

27군근사를 리용한 차폐계에서의 중성자뭉음계산방법

최명신, 박철순, 박기철

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《정보기술, 나노기술, 생물공학을 비롯한 핵심기초기술과 새 재료기술, 새 에너르기 기술, 우주기술, 핵기술과 같은 중심적이고 견인력이 강한 과학기술분야를 주라격방향으로 정하고 힘을 집중하여야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 39페이지)

중성자의 공간분포와 에너르기스펙트르는 중성자차폐계설계에서 매우 중요한 특성량들이다. 이 특성량들은 6차원위상공간의 미적분방정식으로 표현되는 중성자수송방정식의 풀이로부터 얻어진다. 중성자수송방정식은 여러가지 근사방법으로 푸는데 현재 원자로와 방사선방어연구[1, 2]에서 SN근사방법이 많이 리용되고있다. 이 방법에서는 여러가지 수법들을 적용하여 풀이의 정확성과 믿음성을 높이기 위한 연구가 기본문제로 제기되고있다.

본문에서는 27군근사를 적용하여 수송방정식풀이의 정확성을 높이기 위한 방법을 고찰하였다.

1. 중성자수송방정식의 27군근사

매질속에서 중성자수송방정식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{V^g} \frac{\partial F^g(\mathbf{r}, \Omega, t)}{\partial t} + \Omega \nabla F^g(\mathbf{r}, \Omega, t) + \Sigma_t^g(\mathbf{r}) F^g(\mathbf{r}, \Omega, t) = \\ = \frac{1}{4\pi} \left[\int_{g'=1}^G \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) \int_{\Omega'} F^{g'}(\mathbf{r}, \Omega', t) d\Omega' + x^g \int_{g'=1}^G \nu \Sigma_f^{g'}(\mathbf{r}) \int_{\Omega'} F^{g'}(\mathbf{r}, \Omega', t) d\Omega' \right] + \\ + g^g(\mathbf{r}, \Omega, t) \end{aligned} \quad (1)$$

($g=1, 2, \dots, G$)

여기서 F^g 는 \mathbf{r} 점에서 Ω 방향의 단위면적을 지나 단위시간동안에 단위립체각으로 지나가는 g 군의 중성자의 개수, g^g 는 \mathbf{r} 점에서 중성자원천에 의해 단위시간동안에 단위체적속에서 Ω 방향의 단위립체각으로 방출되는 g 군중성자의 개수, Σ_t^g , Σ_f^g , $\Sigma_s^{g' \rightarrow g}$ 는 각각 \mathbf{r} 점에서의 g 군중성자의 거시전자름면적, 거시분렬자름면적, g' 군에서 g 군으로의 이행에 해당하는 거시산란자름면적, ν , x^g , V^g 는 핵분렬에 의하여 생기는 즉발중성자수와 발생한 중성자가 g 군으로 되는 비율, g 군중에서 중성자의 평균속도, G 는 에너르기군수이다.

정상상태의 경우 $\mu = \cos \theta$, $F(\mathbf{r}, \Omega) = \varphi(x, \mu)/2\pi$ 라고 놓으면

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi^g(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma_t^g(x) \varphi^g(x, \mu) = \\ = \frac{1}{2} \int_{g'=1}^G \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(x) \int_{-1}^1 \varphi^{g'}(x, \mu') d\mu' + \frac{1}{2} x^g \int_{g'=1}^G \nu \Sigma_f^{g'}(x) \int_{-1}^1 \varphi^{g'}(x, \mu') d\mu' + g^g(x, \mu) \end{aligned} \quad (2)$$

로 쓸수 있다.

비증식매질속에 원천이 없다고 하면

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi^g(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma_t^g(x) \varphi^g(x, \mu) = \frac{1}{2} \int_{g'=1}^G \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(x) \int_{-1}^1 \varphi^{g'}(x, \mu') d\mu' \\ (g=1, 2, \dots, G) \end{aligned} \quad (3)$$

이다.

전체 두께가 h 인 평면계의 한쪽 면($x=0$)에 $Q(\mu, E)$ 인 방사선이 입사하고 다른 면($x=h$)에 원천이 있으면 식 (3)의 경계조건은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} \varphi^g(0, \mu) &= Q^g(\mu) \quad (\mu > 0) \\ \varphi^g(h, \mu) &= 0 \quad (\mu < 0) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$Q^g(\mu) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} Q(\mu, E) dE$$

이다.

