

물오염물질의 수송확산에서 막흐름확산결수를 결정하는 한가지 방법

최동혁, 량혁철

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《공기와 물을 비롯한 환경을 보호하기 위한 연구사업도 강화하여야 합니다.》(《김정일선집》 증보판 제11권 42페이지)

물오염물질의 수송확산을 수학적으로 모형화하는데서 막흐름확산결수를 결정하는것은 선차적인 문제로 나선다. 지금까지 막흐름확산결수를 결정하는 방법에는 2점법, 최소두제곱법을 비롯하여 여러가지 방법[1-3]들이 리용되어왔다.

우리는 현실에서 유용하게 리용될수 있는 막흐름확산결수를 결정하는 한가지 방법에 대하여 연구하였다.

$x=0$ 점에서 농도가 C 인 용액이 연속 류입되고 물흐름방향을 x 축이라고 설정하면 오염물질의 이동모형은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} & 0 < x < L, 0 < t < T \\ C(x, 0) = 0 & 0 \leq x < L \\ C(0, t) = C_0 & 0 < t < T \\ C(L, t) = 0 & 0 < t < T \end{cases} \quad (1)$$

여기서 D 는 막흐름확산결수(m^2/s), u 는 물흐름속도(m/s)이다.

충분히 큰 L 에 대하여 식 (1)에 라플라스변환을 실시하여 풀이를 구하고 무차원량 $C(x, t)/C_0$ 를 도입하면 다음과 같다.

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left[\frac{x-ut}{(2Dt)^{1/2}} \right] + \exp \left(\frac{ux}{D} \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{x-ut}{(2Dt)^{1/2}} \right] \right\} \quad (2)$$

두번째 항이 비교적 작기때문에 무시하면 다음식이 얻어진다.

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{x-ut}{(2Dt)^{1/2}} \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x-ut}{(2Dt)^{1/2}}}^{+\infty} \exp(-\eta^2) d\eta = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-ut}{(2Dt)^{1/2}}} \exp(-\eta^2) d\eta \quad (3)$$

t 순간에 윗식은 정규분포함수 $1 - N \left[\frac{x-ut}{\sqrt{2Dt}} \right]$ 로 된다.

정규분포의 성질에 따라 $N[1]=0.84$, $N[-1]=0.16$, $N[0]=0.5$ 이므로 막흐름확산결수 D 를 결정하는 방법은 다음과 같다.

$\frac{x-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=1$ 일 때 $\frac{C}{C_0}=1-0.84=0.16$, $\frac{x-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=1$ 을 만족시키는 자리표는 $x_{0.16}$ 으로 표기한

다. 즉 $\frac{x_{0.16}-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=1$.

$\frac{x-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=-1$ 일 때 $\frac{C}{C_0}=1-0.16=0.84$, $\frac{x-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=-1$ 을 만족시키는 점의 자리표는 $x_{0.84}$

로 표기한다. 즉 $\frac{x_{0.84}-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=-1$.

그러므로 $\frac{x_{0.16}-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}-\frac{x_{0.84}-ut_0}{\sqrt{2Dt_0}}=2$.

D 에 관하여 정돈하면 다음과 같다.

$$D=\frac{1}{8t_0}(x_{0.16}-x_{0.84})^2 \quad (4)$$

관측점이 1개이고 이때 x 가 고정된 수라면 식 (2)는 t 를 변수로 하며 의연히 정규분포함수로 된다.

$x=x_0$ 일 때 t 의 변화에 따르는 C/C_0 곡선을 그린다. 그리고 C/C_0 가 0.84에 도달할 때의 시간을 $t_{0.84}$ 로, 0.16에 도달할 때의 시간을 $t_{0.16}$ 으로 표기하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$D=\frac{1}{8}\left[\frac{x_0-ut_{0.16}}{\sqrt{t_{0.16}}}-\frac{x_0-ut_{0.84}}{\sqrt{t_{0.84}}}\right]^2 \quad (5)$$

식 (4)는 t_0 인 시각에 C/C_0 의 값이 0.16, 0.84로 되는 오염방출구로부터의 거리 $x_{0.16}$, $x_{0.84}$ 로부터 막흐름확산계수 D 를 결정하는 식이며 식 (5)는 오염방출구로부터 x_0 위치에서 C/C_0 의 값이 0.16, 0.84로 되는 시간 $t_{0.16}$, $t_{0.84}$ 를 리용하여 막흐름확산계수를 결정하는 식이다.

맺 는 말

이 방법은 현실에서 물오염물질의 수송확산을 관찰할 때 쉽게 리용할수 있다.

해석적풀이를 가능하게 하기 위하여 라플라스변환에 의한 결과식의 모든 항을 고려하지 못한 점이 있는데 이 문제는 앞으로 더 연구되어야 한다.

참 고 문 헌

- [1] J. G. Arnold et al.; J. Hydrol., **42**, 47, 2008.
- [2] P. M. Allen et al.; Journal of Hydrology, **176**, 57, 2011.
- [3] 容照升; 模拟与预测的综合数学方法及其应用, 吉林大学出版社, 96~98, 2009.

주체105(2016)년 1월 5일 원고접수

A Method to Determine Turbulent Diffusion Coefficient in the Transport and Diffusion of Water Pollutants

Choe Tong Hyok, Ryang Hyok Chol

We studied the method to determine turbulent diffusion coefficient in the transport and diffusion of water pollutants.

This method can be used to observe the transport and diffusion of water pollutants in the reality.

Key words: water pollution, turbulent, diffusion