

측지기준계들사이의 자리표변환모형에 대한 연구

신영철, 정경석

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《새 세기 산업혁명은 본질에 있어서 과학기술혁명이며 첨단돌파에 경제강국건설의 지름길이 있습니다. 우주를 정복한 위성과학자들처럼 최첨단돌파전을 힘있게 벌려 나라의 전반적과학기술을 하루빨리 세계적수준에 올려세워야 합니다.》

측지학적기준계들사이의 자리표호상전환문제는 위성측지망과 지역측지망의 정향과 응용에서 필수적으로 제기되는 문제이며 위성측지망에 대한 연구가 활발히 진행되고 수 자지도가 작성됨에 따라 현실적인 문제로 제기된다.

우리는 미지의 계통적인 오차를 포함하고있는 서로 다른 측지기준계들사이의 자리표 변환방법들을 전면적으로 분석하고 자리표변환의 정확도가 보다 높아지고 현실적응용에 가능한 10-파라미터자리표변환모형을 연구하였다.

1. 10-파라미터모형의 정의

측지기준계들사이의 자리표변환에서 일반적으로 이용되고있는 7-파라미터변환모형인 Bursa-Wolf모형은 측지망에 계통적오차들이 비교적 적게 포함되어있고 그 값이 작을 때에는 적합하지만 어느 한쪽의 측지망에 계통적오차가 많이 포함되어있고 그 값이 클 때에는 자리표를 변환하기 위한 미지파라미터들에 큰 영향을 주므로 적합하지 않다.[1] 이 모형은 파라미터들과 자리표사이에 상관관계가 큰것으로 하여 지역적인 범위에서도 큰 편차를 가지게 되는데 그것은 이 모형에 서로 다른 측지기준계들사이의 관계를 충분히 서술할수 있는 변환파라미터들을 포함하지 않기때문이다.(그림 1)

Bursa-Wolf모형은 다음과 같은 벡토르행렬식으로 표현된다.

$$X_G = (1 + \Delta S)R_Z(\gamma)R_Y(\beta)R_X(\alpha)X_B + T \quad (1)$$

여기서 X_G , X_B - 측지기준계들의 3차원직각자리표, T - 원점의 변위량 (Δx , Δy , Δz), ΔS - 척도변위량, $R_Z(\gamma)R_Y(\beta)R_X(\alpha)$ - 두 측지기준계사이의 회전량을 나타내는 행렬식.

2개의 서로 다른 측지기준계들사이의 관계를 충분히 반영하기 위하여 7-파라미터에서 척도변위량을 자리표계의 성분별로 갈라서 표시할수 있으며 지상자리표계에서 평면자리표축들사이의 방위각편차를 미지수로 설정하여 방정식계를 구성할수 있다.(그림 2)

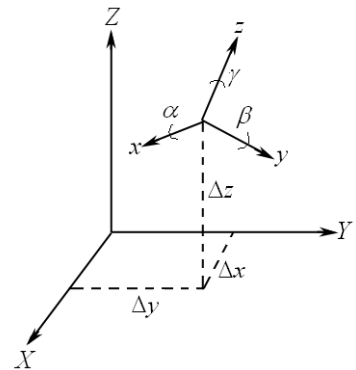


그림 1. Bursa-Wolf모형

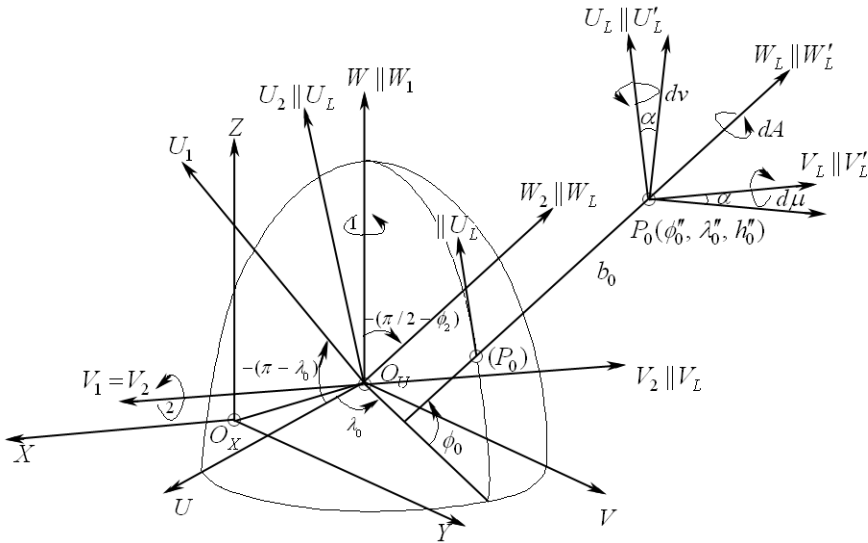


그림 2. 두 측지기준계들사이의 위치벡터관계

그림 2에서 보는바와 같이 지상자리표계에서 W_L 축은 타원체에 대한 법선이며 U_L 축은 P_0 을 지나는 자오선의 접선에 평행이다. 그리고 V_L 축은 W_L 축과 U_L 축에 수직이다. 따라서 10-파라미터모형은 두 자리표계중심의 변위량 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, 세 자리표축들의 척도변위량 (k_1, k_2, k_3) , 세 자리표축들의 회전변위량 (α, β, γ) , 법선을 Z축으로 하는 지상 평면에서의 두 자리표축들사이의 방향변위량 ω 를 변환파라미터로 설정한 모형이다.

