김일성종합대학학보 주체110(2021)년
정보과학 제67권 제1호

유클리드거리에 기초한 새로운 모호부정법

김은하, 곽선일

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《새로운 과학기술분야를 개척하기 위한 사업도 전망성있게 밀고나가야 합니다.》 (《**김정일**선집》 증보판 제11권 138페지)

모호추론의 합성규칙[1], 3항조따름원리[2], 5항조따름원리[3], 류사도에 기초한 모호추론방법[4]들은 추론과정에 정보손실이 산생되여 환원성이 낮아지는 결함이 있다.

론문에서는 선행연구들과는 달리 보상연산과 거리측도[5, 6]에 기초한 새로운 모호부정법을 제안하고 정보손실정리를 정식화하고 증명하였다.

1. 유클리드거리에 의한 모호부정법의 정식화

모호부정법의 추론결과를 평가하는 환원성평가함수를 표에 보여주었다.

표. 모호부정법의 추론결과를 평가하는 환원성평가함수

모호부정법	모호규칙 if y is $\overline{B}$ then x is $\overline{A}$		
	주어진 전제 B^*	추론결과 A^*	환원성평가함수 $RPCF_{\mathrm{FMT}}$
경우 1	$B^*=1-B$	$A^*=1-A$	$\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-(1-a_k)\rvert/r\right)\times 100$
경우 2	$B^*=1-B^2$	$A^*=1-A^2$ 혹은 $=1-A$	$\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-(1-a_k^2)\rvert/r\right)\times 100$ 혹은 $\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-(1-a_k)\rvert/r\right)\times 100$
경우 3	$B^*=1-B^{1/2}$	$A^*=1-A^{1/2}$ 혹은 $=1-A$	$\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-(1-a_k^{1/2})\rvert/r\right)\times 100$ 혹은 $\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-(1-a_k)\rvert/r\right)\times 100$
경우 4	$B^*=B$	$A^*=A$	$\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-a_k\rvert/r\right)\times 100$
경우 5	$B^*=s.t.B$	$A^*=s.t.A$	$\left(1-\sum_{k=1}^{r}\lvert a_{kl}^*-s.t.a_k\rvert/r\right)\times 100$

표에서 a_k는 모호규칙 후건부벡토르의 k번째 원소의 성원도값, a_{kl}^*은 l번째로 주

어진 전제에 대한 추론결과로 얻어진 모호모임벡토르의 k번째 성원도값, r는 모호모임벡토르의 원소개수, $s.t.$ 은《약간 편기된》의 략자이다.

단일입력단일출력(SISO)모호체계에 대하여 제안한 모호부정법 FMT-DM은 다음과 같다.

단계 1 SISO모호체계에서 전건부 $\overline{B}$ 와 주어진 전제 B_l^* 사이의 차벡토르를 계산한다. 즉 $1-b_k$ 와 b_{kl}^* 은 모호모임에서의 성원도값을 나타내는 $\overline{B}$, B_l^* 의 원소이다.

차벡토르

$$\beta_l=[\beta_{1l},\ \beta_{2l},\ \cdots,\ \beta_{kl},\ \cdots,\ \beta_{rl}]$$

의 개별적원소 β_{kl} 을 다음과 같이 계산한다.

$$\beta_{kl}=b_{kl}^*-(1-b_k) \tag{1}$$

단계 2 식 (2), (3)에 따라 부호벡토르를 계산한다.

$$P_{kl}=\mathrm{sign}(\beta_{kl})=\begin{cases}+1, & \beta_{kl}>0\\ 0\ , & \beta_{kl}=0\\ -1, & \beta_{kl}<0\end{cases} \tag{2}$$

$$P_{kl}=\mathrm{sign}(\beta_{kl})=\begin{cases}+1, & \beta_{kl}\ge 0\\ -1, & \beta_{kl}<0\end{cases} \tag{3}$$

단계 3 식 (4)에 의하여 전건부모호모임 $\overline{B}$ 와 주어진 전제 B_l^* 사이의 유클리드거리 $DM(B_l^*, \overline{B})$ 를 계산한다.

