

## <sup>27</sup> AI핵에 대한 중성자핵반응에서 자름면적계산을 위한 준위밀도맞추기방법

김혁, 김대성, 윤원철

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《기초과학을 발전시키는데도 힘을 넣어야 합니다. 기초과학을 발전시키지 않고서는 인민경제 여러 부문에서 나서는 과학기술적문제를 원만히 풀어나갈수 없습니다.》

(《김정일선집》 증보판 제11권 138페이지)

우주환경에서 우주선과 물질의 호상작용은 대부분 대전립자에 의한 핵반응으로 나타난다. 전자, 양성자, 중이온들과 같은 대전립자들은 물질과 호상작용하여 방사선손상, 에네르기전달과 같은 여러가지 핵반응을 일으킨다. 이때 수GeV의 양성자와의 호상작용과정에 생기는 2차립자들가운데는 중성자도 있다.

중성자는 대전립자와는 달리 낮은 입사에네르기를 가지고도 핵과 호상작용을 일으키므로 입사에네르기가 낮은 중성자에 의한 핵반응을 정확히 고려하는것이 필요하다.[1]

논문에서는 핵반응자름면적계산프로그램 EMPIRE를 리용하여 20MeV이하의 에네르기를 가지는 중성자와 알루미늄핵의 핵반응자름면적계산을 위한 준위밀도맞추기에 대하여 연구하고 간단한 준위밀도공식에 보정을 하여 핵의 회전과 변형을 나타내는 집단운동효과를 고려하는 준위밀도공식과 거의 같은 정확도로 자름면적을 계산하였다.

### 1. 핵의 준위밀도

입사립자의 에네르기가 낮은 경우에는 대부분이 복합핵반응물립새로 핵반응이 진행된다. 핵반응  $A+a \rightarrow C \rightarrow b+B$ 의 자름면적은 다음식으로 계산한다.

$$\sigma_b(E, J, \pi) = \frac{\sigma_a(E, J, \pi) \Gamma_b(E, J, \pi)}{\Sigma_C \Gamma_C(E, J, \pi)} \quad (1)$$

여기서  $E$ 는 려기에네르기,  $J$ 는 스핀,  $\pi$ 는 우기성을 나타낸다.

식 (1)에서 복합핵의 립자붕괴폭은 다음과 같이 표시된다.

$$\Gamma_C(E, J, \pi) = \frac{1}{2\pi\rho_{CN}(E, J, \pi)} \sum_{J'=0}^{\infty} \sum_{\pi'}^{J+J'} \sum_{j=J'-J}^{E-B_C} \int_0^{E-B_C} \rho_C(E', J', \pi') T_C^{l,j}(E-B_C-E') dE' \quad (2)$$

여기서  $B_C$ 는 복합핵  $C$ 의 결합에네르기,  $\rho$ 는 준위밀도,  $T_C^{l,j}(\varepsilon)$ 은 통로에네르기가  $\varepsilon = E - B_C - E'$ 이고 궤도각운동량이  $l$ , 스핀이  $j$ 인 복합핵  $C$ 의 투과결수이다.

복합핵의 준위밀도들은 불련속적으로 주어지므로 식 (2)에서 적분계산을 진행하려면 함수형태로 표시된 준위밀도를 구하여야 한다.

복합핵의 려기에네르기준위가 루적형태로 표시된 불련속준위들에 대한 맞추기를 진행하기 위하여 다음과 같은 2개의 함수를 리용한다.[2]

낮은 러기에너지(정합점  $U_x$  이하)에서는

$$\rho_T(E) = \frac{1}{T} \exp\left(\frac{E - \Delta - E_0}{T}\right) \quad (3)$$

이 리용된다. 여기서  $T$  는 핵의 온도,  $E$  는 러기에너지( $E = U + \Delta$ ),  $\Delta$  는 쌍결합에너지,  $U$  는 유효러기에너지,  $E_0$  은 조절할수 있는 에너지밀립을 나타낸다.

$U_c$  보다 큰 에너지에서는 페르미기체준위밀도공식

$$\rho_F(U) = \frac{\exp(2\sqrt{a}U)}{12\sqrt{2}\sigma(U)a^{1/4}U^{5/4}} \quad (4)$$

가 리용된다. 여기서  $a$  는 준위밀도파라미터이다.

우의 2개의 함수를 리용한 준위밀도맞추기는 간단하지만 핵의 회전과 변형을 고려한 집단운동효과는 잘 나타내지 못한다.

