

3차원지구물리포텐셜마당의 수직1계도함수계산방법

박 경 훈

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《앞선 탐사방법을 받아들이는데서 중요한것은 또한 지질탐사에 물리탐사방법의 최신 성과를 받아들이는것입니다.》(《김정일선집》 증보판 제14권 505페이지)

지구물리이상해석에서는 보통 각종 구배이상(수평 및 수직구배이상)을 많이 리용하고 있다.[3] 지금까지 3차원지구물리포텐셜마당의 수직1계도함수는 파수령역에서 계산하였는데 기브즈효과로 하여 오차가 많이 생기는 부족점이 있다.

우리는 공간령역에서 3차원지구물리포텐셜마당의 수직1계도함수계산방법을 제기하고 모형계산을 통하여 방법의 믿음성을 검증하였다.

1. 방법의 원리

z 축이 아래방향으로 향한 직각자리표계에서 관측마당 $f(x, y, z)$ 로부터 어떤 다른 높이 ζ 에로 해석연장한 마당 $f(\xi, \eta, \zeta)$ 를 구하는 식은 다음과 같다.[2]

$$f(\xi, \eta, \zeta) = -\frac{\zeta}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x, y, z)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{3/2}} dx dy \quad (1)$$

여기서 x, y, z 는 관측점의 자리표, ξ, η, ζ 는 계산점의 자리표이다.

식 (1)을 ζ 에 관하여 미분하고 관측면과 계산하려는 면이 수평이면서 기준면과 일치한다고 가정하면 즉 $z=0, \zeta=0$ 이라고 놓으면 다음의 식을 얻는다.

$$f_{\zeta}(\xi, \eta, 0) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x, y, 0)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{3/2}} dx dy \quad (2)$$

식 (2)를 계산하기 위하여 우리는 선행연구[1]의 무한점영향을 고려한 선형요소보간함수를 리용하였다.

먼저 식 (2)를 x 에 관하여 적분하면 다음의 식을 얻는다.

$$f_{\zeta}(\xi, \eta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N_x} \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ f(x_i, y) \left[\frac{X}{Y^2 r} (x_{i+1} - \xi) + \frac{1}{r} \right] + f(x_{i+1}, y) \left[\frac{X}{Y^2 r} (\xi - x_i) - \frac{1}{r} \right] \right\} dy \quad (3)$$

다음 위의 식을 y 에 관하여 적분하면 다음식을 얻는다.

$$f_{\zeta}(\xi, \eta) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=0}^{N_y} \sum_{i=0}^{N_x} \frac{1}{\Delta x_i} \frac{1}{\Delta y_j} \left(\frac{Ar}{Xr} + B \ln \left| \frac{X+r}{Y} \right| + C \ln |Y+r| + Dr \right) \Bigg|_{x_i}^{x_{i+1}} \Bigg|_{y_j}^{y_{j+1}} \quad (4)$$

여기서

$$X = x - \xi, \quad Y = y - \eta, \quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i, \quad \Delta y_j = y_{j+1} - y_j, \quad r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$$

이고 N_x, N_y 는 각각 x, y 축에서 자료점의 수이다. 그리고

$$\begin{aligned} A &= (y_{j+1} - \eta)[(x_{i+1} - \xi)f(x_i, y_j) + (\xi - x_i)f(x_{i+1}, y_j)] + \\ &\quad + (\eta - y_j)[(x_{i+1} - \xi)f(x_i, y_{j+1}) + (\xi - x_i)f(x_{i+1}, y_{j+1})], \\ B &= (x_{i+1} - \xi)(f(x_i, y_{j+1}) - f(x_i, y_j)) + (\xi - x_i)[f(x_{i+1}, y_{j+1}) - f(x_{i+1}, y_j)], \\ C &= (y_{j+1} - \eta)[f(x_i, y_j) - f(x_{i+1}, y_j)] + (\eta - y_j)[f(x_i, y_{j+1}) - f(x_{i+1}, y_{j+1})], \\ D &= f(x_i, y_{j+1}) - f(x_i, y_j) + f(x_{i+1}, y_j) - f(x_{i+1}, y_{j+1}). \end{aligned}$$

2. 계산점과 무한점의 선택

야외에서 관측하는 모든 지구물리탐사선들은 유한하며 따라서 자료량 역시 유한하다. 이 방법에서는 무한적분을 유한구간에서 적분하므로 무한점(자료의 양쪽끝으로부터 일정한 거리에 떨어진 점)과 계산점을 어떻게 선택하는가 하는가에 따라 계산결과가 달라진다.

우리는 무한점과 계산점을 합리적으로 선택하기 위하여 다음과 같이 모형계산을 하였다.

