

전자기파의 지면투과에 영향을 주는 매질유전률의 분산과 손실특성의 호상관계

서 상 욱

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《인민경제 모든 부문의 생산기술공정과 생산방법, 경영활동을 새로운 과학적도대우에 올려세우기 위한 연구사업도 강화하여야 합니다.》(《김정일선집》 증보판 제11권 138페이지)

전자기파를 리용하는 지면투과탐지는 지하에 있는 여러가지 금속 및 비금속대상물체를 발견하고 그 위치를 확정하기 위하여 리용된다.[1, 2]

이 탐지방법은 유전률이 서로 다른 매질경계에서 전자기파가 반사되는 성질을 리용하는데 일반 전파탐지와는 달리 매질내에서 전자기파가 심하게 감쇠되는 사정을 고려해야 하며 탐지용복사신호가 일정한 특성을 만족하여야 한다. 즉 지면투과탐지에서는 흔히 지속시간이 수ns이하로 매우 짧고 반복주파수는 비교적 긴 5~3 000MHz의 무선임펄스를 리용한다. 이러한 무선임펄스는 그 주파수대역이 비교적 넓으므로 안테나와 수신장치의 통과대역도 그것에 대응하여야 한다. 여기서 중요하게 제기되는 문제는 서로 다른 유전률을 가지는 대상들에서의 전자기파반사특성을 밝히는것이므로 우리는 시간에 따라 조화된 동형태로 변하는 전자기파가 작용할 때 복소유전률을 가지는 유전체특성에 대하여 고찰하기로 한다.

일반적으로 실함수로 표시할수 있는 조화진동을 복소함수로 표시하는것은 본질에 있어서 주어진 실함수에 대응하는 해석함수를 끌어들이는것으로 된다. 여기서 말하는 해석함수는 복소수함수론에서 말하는 미분가능한 함수를 의미하는것이 아니라 어떤 실함수가 주어졌을 때 그 실함수를 실수부로 하고 그것의 공액함수를 허수부로 하는 복소함수를 의미한다. 그러므로 어떤 실함수의 해석함수를 구하자면 그 실함수의 공액함수를 찾아야 하는데 그것은 주어진 실함수의 푸리에변환 및 역변환을 계산하는 방법으로 해결할수 있다.

시간함수 $f(t)$ 의 푸리에변환 및 역변환식은 흔히 다음과 같다.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega t} dt \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

여기서 식 (1)과 (2)의 $F(\omega)$ 는 똑같은 함수라고 볼수 없으며 식 (1)과 (2)의 $f(t)$ 도 서로 똑같은 함수라고 말할수 없다.

사실 이 식들의 원변에 있는 함수들은 $\omega > 0$, $t > 0$ 인 경우에만 의미를 가지며 따라서 $\omega < 0$, $t < 0$ 인 령역에서는 0으로 보아야 한다. 그러나 이 식들의 오른변에 있는 함수 $f(t)$ 와 $F(\omega)$ 는 적분기호의 적분구간을 보고 알수 있는바와 같이 독립변수가 부인 구간

에서도 값을 가져야 한다. 이때 $f(-t)=f(t)$, $F(-\omega)=F(\omega)$ 로 되는 경우에만 정적분을 한 결과 물리적의미가 명백한($\omega>0$, $t>0$) 값을 가지는 함수 $f(t)$ 와 $F(\omega)$ 가 실함수의 형태로 얻어져야 한다.

만일 위의 식들에서 적분구간을 $-\infty$ 로부터 0까지 또는 0으로부터 $+\infty$ 까지로 취한다면 실함수대신에 복소함수가 얻어진다. 이렇게 얻어지는 복소함수가 바로 주어진 원변함수의 해석함수로 된다.

$t>0$ 에서만 값을 가지는 실함수 $f(t)$ 의 해석함수를 $z(t)$ 로 표시하고 $z(t)$ 의 복소공액함수를 $z^*>0$ 으로 표시하면 $f(t)$ 는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 F(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \\ &= \frac{1}{2} [z^*(t) + z(t)] \end{aligned}$$

여기서 복소함수인 $z(t)$ 가 바로 $f(t)$ 의 해석함수이며 따라서 $f(t)$ 의 공액함수는

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{2} [z(t) - z^*(t)]$$

로 된다는것이 명백하다. 왜냐하면 해석함수 $z(t)$ 의 실수부가 $f(t)$ 이고 허수부가 $\hat{f}(t)$ 의 공액함수이기때문이다.

한편 함수 $f(t)$ 의 스펙트르 $F(\omega)$ 에 대하여서도 똑같이 말할수 있다. 즉 $f(t)$ 의 스펙트르를 $F(\omega)$ 로, $F(\omega)$ 의 해석함수를 $z(\omega)$ 로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^0 f(t) e^{-j\omega t} dt + \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \\ &= \frac{1}{2} [z^*(\omega) + z(\omega)] \end{aligned}$$

이 관계를 매질의 유전률 $\varepsilon(t)$ 와 그 스펙트르 $\varepsilon(\omega)$ 에 대하여 적용하기로 하자.

손실이 있는 매질의 유전률은

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + j\varepsilon_2(\omega)$$

와 같이 복소함수로 표시되는데 그것은 곧 실함수인 $\varepsilon_1(\omega)$ 의 해석함수로 보아야 한다.

