

비선형체계의 종단미끄럼방식조종의 한가지 설계방법

김 철 진

위대한 령도자 김정일 동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《모든 과학자, 기술자들이 과학기술발전의 추세에 맞게 첨단과학과 기초과학발전에 힘을 넣어 나라의 과학기술을 세계적수준에 올려세우도록 하여야 합니다.》(《김정일선집》 증보판 제20권 62페이지)

미끄럼방식조종은 빠른 대역수렴성, 차수감소, 외란에 대한 로바스트성, 모형화오차와 파라미터변동에 대한 저감도특성 등으로 하여 전기기계, 화학공정, 항공우주분야 등의 대상조종에 광범히 리용되고있다.[1-3]

미끄럼방식조종형식에는 선형미끄럼방식조종(LSM)과 종단미끄럼방식조종(TSM)이 있는데 여기서 고려할 문제의 하나는 산란문제이다.

논문에서는 저역려파기특성을 리용한 산란이 없는 종단미끄럼방식조종의 설계방법을 논의한다.

1. 저역려파기를 리용한 종단미끄럼조종

다음과 같은 표준형식의 비선형체계가 주어졌다고 하자.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= f(x, t) + b(x, t)u + d(x, t)\end{aligned}\tag{1}$$

여기서 $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in R^n$ 은 체계의 상태벡토르, $f(x, t)$, $b(x, t) \neq 0$ 은 x 에 관하여 원활한 함수이다. 그리고 $d(x, t): R^n \rightarrow R$ 는 체계의 파라미터불확정성과 외란을 반영하는 부분적으로 알려진 함수로서 $|d(x, t)| \leq l_d$ (유계상수)이라고 가정한다. 또한 체계 (1)에서 모든 함수들과 상수들은 기지이고 모든 상태는 정확히 측정할수 있다고 가정한다.

이때 비선형체계 (1)에 대한 종단미끄럼방식조종설계문제는 설정된 미끄럼곡면에서 리상적인 미끄럼운동을 발생시키면서 체계 (1)의 상태추종오차자리길이 미끄럼곡면을 따라 유한시간에 령(원점)으로 다가가게 하는 조종문제이다.

체계의 상태추종오차벡토르를 $e = x - x_d = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e^{(n)}]^T = [e \ \dot{e} \ \dots \ e^{(n)}]^T$, $e_1 = e = x_1 - x_{1d}$ 로 정의하면 체계 (1)에 대한 TSM다양체는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}s &= e^{(n)} + c_n \text{sign}(e^{(n-1)}) |e^{(n-1)}|^{\alpha_n} + \dots + c_1 \text{sign}(e) |e|^{\alpha_1} = \\ &= \dot{x}_n - \dot{x}_{1d}^{(n)} + c_n \text{sign}(e^{(n-1)}) |e^{(n-1)}|^{\alpha_n} + \dots + c_1 \text{sign}(e) |e|^{\alpha_1}\end{aligned}\tag{2}$$

여기서 c_i , $\alpha_i (i=1, 2, \dots, n)$ 은 상수들로서 $c_i (i=1, 2, \dots, n)$ 는 다항식

$$p^n + c_n p^{n-1} + \dots + c_2 p + c_1$$

이 후르위츠다항식이 되도록 선정하며 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, n)$ 들은 다음조건으로부터 결정된다.[3]

$$\alpha_1 = \alpha, \quad n=1$$

$$\alpha_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i}, \quad i=2, \dots, n, \quad \forall n \geq 2 \quad (3)$$

$$\alpha_{n+1} = 1, \quad \alpha_n = \alpha, \quad \alpha \in (1-\varepsilon, 1), \quad \varepsilon \in (0, 1).$$

일단 리상적인 미끄럼다양체 $s=0$ 에 도달하면 비선형체계 (1)은

$$s = \dot{e}_n + c_n \text{sign}(e^{(n-1)}) |e^{(n-1)}|^{\alpha_n} + \dots + c_1 \text{sign}(e) |e|^{\alpha_1} = 0 \quad (4)$$

혹은

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= e_3 \\ &\dots \\ \dot{e}_{n-1} &= e_n \\ \dot{e}_n &= -c_n \text{sign}(e^{(n-1)}) |e^{(n-1)}|^{\alpha_n} - \dots - c_1 \text{sign}(e) |e|^{\alpha_1} \end{aligned} \quad (5)$$

에 따라 운동한다.

가정 체계 (1)에서 $d(x, t)$ 의 도함수는 유제이다. 즉

$$|\dot{d}(x, t)| \leq k_d, \quad k_d > 0. \quad (6)$$

이 가정은 실천적이라고 볼수 있다. 실제로 용접로봇이 일정한 곡면을 따라 용접할 때 부하모멘트는 용접방향과 각도에 따라 변하지만 그 변화속도는 항상 제한된다.

정리 비선형체계 (1)에 대하여 미끄럼곡면이 식 (2)로 설정되고 조종이

$$u = b^{-1}(x, t)(u_{eq} + u_n) \quad (7)$$

$$u_{eq} = -f(x, t) - c_n \text{sign}(e_n) |e_n|^{\alpha_n} - \dots - c_1 \text{sign}(e_1) |e_1|^{\alpha_1} \quad (8)$$

$$\dot{u}_n + T u_n = v \quad (9)$$

$$v = -(k_d + k_T + \eta) \text{sign}(s) \quad (10)$$

와 같이 설계된다면 상태추종오차는 유한시간에 $s=0$ 에 도달하고 $s=0$ 을 따라 유한시간 내에 령으로 수렴한다. 여기서 $u_n(0)=0$, η 는 정의상수, k_d 는 식 (6)으로 정의된 상수, $T \geq 0$, k_T 는 조건

$$k_T \geq T |u_n| \quad (11)$$

을 만족시키도록 설정된다.

