김일성종합대학학보 주체109(2020)년
수 학 제66권 제1호

3단기둥매듭의 기본위선

리강일, 박성일

매듭에 따르는 수술다양체의 기본군은 매듭군과 매듭의 기본위선에 의하여 결정된다.[2, 5] 또한 3차원다양체에 대한 연구에서 그 다양체의 기본군이 중요한 의의를 가지므로 그것의 간단한 표시와 나아가서 매듭의 기본위선의 표시를 얻는것이 필요하다.[3, 5] 그런데 원환매듭이나 꼬인 매듭에 대해서는 이미 기본위선들이 결정되였다. 그리고 꼬인 매듭이나 8자매듭의 불변량이나 기본군의 각이한 성질들이 구체적으로 연구되였다.[4, 6, 7] 그러나 모든 3단기둥매듭들에 대하여 기본위선들을 구하는 문제는 아직 해결되지 않았다.

론문에서는 이미 홀수단들만 가지는 교대3단기둥매듭에 대하여 매듭군의 표시와 기본위선들이 결정된 조건에서 짝수단을 포함하는 3단기둥매듭들에 대하여 매듭군의 표시와 기본위선들을 결정하였다.

매듭군의 위르팅거표시를 얻기 위하여 단의 가지들을 선행연구[1]에서와 같은 기호로 표시하겠다. 그러면 3단기둥매듭의 모든 가지들을 단의 아래가지들에 의하여 표시할 수 있게 하는 다음의 사실들이 성립한다.

명제 1[1] 3단기둥매듭의 단 a에서 오른쪽 아래가지가 들어오고 왼쪽 아래가지가 나간다고 하자. 이때 단의 가지들은 아래가지들에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$a_i=\begin{cases}(a_1a_0^{-1})^{(i-1)/2}a_1(a_0a_1^{-1})^{(i-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\ (a_1a_0^{-1})^{i/2-1}a_1(a_0a_1^{-1})^{i/2}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

단 a의 부호를 $\varepsilon:=\varepsilon(a)$로 표시하자.

명제 2 3단기둥매듭의 단 a에서 모든 아래가지들이 단으로 들어온다고 하자. 이때 단의 임의의 가지들은 아래가지들에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$a_i=\begin{cases}(a_1^{-\varepsilon}a_0^{-\varepsilon})^{(i-1)/2}a_1(a_0^{\varepsilon}a_1^{\varepsilon})^{(i-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\ (a_1^{-\varepsilon}a_0^{-\varepsilon})^{i/2-(\varepsilon+1)/2}a_1^{-1}(a_0^{\varepsilon}a_1^{\varepsilon})^{i/2+(\varepsilon+1)/2}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

명제 3 3단기둥매듭의 단 a의 모든 아래가지들이 단에서 나간다고 하자. 이때 단의 임의의 가지들은 아래가지들에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$a_i=\begin{cases}(a_1^{\varepsilon}a_0^{\varepsilon})^{(i-1)/2}a_1(a_0^{-\varepsilon}a_1^{-\varepsilon})^{(i-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\ (a_1^{\varepsilon}a_0^{\varepsilon})^{i/2+(\varepsilon-1)/2}a_1^{-1}(a_0^{-\varepsilon}a_1^{-\varepsilon})^{i/2-(\varepsilon+1)/2}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

매듭 K의 기본위선 λ는 다음과 같이 구한다. 즉 주어진 방향으로 매듭의 사영도를 한바퀴 돌면서 아래가지를 따라 교점을 지날 때마다 교점의 웃가지에 대응되는 원소들을 곱한다. 구체적으로 말하면 교점의 부호가 α이고 교점의 웃가지에 대응되는 매듭군의 원소가 e일 때 원소 e^{α}을 차례로 곱한다. 이때 경선방향의 회전에 대응되는 원소들을 추가적으로 곱해서 조건 $lk(K,\ \lambda)=0$을 만족시키도록 한다.

3단기둥매듭의 기본위선을 계산하기 위하여 다음의 용어들을 도입하자. 즉 주어진 방향으로 매듭의 사영도를 한바퀴 돌면서 단을 지날 때 얻어지는 원소들의 적을 경로적이라고 부른다. 그리고 단을 아래로부터 우로 지나는 경로를 오르는 경로, 우로부터 아래로 지나는 경로를 내리는 경로라고 부른다. 또한 단 a의 아래가지들의 방향이 서로 다를 때 오

르는 경로에 따르는 경로적을 a^+ 로, 내리는 경로에 따르는 경로적을 a^- 로 표시한다. 단 a 의 모든 아래가지들이 단으로 들어올 때 적에 들어있는 (가지에 대응하는)원소들의 첨수가 홀수이면 경로적을 a_-^+ 로, 짝수이면 a_+^+ 로 표시한다. 또한 단 a 의 모른 아래가지들이 단에서 나갈 때 적에 들어있는 (가지에 대응하는)원소들의 첨수들이 홀수이면 경로적을 a_-^- 로, 짝수이면 a_+^- 로 표시한다. 이 표시에서 웃기호는 경로가 오르는가 내리는가를 나타내고 아래기호는 경로가 단의 끝교점을 우로 지나는가 아래로 지나는가를 나타낸다.

