

## 혐기성분해에 의한 메탄가스생산공정의 로바스트출력반결합조종에 대한 연구

주영진, 리진성

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《과학기술을 확고히 앞세우고 과학기술과 생산을 밀착시키며 경제건설에서 제기되는 모든 문제들을 과학기술적으로 풀어나가는 기풍을 세워 나라의 경제발전을 과학기술적으로 확고히 담보하여야 합니다.》

선행연구[1-3]에서는 여러가지 오수처리공정들에서 각이한 혐기성발효반응기들을 리용하여 메탄가스생산량을 늘이고 환경오염을 줄이기 위한 많은 조종방법들이 제안되였다.

이로부터 논문에서는 닭배설물에 의한 혐기성발효공정의 수학적모형을 제안하고 비선형조종방법을 리용하여 출력반결합조종법칙을 이끌어내였으며 닫힌체계의 국부점근안정성과 국부목표값추종특성을 론증하고 모의실험을 통하여 효과성을 검증하였다.

### 1. 문 제 설 정

일반적으로 생물학적오수처리에서는 폐수속에 포함된 유기성분들을 산화시켜 분해하는데 미생물을 리용하며 퇴수속의 오염물질의 농도를 환경안전규정으로 정해진 특정한 값보다 감소시키는것이 중요하다. 오수속의 분해가능한 유기물질의 량은 생물학적산소요구량(BOD)이나 화학적산소요구량(COD)에 의하여 측정할수 있다.

먼저 전체 공정에 대한 수학적모형은 다음과 같이 서술할수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= [\mu_1(S_1) - \alpha D]X_1 \\ \dot{X}_2 &= [\mu_2(S_2) - \alpha D]X_2 \\ \dot{S}_1 &= D(S_1^{in} - S_1) - k_1\mu_1(S_1)X_1 \\ \dot{S}_2 &= D(S_2^{in} - S_2) + k_2\mu_1(S_1)X_1 - k_3\mu_2(S_2)X_2\end{aligned}\quad (1)$$

여기서  $X_1(\text{g} \cdot \text{L}^{-1})$  은 산성박테리아의 농도,  $X_2(\text{g} \cdot \text{L}^{-1})$  는 메탄가스의 농도,  $S_1(\text{g} \cdot \text{L}^{-1})$  은 COD의 농도,  $S_2(\text{g} \cdot \text{L}^{-1})$  는 휘발성지방산(VFA)의 농도,  $S_1^{in}(\text{g} \cdot \text{L}^{-1})$  은 COD의 입구농도,  $S_2^{in}(\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1})$  은 VFA의 입구농도,  $0 < \alpha \leq 1$ 은 실험적으로 결정한 비례파라미터,  $D(\text{d}^{-1})$ 는 희석률,  $k_1$ 은 COD분해에 대한 증식률결수,  $k_2$ 는 지방산생성에 대한 증식률결수,  $k_3$ 는 지방산소모에 대한 증식률결수이다.

비선형특성은 모노드법칙과 홀데인법칙에 의하여 표현된 2개의 특정한 미생물증식률  $\mu_1(S_1)$ ,  $\mu_2(S_2)$ 로 주어진다.

$$\mu_1(S_1) = \frac{\mu_{m_1} S_1}{K_{S_1} + S_1}, \quad \mu_2(S_2) = \frac{\mu_{m_2} S_2}{K_{S_2} + S_2 + \left( \frac{S_2}{K_{I_2}} \right)^2}$$

여기서  $\mu_{m_1}$  은 최대산성물질증식률,  $\mu_{m_2}$  는 최대메탄물질증식률,  $K_{S_1}$  ( $\text{CODg} \cdot \text{L}^{-1}$ ) 은  $S_1$  과 관계되는 포화파라미터,  $K_{S_2}$  ( $\text{mmolVFA} \cdot \text{L}^{-1}$ ) 는  $S_2$  와 관계되는 포화파라미터,  $K_{I_2}$  ( $\text{mmolVFA} \cdot \text{L}^{-1}$ ) 는  $S_2$  와 관계되는 억제파라미터이다.

