

## 불균일한 자화플라즈마매질속으로 전파되는 전자기파의 WKB방법연구

리정철, 한영수

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《수학, 물리학, 화학, 생물학과 같은 기초과학부문에서 과학기술발전의 원리적, 방법론적기초를 다져나가면서 세계적인 연구성과들을 내놓아야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 40페이지)

최근에 플라즈마와 같은 분산매질에서 전자기파의 전파특성에 대한 해석이 많이 진행되였다.[1]

이 논문에서는 WKB방법(Wentzel-Kramers-Brillouin Method)을 리용하여 플라즈마전자밀도가 포물선분포를 가지는 경우에 불균일자화플라즈마구역에서 전자기파의 전파특성을 연구하였다.

### 1. 계 산 모 형

WKB방법은 빛도파관에서 빛의 굴절현상을 해석하기 위하여 처음으로 제기된 방법이다.[2] 불균일한 매질속으로 전파되는 막스웰방정식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= -j\mu_0\omega\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \\ \nabla(\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}_r\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)) &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= j\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}_r\omega\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \\ \nabla\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ 는 각각 전기마당과 자기마당의 세기벡토르,  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$ 은 자유공간의 유전률과 투자률,  $\omega$ 는 전자기파의 각주파수이다.  $\tilde{\varepsilon}_r$ 는 매질의 복소상대유전률로서 불균일한 자화플라즈마에서 다음과 같이 쓸수 있다.[3]

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - i\frac{\nu}{\omega} - \frac{\omega_{ce}^2/\omega^2}{1 - \omega_p^2/\omega^2 - i\nu/\omega}} \quad (2)$$

여기서  $\nu$ 는 플라즈마충돌주파수,  $\omega_{ce}$ 는 전자사이클로트론주파수,  $\omega_p$ 는 플라즈마주파수이다.

$$\omega_p^2 = e^2 \frac{N_e}{m\varepsilon_0} \quad (3)$$

여기서  $N_e$ 는 플라즈마전자밀도이고  $m, e$ 는 각각 전자의 질량과 전하량이다.

식 (1)을  $\mathbf{E}$ 로 표시하면 다음과 같다.

$$\Delta\mathbf{E} + \tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E} = \nabla(\nabla\mathbf{E})$$

여기서  $k_0 = \sqrt{\omega/c}$ 는 자유공간에서 전자기파의 파수이다.

전자기파가 그림 1에서와 같이  $z$ 축방향으로 놓인 불균일한 플라즈마매질층으로 전파된다고 하자. 전자기파의 입사각을  $\theta_i$ ,  $n$ 번째 층에서 입사각과 굴절각을 각각  $\theta_n, \theta_{n+1}$ 이라고 하면 굴절법칙을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$n_n \sin \theta_n = n_{n+1} \sin \theta_{n+1}$$

불균일한 플라즈마층에서 전자기파의 파동방정식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \tilde{k}^2(x) E_y = 0 \quad (4)$$

$n$ 번째 플라즈마층으로 전파되는 전자기파의 전기파당 성분은 다음과 같다.

$$E_y = E_0 \exp[-jk_0 n_n (x \sin \theta_n \pm z \cos \theta_n)] \quad (5)$$

이 식에서  $\pm$ 는 각각 정의 방향과 부의 방향으로 전파되는 파동을 표시한다. 식 (5)를 고려하면 식 (4)는 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + [\tilde{k}^2(z) - k_0^2 \sin^2 \theta_n] E_y = 0 \quad (6)$$

여기서  $\tilde{k}$ 은 복소수파수로서 다음과 같다.

$$\tilde{k}^2 = -\tilde{\epsilon}_r \frac{\omega^2}{c^2}$$

식 (6)의 WKB풀이는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$E_y = E_0 \exp \left[ \mp j \int_0^z \sqrt{\tilde{k}^2(z) - k_0^2 \sin^2 \theta_n} dz \right] \quad (7)$$

식 (7)에서  $\omega = \sqrt{\tilde{k}^2(z) - k_0^2 \sin^2 \theta_n}$ 이라고 하면 WKB조건은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\left| \frac{3}{4} \left( \frac{1}{\omega^2} \frac{d\omega}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2\omega^3} \frac{d^2\omega}{dz^2} \right| \ll 1$$

일반적으로 플라즈마전자밀도가 그리 크지 않고 전자기파의 주파수가 낮지 않을 때 이 조건은 항상 성립한다.

