

## 비홀로놈속박을 고려한 차동구동방식이동로봇의 운동계획을 위한 한가지 방법

신영철, 리광혁

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《여러가지 로봇을 개발하고 받아들이는데서 나서는 과학기술적문제도 풀어야 하겠습니까.》(《김정일선집》 증보판 제11권 138페이지)

선행연구들[1-3]에서는 비홀로놈속박을 고려하지 않고 이동로봇이 질점이라는 가정하에서 방위를 무시하여 경로계획을 작성하였는데 현실에서는 이 가정이 성립되지 않는다.

본문에서는 비홀로놈속박을 받는 차동구동방식이동로봇에서 3차스플라인을 리용하여 위치와 방위에 대한 운동계획작성의 한가지 방법을 제안하였다.

### 1. 차동구동방식이동로봇의 운동조종문제

이동로봇의 운동조종문제는 작업공간 상에서 주어진 초기자세

$$q^0 = [x^0, y^0, \theta^0]^T$$

와 종점자세

$$q^g = [x^g, y^g, \theta^g]^T$$

가 주어진 경우 이것을 달성하기 위한 작업 공간목표궤도

$$q_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]^T$$

를 결정하고 자리표변환(역운동학)에 의하여 관절공간에서의 좌우량쪽바퀴들의 목표궤도

$$\varphi_{Rd}(t) = [\varphi_{Rd}(t), \varphi_{Ld}(t)]^T$$

를 구한데 기초하여 이 목표궤도를 추종하기 위한 조종력(관절회전모멘트 혹은 조종전압)을 결정하여 실현하는 문제이다.

우와 같이 설정된 이동로봇의 운동조종문제를 해결하기 위한 차동구동방식이동로봇의 운동조종체계는 일반적으로 그림 1과 같은 계층구조로 구성된다.

그림 1에서 보는바와 같이 차동구동방식이동로봇의 운동조종은 일반적으로 다음과 같은 4단계에 걸쳐 실현된다.

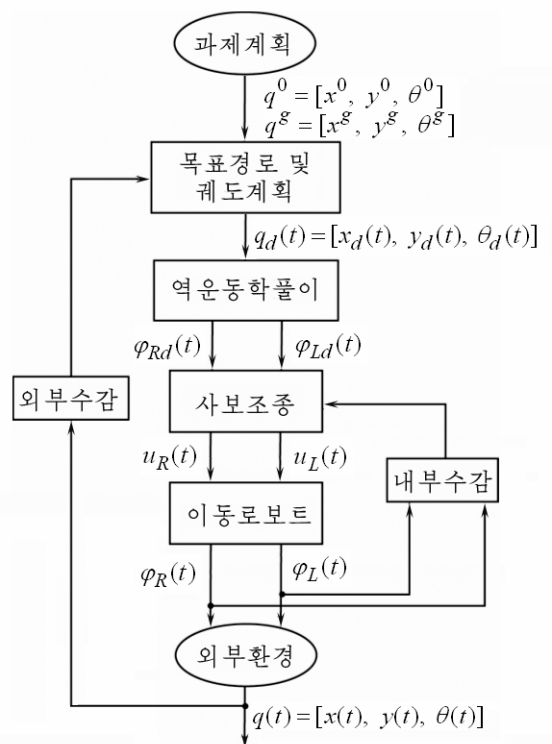


그림 1. 차동구동방식이동로봇의  
운동조종체계

① 과제계획단계

이 단계에서는 주어진 과제에 기초하여 작업공간(2차원평면)에서 이동로봇의 초기 자세  $q^0 = [x^0, y^0, \theta^0]^T$ 와 종점자세  $q^g = [x^g, y^g, \theta^g]^T$ 를 결정한다.

② 목표자세(목표경로 및 궤도)계획단계

이 단계에서는 위에서 결정한 초기자세와 종점자세에 기초하여 작업공간에서 이동로봇의 목표자세 즉 목표경로와 궤도  $q_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]^T$ 를 생성한다.

③ 역운동학풀이단계

이 단계에서는 위에서 생성된 작업공간에서의 목표자세

$$q_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]^T$$

에 기초하여 역운동학풀이방법을 적용하여 그것에 해당하는 관절공간에서 좌우량쪽바퀴들의 목표궤도  $\varphi_{Rd}(t) = [\varphi_{Rd}(t), \varphi_{Ld}(t)]^T$ 를 생성한다.

④ 사보조종단계(역동력학풀이단계)

이 단계에서는 위단계에서 생성한 좌우량쪽바퀴들의 목표궤도  $\varphi_{Rd}(t) = [\varphi_{Rd}(t), \varphi_{Ld}(t)]^T$ 를 실현하기 위한 좌우량쪽바퀴구동용전동기들의 조종전압을 결정하여 실현한다.

