

물리실험에서 VIM 2007의 정확도와 정밀도개념들의 응용에 대한 연구

주덕영, 고옥실

정확정밀도개념은 측정실천에서 정확도나 정밀도개념과 함께 많이 쓰이고있는 개념이다.

선행연구들[1, 2]에서는 《정확정밀도는 측정결과와 진값과의 일치정도를 나타내며 정확도와 정밀도를 통합표시한것이다.》나 《정확정밀도는 정량적인 개념이 아니며 정성적으로만 정의된 개념이다. 정확정밀도는 오차의 거꿀개념으로서 오차가 작은 측정일수록 정확정밀도가 높다고 한다. 그러나 이 개념은 정확도개념과 다른 개념이며 측정정밀도와도 다른 개념이다. 실천에서는 정확정밀도, 측정정확도, 측정정밀도를 서로 혼돈하고있다.》라고 하고 있다.

우리는 오차의 정규분포밀도함수를 리용하여 정확정밀도, 정확도, 정밀도사이의 관계를 표시하고 그것을 리용하여 실험결과를 비교검정할수 있는 한가지 방법을 제기하였다.

1. 오차치의 분포밀도함수의 단위화와 정확정밀도

일반적으로 물리실험들에서 임의의 물리적량에 대하여 여러번 반복측정하여 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 과 같은 측정값들을 얻었다면 이 측정값들은 수학적기대값이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포에 따른다고 보고 분포밀도함수를 다음과 같이 표시한다.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

개별적측정값들이 우와 같이 기대값이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포에 따른다면 개별적측정값들이 가지고있는 측정오차는 다음과 같다.

$$\Delta x_i = x_i - x_0 = (x_i - m) + (m - x_0) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

이 오차는 기대값이 $M = m - x_0$ 이고 표준편차가 σ 인 정규분포에 따르며 오차분포밀도함수는 다음과 같다.

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta x - M)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{((x-x_0)-(m-x_0))^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

오차분포함수에서 수학적기대값 $M = m - x_0$ 을 계통오차라고 한다.

개별적측정값들의 오차들에 대하여 $\xi = \Delta x / M$ 와 같은 변수변환을 실시하면 우연량 ξ 는 기대값이 1이고 표준편차가 $\sigma_\xi = \sigma / M = \sigma / (m - x_0)$ 인 단위정규분포 $N(1, \sigma_\xi^2)$ 에 따른다.

이때 밀도함수는 다음과 같다.

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\ln \sigma_\xi) \exp\left(\frac{(\xi-1)^2}{2\sigma_\xi^2}\right) \quad (4)$$

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} 10^{(-\lg \sigma_\xi)} \exp\left(\frac{(\xi-1)^2}{2\sigma_\xi^2}\right)$$

이때 SN비 $AP = -\ln \sigma_\xi = -\ln|\sigma/(m-x_0)|$ 또는 $AP = -\lg \sigma_\xi = -\lg|\sigma/(m-x_0)|$ 는 우연오차와 계통오차의 비에 대한 부의 로그로 표시되며 로그성질에 의하여 다음과 같이 2개의 항으로 갈라서 표시할수 있다.

$$AP = -\ln \left| \frac{\sigma/x_0}{(m-x_0)/x_0} \right| = -\ln \left| \frac{\sigma}{x_0} \right| - \left(-\ln \left| \frac{m-x_0}{x_0} \right| \right) \quad (5)$$

$$AP = -\lg \left| \frac{\sigma/x_0}{(m-x_0)/x_0} \right| = -\lg \left| \frac{\sigma}{x_0} \right| - \left(-\lg \left| \frac{m-x_0}{x_0} \right| \right)$$

여기서 첫번째 항은 정밀도를 나타내며 두번째 항은 계통오차의 거꿀수에 대한 로그표시로서 측정정확도와 일치한다.

이런 의미에서 AP 를 정확정밀도라고 한다.

정확정밀도는 정밀도(Pr)와 정확도(Ac)의 차로 다음과 같이 표시할수 있다.

$$AP = Pr - Ac \quad (6)$$

정확정밀도의 변화특성은 그림과 같다.

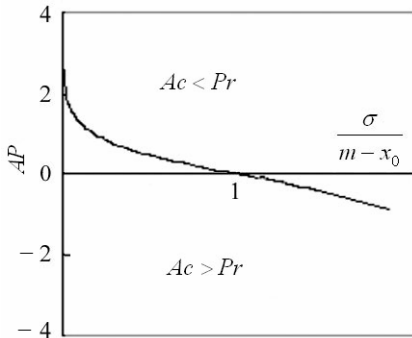


그림. 정확정밀도의 변화특성

그림에서 보는바와 같이 $AP > 0 (Ac < Pr)$ 이면 기대값은 측정정밀도내에서 기준값과 일치하지 않는다고 볼수 있으며 $AP < 0 (Ac > Pr)$ 이면 기대값은 측정정밀도내에서 기대값과 일치한다고 볼수 있다. 이것은 정확정밀도를 검정지표로 리용할수 있다는것을 보여준다.

검정실험에서는 유효수자의 개수를 검정결과에 따라 다음과 같이 결정할수 있다.