평면에 대한 방정식 (3)의 SN변환을 하기 위하여 구간 $[-1, 1]$ 을 길이가 $2/n$ 인 n 개의 구간으로 나누고 매 구간 $[\mu_j, \mu_{j-1}]$ 에서 $\varphi^g(x, \mu)$ 는 선형함수라고 가정하면 SN변환은 다음과 같다.

$$\varphi^g(x, \mu) = \frac{n}{2} [(\mu - \mu_{j-1}) \varphi^g(x, \mu_j) + (\mu_j - \mu) \varphi^g(x, \mu_{j-1})] \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

여기서 $\mu_0=1, \mu_j=-1+2j/n$ 이다. 이 식을 식 (3)에 넣고 μ 에 대하여 적분하면 SN방정식이 얻어진다.

$$\left[a_j \frac{d}{dx} + \Sigma_t^g(x) \right] \varphi^g(x, \mu_j) + \left[\bar{a}_j \frac{d}{dx} + \Sigma_t^g(x) \right] \varphi^g(x, \mu_{j-1}) = 2 S^g(x) \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

여기서 $a_j = (2\mu_j - \mu_{j-1})/3, \bar{a}_j = (\mu_j - 2\mu_{j-1})/3$ 이다.

이제 식 (3)에서 $\mu=-1$ 일 때 방정식을 $\varphi^g(x, \mu=0)$ 에 관한 식으로 표시하면

$$\left[-\frac{d}{dx} + \Sigma_t^g(x) \right] \varphi^g(x, 0) = S^g(x) \quad (7)$$

를 얻을수 있다. 따라서 SN방정식은 $(n+1)$ 개로 된다.

이제 식 (6)과 (7)을 x 에 관한 계차방정식으로 넘기고 차폐층의 두께 x 의 변화구역

$[0, h]$ 를 I 개의 구간으로 나누어 분할점 x_i 에 다른 매질과의 경계점이 반드시 포함되도록 하면 그 나머지구역은 임의로 분할할수 있다.

식 (6)을 x 에 관하여 x_{i-1} 로부터 x_i 까지 적분하면 중심계차

$$\int d\varphi^g(x, \mu_j) = \varphi_{i,j}^g - \varphi_{i-1,j}^g, \quad \varphi_{i,j}^g = \varphi^g(x_i, \mu_j),$$

$$\int \varphi^g(x, \mu_j) dx = (\varphi_{i,j}^g - \varphi_{i-1,j}^g) \Delta_i, \quad \Delta_i = \frac{1}{2}(x_i - x_{i-1})$$

을 리용하여 다음의 식을 얻는다.

$$(a_j + h_i^g) \varphi_{i,j}^g + (-a_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j}^g + (\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i,j}^g + (-\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j-1}^g = \Delta_i S_i^g \quad (8)$$

여기서 $i=1, 2, \dots, I$, $j=1, 2, \dots, n$, $h_i^g = \Delta_i \Sigma_i^g$ 이다.

같은 방법으로 하면 $\mu=0$ 에 대한 식 (7)의 계차방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$(-1 + h_i^g) \varphi_{i,0}^g + (1 + h_i^g) \varphi_{i-1,0}^g = 2 \Delta_i S_i^g \quad (9)$$

식 (8), (9)에 의하여 다음의 식을 얻을수 있다.

$$(a_j + h_i^g) \varphi_{i,j}^g + (-a_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j}^g + (\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i,j-1}^g + (-\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j-1}^g = 2 y_i \Delta_i S_i^g$$

$$y_0 = 1, y_j = 2 \quad (j \neq 0)$$

웃식을 $\varphi_{i-1,j}^g$, $\varphi_{i,j}^g$ 에 관하여 풀면 풀이는 다음과 같다.

