1 - Q_2 + \Delta Q) = \frac{1}{V} \alpha_1 A_1 m_1 p \sqrt{\frac{2(p_1 - p)}{\rho}} - \frac{1}{V} \alpha_2 A_2 m_2 p \sqrt{\frac{2(p - p_2)}{\rho}} + \frac{1}{V} p \Delta Q \quad (15)$$

여기서 $x = p$ 를 상태, $u = m_1$ 을 입력, $\theta = \Delta Q$ 를 불확정성량이라고 하면 위의 비선형미분방정식은 다음과 같이 표현할수 있다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + \omega(x(t))\theta(t) \quad (16)$$

식 (16)에서 $f(x(t))$, $g(x(t))$, $\omega(x(t))$ 는 다음과 같다.

$$f(x(t)) = -\frac{1}{V} \alpha_2 A_2 m_2 x \sqrt{\frac{2(x - p_2)}{\rho}} \quad (17)$$

$$g(x(t)) = \frac{1}{V} \alpha_1 A_1 x \sqrt{\frac{2(p_1 - x)}{\rho}} \quad (18)$$

$$\omega(x(t)) = \frac{1}{V} x \quad (19)$$

표에 공정파라미터를 주었다.

표. 공정파라미터

파라미터	파라미터값	단위	설명
α_1	0.631 811		입구조절변의 흐름량결수
α_2	0.631 811		출구조절변의 흐름량결수
A_1	1.962×10^{-3}	m^2	입구조절변의 통과자름면면적
A_2	1.962×10^{-3}		출구조절변의 통과자름면면적
p_1	2×10^5	Pa	외부압력(공기압축기 압력)
ρ	3.497 72	kg/m^3	공기밀도
V	2	m^3	배양탱크 용적

실험에 적용한 조종기는 다음과 같다.

$$h(x) = \begin{cases} -(L_f V + \sqrt{(L_f V)^2 + \|L_g V\|^4}) / \|L_g V\|^2, & L_g V \neq 0 \\ 0, & L_g V = 0 \end{cases} \quad (20)$$

여기서

$$L_g V = \frac{\partial V}{\partial x} g(x) = \frac{2}{V} \alpha_1 A_1 x^2 \sqrt{\frac{2(p_1 - x)}{\rho}}, \quad (21)$$

$$L_f V = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = -\frac{2}{V} \alpha_2 A_2 m_2 x^2 \sqrt{\frac{2(x - p_2)}{\rho}}. \quad (22)$$

모의실험에서 불확정성량을 $\Delta Q = 0.175$, $\Delta Q = 0.185$ 로, 표본시간을 2s로 주었을 때 결과는 그림 2와 같다.

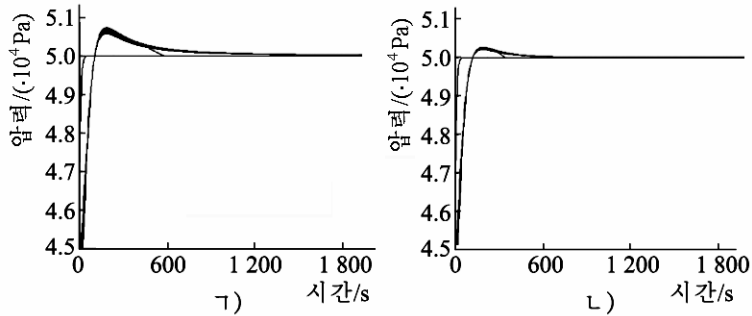


그림 2. 모의결과

ㄱ) $\Delta Q = 0.185$ 일 때, ㄴ) $\Delta Q = 0.175$ 일 때

그림 2로부터 제안한 방법이 과도시간은 20s, 과조절량 2%로서 선행한 방법[2](과도시간 100s, 과조절량 10%)에 비하여 보다 우월하다는것을 알수 있다.

맺 는 말

통신망에 의하여 운영되는 조종체계에서 흔히 나타나는 자료손실을 대상의 수학적모형에 기초한 상태예측에 기초하여 보상하여 조종정확성을 제고하고 닫힌체계의 안정성을 담보하였다. 모의결과는 제안한 방법이 선행한 방법보다 우월하다는것을 보여주었다.

참 고 문 헌

- [1]. P. Mhaskar et al.; Aiche J., 53, 654, 2007.
- [2] P. Liu et al.; IEEE Trans. Automat. Control, 29, 10, 336, 2009.
- [3] N. Elia et al.; IEEE Conf. Decision Control, 5152, 2014.

주체105(2016)년 5월 5일 원고접수

A Method of Nonlinear State Feedback Controller Design based on State Prediction

Paek Su Yong, Ri Tok Jong

Non-linear state feedback controller for input-affine nonlinear system is designed taking data losses into account of control system. Data loss is compensated by means of state prediction based on model of plant, it guarantees the stability of closed system and the quality of control.

Simulations show that the proposed approach is superior to previous one.

Key words: state prediction, data loss