

랑쥬뱅형압전사기복합진동자의 변위마디점 위치와 복사효율관계

리의환, 서진혁

랑쥬뱅형압전사기복합진동자는 구조가 단순하고 구조세기가 높으며 제작원가가 낮고 성능이 좋은것으로 하여 초음파출력용진동자를 비롯한 여러 대상들에서 광범하게 리용되고있으며 그것의 성능을 개선하기 위한 연구[1-3]가 심화되고있다.

우리는 랑쥬뱅형압전사기복합진동자의 등가회로에 기초하여 력학전기상사법을 써서 반파장계복합진동자에서 변위마디점의 위치에 따르는 주파수방정식과 앞뒤진동속도비관계를 나타내는 식을 유도하고 마디점위치에 따르는 복사효율특성을 고찰하였다.

1. 랑쥬뱅형압전사기복합진동자의 등가회로

그림에 랑쥬뱅형압전사기복합진동자의 간단한 모형과 그 등가회로를 보여주었다.

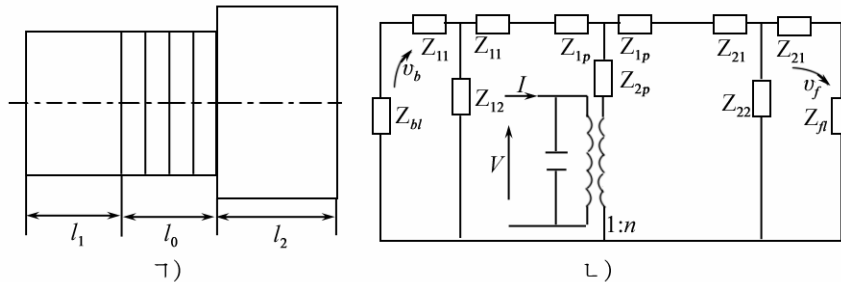


그림. 랑쥬뱅형압전사기복합진동자의 간단한 모형(Γ))과 그 등가회로(Λ))

그림에서 l_1 , l_0 , l_2 는 각각 뒤덧판, 압전사기조, 앞덧판의 길이이며 Z_{fl} 과 Z_{bl} 은 변환자의 앞뒤부하저항, C_0 은 정적용량, n 은 전기력학변성비, v_f , v_b , v_0 은 각각 변환자의 앞뒤진동속도, 압전사기부분의 진동속도이다.

변환자가 공기중에 있을 때 Z_{fl} 과 Z_{bl} 은 령이라고 볼수 있다. 변환자의 부하저항은 일정한 값이 아니므로 문제고찰을 간단히 하기 위하여 공기를 부하로 설정하였다. 등가회로에 대하여 키르히호프공식을 적용하면 다음의 식을 얻을수 있다.

$$v_b(Z_{11} + Z_{12}) - v_0(0)Z_{12} = 0 \quad (1)$$

$$-v_b Z_{12} + v_0(0)(Z_{11} + Z_{12} + Z_{1p} + Z_{2p}) - v_2(0)Z_{2p} = -nV \quad (2)$$

$$-v_0 Z_{2p} + v_2(0)(Z_{21} + Z_{22} + Z_{1p} + Z_{2p}) - v_f Z_{22} = nV \quad (3)$$

$$-v_2(0)Z_{22} + v_f(Z_{21} + Z_{22}) = 0 \quad (4)$$

여기서

$$v_b(Z_{11} + Z_{12}) - v_0(0)Z_{12} = 0$$

$$\begin{aligned} -v_b Z_{12} + v_0(0)(Z_{12} + Z_{11} + Z_{1p} + Z_{2p}) - v_2(0)Z_{2p} &= -nV \\ -v_0 Z_{2p} + v_2(0)(Z_{21} + Z_{22} + Z_{1p} + Z_{2p}) - v_f Z_{22} &= nV \\ -v_2(0)Z_{22} + v_f(Z_{21} + Z_{22}) &= 0 \end{aligned}$$

