

전달행렬방법을 리용한 초음파진동자의 배진동주파수결정가능성

김 철 학

초음파는 우리 당의 사회주의강국건설구상을 받들고 빠른 속도로 발전하고있는 인민경제 여러 부문들에서 널리 응용되고있으며 보다 지향성이 높은 초음파원천에 대한 요구도 더욱 높아지고있다.

론문에서는 비선형효과를 리용하여 높은 지향성을 가진 초음파진동자를 개발하는데서 나서는 문제의 하나인 배진동주파수를 예측하는 문제를 전달행렬에 의해 리론적으로 해결하고 모의프로그램(《ANSYS 14.0》)을 리용하여 그 정확성을 확증하였다.

1. 비선형효과에 의한 높은 지향성의 초음파발생원리

오늘 높은 지향성을 가진 진동자에 대한 연구는 수중 및 대기중에서의 목표탐색 및 거리측정을 비롯한 여러 분야들에서 중요한 문제로 나서고있다. 최근 세계적으로 비선형효과를 리용하여 초음파진동자의 지향성을 개선하기 위한 연구가 광범히 진행되고있다.

파동의 전파과정에 나타나는 비선형효과에 대하여서는 이미 많이 연구되었다.[1] 유한진폭을 가지는 두 파동(초기파동)이 류체매질에서 함께 전파될 때 비선형효과에 의하여 두 파동의 주파수들의 차주파수에 해당하는 파동(2차파동)이 생겨나게 된다.[2] 이 2차파동의 지향성은 일반적으로 초기파동들의 지향성들의 적에 의해 규정되며 초기파동에 비하여 높은 지향성을 가지게 된다.[3] 이때 차주파수에 해당하는 파동의 지향성은 두 초기파원들사이거리가 가까울수록 보다 높아진다.[4]

그러므로 하나의 초음파진동자를 리용하여 2개 초기파동을 동시에 복사하면 2개 파원을 리용할 때보다 높은 지향성을 가진 파동을 얻을수 있다.

하나의 초음파진동자를 리용하여 2개 파동을 복사하는 경우 초음파진동자의 기본진동주파수 또는 배진동주파수를 리용해야 하며 이로부터 제기되는 문제는 리용하려는 차주파수에 해당하는 차이를 가지는 배진동주파수들을 가지는 초음파진동자를 설계하는것이다.

초음파진동자의 기본고유진동수를 구하는 방법들은 여러가지가 있으나 배고유진동수를 구하는 방법에 대해서는 특별히 제기된것이 없으며 다만 1차원적조건을 만족시킬 때 기본고유진동수의 배수로 근사시킬뿐이다.

2. 전달행렬에 의한 배진동주파수의 예측과 분석

전달행렬은 평면파가 전파될 때 전파매질의 량쪽경계면에서 힘과 진동속도사이의 관계를 나타내는 행렬로서 전파매질의 단면이 고르로울 때 다음과 같이 표시된다.[1]

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_2 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kl & \frac{-i \sin kl}{\rho c s} \\ -\rho c s \sin kl & \cos kl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ F_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서 $\dot{\xi}_2$ 와 F_2 는 각각 입사면의 반대쪽 경계면에서의 진동속도와 힘, $\dot{\xi}_1$ 과 F_1 은 각각 파동이 입사하는 경계면에서 매질립자의 진동속도와 면에 작용하는 힘, ρ 는 전파매질의 밀도, c 는 음속도, s 는 단면적, k 는 파수, l 은 전파길이이다.

초음파진동자의 마디면이 정해질 때 초음파진동자의 매 부분들에 대한 전달행렬과 경계조건을 리용하여 초음파진동자의 기본고유진동수를 구할수 있다.

여기서는 1차원적조건(단면크기 << 초음파진동자길이)이 성립하지 않는 초음파진동자에서 초음파진동자의 배진동주파수를 구하기 위하여 전달행렬방법을 리용하기로 한다.

설계된 초음파진동자의 모양은 그림과 같다. 그리고 설계된 초음파진동자의 매 부분의 길이와 재료는 표와 같이 설정하였다. 초음파진동자에서 세로방향진동을 리용하며 변위를 크게 하기 위해 마디점을 압전사기와 뒤덧판의 경계면으로 한다.

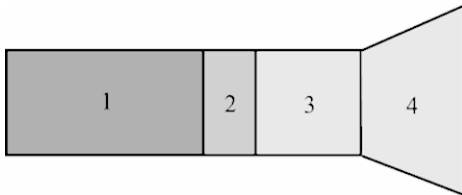


그림. 초음파진동자
1-강철, 2-압전사기, 3, 4-알루미늄

표. 초음파진동자의 재료와 기하학적인 크기			
No.	재료	길이/mm	직경/mm
1	강철	65.7	30
2	압전사기	10.0	"
3	알루미늄	19.0	"
4	알루미늄	25.0	40

초음파진동자의 마디면을 기준으로 양쪽부분에서 $\lambda/4$ 가 보장되어야 한다는것과 복사면에서의 경계조건을 리용하여 마디면의 양쪽부분에서 전달행렬을 구성하고 리용하려는 기본고유진동수에 해당하는 매 부분의 길이를 결정할수 있다.

