김일성종합대학학보 주체108(2019)년
수 학 제65권 제4호

림계짐제한하에서 보강곡면판구조의 최소체적설계문제

리철수, 김혁남

선행연구[1, 2]에서는 트라스구조에 대하여 국부안정성상실제한을 고려한 최량구조치수결정과 보강판의 최소림계짐최대화문제는 최량화규준법에 의하여 연구되고 선체구조에서 보강판의 림계짐제한하에서의 체적최소화문제가 유전알고리듬을 리용하여 연구되였다.[3]

론문에서는 보강곡면판에 대하여 림계짐제한하에서 체적을 최소화하기 위한 최량화규준을 결정하고 보강재치수결정문제를 연구하였다.

1. 림계짐제한하에서 보강곡면판구조의 최소체적설계를 위한 최량화규준

보강재의 치수만을 변화시키면서 면내누름짐이 주어질 때 안정성상실이 일어나지 않는 보강곡면판구조의 최소체적설계문제를 보겠다.

그림 1과 같이 보강재가 붙은 곡면판이 면내누르는 짐 σ_x의 작용을 받는다고 하자.

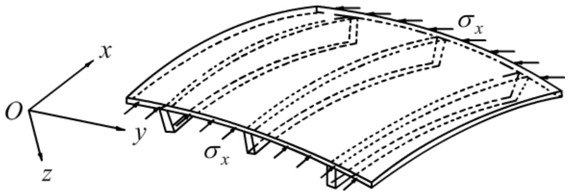


그림 1. 보강재를 가진 곡면판

구조를 유한요소들로 분할할 때 곡면판을 이루는 요소들의 번호모임을 I_1, 보강재에 속하는 요소들의 번호모임을 I_2라고 하면 $i \in I_1$인 요소 i에 대해서는 요소체적 V_i가 일정하므로 설계변수는 보강재에 속하는 요소들의 체적 $V_i\ (i \in I_2)$로 되며 체적최소화에 대한 목적함수식은

$$\sum_{i \in I_2} V_i \Rightarrow \min \tag{1}$$

으로 되고 면내누름짐에 대한 한계값이 σ_{x0}일 때 제한식은

$$\sigma_x(V_i) \geq \sigma_{x0}\ (V_i \in x) \tag{2}$$

으로 된다.

상태방정식제한(즉 안정성문제의 기본방정식)은

$$([\boldsymbol{K}] - \sigma_x[\boldsymbol{K}_G])\{\boldsymbol{w}\} = \{\boldsymbol{0}\} \tag{3}$$

과 같이 표시된다. 여기서 $[\boldsymbol{K}]$, $[\boldsymbol{K}_G]$는 각각 구조전체의 억세기행렬, 기하억세기행렬이고 $\{\boldsymbol{w}\}$는 곡면판의 처짐과 처짐각으로 표시되는 마디점변위벡토르이다.

기교변수 S를 도입하여 제한식을 등식제한으로 바꾸고 라그랑쥬함수를 구성하면 다음과 같이 표시된다.

$$L = \sum_{i \in I_2} V_i + \lambda[\sigma_x(V_i) - \sigma_{x0} - S^2] \tag{4}$$

함수 L의 극값조건

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial V_i}=0\ \ (i\in I_2)\\ \frac{\partial L}{\partial S}=0\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

을 리용하여 최량화규준을 유도하자.

$\sigma_x(V_i)$에 관한 설계변수 $V_i\ (i\in I_2)$의 감도는 방정식 (3)으로부터

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial V_i}=\frac{\{\boldsymbol{w}\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[\boldsymbol{K}]}{\partial V_i}-\sigma_x\frac{\partial[\boldsymbol{K}_G]}{\partial V_i}\right)\{\boldsymbol{w}\}}{\{\boldsymbol{w}\}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{K}_G]\{\boldsymbol{w}\}}\ \ (i\in I_2)$$

로 되고

$$\frac{\partial\sum_{j\in I_2}V_j}{\partial V_i}=\begin{cases}1\ \ (i=j)\\0\ \ (i\neq j)\end{cases}$$

이라는것을 고려하면 식 (5)의 첫째 식

$$\frac{\partial L}{\partial V_i}=0\ \ (i\in I_2)$$

으로부터

$$1+\lambda\frac{\{\boldsymbol{w}\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[\boldsymbol{K}]}{\partial V_i}-\sigma_x\frac{\partial[\boldsymbol{K}_G]}{\partial V_i}\right)\{\boldsymbol{w}\}}{\{\boldsymbol{w}\}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{K}_G]\{\boldsymbol{w}\}}=0\ \ (i\in I_2)\tag{6}$$