경로적에 관하여 다음의 사실들이 성립한다.

명제 4 단 a 에서 아래가지들이 서로 다른 방향을 가진다고 하자. 이때 단 a 에서의 경로적들은 다음과 같다. 즉 $\varepsilon(a)=-1$ 이면

$$a^+=\begin{cases}(a_0^{-1})^{(l-1)/2}a_1^{-1}(a_0a_1^{-1})^{(l-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\(a_0^{-1})^{l/2-1}a_1^{-1}(a_0a_1^{-1})^{l/2-1}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

$$a^-=\begin{cases}(a_1a_0^{-1})^{(l-1)/2}(a_1^{-1})^{(l-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\(a_1a_0^{-1})^{l/2}(a_1^{-1})^{l/2}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

이고 $\varepsilon(a)=+1$ 이면

$$a^+=\begin{cases}a_1^{(l-1)/2}(a_0a_1^{-1})^{(l-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\a_1^{l/2}(a_0a_1^{-1})^{l/2}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

$$a^-=\begin{cases}(a_1a_0^{-1})^{(l-1)/2}a_1a_0^{(l-1)/2}, & i\text{가 홀수인 경우}\\(a_1a_0^{-1})^{l/2-1}a_1a_0^{l/2-1}, & i\text{가 짝수인 경우}\end{cases}$$

이다. 여기서 l 은 단 a 의 교차수이다.

명제 5 단 a 의 모든 아래가지들이 들어온다고 하자. 이때 단 a 에서의 경로적들은 다음과 같다.

$$a_-^+=(a_0^{-\varepsilon})^{(l-1)/2}a_1^{\varepsilon}(a_0^{\varepsilon}a_1^{\varepsilon})^{(l-1)/2},\ a_+^+=(a_1^{-\varepsilon})^{(l-1)/2}(a_0^{\varepsilon}a_1^{\varepsilon})^{(l-1)/2}$$

명제 6 단 a 의 모든 아래가지들이 나간다고 하자. 이때 단 a 에서의 경로적들은 다음과 같다.

$$a_-^-=(a_1^{\varepsilon}a_0^{\varepsilon})^{(l-1)/2}a_1^{\varepsilon}(a_0^{-\varepsilon})^{(l-1)/2},\ a_+^-=(a_1^{\varepsilon}a_0^{\varepsilon})^{(l-1)/2}(a_1^{-\varepsilon})^{(l-1)/2}$$

이제 기둥매듭 K 가 3개의 단 a, b, c 를 가지며 매 단에 교점들이 각각 l, m, n 개 있다고 하자. 그리고 단 a, b, c 의 교점들의 부호를 각각 $\varepsilon(a), \varepsilon(b), \varepsilon(c)$ 로 표시하자.

우선 K 가 교대매듭인 경우를 보자. K 가 짝수단을 가진 교대매듭이기 위해서는 l, m, n 들가운데 짝수가 1개 있고 짝수단의 부호와 홀수단의 부호가 반대일것이 필요하고 충분하다. 기본위선 λ 의 표시를 구하기 위하여 매듭에 그림과 같이 방향을 주자. 그리고 매듭을 따라 다음과 같은 방법으로 한바퀴 돌기로 하자. 아래에서 가지들의 기호약속은 선행연구[1]에서와 같다.

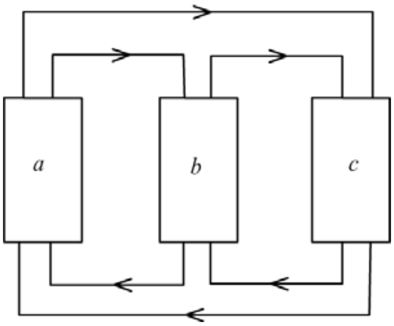

그림. 매듭의 방향

ㄱ) 가지 y 에 해당한 경선을 따라 p 번 돈다.

ㄴ) 단 a 로 들어갔다가 단 b 로 나온다.