집단운동효과를 고려한 보다 개선된 준위밀도공식은 다음과 같다.[2]

$$\rho(E, J, \pi) = \frac{1}{16\sqrt{6\pi}} \left(\frac{\hbar^2}{J_{//}}\right)^{1/2} a^{-1/4} Q_{\text{rot}}^{\text{damp}}(U) \sum_{K=-J}^J \left(U - \frac{\hbar^2 K^2}{2J_{\text{eff}}}\right)^{-5/4} \exp\left[2\sqrt{a\left(U - \frac{\hbar^2 K^2}{2J_{\text{eff}}}\right)}\right] \quad (5)$$

여기서  $J$  는 핵의 스핀,  $K$  는 대칭축에 대한 핵스핀의 사영성분,  $J_{//}$  와  $J_{\text{eff}}$  는 관성모멘트의 평행성분과 유효관성모멘트,  $Q_{\text{rot}}^{\text{damp}}(U)$  은 회전증강인자들의 감쇠률이다.

식 (5)로부터 입사립자의 에너지와 표적핵의 종류에 따라 여러가지 파라미터들을 리용하여 정확한 준위밀도맞추기를 진행한다.

이밖에도 여러가지 준위밀도근사공식들이 있지만 복잡하고 많은 파라미터들을 요구한다.

## 2. 준위밀도맞추기

식 (5)를 리용하는 경우에는 요구되는 8개의 파라미터값들을 정확히 주어야 한다.

그러나 이 파라미터들의 완전한 조를 얻는것은 힘들다.

론문에서는 식 (5)와 같은 복잡한 함수를 리용하지 않고 식 (3), (4)를 리용한 준위밀도맞추기를 진행하여 자름면적을 계산하였다.

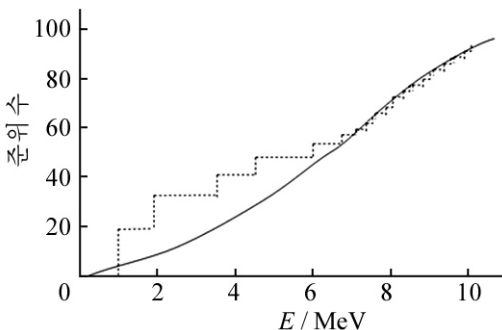


그림 1. 식 (3), (4)로 준위밀도맞추기한 그래프

식 (3)과 (4)를 리용하여 준위밀도맞추기를 진행하는 경우 두 함수의 경계에서 편속성과 미분가능성을 보장하면서 맞추기를 진행한다.(그림 1) 핵반응자름면적계산에 큰 영향을 주는것은 에너지준위들사이의 간격이 넓은 아래대역이다. 그러나 그림 1에서처럼 맞추기를 진행한 결과를 보면 50이하의 준위수대역에서 맞추기가 잘되지 않았다.

식 (5)를 리용하여 준위밀도맞추기를 진행하면 다음과 같은 결과가 얻어진다.(그림 2)

그림 2에서 보는것처럼 루적준위수와의 맞추기가 비교적 잘되었다. 그리고 50이상의 준위수들에 대하여서는 약간 차이나는 결과를 보여주었다.

논문에서는 식 (3)을 식 (6)과 같이 변화시켜 아래준위와 웃준위에서 비교적 잘 맞는 준위밀도맞추기를 진행하였다.

알루미늄핵은 비대칭핵이므로 회전운동효과가 더 우세하게 나타난다. 핵의 회전운동하밀토니안은 다음과 같이 주어진다.

$$H = \sum_{i=1}^3 \frac{J_i^2}{2Y_i}$$

이때 그 고유값들은  $M\hbar$ 로 된다. 즉 에너지고유값이 선형적으로 변하게 된다. 따라서 논문에서는 보정항을 다음과 같은 선형1차식으로 주었다.

$$\rho_T(E) = \frac{c_1 e + c_2}{T} \exp\left(\frac{E - \Delta - E_0}{T}\right) \quad (6)$$

여기서  $e = E/E_0$ 로서 무분량이고  $c_1, c_2$ 는 결수파라미터들이다.

50이하의 준위수들에 대하여서는 식 (6)으로 맞추기를 진행한다.