이 얻어진다. 이제

$$\{\boldsymbol{w}\}^{\mathrm{T}}\frac{\partial[\boldsymbol{K}]}{\partial V_i}V_i\{\boldsymbol{w}\}=2U_{2i}$$

$$\{\boldsymbol{w}\}^{\mathrm{T}}\frac{\partial[\boldsymbol{K}_G]}{\partial V_i}V_i\{\boldsymbol{w}\}=2U_{2Gi}$$

$$\sum_{i\in I_2}U_{2i}=U_2,\quad \sum_{i\in I_2}U_{2Gi}=U_{2G}$$

라고 표시하면서 식 (6)의 량변에 대하여 i에 관한 합을 취하여 얻은 식과 식 (6)의 매개식에서 미정승수 λ를 소거하면 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$\frac{U_{2i}-\sigma_xU_{2Gi}}{V_i}=\frac{U_2-\sigma_xU_{2G}}{\sum_{i\in I_2}V_i}\ \ (i\in I_2)\tag{7}$$

한편 식 (5)의 둘째 식에서 식 (6)을 고려하면 $S=0$이 얻어지며 이로부터 $\sigma_x(V_i)=\sigma_{x0}$이 얻어지므로 식 (7)로부터 전에네르기밀도균등화규준

$$\frac{U_{2i}-\sigma_{x0}U_{2Gi}}{V_i}=\frac{U_2-\sigma_{x0}U_{2G}}{\sum_{i\in I_2}V_i}\ \ (i\in I_2)\tag{8}$$

가 얻어진다. 이 규준의 의미는 주어진 면내짐 σ_{x0}을 받는 보강곡면판에서 안정성상실이 일어나지 않도록 보강재의 치수를 변경시킬 때의 최소체적구조는 보강재의 짐 σ_{x0}에 의

한 전에네르기밀도가 균등해지는 구조로 된다는것이다.

이 규준에 기초한 최량풀이탐색은 반복도식

$$V_i^{(k+1)} = \frac{U_{2i}^{(k)} - \sigma_{x0} U_{2Gi}^{(k)}}{U_2^{(k)} - \sigma_{x0} U_{2G}^{(k)}} \sum_{i \in I_2} V_i^{(k)} \quad (i \in I_2) \tag{9}$$

를 리용하여 진행할수 있다.

우의 반복도식 (9)를 리용하여 최량치수를 얻는 알고리듬은 다음과 같다.

걸음 1 $i \in I_2$에 대응하는 V_i에 대하여 초기값 $V_i^{(0)}$을 주면 $i \in I_1$에 속하는 V_i는 주어진 값을 그대로 유지하므로 모든 V_i가 알려진것으로 된다. 이에 의하여 방정식

$$([K^{(0)}] - \sigma_x [K_G^{(0)}])\{w\} = \{0\}$$

을 풀어 $\sigma_x^{(0)}$, $\{w^{(0)}\}$을 구한다.

걸음 2 $\sigma_x^{(0)}$, $\{w^{(0)}\}$을 리용하여 $i \in I_2$에 대하여 $U_{2i}^{(0)}$, $U_{2Gi}^{(0)}$을 구하고 식 (9)로부터 $V_i^{(1)}$을 구한다.

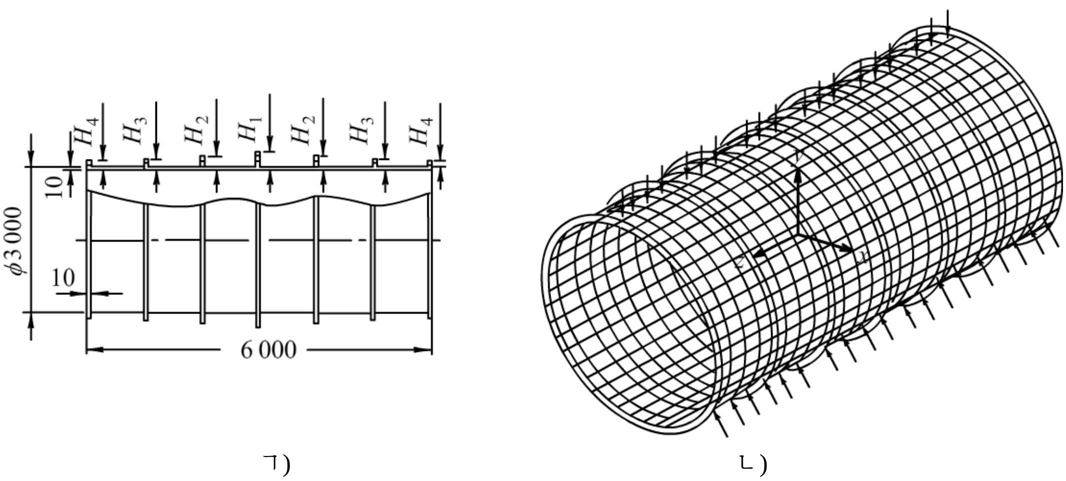
걸음 3 $V_i^{(1)}$을 $V_i^{(0)}$으로 하여 걸음 1부터 반복한다. 수렴성조건