ㄷ) 가지 x 에 해당한 경선을 따라 q 번 돈다.

ㄹ) 단 a로 들어갔다가 단 c로 나온다.

ㅁ) 가지 z에 해당한 경선을 따라 r번 돈다.

ㅂ) 단 b로 들어갔다가 단 c로 나온다.

그러면 다음의 결과가 얻어진다.

정리 1 교대적인 3단기둥매듭에서 l, n이 홀수이고 m이 짝수이며 $\varepsilon(a)=-\varepsilon(b)=\varepsilon(c)=-1$이라고 하자. 이때 매듭군과 매듭의 기본위선의 표시는 다음과 같다.

$$G=\langle x,\ y,\ z \mid (xy)^{(l+1)/2}x^{-1}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}=(zx^{-1})^{(m-1)/2}z(xz^{-1})^{m/2},$$
$$(zx^{-1})^{m/2}z(xz^{-1})^{m/2}=(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y(zy)^{(n-1)/2}\rangle$$
$$\lambda=y^{2(l+n)}(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

증명 매 단의 아래가지들은 다음과 같다.

$$a_0=y,\ a_1=x,\ b_0=x,\ b_1=z,\ c_0=z,\ c_1=y$$

그리고 웃가지들은 다음과 같다.

$$a_{l+1}=b_m,\ b_{m+1}=c_n,\ c_{n+1}=a_l$$

그러므로 명제 1, 2, 3에 의하여

$$(a_1a_0)^{(l+1)/2}a_1^{-1}(a_0^{-1}a_1^{-1})^{(l-1)/2}=(b_1b_0^{-1})^{(m-2)/2}b_1(b_0b_1^{-1})^{m/2}$$
$$(b_1b_0^{-1})^{m/2}b_1(b_0b_1^{-1})^{m/2}=(c_1^{-1}c_0^{-1})^{(n-1)/2}c_1(c_0c_1)^{(n-1)/2}$$
$$(c_1^{-1}c_0^{-1})^{(n-1)/2}c_1^{-1}(c_0c_1)^{(n+1)/2}=(a_1a_0)^{(l-1)/2}a_1(a_0^{-1}a_1^{-1})^{(l-1)/2}$$

이 성립한다. 따라서 다음과 같은 매듭의 기본군의 정의관계식들이 얻어진다.

$$\begin{aligned}&(xy)^{(l+1)/2}x^{-1}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}=(zx^{-1})^{(m-2)/2}z(xz^{-1})^{m/2}\\&(zx^{-1})^{m/2}z(xz^{-1})^{m/2}=(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y(zy)^{(n-1)/2}\\&(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}(zy)^{(n+1)/2}=(xy)^{(l-1)/2}x(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}\end{aligned}\tag{*}$$

이제는 매듭군에서 기본위선에 대응하는 원소 $\lambda(=y^pa_-^+b^-x^qa_+^+c_-^-z^rb^+c_+^-)$를 계산해보자.

명제 4, 5, 6에 의하여 다음의 식이 성립한다.

$$a_-^+b^-=a_0^{(l-1)/2}a_1^{-1}(a_0^{-1}a_1^{-1})^{(l-1)/2}(b_1b_0^{-1})^{(m-2)/2}b_1b_0^{(m-2)/2}=$$
$$=y^{(l-1)/2}x^{-1}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(zx^{-1})^{(m-2)/2}zx^{(m-2)/2}$$
$$a_+^+c_-^-=a_1^{(l-1)/2}(a_0^{-1}a_1^{-1})^{(l-1)/2}(c_1^{-1}c_0^{-1})^{(n-1)/2}c_1^{-1}c_0^{(n-1)/2}=$$
$$=x^{(l-1)/2}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}z^{(n-1)/2}$$
$$b^+c_+^-=b_1^{m/2}(b_1b_0^{-1})^{m/2}(c_1^{-1}c_0^{-1})^{(n-1)/2}c_1^{(n-1)/2}=$$
$$=z^{m/2}(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{(n-1)/2}$$

그리고 계산을 간소화하기 위하여 다음의 식들을 생각하자.

$$P_{ab}=(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(zx^{-1})^{m/2},\ P_{ac}=(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2},\ P_{bc}=(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

그러면 기본위선에 대응하는 원소는 다음과 같이 표시된다.

$$\lambda=y^py^{(l+1)/2}P_{ab}x^{m/2}\cdot x^qx^{(l-1)/2}\cdot P_{ac}z^{(n+1)/2}\cdot z^rz^{m/2}P_{bc}y^{(n-1)/2}$$