주파수의 함수로 표시된 유전률 $\varepsilon_1(\omega)$ 는 시간함수로 표시된 유전률 $\varepsilon(t)$ 의 푸리에변환에 의하여 다음과 같이 표시할수 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^0 \varepsilon(t) e^{-j\omega t} dt + \int_0^{\infty} \varepsilon(t) e^{-j\omega t} dt = \\ &= \frac{1}{2} [\hat{\varepsilon}^*(\omega) + \hat{\varepsilon}(\omega)] \end{aligned}$$

여기서 $\varepsilon_1(\omega)$ 는 실제 유전률이고 허수부인 $\varepsilon_2(\omega)$ 는 손실을 특징짓는 량으로서 매질의 전도도와 각주파수에 관계된다.

$$\varepsilon_2(\omega) = \frac{\sigma}{\omega}$$

전자기학에서 취급하는 유전률 ε , 투자률 μ , 전도도 σ 등을 비롯하여 모든 매질상

수들은 본질에 있어서 계의 응답을 표시하는 량이다.

레컨대 유전체에 전기마당이 작용하면 분극현상이 일어나 전기유도 $D = \epsilon E$ 가 생기는데 이것이 바로 E 의 작용으로 인한 응답이다.

그런데 전기유도를 규격화하여 단위전기마당에 대한 응답을 구하면 ϵ 이다. 이것은 유전률 ϵ 이 곧 계의 응답이라는것을 의미한다.

응답 ϵ 의 시간에 따르는 변화 즉 시간함수로서의 유전률을 $\epsilon(t)$ 로 표시하면 작용이 시작되는 시각을 $t=0$ 이라고 할 때 $\epsilon(t)$ 는 $0 < t$ 인 경우에만 0이 아니다. 이것은 인과성의 원리로부터 나오는 결론이다. 즉 작용이 있기 전에 그에 대한 응답은 있을수 없다. 따라서 $\epsilon(t)$ 의 푸리에변환 $\epsilon(\omega)$ 는 복소함수로 되며 그 실수부와 허수부는 서로 공액관계에 있게 된다. 즉

$$\hat{\epsilon}(\omega) = \epsilon_1(\omega) + j\epsilon_2(\omega)$$

에서 $\epsilon_1(\omega)$ 의 공액함수가 바로 $\epsilon_2(\omega)$ 이다.

어떤 함수로부터 그 공액함수를 구하는 변환은 힐베르트변환이다. 즉

$$\epsilon_2(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon_1(\zeta) d\zeta}{\omega - \zeta}$$

및

$$\epsilon_1(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon_2(\zeta) d\zeta}{\omega - \zeta}$$

의 관계가 성립한다.

그러므로 지층매질의 유전률과 손실은 서로 독립적인 량이라고 볼수 없으며 서로 관련된 량이라고 보아야 한다.

지면투과탐지기에서 리용되는 전자기파는 지속시간이 수ns이하인 매우 좁은 초고주파무선임펄스이며 그 스펙트르는 초고주파반송주파수를 중심으로 하는 일정한 구역에 집중되어있다. 따라서 탐지용전자기파는 협대역무선신호 $s(t)$ 로 볼수 있으며 이런 협대역무선신호에 대한 힐베르트변환에 의하여 그 신호의 공액신호 $\hat{s}(t)$ 를 구할수 있고 그로부터 다음과 같은 해석신호 $z(t)$ 를 얻을수 있다.

$$z(t) = s(t) + j\hat{s}(t) = A(t)\cos\omega t + B(t)\sin\omega t + j[A(t)\sin\omega t - B(t)\cos\omega t]$$

여기서 보는바와 같이 어떤 실수신호의 해석신호는 복소평면에서 회전하는 동경벡토르로 표시되며 그 동경의 길이가 신호의 진폭을, 회전각도가 신호의 위상을 표시한다. 그러므로 협대역신호에 대해서는 그 신호뿐만아니라 공액신호도 진폭과 위상이 느리게 변한다는 사실을 직관적으로 판단할수 있다. 무선임펄스에 대한 지층의 유전률과 흡수도 이와 같은 관계에 있게 되며 이것은 지층의 분산과 흡수의 주파수의존성을 효과적으로 연구할수 있게 한다.

맺 는 말

전자기파가 지층을 투과할 때의 반사는 매질의 유전률변화와 많이 관계된다. 지층의 유전률은 복소수로 표시되는데 그 주파수의존성은 실수부인 경우에는 분산관계를 표시하

며 그 허수부는 전자기파의 흡수를 반영한다. 흡수는 매질의 전도도와 주파수의 함수이다.

한편 복소유전률은 유전률의 해석함수로 표시되므로 실수유전률과 허수유전률은 힐베르트변환에 의하여 서로 연관되며 이 관계는 지면투과탐지에서 반사신호를 분석할 때 효과적으로 리용할수 있다.

참 고 문 헌

[1] A. Phillip et al.; IEEE Trans., 10, 1, 2009.

[2] S. Virskaya et al.; Radiotechnical Device for Subsurface Scanning, 10, 178, 2009.

주체107(2018)년 11월 5일 원고접수

Mutual Relationship between the Dispersion and the Loss of Dielectric Constant of Medium Affecting the Ground Penetration of Electromagnetic Wave

So Sang Uk

We analysed the mutual relationship between the phase velocity and the group velocity of electromagnetic wave in underground medium.

The relationship is applied to underground radar tracking the object.

Key words: phase velocity, ground radar