$$\varphi_{i-1,j}^g = \frac{2 y_i \Delta_i S_i^g - (a_j + h_i^g) \varphi_{i,j}^g - (\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i,j-1}^g - (-\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j-1}^g}{-a_j + h_i^g}$$

$$\varphi_{i,j}^g = \frac{2 y_i \Delta_i S_i^g - (-a_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j}^g - (-\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i,j-1}^g - (\bar{a}_j + h_i^g) \varphi_{i-1,j-1}^g}{a_j + h_i^g}$$

$$(i=1, 2, \dots, I), \quad \left(j = \frac{n}{2} + 1, \dots, n \right)$$

여기서 φ^g 는 계차그물의 미분중성자뭉음, $\Delta_i = \frac{1}{2}(x_i - x_{i-1})$, S_i^g 는 원천항 $h_i^g = \Delta_i \Sigma_{t,i}^g$ 이다.

그리고

$$a_j = (2\mu_j - \mu_{j-1})/3, \quad \bar{a}_j = (\mu_j + 2\mu_{j-1})/3$$

과 같다.

SN방법에 의한 수송방정식의 근사풀이에서는 군상수를 합리적으로 작성하는것이 중요하다.

군상수작성에서 원천스펙트르차이는 다음과 같은 방법으로 보정하였다.

원천스펙트르가 $f'(E)$, $f''(E)$ 일 때 주어진 원소의 g 군미시자름면적 σ'_{0j} , σ''_{0j} 는 다음과 같다.

$$\sigma'_{0j} = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \sigma_0(E) f'(E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} f'(E) dE}$$

$$\sigma_{0j}'' = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \sigma_0(E) f''(E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} f''(E) dE}$$

중성자에너지구간 g 와 에너지구간 및 로그감쇠를 Δu 의 값은 표와 같다.

표. 중성자에너지구간 g 와 에너지구간 및 로그감쇠를 Δu 의 값

| g | E_n / MeV | Δu | g | E_n / MeV | Δu |
|-----|--------------------|------------|-----|--|------------|
| 1 | 14.0~10.5 | 0.287 68 | 14 | $4.65 \cdot 10^{-3} \sim 2.15 \cdot 10^{-3}$ | 0.771 40 |
| 2 | 10.5~8.5 | 0.479 57 | 15 | $2.155 \cdot 10^{-3} \sim 1 \cdot 10^{-3}$ | 0.765 46 |
| 3 | 8.5~4.0 | 0.485 11 | 16 | $1 \cdot 10^{-3} \sim 4.65 \cdot 10^{-4}$ | 0.765 72 |
| 4 | 4.0~2.5 | 0.470 00 | 17 | $4.65 \cdot 10^{-4} \sim 2.15 \cdot 10^{-4}$ | 0.771 40 |
| 5 | 2.5~1.4 | 0.579 82 | 18 | $2.15 \cdot 10^{-4} \sim 1 \cdot 10^{-4}$ | 0.765 46 |
| 6 | 1.4~0.8 | 0.559 62 | 19 | $1 \cdot 10^{-4} \sim 4.65 \cdot 10^{-5}$ | 0.765 72 |
| 7 | 0.8~0.4 | 0.693 15 | 20 | $4.65 \cdot 10^{-5} \sim 2.15 \cdot 10^{-5}$ | 0.771 40 |
| 8 | 0.4~0.2 | 0.693 15 | 21 | $2.15 \cdot 10^{-5} \sim 1 \cdot 10^{-5}$ | 0.765 46 |
| 9 | 0.2~0.1 | 0.693 15 | 22 | $1 \cdot 10^{-5} \sim 4.65 \cdot 10^{-6}$ | 0.765 72 |
| 10 | 0.1~0.046 5 | 0.765 72 | 23 | $4.65 \cdot 10^{-6} \sim 2.15 \cdot 10^{-6}$ | 0.771 40 |
| 11 | 0.046 5~0.021 5 | 0.771 40 | 24 | $2.15 \cdot 10^{-6} \sim 1 \cdot 10^{-6}$ | 0.765 46 |
| 12 | 0.021 5~0.01 | 0.765 46 | 25 | $1 \cdot 10^{-6} \sim 4.65 \cdot 10^{-7}$ | 0.765 72 |
| 13 | 0.01~0.004 65 | 0.765 72 | 26 | $4.65 \cdot 10^{-7} \sim 2.15 \cdot 10^{-7}$ | 0.771 40 |

