

생산량과 비선형관계에 있는 비용의 구분방법

리 장 백

생산경영활동과정에 지출되는 비용은 생산량과의 호상관계에 따라 가변비와 불변비로 구분된다. 생산량의 증감에 따라 그 크기가 달라지는 비용을 가변비라고 하며 생산량의 변화에는 관계없이 상대적으로 고정되어있는 비용을 불변비라고 한다.

가변비와 불변비를 정확히 구분하여 계산하는것은 원가저하예비를 찾아 원가계획을 옹바로 세우며 원가계산을 과학적으로 하기 위한 중요한 담보로 된다.

비용구분을 정확히 하는데서 나서는 중요한 문제는 생산량과 비용사이의 호상관계가 선형인 경우와 비선형인 경우에 따르는 계산방법을 바로 해결하는것이다.

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《공장, 기업소들에서 원가계산을 똑똑히 하지 않고서는 기업관리를 개선할수 없습니다.》
(《김정일선집》 증보판 제10권 225페이지)

일반적으로 선형관계란 어떤 체제에서 입구신호 X_1 에 대한 출구신호가 Y_1 , 입구신호 X_2 에 대한 출구신호가 Y_2 이면 입구신호 $X_1 + X_2$ 에 대한 출구신호가 $Y_1 + Y_2$ 로 될 때 그 체제의 입출구신호관계를 말한다. 입구신호의 큰 변화범위에서 선형으로 되는것은 적지만 작은 변화범위안에서 선형으로 되는 경우가 적지 않다.

결국 생산량과 비용사이 호상관계가 선형이라는것은 생산량의 작은 변화범위안에서 즉 비교적 짧은 기간내에서 불변비와 생산물의 단위당 가변비가 상대적으로 고정되어있다는것을 의미한다.

그러나 경제활동, 기업활동이란 먹고 입고 쓰고 사는 사람들의 일상생활과 같이 하루이틀동안에 활동과 그 결과가 명백히 이루어지는것이 아니라 월, 분기, 년과 같이 비교적 긴 일정한 기간을 단위로 하여 주기적으로 반복되는것만큼 기업실천에서는 비용지출과정에 수많은 미정요인들이 각이하게 작용하게 되며 따라서 생산량과 그로 인한 지출사이에는 선형관계가 현실적으로 존재할수 없게 된다. 즉 가변비는 생산량과 정비례적인 관계를 이룰수 없으며 불변비 역시 절대적으로 고정되지 않는다.

이로부터 생산량과 그에 따르는 지출의 호상관계가 비선형인 조건에서의 비용구분을 어떻게 하겠는가 하는 문제가 제기된다.

기업실천에서는 오랜 기간의 자료에 의거하여 수학적으로 불변비와 가변비를 계산하는 회귀분석법이 리용되고있다. 이것은 곧 비선형조건에서의 비용구분방법으로 된다. 그것은 회귀분석법자체가 오랜 기간의 자료를 리용하며 그 기간에는 생산물의 단위당 가변비는 물론 기업소적인 불변비도 일정할수가 없기때문이다.

일반적으로 경제현상에서 량들사이의 호상관계는 매우 복잡하지만 크게 함수적련관과 통계적련관으로 나눌수 있다.

함수적련관은 변량사이의 완전한 종속관계로서 비교적 단순한 련관형태이다. 우에서 언급한 선형조건에 있는 생산량과 지출사이의 호상관계가 대표적인 함수적련관으로 된다.

그러나 량들사이의 관계는 함수적련관형태로만 되어있는것은 아니다. 실례로 생산경영활동과정에 지출되는 비용을 생산량의 함수로 표시할수 없는 비선형관계를 들수 있다.

이와 같은 량들사이의 호상관계는 하나의 량의 값이 정해지면 그에 대응하는 량의 값이 하나로 결정되는것이 아니라 여러개의 값이 대응되게 된다. 한 변량 X 의 매개 값에 다른 변량 Y 의 확률분포가 대응되는 관계가 있을 때 두 량 X 와 Y 사이에는 통계적

련관이 있다고 한다.

통계적련관이 나타나게 되는 이유는 변량 Y 에는 변량 X 외에도 무수히 많은 변량들이 영향을 주기때문이다.

한 변량 Y 에 대한 다른 변량 X 의 영향이 강하면 강할수록 통계적련관은 함수적련관에 가깝게 된다.

바로 회귀분석은 종속변수 Y 와 독립변수 X 사이의 평균적관계, 통계적련관을 통계수학적으로 추정하는 수법이다. 다시말하여 통계적련관상태에 있는 변량들을 놓고 요인들의 변화에 따르는 결과지표의 변화방식을 연구하는 통계적분석이다.