$AP > 0 (Ac < Pr)$ 이면 정확도의 소수부를 반올림한 옹근수부 $[Ac]$ 에 1을 더하는 방법으로 $AP > 0 (Ac < Pr) \Rightarrow Ne = [Ac] + 1$ 과 같이 결정할수 있으며 $AP < 0 (Ac > Pr)$ 이면 정밀도의 소수부를 반올림한 옹근수부 $[Pr]$ 에 1을 더

하는 방법으로 $AP < 0 (Ac > Pr) \Rightarrow Ne = [Pr] + 1$ 과 같이 결정할수 있다.

2. 정확정밀도에 의한 검정방법

일반적으로 측정에서는 기대값에 대한 근사값으로 평균값을 리용하며 표준편차의 근사값으로 표본표준편차를 리용한다.

따라서 정확정밀도도 이것들을 리용하여 다음과 같이 평가할수 있다.

$$Pr^* = -\lg \left| \frac{s}{x_0} \right|$$

$$Ac^* = -\lg \left| \frac{\bar{x} - x_0}{x_0} \right| \left| 1 - \frac{x_0}{\bar{x}} \right| \quad (7)$$

$$AP^* = Pr^* - Ac^*$$

실례 한 측정자가 공기중에서의 음속도를 11회 반복측정하여 얻은 평균값이 튜성파리론에 의하여 계산된 값($v_0 = 331\text{m/s}$)과 측정정밀도에서 일치하는가 안하는가를 검정하자.

① 실험자료들을 표와 같이 종합한다.

표. 측정값

회수	측정값 $/(m \cdot s^{-1})$	회수	측정값 $/(m \cdot s^{-1})$	회수	측정값 $/(m \cdot s^{-1})$	회수	측정값 $/(m \cdot s^{-1})$
1	340.220	4	344.450	7	343.453	10	343.460
2	343.430	5	343.340	8	343.740	11	342.320
3	344.900	6	345.917	9	343.170		

* 측정회수 11, 기준값: $v_0 = 331\text{m/s}$

② 평균값을 계산한다.

$$\bar{v} = \sum_{i=1}^n v_i / n = 343.489 \text{ } 091\text{m/s}$$

③ 개별적측정값의 표준편차를 계산한다.

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2 / (n-1)} = 1.449 \text{ } 06\text{m/s}$$

④ 정확정밀도를 계산한다.

$$Pr^* = -\lg \left| \frac{s}{v_0} \right| = 2.36, \quad Ac^* = -\lg \left| \frac{\bar{v} - v_0}{v_0} \right| = 1.42, \quad AP^* = Pr^* - Ac^* = 0.94 > 0$$

$AP^* > 0 (Ac^* < Pr^*)$ 이므로 평균값은 측정정밀도내에서 기준값과 일치하지 않는다.

⑤ 유효수자의 개수를 평가한다.

$$AP^* > 0 (Ac^* < Pr^*) \text{ 이므로 } Ne = [Ac^*] + 1 = 1 + 1 = 2.$$

⑥ 검정결과를 표시한다.

측정회수가 $n=11$, 평균값이 $\bar{v} = 340\text{m/s} = 3.4^* \times 10^2\text{m/s}$, 기준값이 $v_0 = 331\text{m/s}$ 일 때 정

밀도는 $Pr^* = -\lg \left| \frac{s}{v_0} \right| = 2.36$, 정확도는 $Ac^* = -\lg \left| \frac{\bar{v} - v_0}{v_0} \right| = 1.42$ 이다.

정확정밀도 $AP^* = Pr^* - Ac^* = 0.94 > 0$.

⑦ 결과분석

공기중에서 음속도를 11회 반복측정한 평균값을 튜성파리론에 의하여 계산된 값과 비교검정한 결과 평균값은 측정정밀도내에서 일치하지 않는다.

맺는 말

1) 오차분포함수를 단위화하는 방법으로 정확정밀도를 정의하고 정확정밀도에 의한 검정방법을 제기하였다.

2) 정확정밀도는 정밀도와 정확도의 차로 표시된다. 따라서 정확정밀도가 정의 부호를 가지면 평균값은 측정정밀도내에서 기준값과 일치하지 않으며 정확정밀도가 부의 부호를 가지면 평균값은 정밀도내에서 일치한다.

참고 문헌

[1] BITM; International Vocabulary of Metrology-Basic and General Concepts and Associated Terms, VIM-3, 2007.

[2] 日本規格協會; JIS Handbook 35, 計測用語JISZ8403-1999, 日本規格協會, 1999.

주체104(2015)년 7월 5일 원고접수

**Study for Applying the Concepts of Accuracy and Precision
according to VIM 2007 in the Physical Experiments**

Ju Tok Yong, Ko Ok Sil

By unitization of the error distribution function, we have defined the concepts of accuracy-precision, by which an estimation method has been presented. Accuracy-precision is defined as the subtraction of accuracy and precision. As a result, it is known that if accuracy-precision is positive, the average is not agreement with the reference value in the range of precision and if accuracy-precision is negative, the average is agreement with the reference value in the range of the precision.

Key words: accuracy-precision, VIM 2007