혼합균질매질의 거시군상수들을 결정하기 위하여 먼저 공명자체차폐효과에 대한 회석자름면적 σ_{0j} 를 계산하였다. i 번째 공명동위원소들의 회석자름면적은 다음과 같다.

$$\sigma_{0j}^{(i)} = \frac{1}{\rho_i} \sum_{j \neq i}^I \rho_j \sigma_{t,j}$$

여기서 I , ρ_i , σ_t 는 매질속의 핵종수, 핵밀도, 미시전자름면적, 옷침수는 반복회수를 의미한다. 공명동위원소가 1개이상이면 반복회수는 3이므로 회석자름면적은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{0i}^{(k)} = \frac{\Sigma_{t_0}^{(k-1)}}{\rho_i} - \sigma_{t_0, i}^{(k-1)}, \quad \Sigma_{t_0}^{(k-1)} = \sum_{j=1}^I \rho_j \sigma_{t_0, j}^{(k-1)}$$

$$\sigma_{t_0, j}^{(k-1)} = \sigma_{e, j} f_{e, j} [\sigma_{0j}^{(k-1)}] + \sigma_{c, j} f_{c, j} [\sigma_{0j}^{(k-1)}] + \sigma_{f, j} f_{f, j} [\sigma_{0j}^{(k-1)}] + \sigma_{in, j}$$

여기서 Σ_{t_0} 은 거시전자름면적, σ_e , σ_c , σ_f , σ_{in} 은 각각 탄성, 포획, 분열, 비탄성산란의 미시자름면적이고 f_e , f_c , f_f 는 탄성, 포획, 분열에 대한 공명자체차폐효과결수이다. 거시산란이행자름면적은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\Sigma_s^{g' \rightarrow g} = \Sigma_e^{g' \rightarrow g} + \Sigma_{in}^{g' \rightarrow g}$$

$$\Sigma_e^{g' \rightarrow g} = \sum_{i=1}^I \rho_i \sigma_{e, i}^{g' \rightarrow g} f_{e, i}(\sigma_{0i})$$

$$(g=1, 2, \dots, G), (g'=1, 2, \dots, G)$$

여기서 $\Sigma_e^{g' \rightarrow g}$, $\Sigma_{in}^{g' \rightarrow g}$ 는 g' 군에서 g 군으로의 이행에 해당하는 탄성 및 비탄성거시산란이행자름면적이다. 군상수자료기지에 주어지지 않은 원소의 탄성산란이행자름면적은

$$\begin{aligned} \Sigma_e^{g \rightarrow g} &= \Sigma_e^g - \Sigma_{se}^g \\ \Sigma_e^{g \rightarrow g+1} &= \sum_{i=1}^I \rho_i \sigma_{e,i} f_{e,i}(\sigma_{0i}) b_i \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 여기서 b_i 는 표준스펙트르와의 차이를 수정하기 위한 결수이며 탄성산란감속자름면적의 공명자기차폐효과를 고려하는 결수 f_{se} 는 산소를 제외한 모든 핵에서

$$f_{se}(\sigma_0) = f_e(\sigma_0)$$

으로 근사시킬수 있다. 비탄성거시산란이행자름면적은

$$\Sigma_{in}^{g' \rightarrow g} = \sum_{i=1}^I \rho_i \sigma_{in,i}^{g' \rightarrow g} f_{e,i}(\sigma_0)$$

이다. 이에 기초하여 수송방정식의 수치풀이를 진행하였다.

2. 수치풀이검증

27군근사를 리용하여 0.1MeV보다 큰 에네르기의 중성자에 대한 수송방정식을 계산하였다. 계산은 0.1~14MeV의 에네르기를 14, 10.5, 6.5, 4, 2.5, 1.4, 0.8, 0.4, 0.2, 0.1MeV 경계로 나누고 진행하였다.

입사중성자묵음은 평면단색원천

$$Q(\mu, E) = \delta(E - E_0) \delta(\mu - 1)$$

로 표시하였다.