회귀분석에서 주되는 문제는 회귀모형을 설정하고 회귀모형에 포함되어있는 미지의 파라미터들을 추정하며 작성된 회귀함수와 그속에 들어있는 파라미터들을 검정하는것이다.

결국 비선형관계에 있는 생산량과 지출사이에 존재하는 통계적련관을 분석하자면 먼저 생산량의 변화에 따르는 지출의 변화를 반영하는 회귀함수의 형태를 결정하고 회귀함수에 들어있는 보조변수(파라미터)를 추정하며 그 믿음성에 대한 가설검정을 진행하여야 한다.

실천에서는 각양각색의 비선형관계가 수많이 존재하므로 일반적인 비선형문제에 대한 만능적인 풀이법은 생각하기 어렵다. 또 풀이법이 개발되어있는 류형의 문제라고 하더라도 풀이과정이 매우 복잡한것이 많기때문에 주어진 문제를 근사적인 선형문제로 귀착시켜 푸는 일이 적지 않으며 그렇게 하는것이 합리적인것으로 인정되고있다.

그러므로 통계적련관상태에 있는 생산량과 지출사이 호상관계 역시 선형회귀적인 함수관계로 가정하는것이 옳은 방법론으로 된다. 이것은 모든 비용지출이 생산량의 증감에 따라 함께 변하는 가변비와 상대적으로 고정되어있는 불변비로 구분된다는 사실에 비추어보아도 마땅한 선택으로 된다.

이로부터 생산량을 나타내는 변량을 X 라고 하면 가변비는 aX 로, 불변비는 b 로 표시할수 있으며 비용을 나타내는 변량을 Y 라고 하면 $Y=aX+b$ 라는 선형회귀모형을 가정할수 있다.

문제는 회귀모형에서 파라미터들 즉 단위당 가변비라고 할수 있는 a 와 불변비에 해당하는 b 를 추정하는것이다.

선형회귀수법은 가변비률(단위당 가변비)과 불변비값을 제공된 자료와 가장 일치하는 직선이 될수 있게 추정하는 수법으로서 대표적으로 최소두제곱법을 들수 있다.

최소두제곱법은 관측값과 함수값사이 편차의 두제곱의 총합이 최소가 되도록 미지의 파라미터를 결정하는 수법 즉 비용의 측정값 y 와 회귀함수 $aX+b$ 에 의하여 추정된 값 y' 사이 편차가 최소가 되도록 하는 수법이다.

관측값의 개수를 n 이라고 하면 변량 Y 의 i 번째 관측값 y_i 와 추정값 y'_i 사이 편차들의 두제곱의 총합은 다음과 같이 표시된다.

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - F(x_i; a, b)]^2$$

여기서 x_i 는 변량 X 의 i 번째 관측값이다.

결국 편차들의 두제곱의 합 $S(a, b)$ 는 a, b 를 독립변수로 하는 두변수함수로 되며 a, b 는 극값판정법(미적분학)을 리용하여 얻어진 다음의 정규방정식의 풀이로 된다.

$$a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i$$

이 정규방정식에서 a , b 를 구하면

$$a = [n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)] / [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]$$

$$b = y_{\text{평}} - ax_{\text{평}}$$

여기서 $y_{\text{평}}$, $x_{\text{평}}$ 은 변량 Y , X 의 관측값들의 평균값이다. 즉 $y_{\text{평}} = \sum y_i / n$, $x_{\text{평}} = \sum x_i / n$ 로 된다. a 를 먼저 계산하면 b 를 쉽게 계산할수 있다.

수집된 자료가 너무 방대하여 a 를 계산하기 어려우면 다음의 식으로도 계산할수 있다.

$$a = [\sum (x_i - x_{\text{평}})(y_i - y_{\text{평}})] / \sum (x_i - x_{\text{평}})^2$$

여러 품종의 제품을 생산하는 경우에도 최소두제곱을 리용하여 비용구분을 할수 있다. 먼저 $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$ 형태의 회귀모형을 설정한다.

여기서 β_0 은 기업소적인 총불변비, k 는 제품품종수, β_k 는 제품품종별 단위당가변비, X_k 는 품종별 제품생산량을 의미한다.

관측값과 추정값사이 편차를 ε 라고 하면 i 번째 관측값과 추정값사이 편차 ε_i 는 다음과 같이 표시된다.

$$\varepsilon_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik}) (i=1, 2, \dots, N)$$

다음 $Q = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i')^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - F(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)]^2$ 가 최소가

되도록 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ 를 결정하여야 한다.

Q 는 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ 에 관한 다변수함수로서 극값판정법을 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_0} = 0 \sum_{i=1}^N [y - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik})](-1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_1} = 0 \sum_{i=1}^N [y - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik})](-x_{i1}) = 0$$

...