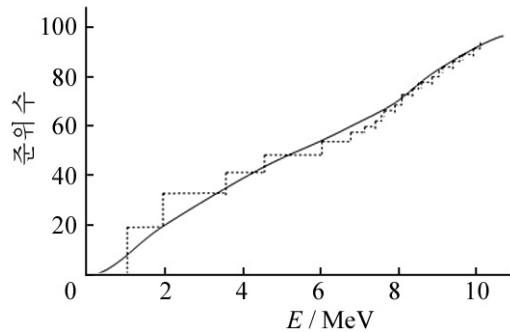


그림 3. 식 (4), (6)으로 준위밀도맞추기한 그래프

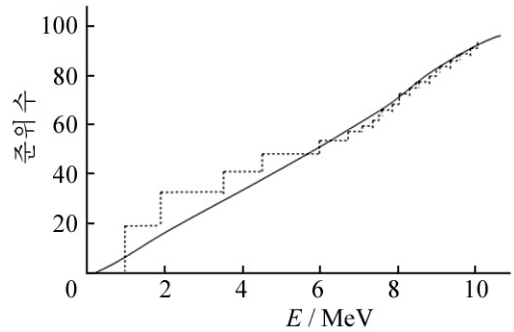


그림 2. 식 (5)로 준위밀도맞추기한 그래프

루적준위수들의 그래프와 오차가 최소로 되도록 최소두제곱법으로  $c_1, c_2$ 를 구한다.

식 (4)와 (6)으로 준위밀도맞추기한 그래프는 그림 3과 같다.

그림에서 보는것처럼 준위수의 전구간에서 맞추기가 원만하게 되었다.

입사에너지가 1~20MeV인 중성자에 의한 비탄성산란자름면적을 여러가지 방법으로 맞추기한 준위밀도의 경우들에 대하여 Empire프로그램으로 계산하고 실험값과 비교하였다.(표 1, 2)

표 1. 입사입자의 에너지에 따르는 <sup>27</sup>Al(n, n')<sup>27</sup>Al반응자름면적(단위는 mb)

E/MeV	실험	식 (3), (4)	식 (5)	식 (4), (6)
1	53.6±5.2	73.2	59.2	60.4
2	372.3±11.3	412.3	382.6	378.2
4	1 006.8±34.4	985.4	1 024.3	993.2
8	1 709.8±25.6	1 689.2	1 753.4	1 692.4
12	1 658.7±38.2	1 592.3	1 614.3	1 698.3
16	743.1±19.2	725.2	734.2	713.2
20	308.4±23.1	289.5	298.4	324.5

표 1, 2에서 보는것처럼 식 (3), (4)로 평가한 준위밀도를 리용하면 10MeV아래의 에너지대역에서 실험값과 어느 정도 차이난다는것을 알수 있다. 그것은 준위밀도의 아래

표 2. 입사입자의 에너지에 따르는  $^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$ 반응자름면적(단위는 mb)

$E/\text{MeV}$	실험	식 (3), (4)	식 (5)	식 (4), (6)
1	$10.4 \pm 2.3$	20.4	12.6	11.4
2	$25.7 \pm 4.5$	37.2	23.5	21.6
4	$79.3 \pm 8.5$	87.4	83.6	85.2
8	$103.4 \pm 11.3$	110.3	108.2	105.4
12	$67.2 \pm 6.3$	73.2	71.3	72.4
16	$45.2 \pm 3.3$	40.2	43.6	42.3
20	$36.9 \pm 2.5$	32.6	35.4	34.2

구간에서 맞추기가 정확히 진행되지 않았기 때문이다.

식 (5)로 평가한 준위밀도와 식 (4), (6)으로 평가한 준위밀도를 리용하면 자름면적 값이 실험값에 거의 가깝다는 것을 알 수 있다. 이것은 알루미늄핵에서 입사중성자에 의하여 회전운동효과가 나타나며 회전운동에너지 준위들이 선형적으로 변한다는 것을 보여준다.

## 맺는 말

론문에서는 핵반응자름면적을 계산하기 위한 준위밀도 맞추기를 간단한 근사방법으로 진행함으로써 핵의 회전 및 변형과 같은 집단운동효과를 고려할 수 있게 되었다.

식 (4)와 (6)을 리용하여 준위밀도 맞추기를 진행하였을 때 식 (5)와 같이 자름면적을 정확히 계산할 수 있다는 것을 확정하였다. 이때 보정에 리용된 파라미터들은  $c_1 = 15.43$ ,  $c_2 = 4.56$  이다.

## 참고 문헌

- [1] S. Goriely et al.; Atomic Data and Nuclear Data Tables, **77**, 331, 2001.
- [2] M. Herman et al.; Nucl. Data Sheets, **108**, 2655, 2007.

주체107(2018)년 6월 5일 원고접수

## Fitting Method of Level Density for the Calculation of Cross Section in Neutron Nuclear Reaction of the Nucleus $^{27}\text{Al}$

*Kim Hyok, Kim Thae Song and Yun Won Chol*

In this paper by introducing the simple fitting approximation of level density for calculation of cross section on nuclear reaction, it enabled us to consider the collective motion effect such as rotation and deformation of the nucleus.

We found that we could obtain the accurate cross section by fitting the level density. Then we got the parameters as  $c_1 = 15.43$  and  $c_2 = 4.56$ .

Key words: level density, cross section