플라즈마속으로 전파되는 전자기파의 에너지는 다음과 같다.

$$P(z) = P_0 \exp \left[ -2 \operatorname{Im} \left( \int_0^z \sqrt{\tilde{k}^2(z) - k_0^2 \sin^2 \theta_n} dz \right) \right]$$

여기서  $P_0$ 은  $z=0$ 에서 입사하는 전자기파의 에너지이다.

플라즈마층에서 전자기파의 감쇠률은 다음과 같다.

$$A = \left| 10 \lg \frac{P(z)}{P_0} \right| = \left| 8.69 \operatorname{Im} \left( \int_0^z \sqrt{\tilde{k}^2(z) - k_0^2 \sin^2 \theta_n} dz \right) \right| \quad (8)$$

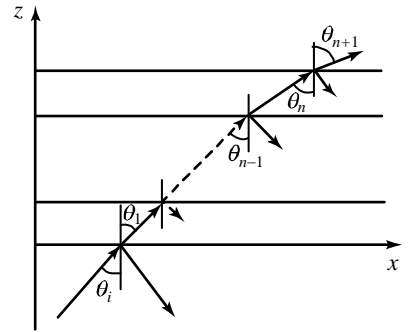


그림 1. 플라즈마매질에서 전자기파의 전파

## 2. 모의결과와 해석

다음과 같은 포물선전자밀도분포를 가지는 불균일한 플라즈마매질에서 전자기파의 감쇠률에 대한 모의를 진행하였다.

$$N_e = N_0 \left( 1 - \frac{z^2}{d^2} \right) \quad (9)$$

여기서  $N_0$ 은 플라즈마의 최대전자밀도,  $d$ 는 플라즈마구역의 두께이다.

불균일플라즈마관을 50개의 층으로 나누고 매 층에서 전자밀도는 고정시켰다.

그림 2에  $d=15\text{cm}$ ;  $\omega_{ce}=20\text{rad/s}$ ,  $\nu=20\text{GHz}$ ,  $n_0=1 \times 10^{17}\text{m}^{-3}$ 일 때 각이한 전자기파의 입사각

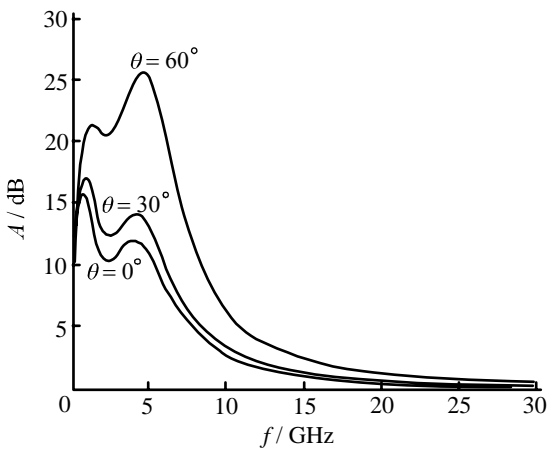


그림 2. 각이한 입사각에서 입사전자기파의 주파수에 따르는 전자기파의 감쇠률

에서 입사전자기파의 주파수에 따르는 전자기파의 감쇠률을 보여주었다. 그림에서 알 수 있는바와 같이 감쇠률은 입사각이 커질수록, 플라즈마최대전자밀도가 클수록 커진다. 또한 감쇠가 극대가 되는 2개의 봉우리가 존재하며 입사각이 클수록 두번째 봉우리는 높아진다.