2. 10-파라미터자리표변환모형

서로 다른 측지기준계들사이의 자리표변환을 위한 10-파라미터변환모형은 10개의 파라미터들중에서 6개는 척도요소들로서 두 기준계가 완전한 상사성을 띤다고 가정한 모형이라고 볼수 있다. 이 변환파라미터들을 결정하려면 적어도 4개의 공통점들의 자리표쌍들을 요구한다.

자리표변환을 위한 10-파라미터모형에서 파라미터를 결정하기 위해서는 다음과 같은 공정을 거친다.

먼저 공통점자리표쌍의 측지자리표를 지심공간직각자리표로 넘긴다. 다음 그것들을 법선을 Z축으로 하는 지상3차원직각자리표로 전환한다. 이것을 행렬벡터형식으로 표시하면 다음과 같다.

$$u_L = R(u - u_0) = R\Delta u \quad (2)$$

여기서 R 는 지심직각자리표계를 지상자리표계로 변환하기 위한 회전형렬로서 다음식으로 표시된다.

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\sin \phi_0 \cos \lambda_0 & -\sin \phi_0 \sin \lambda_0 & \cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 \cos \lambda_0 & \cos \phi_0 \sin \lambda_0 & \sin \phi_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

u_L 은 지상자리표에서의 공통점자리표쌍의 위치벡토르이며 Δu 는 공통점으로부터 원점까지의 위치벡토르차이다.

척도변위파라미터들을 포함하고있는 척도변위행렬 W 는 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

보조변수 p, r, s, q 를 도입할 때 척도파라미터들과 지상자리표계에서의 방향파라미터사이의 관계는 다음식으로 표시할수 있다.

$$\begin{aligned} p &= k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha \\ r &= k_1 \sin^2 \alpha + k_2 \cos^2 \alpha \\ s &= k_3 \\ q &= (k_1 - k_2) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (5)$$

결과적으로 서로 다른 두 측지기준계들사이의 자리표변환모형은 다음과 같은 식으로 쓸수 있다.

$$X_G = X_B + \Delta t + G \times \Delta u \quad (6)$$

여기서 X_G 는 목적기준계, X_B 는 원천기준계, Δt 는 두 기준계원점의 변위파라미터 ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) 이다.

변환결수행렬 G 는 다음과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} \sin^2 \phi_0 \cos^2 \lambda_0 dp + & -\cos \phi_0 d\beta - \sin \phi_0 d\gamma + & -\sin \phi_0 \sin \lambda_0 d\beta + \cos^2 \lambda_0 d\alpha + \\ + \sin^2 \lambda_0 dr + & + \sin^2 \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 dp - & + \sin^2 \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 dp - \\ + \cos^2 \phi_0 \cos^2 \lambda_0 ds + & -\sin \lambda_0 \cos \lambda_0 dr + & -\sin \phi_0 \cos \phi_0 \cos \lambda_0 dr + \\ + 2\sin \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 dq & + \cos \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 ds + & + \sin \phi_0 \cos \phi_0 \cos \lambda_0 ds - \\ & + \sin \phi_0 (\sin^2 \lambda_0 - \cos^2 \lambda_0) dq & - \cos \phi_0 \sin \lambda_0 dq \\ \cos \phi_0 d\beta + \sin^2 \lambda_0 d\gamma + & & \\ + \sin^2 \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 dp - & \sin^2 \phi_0 \sin^2 \lambda_0 dp + \cos^2 \lambda_0 dr + & \sin \phi_0 \cos \lambda_0 d\beta + \sin \lambda_0 d\alpha - \\ - \sin \lambda_0 \sin \lambda_0 dr + & + \cos^2 \phi_0 \sin^2 \lambda_0 ds - & - \cos \phi_0 \cos \lambda_0 d\gamma + \\ + \cos^2 \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 ds + & - 2\sin \phi_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 dq & + \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \lambda_0 ds + \\ + \sin \phi_0 (\sin^2 \lambda_0 - \cos^2 \lambda_0) dq & & + \cos \phi_0 \cos \lambda_0 dq \\ \sin \phi_0 \cos \lambda_0 d\beta - \cos \lambda_0 d\alpha - & - \sin \phi_0 \cos \lambda_0 d\beta - \sin \lambda_0 d\alpha + & \\ - \cos \phi_0 \sin \lambda_0 d\gamma - & + \cos \phi_0 \cos \lambda_0 d\gamma - & \\ - \sin \phi_0 \cos \phi_0 \cos \lambda_0 dp + & - \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \lambda_0 dp + & \cos^2 \phi_0 dp + \sin^2 \phi_0 ds \\ + \sin \phi_0 \cos \phi_0 \cos \lambda_0 ds - & + \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \lambda_0 ds + & \\ - \cos \phi_0 \sin \lambda_0 dq & + \cos \phi_0 \cos \lambda_0 dq & \end{bmatrix} \quad (7)$$