이때 $Z_1 = \rho_1 C_1 S_1$, $Z_0 = \rho_0 C_0 S_0$, $Z_2 = \rho_2 C_2 S_2$ 는 각각 뒤덧판, 압전사기, 앞덧판의 음향저항이다. ρ_i , C_i , S_i , l_i ($i=0, 1, 2$) 는 각각 i 부분재료의 밀도, 세로파의 전파속도, 단면적, 길이이다. $C_1 = (E_1 / \rho_1)^{1/2}$, $C_0 = (1 / S_{33}^E \rho_0)^{1/2}$, $C_2 = (E_2 / \rho_2)^{1/2}$, E_1, E_2 는 뒤덧판, 앞덧판금속의 양그를, S_{33}^E 는 압전사기재료의 유연성결수이다.

식 (1)–(4)에 우의 특성량을 대입하고 앞뒤진동속도에 관한 일반관계식을 구하면 다음과 같다.

$$\left| \frac{v_f}{v_b} \right| = \frac{\cos k_1 l_1 \left(Z_1 \cot k_1 l_1 + Z_0 \cot k_0 l_0 - \frac{Z_0}{\sin k_0 l_0} \right) - \frac{Z_1}{\sin k_1 l_1}}{\frac{Z_2}{\sin k_2 l_2} - \cos k_2 l_2 \left(Z_0 \cot k_0 l_0 + Z_2 \cot k_2 l_2 - \frac{Z_0}{\sin k_0 l_0} \right)} \quad (5)$$

$$v_0(0) = v_b \cos k_1 l_1 \quad (6)$$

$$v_2(0) = v_f \cos k_2 l_2 \quad (7)$$

여기서 k_0, k_1, k_2 는 파수로서 $k = \omega / c$ 에 따르는 값이다.

이로부터 변위마디점의 위치에 따르는 주파수방정식을 고찰하자.

① 변위마디점이 압전사기부분과 앞덧판사이 경계에 있는 경우

$v_2(0) = 0$ 이므로 식 (7)로부터 $k_2 l_2 = \pi / 2$ 이며 등가회로에서 1/4파장에 대응하는 오른쪽회로는 개방상태로 된다.

이때 변환자의 변위마디점의 왼쪽 1/4파장진동자부분의 주파수방정식은 다음과 같다.

$$\frac{Z_0}{Z_1} = \tan k_0 l_0 \tan k_1 l_1 \quad (8)$$

식 (8)을 식 (5)에 대입하면

$$\left| \frac{v_f}{v_b} \right| = \frac{Z_0 \cos k_1 l_1}{Z_2 \sin k_0 l_0} \quad (9)$$

과 같이 표시된다.

② 변위마디점이 압전사기부분과 뒤덧판사이 경계에 있는 경우

$v_0(0) = 0$ 이므로 식 (6)으로부터 $k_1 l_1 = \pi / 2$ 이며 위에서와 같은 방법으로 등가회로에서 1/4파장에 대응하는 왼쪽회로는 개방상태로 된다. 마디점의 오른쪽부위 주파수방정식은 다음과 같다.

$$\frac{Z_0}{Z_2} = \tan k_0 l_0 \tan k_2 l_2 \quad (10)$$

식 (10)을 식 (5)에 대입하면

$$\left| \frac{v_f}{v_b} \right| = \frac{Z_1 \sin k_0 l_0}{Z_0 \cos k_2 l_2} \quad (11)$$

으로 표시된다.

③ 변위마디점이 압전사기부분의 임의의 위치에 있는 경우

마디점 량쪽이 다같이 압전사기와 금속덧판들과 결합되어 각각 1/4파장진동자를 구성한다. 왼쪽부분압전사기의 길이를 l_{01} , 오른쪽부분압전사기의 길이를 l_{02} 라고 하면 $l=l_{01}+l_{02}$ 이다. 이로부터 주파수방정식은 다음과 같이 표시할수 있다.

$$\frac{Z_0}{Z_2} = \tan k_0 l_{02} \tan k_2 l_2 \quad (12)$$

$$\frac{Z_0}{Z_1} = \tan k_0 l_{01} \tan k_1 l_1 \quad (13)$$

만일 변위마디점이 압전사기부분의 중간에 있다고 할 때 식 (12), (13)을 식 (5)에 대입하면

$$\left| \frac{v_f}{v_b} \right| = \frac{\cos k_1 l_1}{\cos k_2 l_2} \quad (14)$$

과 같이 표시된다.