우의 설계는 확장된 상태공간에서 $(n+1)$ 차 미끄럼방식 $e_1 = \dot{e}_1 = \dots = e_1^{(n)} = 0$ 을 담보한다.

조종법칙 (10)의 절환조종은 식 (9)로 표현된 저역력파기특성에 의해 평활되며 이로 하여 조종특성에서 절환에 의한 산란을 피할수 있다.

$\text{sign}(s)$ 를 계산하기 위해 다음의 함수를 정의한다.

$$g(t) = \int_0^t s(t) dt = x_n + \int_0^t (c_n \text{sign}(e_n) |e_n|^{\alpha_n} + \dots + c_1 \text{sign}(e_1) |e_1|^{\alpha_1}) dt \quad (12)$$

그러면 $\text{sign}(s)$ 는 다음의 관계에 따라 구한다.

$$\text{sign}(s) = \text{sign}(g(t) - g(t-\tau)) \quad (13)$$

여기서 τ 는 지연시간. $s(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \text{sign}(g(t) - g(t-\tau)) / \tau$ 이므로 표본화시간을 τ 로 선택할수 있다.

이 방법에서는 s 의 값이 아니라 그 부호 $\text{sign}(s)$ 즉 $g(t)$ 가 감소하는가 증가하는가를 알면 된다.

또한 조종법칙유도에서 TSM다양체 (2)의 항 $c_i \text{sign}(e_i) |e_i|^{\alpha_i}$ 들을 미분할 필요가 없다.

2. 모의실험과 결과분석

모의실험을 위해 다음과 같은 2차체계를 고찰한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_2^3 + 0.1 \sin(20t) + u\end{aligned}\quad (14)$$

이때 기준상태자리길은 $x_{1d} = 0.5 \sin t$ 로 주고 TSM다양체 (2)는 다음과 같이 설정한다.

$$s = \ddot{e} + 7 \text{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{9/16} + 10x_1^{9/23} = \dot{x}_2 + 7 \text{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{9/16} + 10x_1^{9/23} \quad (15)$$

식 (15)에서 9/16, 9/23는 식 (3)으로부터 결정된다.

한편 조종법칙은 다음과 같이 주었다.

$$\begin{aligned}u &= u_{eq} + u_n \\ u_{eq} &= -x_2^3 - 7 \text{sign}(e_2) |e_2|^{9/16} - 10e_1^{9/23} = \dot{x}_2 + 7 \text{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{9/16} + 10x_1^{9/23} \\ \dot{u}_n + 0.1u_n &= v \\ v &= -10 \text{sign}(s)\end{aligned}$$

모의에서는 $k_d + k_T + \eta = 10$ 으로 설정하였다.

제안된 종단미끄럼조종에 의한 상태추종모의 실험결과는 그림과 같다.

그림에서 보는것처럼 체계의 상태추종특성은 매우 원활하며 유한시간내에 추종오차특성은 령으로 다가간다. 비록 체계의 조종신호 v 에는 절환특성이 있지만 실제조종신호는 저역과파기에 의해 원활한 특성을 가진다는것으로 설명할 수 있다.

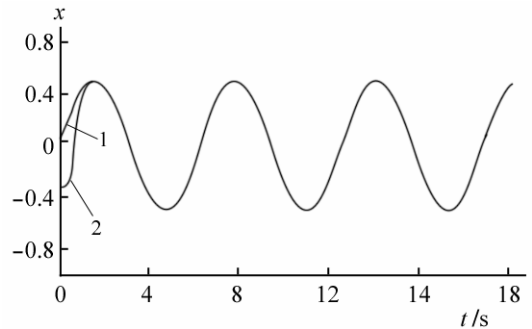


그림. 체계상태추종응답

1- x_{1d} 일 때, 2- x_1 일 때

맺는 말

표준형식으로 표현된 비선형체계에 대한 TSM조종의 한가지 설계방법을 제기하였다. 이 방법은 저역과파기를 리용하여 조종절환에 의한 산란을 대폭 감소시키며 리상적인 미끄럼방식의 동특성은 저차원이 아니라 완전차원의 동특성으로 표현된다.

참고 문헌

- [1] X. H. Yu et al.; International Journal of Control, **64**, 6, 1165, 1996.
- [2] A. Savanovic; IEEE Transactions on Industrial Informatics, **7**, 2, 212, 2011.
- [3] Chee Pin Tan et al.; Automatica, **46**, 1401, 2010.

A Design Method of Terminal Sliding Mode Control for Nonlinear Systems

Kim Chol Jin

In this paper are considered a design method of terminal sliding control for nonlinear systems in canonical forms. This method uses low-band filter, thus avoids chattering due to switching of control signal. Ideal sliding mode is represented not by reduced-order dynamics but by full-order dynamics.

Key words: nonlinear system, terminal sliding mode, low-band filter