비선형방정식계를 선형화하면 다음식으로 표시된다.

$$A_i \Delta + B_i v_i + W_i = 0 \quad (i=1 \sim n) \quad (8)$$

여기서

$\Delta^T = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ k_1 \ k_2 \ k_3 \ \alpha \ \beta \ \gamma \ \omega]$; 변환파라미터행렬,

$v_i^T = [v_{X_G}^T, \ v_{X_B}^T] = [v_u, v_v, v_w, v_x, v_y, v_z]i$; 오차벡토르행렬,

$W_i = [X_{G_i} - X_{B_i}]$; 위치벡토르들의 차, n ; 공통점의 개수.

이와 같이 10-파라미터변환모형은 측지망에서 계통적오차의 영향까지 고려한 자리표변형모형이다. 자리표변환을 위한 10-파라미터모형의 우점은 그것이 변환파라미터들을 망의 중심과 련관시킴으로써 파라미터들사이의 상관관계를 크게 줄이고 자리표변환의 정확도를 높인다는데 있다.

3. 파라미터검증

자리표변환을 위한 10-파라미터모형은 7-파라미터모형보다 파라미터들과 지역측지망의 자리표들사이의 상관관계를 크게 줄일수 있다. 그러므로 자리표변환의 정확도를 현저히 개선할수 있다.

10-파라미터를 결정하여 7-파라미터와 비교한 결과는 표 1과 같다.

표 1. 7-파라미터와 10-파라미터계산결과와의 비교

파라미터지표	7-파라미터값	10-파라미터값	편차량
Δx	107.922 447 764	108.953 197 807 339 26	1.030 750 043 339 26
Δy	-147.808 504 64	-141.712 187 638 333 1	6.096 317 001 666 9
Δz	-142.135 343 04	-125.938 439 900 524	16.196 903 139 476
A	-8.744 66 $\cdot 10^{-6}$	1.578 150 516 838 57 $\cdot 10^{-5}$	0.000 033 270 825 16
B	1.922 428 $\cdot 10^{-6}$	-2.073 338 776 033 97 $\cdot 10^{-5}$	-0.000 024 578 243 7
Γ	-8.422 91 $\cdot 10^{-6}$	1.363 800 723 653 07 $\cdot 10^{-6}$	0.000 018 209 620 72
k_1	1.923 479 $\cdot 10^{-5}$	-5.205 706 745 122 88 $\cdot 10^{-5}$	-0.000 090 526 647 4
k_2		-2.069 907 658 832 95 $\cdot 10^{-5}$	
k_3		-0.000 153 217 172 167 319	
ω		-0.683 853 234 654 344	

자리표변환을 동일한 대응점들에 관하여 계산한 결과는 표 2와 같다.

표 2. 변환된 자리표결과

No.	검사점자리표	7-파라미터	10-파라미터
1	위도(B) 39° 01' 31.893 1"	39° 01' 31.972"	39° 01' 31.908 9"
	경도(L) 127° 19' 26.412"	127° 19' 26.397"	127° 19' 26.414"
	높이(H) 910.42m	1 141.07m	910.227m
2	위도(B) 39° 03' 8.921 17"	39° 03' 8.997 2"	39° 03' 8.931 99"
	경도(L) 127° 19' 24.402"	127° 19' 24.387"	127° 19' 24.406"
	높이(H) 465.6m	696.703m	465.793m

맺 는 말

우리는 측지기준계들사이에 자리표변환을 실현할수 있는 10-파라미터변환모형을 설계하고 7-파라미터모형과 비교검증하였으며 자리표변환의 정확도를 높일수 있는 방법을 밝혔다.

참 고 문 헌

- [1] Marcin Ligas et al.; Geodesy and Cartography, 60, 2, 145, 2011.

주체104(2015)년 7월 5일 원고접수

Model of the Coordinate Transformation between Geodetic Datum

Sin Yong Chol, Jong Kyong Sok

We designed 10 parameters transformation model that could accomplish coordinate transformation between geodetic reference systems, and compared and tested with 7 parameters transformation model and illuminated the method of improving the accuracy of coordinate transformation.

Key words: 7 parameters transformation, coordinate transformation