$$DM(B_l^*,\ \overline{B})=\left[\sum_{k=1}^{r}[\,b_{kl}^*-(1-b_k)\,]^2/r\right]^{1/2} \tag{4}$$

단계 4 FMT의 준모호추론결과 $\widetilde{A}_l$ 을 식 (5)에 따라 계산한다.

$$\widetilde{A}_l=\begin{cases}1-A+DM(B_l^*,\ \overline{B})\times P_l, & \text{경우 1, 2, 3}\\ A+DM(B_l^*,\ \overline{B})\times P_l, & \text{경우 4}\\ s.t.\ \ A+DM(B_l^*,\ \overline{B})\times P_l, & \text{경우 5}\end{cases} \tag{5}$$

단계 5 준모호추론결과 $\widetilde{A}_l$ 의 최대값과 최소값을 식 (6)에 따라 계산한다.

$$\xi_l=\max_{1\le k\le r}\widetilde{A}_l\,,\ \ \eta_l=\min_{1\le k\le r}\ \widetilde{A}_l \tag{6}$$

단계 6 식 (7)에 의하여 FMT에서의 모호추론결과를 구한다.

$$A_l^*=\begin{cases}\dfrac{\widetilde{A}_l-\eta_l}{\xi_l-\eta_l}, & B_l^*\cap B\ne\phi\\ 0, & B_l^*\cap B=\phi\end{cases} \tag{7}$$

2. 제안한 모호부정법의 정보손실에 대한 해석

정리 1 SISO모호체계에서 거리측도로서 유클리드거리를 리용하면 모호부정법 FMT-DM의 추론결과는 다음과 같다.

$$A^* = \begin{cases} f(\overline{A} + DM(A^*,\ A)), & \text{경우 } 1,2,3 \\ f(A + DM(A^*,\ A)), & \text{경우 } 4 \\ f(s.t.A + DM(A^*,\ A)), & \text{경우 } 5 \end{cases} \tag{8}$$

여기서 f 는 표준화연산자이며 모호추론과정은 선형연산자와 표준화연산자를 적용하므로 정보손실을 가지지 않는다.

증명 선행방법[5]에 의하면 모호부정법에서는 표의 경우 1－5에 대하여 환원성을 론의하므로 여기서도 같은 론리에 따라 제안방법 FMT-DM을 고찰한다.

① 먼저 식 (8)의 경우 1, 2, 3을 고찰하자.

식 (7)에서 보는바와 같이

$$B_l^* \cap \overline{B} = \phi$$

이면 $A^* = 0$ 이다. 그리고

$$B_l^* \cap \overline{B} \ne \phi$$

일 때 FMT-DM의 추론결과는 식 (8)과 같이 계산된다.