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_k} = 0 \sum_{i=1}^N [y - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik})](-x_{ik}) = 0$$

이것을 풀어서 정돈하면 다음의 정규방정식이 얻어진다.

$$N\beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^N x_{i1} + \beta_2 \sum_{i=1}^N x_{i2} + \dots + \beta_K \sum_{i=1}^N x_{iK} = \sum_{i=1}^N Y_i$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^N x_{i1} + \beta_1 \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^N x_{i1}x_{i2} + \dots + \beta_K \sum_{i=1}^N x_{i1}x_{iK} = \sum_{i=1}^N x_{i1}Y_i$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^N x_{i2} + \beta_1 \sum_{i=1}^N x_{i2}x_{i1} + \beta_2 \sum_{i=1}^N x_{i2}^2 + \dots + \beta_K \sum_{i=1}^N x_{i2}x_{iK} = \sum_{i=1}^N x_{i2}Y_i$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^N x_{ik} + \beta_1 \sum_{i=1}^N x_{ik} x_{i1} + \beta_2 \sum_{i=1}^N x_{ik} x_{i2} + \cdots + \beta_K \sum_{i=1}^N x_{ik}^2 = \sum_{i=1}^N x_{ik} Y_i$$

정규방정식이 얻어지면 축차소거법이나 교체변환법과 같은 수학적방법을 적용하여 회귀결수들 즉 품종별 단위당 가변비들과 기업소적인 총불변비를 계산한다.

일반적으로 최소두제곱법에 의한 비용구분에서 요구되는 자료는 보통 30개이상이며 계산과정도 매우 복잡하다. 그러나 실무에서는 계산공식을 리용하여 거기에 자료들을 대입하는 방법으로 간단히 계산할수 있다.

마지막으로 설정한 회귀모형과 회귀결수들의 적합도에 대한 가설검정을 진행한다.

그러나 회귀모형설정자체가 생산량과 비용지출의 관계를 선형관계로 귀착시킨데 기초하고있으므로 모형에 대한 적합도와 그 모형으로부터 최소두제곱을 리용하여 산출된 회귀결수들의 적합도에 대한 검정은 사실상 의의가 없다.

따라서 생산량과 비용지출의 관계를 선형관계로 귀착시킬수 있는 근거에 대한 분석부터 진행하는것이 리치상 맞는것으로 된다. 다시말하여 생산량과 비용지출이 서로 어느 정도로 의존되어있는가 하는것부터 측정하여야 한다. 이것은 상관분석법을 통하여 측정할수 있다.

일반적으로 통계적련관은 어떤 량들의 변화에 따르는 다른 량의 변화방식에 대한 문제를 연구하는 회귀분석법과 함께 량들사이의 의존성정도 즉 량들이 얼마나 밀접하게 련관되어있는가를 밝히는 상관분석법의 두가지 측면에서 연구된다.

바로 상관분석법을 리용하여 생산량과 비용지출이 얼마나 밀접하게 련관되어있는가를 알아낼수 있다.

변량들사이의 의존성정도를 나타내는 지표로서는 상관결수와 측정요인이 있는데 실천에서는 측정요인이 더 자주 쓰인다.

측정요인을 γ^2 이라고 하면 γ^2 은 다음과 같이 계산된다.

$$\gamma^2 = [n\sum xy - (\sum x)(\sum y)]^2 / [(n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2)]$$

측정요인은 0부터 1까지의 값을 취하며 측정요인이 크면 클수록 생산량과 비용지출 사이에는 밀접한 련관이 있다는것을 의미한다.

측정요인이 0이라는것은 변량들이 서로 독립이라는것 즉 아무런 련관도 없다는것으로서 생산량과 비용지출사이 련관에 대한 측정요인은 0이 될수 없다. 왜냐하면 생산경영 활동을 진행하면 그에 해당하는 비용이 지출된다는것은 자명한 일이기때문이다.

그리고 측정요인이 1이라는것은 변량들이 완전한 종속관계, 함수적관계를 이룬다는것 즉 선형관계에 있다는것을 의미한다. 그러나 우리는 생산량과 비용지출사이 비선형관계, 통계적인 련관을 분석하고있으므로 측정요인이 1이 될수 없다.

단지 상관분석을 통하여 알아야 할것은 생산량과 비용지출사이 관계가 어느 정도로 선형관계에 접근하고있는가, 따라서 계산된 회귀모형과 회귀결수들(단위당 가변비와 불변비)이 얼마나 정확한가 하는것이다. 다시말하여 측정요인이 1에 가까우면 가까울수록 생산량과 비용지출사이는 선형관계에 가까워지게 되므로 선형회귀수법을 리용하여 계산한 단위당 가변비와 불변비의 정확성이 담보될수 있는것이다.

독립채산제기업소들에서는 이와 같은 비용구분방법을 잘 알고 경영실천에 적극 활용해나가야 한다.