본문에서는 이동로봇의 운동조종을 위한 위와 같은 4가지 단계중에서 두번째 단계 즉 초기자세  $q^0 = [x^0, y^0, \theta^0]^T$ 와 종점자세  $q^g = [x^g, y^g, \theta^g]^T$ 가 주어진 경우 3차스플라인을 리용하여 비홀로놈속박을 받는 차동구동방식이동로봇의 작업공간목표궤도

$$q_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]^T$$

를 계획하는 문제를 설정하고 해결한다.

## 2. 비홀로놈속박을 고려한 이동로봇의 3차스플라인궤도계획

비홀로놈속박을 받는 차동구동방식의 이동로봇에서는 방위  $\theta$ 가 운동의 전과정에 비홀로놈속박조건을 만족해야 한다. 즉 방위  $\theta$ 는 자기의 초기조건  $\theta^0$ 과 종점조건  $\theta^g$ 만을 고려하여 독립적으로 변화되는것이 아니라 운동의 전과정에 비홀로놈속박조건에 따라 이동로봇의 속도  $\dot{x}, \dot{y}$ 에 종속되어 변화되어야 한다.

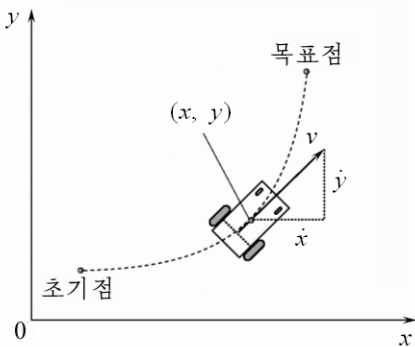


그림 2. 비홀로놈속박을 받는 이동로봇의 운동과정

이동로봇의 위치  $x, y$ 에 대한 목표궤도는 3차스플라인

그림 2에 비홀로놈속박하에서 운동하는 차동구동방식이동로봇의 운동과정을 보여주었다.

비홀로놈속박을 받는 이동로봇에서 속도  $\dot{x}, \dot{y}$ 와 방위  $\theta$  사이의 관계(비홀로놈속박조건)는 다음과 같다.

$$\tan \theta = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (1)$$

비홀로놈속박조건 (1)을 고려하여 3차스플라인 궤도계획을 작성할 때 이동로봇의 위치  $x, y$ 와 속도  $\dot{x}, \dot{y}$ 는 3차스플라인궤도생성에 리용되며 방위  $\theta$ 는 이동로봇의 속도  $\dot{x}, \dot{y}$ 를 고려하여 궤도를 생성하는데 리용된다.

$$\begin{aligned} x_d(t) &= a_x(t-t_0)^3 + b_x(t-t_0)^2 + c_x(t-t_0) + d_x \\ y_d(t) &= a_y(t-t_0)^3 + b_y(t-t_0)^2 + c_y(t-t_0) + d_y \end{aligned} \quad (2)$$

에 의하여 생성되며 이때 속도  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ 에 대한 변화법칙은

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= 3a_x(t-t_0)^2 + 2b_x(t-t_0) + c_x \\ \dot{y}_d(t) &= 3a_y(t-t_0)^2 + 2b_y(t-t_0) + c_y \end{aligned} \quad (3)$$

와 같다. 여기서 3차스플라인의 결수  $a_x, b_x, c_x, d_x$ 와  $a_y, b_y, c_y, d_y$ 들은 초기시각과 종점시각에서의 위치 및 속도조건들을 리용하여 결정한다.

한편 차동구동방식이동로봇의 운동은 비홀로놈속박하에서 진행되므로 방위  $\theta$ 는 우에서와 같은 3차스플라인에 의하여 독립적으로 생성할수 없고 반드시 비홀로놈속박조건 (1)을 고려하여 이동로봇의 속도  $\dot{x}, \dot{y}$ 에 종속되어 생성되어야 한다.

결국 이동로봇의 방위  $\theta$ 는 비홀로놈속박조건 (1)에 아크탄젠스를 취한 다음의 식

$$\theta_d(t) = \arctan 2(\dot{y}_d(t), \dot{x}_d(t)) \quad (4)$$

에 의하여 결정된다. 여기서

$$\arctan 2(\dot{y}_d, \dot{x}_d) = \begin{cases} 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ & (+\dot{x}_d, +\dot{y}_d) \\ 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ & (-\dot{x}_d, +\dot{y}_d) \\ -180^\circ \leq \theta \leq -90^\circ & (-\dot{x}_d, -\dot{y}_d) \\ -90^\circ \leq \theta \leq 0^\circ & (+\dot{x}_d, -\dot{y}_d) \end{cases} \quad (5)$$

이다.

초기시각  $t_0$ 과 종점시각  $t_g$ 에서도 이동로봇의 방위  $\theta$ 는 비홀로놈속박조건 (1)을 만족해야 한다. 그런데 많은 경우에 초기시각과 종점시각에 이동로봇의 목표방위는 미리 주어지므로 이 시각들에서 목표속도  $\dot{x}_d(t_0), \dot{y}_d(t_0)$ 과  $\dot{x}_d(t_g), \dot{y}_d(t_g)$ 들은 운동의 목적뿐만 아니라 목표방위  $\theta_d(t_0), \theta_d(t_g)$ 를 고려하여 설정해준다.