모호부정법의 경우 1, 2, 3에 대한 추론결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
A^* &= \bigcup_{l=1}^{s} A_l^* = A_1^* \cup A_2^* \cup \cdots A_l^* \cup \cdots A_s^* = \\
&= (\widetilde{A}_1 - \eta_1)/(\xi_1 - \eta_1) \cup (\widetilde{A}_2 - \eta_2)/(\xi_2 - \eta_2) \cup \cdots \cup \\
&\cup (\widetilde{A}_l - \eta_l)/(\xi_l - \eta_l) \cup \cdots \cup (\widetilde{A}_s - \eta_s)/(\xi_s - \eta_s) = \\
&= (\overline{A}_1 + DM(A_1^*,\ \overline{A}) \times P_1 - \eta_1)/(\xi_1 - \eta_1) \cup (\overline{A}_2 + DM(A_2^*,\ \overline{A}) \times P_2 - \eta_2) \\
&/(\xi_2 - \eta_2) \cup \cdots \cup (\overline{A}_l + DM(A_l^*,\ \overline{A}) \times P_l - \eta_l)/(\xi_l - \eta_l) \cup \cdots \cup \\
&\cup (\overline{A}_s + DM(A_s^*,\ \overline{A}) \times P_s - \eta_s)/(\xi_s - \eta_s) = \\
&= (\overline{A}_1 \cup \overline{A}_2 \cup \cdots \cup \overline{A}_l \cup \cdots \overline{A}_s) + (DM(B_1^*,\ \overline{B}) \times P_1 - \eta_1)/(\xi_1 - \eta_1) \cup \\
&\cup (DM(B_2^*,\ \overline{B}) \times P_2 - \eta_2)/(\xi_2 - \eta_2) \cup \cdots \cup (DM(B_l^*,\ \overline{B}) \times P_l - \eta_l)/(\xi_l - \eta_l) \cup \cdots \cup \\
&\cup (DM(B_s^*,\ \overline{B}) \times P_s - \eta_s)/(\xi_s - \eta_s) = \\
&= \bigcup_{l=1}^{s} \overline{A}_l + \bigcup_{l=1}^{s} (DM(B_l^*,\ \overline{B}) \times P_l - \eta_l)/(\xi_l - \eta_l) = \\
&= \bigcup_{l=1}^{s} \overline{A}_l + \left(\bigcup_{l=1}^{s} f(DM(B_l^*,\ \overline{B})) \right) = \bigcup_{l=1}^{s} \overline{A}_l + f\left(\bigcup_{l=1}^{s} DM(B_l^*,\ \overline{B}) \right) = \\
&= f(\overline{A} + DM(B_l^*,\ \overline{B})) = f(\overline{A} + DM(A^*,\ \overline{A}))
\end{aligned} \tag{9}$$

② 식 (8)에서 경우 4의 증명은 ①의 증명과 류사하므로 생략한다.

③ 경우 5의 증명도 류사하므로 생략한다.

이와 같이 식 (8)에 의하여 얻어진 FMT-DM에서의 모호추론결과 A^* 은 비선형연산자를 쓰지 않고 선형연산자와 표준화연산자를 적용하므로 정보손실을 가지지 않는다는것을 알수 있다.

정보손실은 식 (9)에서 보는바와 같이 준모호추론결과 $\widetilde{A}_l$ 의 최대값과 최소값에 의하

여 담보된다.(증명끝)

정리 2 SISO모호체계에서 추론의 합성규칙[1], 3항조따름원리[2], 5항조따름원리[3], 류사도에 기초한 모호추론방법[4]들은 비선형연산자를 적용하므로 추론과정에 반드시 정보손실을 가져온다.

선행방법[1－4]들에서 환원성이 낮아지는 결함을 피할수 없는 원인은 모호부정법과 모호긍정법이 서로 쌍대라는 공리를 옳바로 적용하지 못한데 있다.

맺 는 말

불확정성을 가진 SISO모호체계에서 근사추론의 새로운 연구방향을 열수 있는 한가지 새로운 원리적인 모호추론방법을 정식화하고 정보손실을 가지지 않는다는것을 론증하였다.

참 고 문 헌

[1] Lotfi A. Zadeh; Information Sciences, 8, 199, 1975.
[2] G. J. Wang; Science in China, 29, 43, 1999.
[3] Bao-Qui Zhou et al.; Information Sciences, 297, 202, 2015.
[4] I. B. Turksen et al.; Fuzzy Sets and Systems, 34, 323, 1990.
[5] Son-Il Kwak et al.; Iranian Journal of Fuzzy Systems, 16, 3, 17, 2019.
[6] Son-Il Kwak et al.; WSEAS Transactions on Computer Research, 8, 73, 2020.

주체109(2020)년 11월 5일 원고접수

A Novel Fuzzy Modus Tollens Based on Euclidian Distance

Kim Un Ha, *Kwak Son Il*

In this paper we have pointed out a novel principal fuzzy reasoning method that can draw up a new study direction of the approximate inference in SISO fuzzy systems with uncertainty and then have proved its theorem of the information loss.

Keywords: fuzzy modus tollens, euclidian distance, fuzzy reasoning