입사파의 주파수가 증가하면 전자기파의 변화가 플라즈마안의 전자의 운동보다 매우 빨리 일어나므로 플라즈마안의 전자는 분극작용에 거의 참가할수 없게 된다. 따라서 전자가 전자기파의 에너지를 흡수하지 못하므로 전자기파는 급속히 감쇠된다.  $\theta$ 가 커지면 식 (8)에서 알 수 있는바와 같이 감쇠률이 작아져 두번째 봉우리의 높이가 낮아진다.

그림 3에  $\theta=0^\circ$ 일 때 각이한 충돌주파수에서 입사주파수에 따르는 전자기파의 감쇠률을 보여주었다. ( $d=15\text{cm}$ ;  $\omega_{ce}=20\text{rad/s}$ ,  $\nu=20\text{GHz}$ ,  $n_0=1 \times 10^{17}\text{m}^{-3}$ ) 그림 3에서 알 수 있는바와 같이 충돌주파수가 커질수록 감쇠률은 작아지며 두번째 봉우리의 높이는 작아지다가  $\nu=50\text{GHz}$ 에서는 없어진다.

일반적으로 플라즈마속에서 전자는 입사파의 에너지를 흡수한 다음 다른 립자들과 충돌하여 에너지를 넘겨준다. 입사주파수가 낮을 때 충돌주파수가 클수록 전자기파의 감쇠률은 작아진다. 낮은 주파수에서는 전자가 입사전자기파의 작용에 의하여 충분히 가속되지 못하므로 이온이나 중성립자와 충돌할수 없게 된다. 높은 주파수에서는 충돌주파수가 클수록 전자와 다른 립자들과의 에너지교환이 활발히 진행되므로

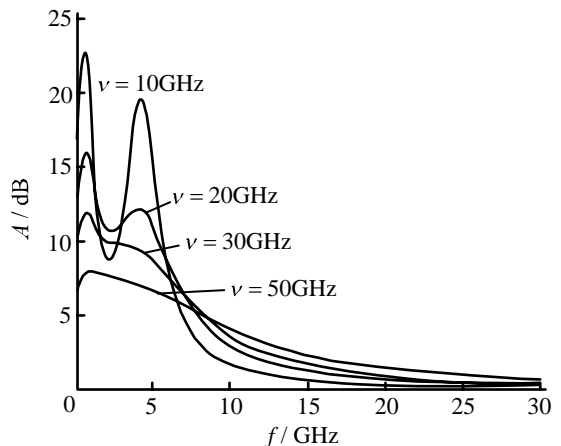


그림 3. 각이한 충돌주파수에서 전자기파의 감쇠률

감쇠률은 커지게 된다. 또한 식 (2)에서 알수 있는바와 같이 낮은 주파수에서는  $\nu$ 가 커지면 상대유전률의 허수부가 작아지므로 감쇠률은 작아진다.

## 맺 는 말

WKB방법으로 포물선형전자밀도분포를 가진 플라즈마매질속에서 전자기파의 감쇠률을 계산하는 방법을 연구하였다. 전자기파의 감쇠률은 입사각이 클수록 커지며 충돌주파수가 클수록 작아진다.

## 참 고 문 헌

- [1] B. W. Bai et al.; IEEE Trans. Antennas Propag., 42, 3365, 2014.
- [2] J. M. White et al.; Appl. Opt., 15, 151, 1976.
- [3] A. Helaly et al.; Proc. Inst. Elect. Eng., 144, 61, 1997.

주체107(2018)년 9월 5일 원고접수

## **WKB Analysis on Electromagnetic Wave Propagated through Not Uniformly Magnetized Plasma Medium**

*Ri Jong Chol, Han Yong Su*

By WKB method, we investigated the attenuation property of the electromagnetic wave according to the incidence angle and collision frequency for the not uniformly magnetized plasma medium with the parabolic electron density profiles.

Key words: WKB method, electromagnetic wave, plasma