메탄가스생산공정에서 실시간측정가능한 량은 생산된 전체 가스량으로서 탄산가스량( $q_C$ )과 메탄가스량( $q_M$ )의 합으로 표시된다.

$$Q_{GAS} = q_C + q_M$$

여기서 메탄가스생산량은 다음과 같다.

$$q_M = q_M(X_2, S_2) = k_4 \mu_2(S_2) X_2 \quad (2)$$

조종목적은 환경안정규정에 맞게 외란이 작용하는 속에서도  $q_M$  이 희망하는 목표값과 일치하도록 하는 로바스트출력반결합조종기를 설계하는것이다.

## 2. 로바스트출력반결합조종기설계

혐기성분해에 의한 메탄가스생산공정의 비선형조종체계설계방법에 대하여 보자.

이 공정은 질량평형조건에 기초하여 4개의 비선형상미분방정식으로 모형화되며 희석률  $D$ 는 조종력이다.

희석률  $D$ 는 모형의 모든 미분방정식들에 다 들어있으며 비례파라미터  $\alpha$  는 안정성 해석을 보다 어렵게 만들므로 다음과 같이  $\alpha=1$ 로 놓고 고찰을 진행한다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= [\mu_1(S_1) - D]X_1 \\ \dot{X}_2 &= [\mu_2(S_2) - D]X_2 \\ \dot{S}_1 &= D(S_1^{in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1)X_1 \\ \dot{S}_2 &= D(S_2^{in} - S_2) + k_2 \mu_1(S_1)X_1 - k_3 \mu_2(S_2)X_2 \end{aligned} \quad (3)$$

이제 다음과 같은 2개의 보조변수들을 생각하자.

$$\begin{aligned} Z_1 &= S_1^{in} - S_1 - k_1 X_1 \\ Z_2 &= S_2^{in} - S_2 - k_3 X_2 + k_2 X_1 \end{aligned} \quad (4)$$

이 보조변수들을 식 (3)의 형태로 변형하면 다음식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= -DZ_1 \\ \dot{Z}_2 &= -DZ_2 \\ \dot{X}_1 &= [\mu_1(S_2^{in} - Z_1 - k_1 X_1) - D]X_1 \\ \dot{X}_2 &= [\mu_2(S_2^{in} - Z_2 - k_3 X_2 + k_2 X_1) - D]X_2 \end{aligned} \quad (5)$$

다음과 같이 가정한다.

① 임의의 조종력  $D \geq 0$  에 대하여 상태변수  $X_1, X_2, S_1, S_2$  는 부가 아니다. 즉  $X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$  이다. 이때 보조변수  $Z_1, Z_2$  는  $Z_1 \leq S_1^{in}, Z_2 \leq S_2^{in} + k_2 \bar{X}_1$  로 된다. 여기서  $\bar{X}_1$  는 상태변수  $X_1$  의 최대값이다.

② 기질농도의 목표값  $S_1^{sp}, S_2^{sp}$  는 다음의 조건을 만족시키는 희석률목표값  $D^{sp}$  에 따라 정의된다.

$$D^{sp} < \max_{S_1} \mu_1(S_1), \quad D^{sp} < \max_{S_2} \mu_2(S_2)$$

③ 조종력  $D$  는  $D \in [\underline{D}, \bar{D}]$  와 같은 정의 실측의 비지 않은 닫힌부분모임의 값이다.

④ 증식률결수  $k_1, k_2, k_3$  은 상수이고 공급기질의 농도  $S_1^{in}, S_2^{in}$  은 토막상수이다.

이제 식 (5)로 주어진 체계의 안정성을 다음과 같은 2개의 부분체계를 리용하여 해석할수 있다.

$$\dot{Z}_1 = -DZ_1 \quad (6)$$

$$\dot{X}_1 = [\mu_1(S_2^{in} - Z_1 - k_1 X_1) - D]X_1$$

$$\dot{Z}_2 = -DZ_2 \quad (7)$$

$$\dot{X}_2 = [\mu_2(S_2^{in} + k_2 X_1 - Z_2 - k_3 X_2) - D]X_2$$

식 (7)에서  $k_2 X_1$  항은 공급기질농도  $S_2^{in}$  에 가해진 외란으로 해석할수 있다.