마디면에서 앞쪽부분에 대한 전달행렬식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_2 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a \sin k_3 l_3}{k_3} + \frac{\cos k_3 l_3}{(1 + a l_3)} & \frac{-i \sin k_3 l_3}{\rho_3 c_3 s_2 (1 + a l_3)} \\ B & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos k_2 l_2 & \frac{-i \sin k_2 l_2}{\rho_2 c_2 s_2} \\ -\rho_2 c_2 s_2 \sin k_2 l_2 & \cos k_2 l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos k_1 l_1 & \frac{-i \sin k_1 l_1}{\rho_1 c_1 s_1} \\ -\rho_1 c_1 s_1 \sin k_1 l_1 & \cos k_1 l_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_0 \\ F_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서

$$B = \frac{\rho_3 c_3 s_2 a^2 \sin k_3 l_3}{i k_3^2} - \frac{\rho_3 c_3 s_2 a \sin k_3 l_3 (1 + a l_3)}{i k_3} - i \rho_3 c_3 s_2 \sin k_3 l_3 (1 + a l_3) +$$

$$+ \frac{\rho_3 c_3 s_2 a \cos k_3 l_3}{i k_3} - i \rho_3 c_3 s_2 \sin k_3 l_3 (1 + a l_3) + \frac{\rho_3 c_3 s_2 a \cos k_3 l_3}{i k_3},$$

$$D = \cos k_3 l_3 (1 + a l_3) - \frac{a \sin k_3 l_3}{k_3}$$

이다. 경계조건을 리용하여 식 (2)로부터 고유진동수에 대한 방정식을 이끌어내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & -0.000\,02i\sin(0.000\,013f)\left[\cos(0.000\,06f)\cdot\left(-\frac{1.825\,2\cdot 10^8i\cos(0.000\,05f)}{f}-\right.\right. \\
 & \left.-26\,464.78i\sin(0.000\,05f)-\frac{1.88\cdot 10^{12}i\sin(0.000\,05f)}{f^2}+\frac{2.74\cdot 10^8i\sin(0.000\,05f)}{f}\right)- \\
 & \left.-17\,643.18i\cdot\left(1.5\cos(0.000\,05f)-\frac{10\,345.1\sin(0.000\,05f)}{f}\right)\sin(0.000\,06f)\right]+ \\
 & +\cos(0.000\,013f)\cdot\left[\cos(0.000\,06f)\left(1.5\cos(0.000\,05f)-\frac{10\,345.1\sin(0.000\,05f)}{f}\right)-\right. \\
 & \left.-0.000\,056\,7i\cdot\left(-\frac{1.8252\cdot 10^8i\cos(0.000\,05f)}{f}-26\,464.78i\sin(0.000\,05f)-\right.\right. \\
 & \left.-\frac{1.89\cdot 10^{12}i\sin(0.000\,05f)}{f^2}+\frac{2.737\,8\cdot 10^8i\sin(0.000\,05f)}{f}\right)\cdot \\
 & \left.\cdot\sin(0.000\,060\,415\,243\,338\,265\,25f)\right]=0
 \end{aligned} \tag{3}$$

식 (3)을 리용하여 설계된 초음파진동자의 기본고유진동수와 배고유진동수들을 계산한 결과 설계된 초음파진동자의 기본고유진동수는 20kHz이고 2차 및 3차 배고유진동수들은 70.1, 109.8kHz이다.

다음으로 표에 주어진 재료와 크기를 가지는 초음파진동자에 대하여 ANSYS 14.0을 리용한 진동모의해석을 진행하였다. 재료상수들은 ANSYS 14.0의 서고자료를 그대로 리용하였다. 모드해석결과 초음파진동자의 제일 낮은 3개의 고유진동수들은 약 23 045, 70 714, 115 436Hz이다.

ANSYS를 통하여 이 주파수들에 해당하는 진동변위분포에 관하여 분석을 하면 3개의 고유진동수에서 세로진동효과가 명확히 나타난다. 23 045, 70 714Hz 고유진동수에서의 진동은 정확히 세로방향진동이지만 115 436Hz 고유진동수에서는 세로방향진동과 함께 가로방향진동이 함께 일어난다. 또한 모든 공유진동수들에서 마디점이 리론적인 설계위치와 잘 일치한다는것을 알수 있다. 모의실험결과에 따르는 고유진동수들을 리론값들과 대비해보면 1차 고유진동수에서 약 3kHz, 2차고유진동수에서 약 600Hz, 3차고유진동수에서 약 6kHz정도의 차이가 있게 된다. 설계된 초음파진동자의 3차까지의 고유진동수들을 리용하면 45~47kHz(1차와 2차 또는 2차와 3차사이), 92.4kHz(1차와 3차사이)정도의 차주파수를 얻을수 있다.

맺 는 말

1차원적인 조건이 만족되지 않는 일반적인 형태의 초음파진동자의 1차 및 고차의 고유진동수들을 전달행렬방법으로 평가하고 ANSYS 14.0을 리용하여 같은 진동자에 대한 3차원적인 모드해석을 진행하여 고유진동수들을 구하였다. 두 결과로부터 전달행렬방법에 의하여 1차원적인 조건이 만족되지 않는 초음파진동자의 배진동주파수들을 6kHz미만의 오차범위내에서 예측할수 있다는것을 알수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 리석주 등; 음향학, 김일성종합대학출판사, 62~90, 주체94(2005).
- [2] M. Yoneyama et al.; J. Acoust. Soc. Am., 73, 5, 1532, 1998.
- [3] C. M. Darvennes et al.; J. Acoust. Soc. Am., 87, 1955, 1990.
- [4] C. Shi et al.; J. Acoust. Soc. Am., 131, 3, 1938, 2012.

주체106(2017)년 9월 5일 원고접수

The Possibility of Determination of Ultrasonic Transducer's High Mode Frequencies by using Transfer Matrix Method

Kim Chol Hak

The theoretical results using the transfer matrix method for high mode frequencies of a ultrasonic transducer are compared with one using ANSYS 14.0 program. As a result, high order resonance frequencies of an ultrasonic transducer can be determined with the difference less than 6kHz by using the transfer matrix method.

Key words: nonlinear effect, transfer matrix, ultrasonic transducer