$$\left| \sum_{i \in I_2} V_i^{(k+1)} - \sum_{i \in I_2} V_i^{(k)} \right| \le \varepsilon \quad (k = 1,\ 2, \cdots)$$

을 만족시킬 때 $V_i^{(k+1)}$이 구하려는 최량풀이로 된다. 보강재요소에 대하여 길이가 주어져있으므로 매 보강재요소의 체적이 얻어지면 그로부터 자름면치수를 결정할수 있다.

2. 외압을 받는 보강원통관의 체적최소화를 위한 보강재치수결정실례

이 방법과 알고리듬에 기초하여 다음과 같은 외압을 받는 강철보강원통관의 최소체적설계를 진행하였다.(그림 2) 길이 6m, 반경 1.5m, 두께 1cm인 원통관의 량끝은 모두 접철지지되였으며 원통관의 바깥면에 압력 p가 작용한다.



ㄱ) ㄴ)

그림 2. 외압을 받는 강철보강원통관

ㄱ) 구조치수, ㄴ) 유한요소모형

이때 원통판의 체적은 $V_{10}=0.565\text{m}^3$ 이며 최소림계짐은 0.264MPa이다. 구조의 안정성을 높이기 위하여 두께 1cm인 륵골을 1m 간격으로 원주방향을 따라 고리형으로 보강하였다. 초기에 보강륵골의 높이는 10cm이며 보강재의 총체적은 $V_{20}=0.068\text{m}^3$ 이고 구조의 총체적은 $V_0=0.633\text{m}^3$ 이다. 이때 원통판과 보강륵골을 각각 1 133개, 231개의 유한요소로 모형화하고 유한요소해석을 진행하면 최소림계짐(외압)은 $p_0=1.227\ 5\text{MPa}$ 이며 원주방향 면내누름응력은 $\sigma_{x0}=184.125\text{MPa}$ 이다.

최소림계면내누름짐이 $\sigma_{x0}=184.125\text{MPa}$ 보다 크면서 구조의 체적이 최소로 되는 보강륵골들의 높이를 결정하자. 우에서 제기한 알고리듬을 리용하여 COSMOS/M의 2차개발프로그람을 작성하고 최량화계산을 진행하면 8회 반복후에 풀이가 수렴하여 최량풀이가 얻어진다. 최량화후에 보강재의 높이는 $H_1=8.1\text{cm}$, $H_2=6.2\text{cm}$, $H_3=5.4\text{cm}$, $H_4=2\text{cm}$ 이며 구조의 총체적은 $V=0.599\text{m}^3$ 이고 보강재의 총체적은 $V_{20}=0.034\text{m}^3$ 이다. ANSYS의 최량화모듈을 리용하면 반복풀이는 대단히 진동하며 89회에서 최량풀이가 얻어지므로 이에 비하여 여기서 제기한 최량화규준법에 의한 방법과 알고리듬이 훨씬 효과적이라는것을 알수 있다.

맺 는 말

면내짐을 받는 보강곡면판에 대하여 주어진 림계짐제한하에서 구조의 체적을 최소화하기 위한 최량화규준을 유도하고 최량화알고리듬을 제기하였으며 한가지 수치실례를 통하여 적은 반복계산에 의하여 최량풀이가 얻어진다는것을 확증하였다.

참 고 문 헌

[1] **김일성**종합대학학보 수학, 64, 1, 113, 주체107(2018).
[2] 리철수 등; 기계공학, 2, 16, 주체102(2013).
[3] 上寺哲也; 日本造船海洋工学会論文集, 14, 1, 2011.

주체108(2019)년 6월 10일 원고접수

The Problem of the Design for Minimum Volume of Reinforced Shell Structure Subject to Critical Load Constraint

Ri Chol Su, Kim Hyok Nam

In this paper, we derive the optimal criterion for the determination sizes of the reinforcement members in the problem of design for the minimum volume of the reinforced shell structure subject to the critical load constraint, present an optimization algorithm and verify the validity of the proposed method through an example.

Key words: critical load, reinforcement member