식 (2)를 보조변수  $Z_2$  에 의하여 표시할수 있다.

$$q_M = k_4 \mu_2(S_2^{in} + k_2 X_1 - Z_2 - k_3 X_2)X_2$$

정리 방정식 (7)로 주어진 체계에 대하여 위의 가정들이 성립하고  $q_M$  이 측정가능하며  $q_M^{sp}$  가 목표값이라고 하자.

그러면 임의의  $\theta(0) \in [\underline{D}, \bar{D}]$  에 대하여  $k_{q_M} > 0$  일 때 동적출력반결합조종법칙은

$$\begin{cases} D = \theta \\ \dot{\theta} = k_{q_M} (q_M - q_M^{sp})(\theta - \bar{D})(\theta - \underline{D}) \end{cases} \quad (8)$$

로 되며 닫힌체계 (7), (8)은 평형점  $(Z_2^{sp}, X_2^{sp}, \theta^{sp})$  에서 국부안정하다.

또한 임의의 초기조건  $(Z(0), X(0))$  에 대하여  $(Z_2(t), X_2(t))$  는 다음의 구역

$$\sigma'' = \left\{ (Z_2, X_2) \in R^2 \left| Z_2 + k_3 X_2 < S_2^{in} + k_2 \bar{X}_1, 0 < X_2 < \frac{S_2^{in} + k_2 \bar{X}_1}{k_3} \right. \right\} \quad (9)$$

에 있고  $X_2^{sp}$  에 충분히 가까운 임의의  $X_2(0)$  에 대하여 닫힌체계 (7), (8)의 자리길은 점근적으로  $(Z_2^{sp}, X_2^{sp})$  로 수렴하며  $q_M$  은  $q_M^{sp}$  로 수렴한다. 결국 조종변수  $D$  는  $t \geq 0$  에 대하여 모임  $[\underline{D}, \bar{D}]$  에 있다.

조종법칙 (8)은 3개의 파라미터  $\underline{D}, \bar{D}, k_{q_M}$  의 영향을 받는데 여기서  $\underline{D}, \bar{D}$  는 수행부의 특성에 의하여 제한되며 결국 교정가능한 파라미터는  $k_{q_M}$  이다.

따라서 조종법칙 (8)의 교정은 비교적 간단하며 닫힌체계의 조종성능에 미치는 파라미터  $k_{q_M}$  의 영향을 쉽게 평가할수 있다.

### 3. 모 의 실험

우리가 고찰한 메탄가스생산공정의 혐기성발효과정에 대한 파라미터들은 다음의 표와 같다.

이러한 파라미터들을 리용하여 매개 시간구간에서 목표값을 적당히 선정하고 그것에 대한 목표값추종특성을 모의하였다.

표. 메탄가스생산공정의 혐기성발효과정에 대한 파라미터

변수	값	변수	값
$k_1$	6.7	$\mu_{m_1}$	0.2
$k_2$	5	$\mu_{m_2}$	0.25
$k_3$	4.2	$S_1^{in}$	9
$k_4$	4.35	$S_2^{in}$	20
$k_{S_1}$	0.3	$\bar{D}$	0.4
$k_{S_2}$	0.87	$\underline{D}$	0
$k_{I_2}$	5	$k_{q_M}$	10

우리가 작성한 혐기성메탄발효공정의 Matlab simulink구성도를 그림 1에 보여주었다.

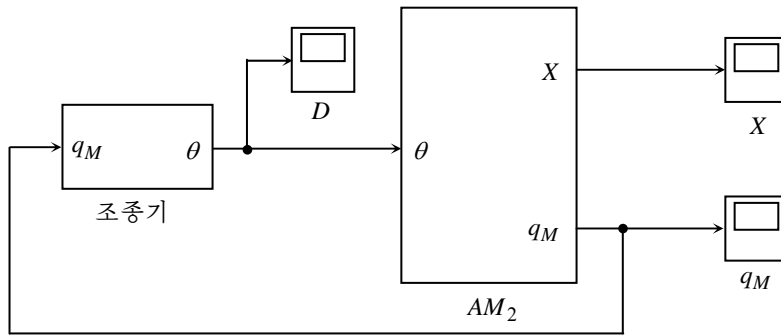


그림 1. 혐기성메탄발효공정의 simulink구성도

혐기성메탄발효공정의 상태응답특성과 목표값추종특성은 그림 2, 3과 같다.