이때 식 (*)의 첫째 식을 리용하면 $y\cdot P_{ab}$는 다음과 같이 계산된다.

$$y\cdot P_{ab}=y\cdot y^{-1}x^{-1}\cdot(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}\cdot(zx^{-1})^{m/2}=$$
$$=x^{-1}\cdot[x(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(zx^{-1})^{(m-2)/2}z(xz^{-1})^{m/2}]\cdot(zx^{-1})^{m/2}=$$

$$=(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(zx^{-1})^{(m-2)/2}z=(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(zx^{-1})^{m/2}x=P_{ab}\cdot x$$

그리고 식 (*)의 둘째 식을 리용하면 $P_{bc}\cdot y$는 다음과 같이 계산된다.

$$P_{bc}\cdot y=(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y=(xz^{-1})^{m/2}[(zx^{-1})^{m/2}z(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}]=$$

$$=z\cdot(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}=z\cdot P_{bc}$$

또한. 식 (*)의 셋째 식을 리용하면 $x\cdot P_{ac}$는 다음과 같이 계산된다.

$$x\cdot P_{ac}=x(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}=$$

$$=(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}(zy)^{(n+1)/2}\cdot(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}=$$

$$=(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}\cdot z^{-1}z=(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}\cdot(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}z=P_{ac}\cdot z$$

그러므로 $\lambda=y^{p+q+r+l+m+n}P_{ab}P_{ac}P_{bc}$가 얻어진다. 그런데 $p+q+r=l-m+n$이여야 하므로 기본위선에 대응하는 원소는 다음과 같다.

$$\lambda=y^{2(l+n)}(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

(증명끝)

정리 2 교대적인 3단기둥매듭에서 $l,\ n$이 홀수이고 m이 짝수이며 $\varepsilon(a)=-\varepsilon(b)=\varepsilon(c)=1$이라고 하자. 이때 매듭군과 매듭의 기본위선에 대응하는 원소의 표시는 다음과 같다.

$$G=\langle x,\ y,\ z\mid(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y(xy)^{(l-1)/2}=(xz^{-1})^{m/2}x(zx^{-1})^{m/2},$$

$$(xz^{-1})^{(m-2)/2}x(zx^{-1})^{m/2}=(zy)^{(n+1)/2}z^{-1}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}\rangle$$

$$\lambda=y^{-2(l+n)}(xy)^{(l-1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(xy)^{(l+1)/2}(zy)^{(n-1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(zy)^{(n+1)/2}$$

다음으로 비교대매듭의 경우를 보기로 하자. 이 경우에 교대매듭에 대하여 적용된 우와 같은 방법을 그대로 리용할수 있다. 이때 비교대3단기둥매듭들에 대해서는 다음과 같은 6가지 경우를 보면 된다. 여기서는 매 경우에 매듭군의 정의관계식들과 매듭의 기본위선 λ를 구한 결과를 소개만 하겠다.

경우 1 $l,\ m,\ n$이 모두 홀수이고 $\varepsilon(a)=1,\ \varepsilon(b)=\varepsilon(c)=-1$인 경우

$$(xy^{-1})^{(l-1)/2}x(yx^{-1})^{(l+1)/2}=(xz^{-1})^{(m-1)/2}x(zx^{-1})^{(m+1)/2}$$

$$(xz^{-1})^{(m-1)/2}x(zx^{-1})^{(m-1)/2}=(zy^{-1})^{(n-1)/2}z(yz^{-1})^{(n+1)/2}$$

$$(zy^{-1})^{(n-1)/2}z(yz^{-1})^{(n-1)/2}=(xy^{-1})^{(l-1)/2}x(yx^{-1})^{(l-1)/2}$$

$$\lambda=(yz^{-1})^{(n+1)/2}(xz^{-1})^{(m-1)/2}(yx^{-1})^{(l-1)/2}(zy^{-1})^{(n-1)/2}(zx^{-1})^{(m+1)/2}(xy^{-1})^{(l+1)/2}$$

경우 2 $l,\ m,\ n$이 모두 홀수이고 $\varepsilon(a)=-1,\ \varepsilon(b)=\varepsilon(c)=1$인 경우

$$(yx^{-1})^{(l-1)/2}y(xy^{-1})^{(l-1)/2}=(zx^{-1})^{(m-1)/2}z(xz^{-1})^{(m-1)/2}$$

$$(zx^{-1})^{(m-1)/2}z(xz^{-1})^{(m+1)/2}=(yz^{-1})^{(n-1)/2}y(zy^{-1})^{(n-1)/2}$$

$$(yz^{-1})^{(n-1)/2}y(zy^{-1})^{(n+1)/2}=(yx^{-1})^{(l-1)/2}y(xy^{-1})^{(l+1)/2}$$

$$\lambda=(zy^{-1})^{(n-1)/2}(zx^{-1})^{(m+1)/2}(xy^{-1})^{(l+1)/2}(yz^{-1})^{(n+1)/2}(xz^{-1})^{(m-1)/2}(yx^{-1})^{(l-1)/2}$$