### 3. 모의실험 및 결과분석

우리는 우에서 고찰한 3차스플라인을 리용한 차동구동방식이동로봇의 PTP운동계획에 대한 모의실험을 Matlab를 리용하여 진행하였다.

이를 위해 초기시각  $t_0 = 0s$ , 종점시각  $t_f = 9s$ 에서의 위치조건과 속도조건을 다음과 같이 설정하였다.

$$\text{초기자세: } q^0 = [x^0, y^0, \theta^0]^T = [0.5, 1.5, -\pi/2]^T$$

$$\text{초기속도: } \dot{q}^0 = [\dot{x}^0, \dot{y}^0]^T = [0, -0.3]^T$$

$$\text{종점자세: } q^g = [x^g, y^g, \theta^g]^T = [1.8, 1.5, \pi/2]^T$$

$$\text{종점속도: } \dot{q}^g = [\dot{x}^g, \dot{y}^g]^T = [0, 0.3]^T$$

초기점과 종점에서의 속도조건들은 비홀로놈속박조건을 만족하도록 이 두 점에서의 희망하는 방위  $\theta^0, \theta^g$ 를 고려하여 설정하였다.

이동로봇의  $x, y, \theta$ 자리표들이 식 (2), (3), (4)에 따라 변하는 경우  $x, y$ 자리표평면

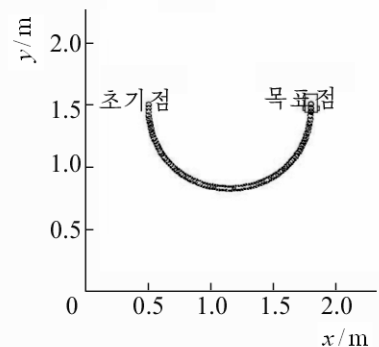


그림 3. 이동로봇의 자세변화과정

에서 이동로봇의 위치와 방위변화과정을 그림 3에 보여주었다.

그림 4에서는 자유공간에서 3차스플라인에 의한 PTP운동에 해당하는  $t$ 에 따르는 이동로봇의 위치와 방위변화를 보여주었다.

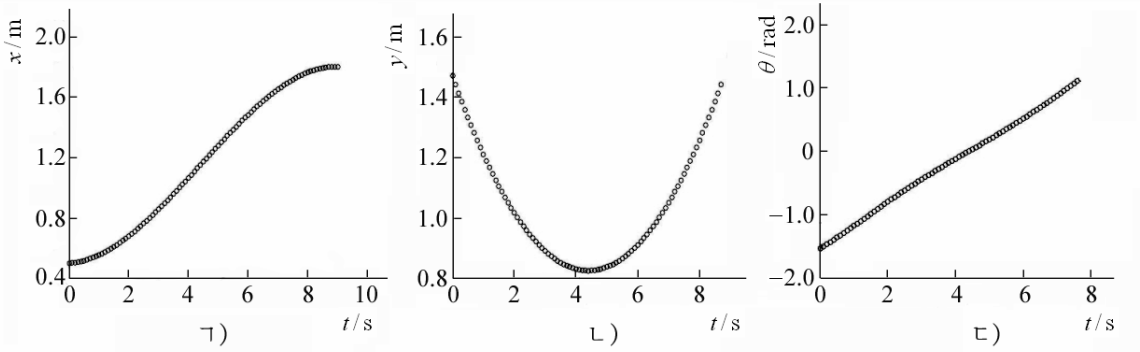


그림 4. 이동로봇의 위치와 방위변화과정  
 a)  $x$  자리표의 변화, b)  $y$  자리표의 변화, c) 방위  $\theta$ 의 변화

그림 4에서 보는바와 같이 이동로봇은 주어진 초기점과 목표점에서의 위치와 방위조건을 다같이 만족시키면서 원만히 움직인다는것을 알수 있다.

모의실험을 통하여 우리가 제안한 3차스플라인에 의한 PTP궤도계획에 의하여 비홀로노믹속박조건을 고려한 이동로봇의 운동을 원만히 계획할수 있다는것을 확증하였다.

## 맺 는 말

3차스플라인을 리용하여 비홀로노믹속박을 받는 차동구동방식이동로봇의 운동을 계획하는 방법을 제안하고 모의실험을 통하여 제안한 방법의 효과성을 검증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] 신영철 등; 조선자동조종학회지, 1, 7, 주체107(2018).
- [2] Oscar Montiel; J. Intell Robot Syst., 79, 237, 2015.
- [3] Joanna Plaskonka; J. Intell Robot Syst., 77, 481, 2015.

주체109(2020)년 5월 5일 원고접수

## A Study on a Method of Motion Planning of the Differential Mobile Robot under Nonholonomic Constraint

Sin Yong Chol, Ri Kwang Hyok

We proposed an approach to plan motion of the mobile robot using cubic spline under nonholonomic constraint and demonstrated the effectiveness through the simulation experiments.

Keywords: mobile robot, motion planning, cubic spline