모형체는 프리즘형자연분극체($4 \times 4 \times 4$ (상대단위))로서 옷면의 깊이는 2(상대단위)이고 분극각은 60° , 분극세기는 100mV이다. 그리고 자료점사이간격은 1(상대단위), 자료량은 32×32 개이다.

먼저 계산점(ξ, η)의 영향을 평가하기 위하여 무한점거리 $s \times L$ ($s=100$, L 은 탐사선길이)을 고정하고 계산점($x \pm 1/d$, $y \pm 1/d$, $d \geq 1$, d 는 계산점선택인자)을 변화시키면서 탐사선 x 축을 따라($y=0$) 이론값과 계산값의 평균2제곱오차 ε 을 계산한 결과는 표 1과 같다.

표 1. 계산점영향평가

d	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ε	48.80	25.40	13.30	6.76	3.34	1.80	1.50	2.00	3.10	4.50	6.20	8.20	10.30

표 1에서 보는바와 같이 계산점선택인자 d 의 변화에 따라 ε 값은 심하게 변화되는데 d 값이 커짐에 따라 ε 값은 점차 작아지다가 다시 커진다. $d=8$ 일 때 평균2제곱오차 ε 값이 가장 작다.

다음 무한점의 영향을 평가하기 위하여 $d=8$ 로 고정하고 무한점선택인자 s 의 값을 변화시키면서 탐사선 x 축을 따라($y=0$) 이론값과 계산값의 평균2제곱오차 ε 를 계산한 결과는 표 2와 같다.

표 2. 무한점영향평가

s	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	10	100	10 000	100 000
ε	1.522	1.496	1.494	1.494	1.494	1.495	1.500	1.500	1.501	1.501

표 2에서 보는바와 같이 무한점선택인자 s 에 따르는 ε 값의 변화는 크지 않지만 s 값이 커질수록 작아지다가 다시 커진다. $s=0.5$ 일 때 평균2제곱오차 ε 값이 가장 작다. 이로부터 무한점을 탐사선의 양끝점들로부터 각각 탐사선길이의 절반만큼 떨어진 곳에 설정하는 것이 가장 합리적이라는 것을 알 수 있다.

3. 방법의 정확도평가

우리는 제기한 방법의 정확도를 평가하기 위하여 먼저 우와 같은 모형체를 리용하여 각 이한 방법으로 모형계산을 하였다.(그림 1)

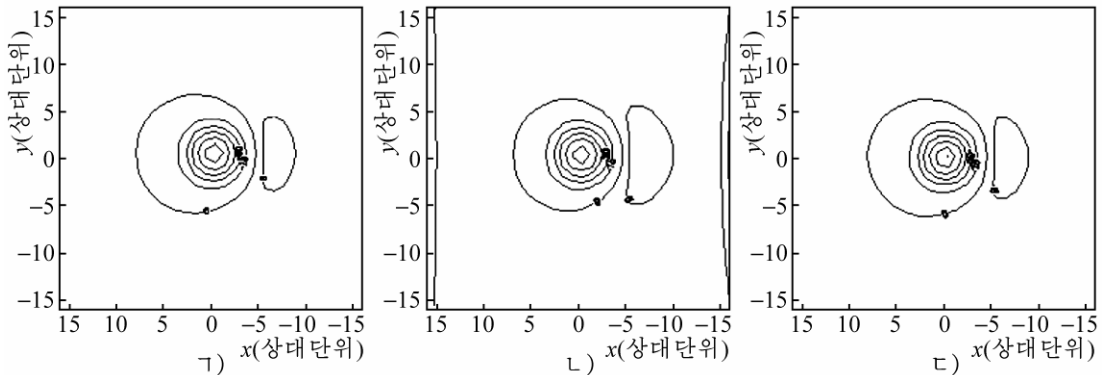


그림 1. 각이한 방법으로 계산한 자연전위수직1계도함수등값선도

ㄱ) 리론모형, ㄴ) 푸리에변환에 의한 계산방법, ㄷ) 제기한 방법

그림 1에서 보는바와 같이 파수령역에서 푸리에변환을 리용하여 계산한 수직1계도함수는 자료량의 부족으로 하여 기브즈효과가 나타나지만 새로 제기한 방법으로 얻은 수직1계도함수는 모형과 비교적 일치한다.

다음으로 주향연장길이가 유한한 두꺼운 경사맥상체인 경우 푸리에변환에 의한 방법과 우리가 제기한 방법으로 수직1계도함수를 계산하였다.(그림 2) 이때 모형체의 크기는 $4 \times 24 \times 10$ (상대단위), 윗면깊이는 2(상대단위), 경사각은 60° , 분극세기는 100mV이다.