경우 3 $l,\ n$이 홀수이고 m이 짝수이며 $\varepsilon(a)=\varepsilon(b)=\varepsilon(c)=1$인 경우

$$(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y(xy)^{(l-1)/2}=(zx^{-1})^{(m-1)/2}z(xz^{-1})^{m/2}$$

$$(zx^{-1})^{m/2}z(xz^{-1})^{m/2}=(zy^{-1})^{(n-1)/2}z^{-1}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

$$(zy)^{(n-1)/2}z(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}=(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y^{-1}(xy)^{(l+1)/2}$$

$$\lambda = y^{-2(l+n)}(xy)^{(l-1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(xy)^{(l+1)/2}(zy)^{(n-1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(zy)^{(n+1)/2}$$

경우 4 $l,\ n$이 홀수이고 m이 짝수이며 $\varepsilon(a)=\varepsilon(b)=\varepsilon(c)=-1$인 경우

$$(xy)^{(l+1)/2}x^{-1}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2} = (xz^{-1})^{m/2}x(zx^{-1})^{m/2}$$

$$(xz^{-1})^{(m-2)/2}x(zx^{-1})^{m/2} = (y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y(zy)^{(n-1)/2}$$

$$(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}(zy)^{(n+1)/2} = (xy)^{(l-1)/2}x(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}$$

$$\lambda = y^{2(l+n)}(y^{-1}x^{-1})^{(l+1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

경우 5 $l,\ n$이 홀수이고 m이 짝수이며 $\varepsilon(a)=\varepsilon(b)=1,\ \varepsilon(c)=-1$인 경우

$$(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y(xy)^{(l-1)/2} = (zx^{-1})^{(m-2)/2}z(xz^{-1})^{m/2}$$

$$(zx^{-1})^{m/2}z(xz^{-1})^{m/2} = (y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y(zy)^{(n-1)/2}$$

$$(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}(zy)^{(n+1)/2} = (y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y^{-1}(xy)^{(l+1)/2}$$

$$\lambda = y^{2(l-n)}(xy)^{(l-1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(xy)^{(l+1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

경우 6 $l,\ n$이 홀수이고 m이 짝수이며 $\varepsilon(a)=1,\ \varepsilon(b)=\varepsilon(c)=-1$인 경우

$$(y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y(xy)^{(l-1)/2} = (xz^{-1})^{m/2}x(zx^{-1})^{m/2}$$

$$(xz^{-1})^{(m-2)/2}x(zx^{-1})^{m/2} = (y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y(zy)^{(n-1)/2}$$

$$(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}y^{-1}(zy)^{(n+1)/2} = (y^{-1}x^{-1})^{(l-1)/2}y^{-1}(xy)^{(l+1)/2}$$

$$\lambda = y^{2(l-n)}(xy)^{(l-1)/2}(xz^{-1})^{m/2}(xy)^{(l+1)/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n+1)/2}(zx^{-1})^{m/2}(y^{-1}z^{-1})^{(n-1)/2}$$

결국 모든 3단기둥매듭에 대하여 매듭군과 기본위선들이 결정되였다.

참 고 문 헌

[1] **김일성**종합대학학보 수학, 65, 3, 91, 주체108(2019).
[2] S. Boyer et al.; Math. Ann., 356, 1213, 2013.
[3] R. Guzman; Topology Appl., 173, 142. 2014.
[4] Jim Hoste et al.; J. Knot Theory and its Ramifications, 13, 2, 193. 2004.
[5] P. Scott et al.; Alg. Geom. Topology, 14, 2431. 2014.
[6] M. Teragaito; Canad. Math. Bull., 56, 4, 850. 2013.
[7] D. Wise; Topology, 45, 3, 421. 2006.

주체108(2019)년 9월 15일 원고접수

The Preferred Longitude of 3-Strand Pretzel Knots

Ri Kang Il, Pak Song Il

We acquire the finite presentation of knot group and the preferred longitude for alternative 3-strand pretzel knots whose one block has even number of crossing points and all non-alternative 3-strand pretzel knots.

Keywords: Dehn surgery, pretzel knot, longitude of a knot, Wirtinger presentation