두께가 각이한 철판차폐층에 14MeV 중성자가 투과할 때의 에네르기스펙트르를 계산하여 선행연구[2]자료와 비교하였다.(그림 1-3)

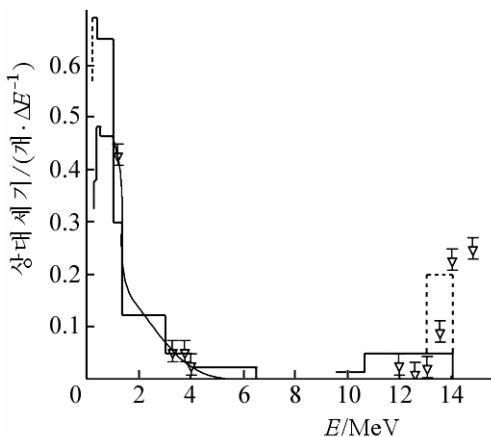


그림 1. 철판의 두께가 10cm일 때 14 MeV 중성자의 투과스펙트르
점선-계산값, 실선-선행연구[2]값,
▽ 측정값

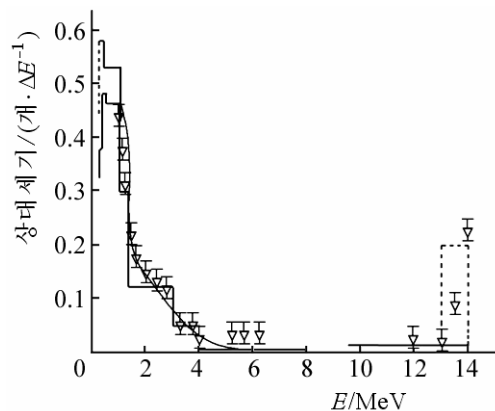


그림 2. 철판의 두께 15cm일 때 14MeV 중성자의 투과스펙트르
점선, 실선, ▽는 그림 1과 같음

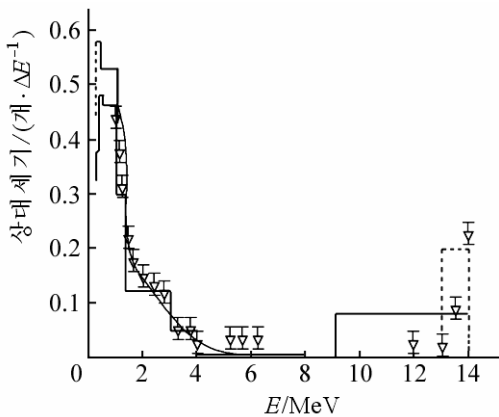


그림 3. 철판의 두께가 5cm일 때 14 MeV 중성자의 투과스펙트럼 점선, 실선, ▽는 그림 1과 같음

중성자원천의 세기는 10^4 개/s 이며 계산은 $x = 8.5\text{cm}$ 인 점에서 진행하였다. 가로축에는 14MeV까지의 군들을, 세로축에는 상대세기를 표시하였다.

그림 1—3에서 보는바와 같이 계산결과는 선행연구[2]자료보다 실험값과 더 잘 일치한다. 특히 높은 에너지대역에서는 더 잘 맞는다.

이로부터 수송방정식의 풀이방법을 중성자 차폐재료설계에 리용할수 있다는것을 알수 있다.

맺는 말

1) 중성자수송방정식에 대한 계산시간을 줄이기 위하여 중심계차도식을 적용하여 계차방정식을 유도하였다.

2) 27군근사에서 군상수에 대한 스펙트럼보정방법을 리용하여 철판차폐계에 대한 계산을 진행하고 선행연구[2]자료와 비교분석을 진행하였다.

참고 문헌

- [1] L. Lapidus et al.; Numerical Solution of Partial Differential Equation in Science and Engineering, New York, John Wiley, 138~162, 1982.
- [2] R. W. Hockney; Methods in Computational Physics, John Wiley, 156~172, 2013.

주체107(2018)년 12월 5일 원고접수

Calculation Method for Neutron Flux Using the 27 Groups Approximation in Shielding System

Choe Myong Sin, Pak Chol Sun and Pak Ki Chol

In this paper, we derived the SN difference representation for neutron transport equation and made a calculation for a dimensional steel shielding system using the spectra revision method for group constant in 27 groups approximation.

Key words: 27 groups approximation, neutron transport