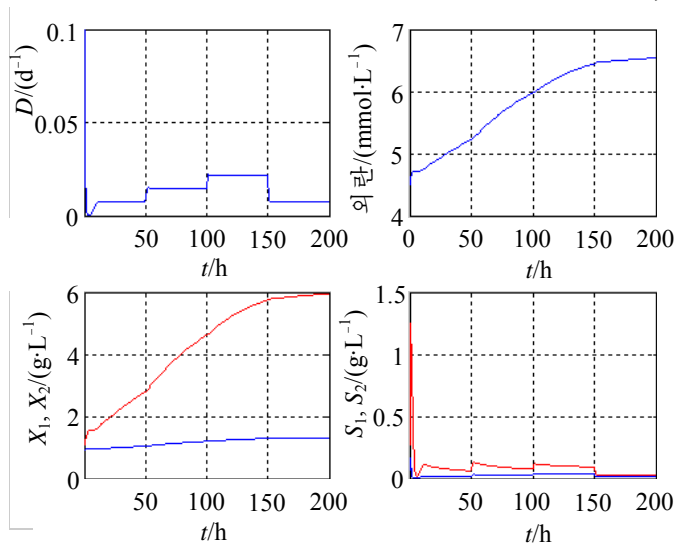


그림 2. 혐기성메탄발효공정의 상태응답특성

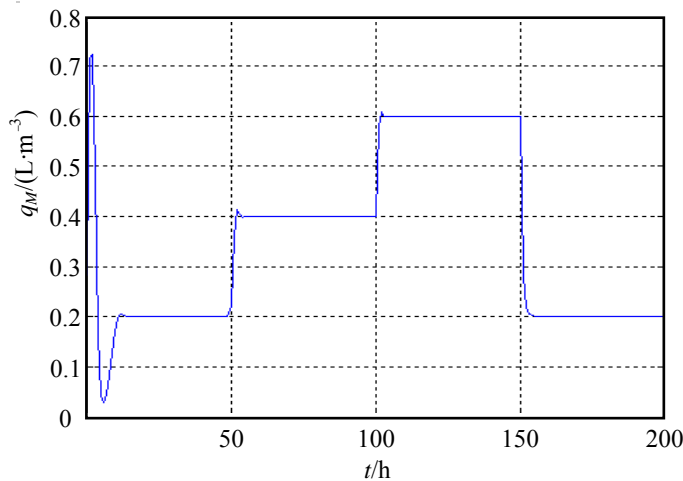


그림 3. 혐기성메탄발효공정의 목표값추종특성

그림 2, 3에서 보는바와 같이 우리가 제안한 조종기는 비교적 좋은 목표값추종특성을 보여주고있으며 모형화되지 않는 동적특성이나 외란에 대하여 적당한 로바스트성을 가진다는것을 알수 있다.

## 맺 는 말

혐기성메탄발효공정의 수학적모형을 제안하고 비선형조종방법을 리용하여 단긴체계의 국부점근안정성과 국부목표값추종특성을 만족시키는 로바스트출력반결합조종기를 설계하였으며 Matlab모의실험을 통하여 효과성을 검증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] Mouna Boughamsa et al.; Proceedings Engineering & Technology, 3, 117, 2013.
- [2] Enrique Roca et al.; Process Biochemistry, 46, 900, 2011.
- [3] Rita Antonelli et al.; IEEE Transactions on Control Systems Technology, 11, 4, 495, 2003.

주체110(2021)년 5월 5일 원고접수

## Study on the Robust Output Feedback Control of the Methane Production Line by the Anaerobic Digestion

*Ju Yong Jin, Ri Jin Song*

In this paper we have proposed a mathematical model of the anaerobic digestion process, designed the robust output feedback controller which satisfies local asymptotic stability and local set point tracking of the resulting closed loop system using the nonlinear control technique and proved the efficiency through the numerical simulations using Matlab.

Keywords: anaerobic digestion, robust output feedback, environmental regulations