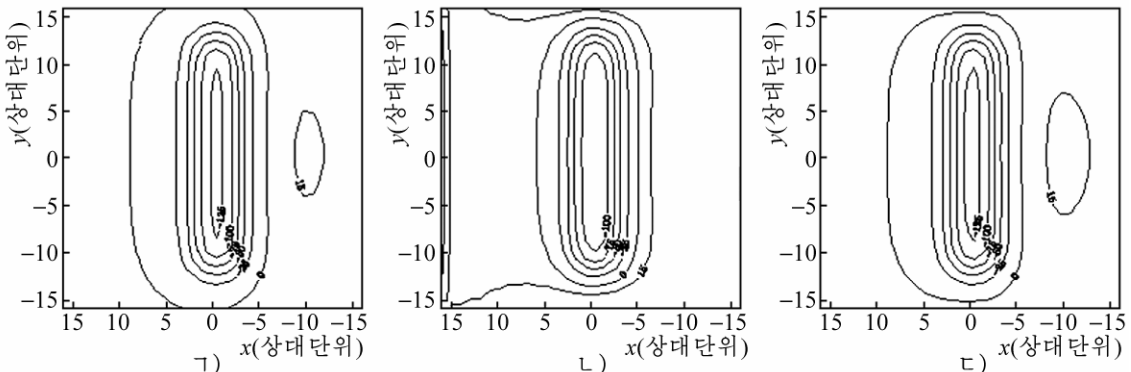


그림 2. 주향연장이 유한한 두꺼운 경사맥상체의 수직1계도함수등값선도

ㄱ) 리론모형, ㄴ) 푸리에변환에 의한 계산방법, ㄷ) 제기한 방법

그림 2에서 보는바와 같이 푸리에변환에 의한 계산방법보다 새로운 방법으로 계산한 수직1계도함수가 모형과 비교적 잘 일치한다.

다음으로 제기한 방법과 푸리에변환에 의한 수직1계도함수계산방법의 정확도를 비교하였다.(그림 3)

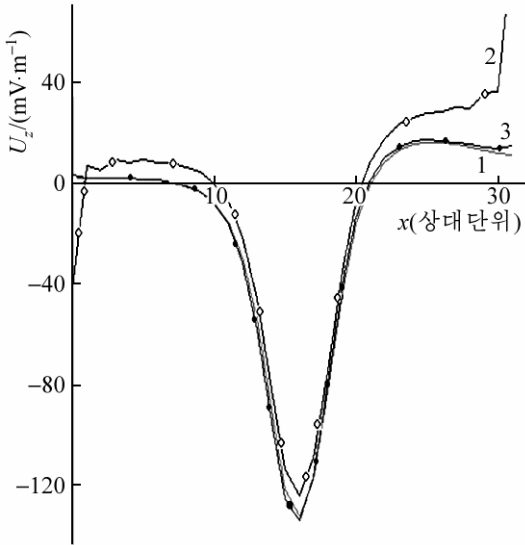


그림 3. 정확도비교결과
1-리론곡선, 2-푸리에변환에 의한 계산방법,
3-제기한 방법

그림 3에서 보는바와 같이 푸리에변환에 의한 계산곡선은 리론곡선과 차이나는데 특히 양 쪽끝부분에서는 완전히 외곡되어 나타난다. 그러나 새롭게 제기한 방법으로 계산한 곡선은 리론곡선과 전구간에서 비교적 잘 일치한다. 푸리에변환에 의한 계산방법과 제기한 방법의 평균 2제곱오차는 각각 385.54와 3.89로서 이 모형체의 경우 새 방법의 정확도는 푸리에변환에 의한 계산법에 비하여 약 100배정도이다.

맺는 말

공간영역에서 3차원지구물리포텐셜마당의 수직1계도함수를 비교적 정확히 계산할수 있는 새로운 방법을 제기하였다. 이 방법을 리용하면 3차원지구물리포텐셜마당자료처리와 해석을 비교적 정확히 할수 있다.

참고문헌

- [1] 김일성종합대학학보(자연과학), 56, 9, 184, 주체99(2010).
- [2] В. Н. Страхов; Гравirazведка(Справочник геофизика), Недра, 318, 1990.
- [3] 召行来 等; 物探与化探, 37, 6, 1023, 2013.

주체104(2015)년 10월 5일 원고접수

Calculating Method of Vertical One Order Derivative of 3D Geophysical Potential Field

Pak Kyong Hun

I newly derived the calculating integral formula of vertical 1-order derivative of 3D geophysical potential field in space domain using linear element interpolation function, confirmed the suitable factors influencing on calculating point and infinite point. Then I compared and verified the reliability of suggested method by means of simulating experiment.

Key words: derivative, 3D geophysical potential field, linear element interpolation