2. 계산모의 및 실험

표 1에 복합진동자에 쓰이는 재료들의 정수들을 주었다.

표 1. 복합진동자에 쓰이는 재료들의 정수

재료	밀도/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	음속/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	음향저항/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)
뒤덧판(강45)	7 800	5 100	39.78
압전사기(PZT-4)	7 600	3 100	23.56
앞덧판(듀랄루민)	2 750	5 100	14.04

계산결과에 대한 실험적검증을 위하여 동작주파수를 20kHz로 하고 압전사기로는 PZT-4조성의 고리형압전사기(외경 42mm, 내경 13mm, 두께 5mm) 2개를 선택하였다.

표 1의 재료정수와 압전사기의 구조정수를 식 (8), (10), (12), (13)에 넣고 변위마디점의 위치에 따르는 앞뒤덧판의 구조정수와 앞뒤진동속도비를 계산하고 ANSYS모의결과와 비교하였다.(표 2)

표 2. 변위마디점의 위치에 따르는 앞뒤덧판의 구조정수와 앞뒤진동속도비

특성량	변위마디점 위치		
	압전사기부분과 앞덧판사이 경계	압전사기부분의 중심	압전사기부분과 뒤덧판사이 경계
l_1/mm	38	55.3	57
l_2/mm	63.75	60.7	57
$ v_f/v_b $	등가회로해석계산	2.52	2.78
	수치모의계산	2.5	2.8

ANSYS모의결과는 위의 계산결과와 잘 일치한다. 랑주병형압전사기복합진동자설계에서 앞뒤진동속도비에 대한 관계식은 복사효율을 평가하는 기본관계식으로서 앞뒤진동속도가 빠르면 빠를수록 한면복사계로 복사하는 진동계로 전환되어 복사효율은 높아지는것으로 평가된다.

이로부터 복합진동자의 복사효율의 견지에서 볼 때 변위마디점을 압전사기부분과 뒤뎃판사이 경계로 선정할 때 복사효율이 가장 높다는것을 알수 있다.

맺는말

랑쥬병형압전사기복합진동자의 등가회로에 기초하여 력학전기상사법을 써서 반과장계복합진동자에서 변위마디점의 위치에 따르는 주파수방정식과 앞뒤진동속도비관계를 나타내는 식을 유도하고 마디점위치에 따르는 복사효율특성을 고찰하였다. 이론적해석과 실험결과로부터 복합진동자의 복사효율의 견지에서 보면 변위마디점을 압전사기부분과 뒤뎃판사이 경계로 선정할 때 복사효율이 가장 높다는것을 알수 있다.

참고문헌

- [1] X. Lu et al.; Ultrasonics, **75**, 1, 2017.
- [2] T. Hemsell et al.; Arch. Appl. Mech., **86**, 1707, 2016.
- [3] S. Lin; Ultrasonics, **44**, 109, 2006.

주체109(2020)년 9월 5일 원고접수

On the Relationship between the Position of Displacement Nodal Point and Radiation Efficiency of the Langevin Transducer

Ri Ui Hwan, So Jin Hyok

We induced frequency equation depending on the position of displacement nodal point and equation representing the relation of back and face vibration velocity ratio in half-wave complex transducer by using mechanical-electrical similarity method based on equivalent circuit of the Langevin transducer.

From theoretical analysis and experiment results, we can know that radiation efficiency is the highest when displacement nodal point is between the back plane and piezoceramics considering radiation efficiency of complex transducer.

Keywords: Langevin, transducer, piezoceramics