

간접구동 관성가두기핵융합표적의 수값모의를 위한 수학적모형화에 대한 연구

홍 권 룡

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《원자력을 경제건설에 리용하기 위한 사업을 잘하자면 원자력분야의 과학연구사업과 인 재양성사업을 강화하여야 합니다.》(《김정일전집》 제1권 483페이지)

원자력을 경제건설에 적극 리용하여 나라의 긴장한 전력문제를 해결하기 위해서는 원자력에 대한 기초연구를 잘하여야 한다.

관성핵융합발전소에서 리용될 표적의 물리설계를 위한 컴퓨터모의프로그램을 작성하기 위해서는 무엇보다먼저 표적모의를 위한 수학적모형화를 진행하여야 한다.

관성가두기핵융합과정은 구동에너지와 표적물질과의 호상작용, 표적물질의 폭축 및 압축에 대한 류체력학적과정, 표적물질의 이온화과정, 연료물질의 연소과정과 융합생성물의 에네르기침전과 같은 복잡한 물리적현상들이 호상련관속에서 일어나는 종합적인 과정으로서 이에 대한 모의는 수학적모형화가 없이는 실현불가능하며 높은 정확도의 수값풀이기술을 요구한다.

대표적인 관성핵융합모의프로그램으로서는 레이자핵융합을 위한 WAZER, ICF3D, LASNEX, 중이온구동 1차원3온도프로그램인 DEIRA4 등을 들수 있다.[1] 프로그램들마다 목적하는 대상에 따라 각이한 수학적모형화방법들을 받아들이고있으며 그에 따르는 여러가지 수값풀이기술들을 리용하고있다.

최근에 연구가 심화되고있는 간접구동방식의 핵융합모의들은 주로 이전에 개발된 복사류체력학모의프로그램들을 리용하고있으며 전문화된 프로그램이 없이 여러 프로그램들로 부분적인 특성들을 평가하여 종합하는 방법으로 모의를 진행하고있다. 이로부터 논문에서는 전문화된 간접구동 관성핵융합모의프로그램의 개발을 목적으로 이를 위한 수학적모형화를 제기하였다.

간접구동방식에서는 호플람안에서 반사되는 X선에 의해 관성핵융합반응이 구동된다. 따라서 레이자에 의한 직접구동에서와는 달리 코로나층에서 레이자의 공명흡수에 의한 과열전자들의 발생과 강한 자기마당의 형성과 같은 현상이 나타나지 않는것으로 하여 모의에서 레이자복사의 흡수와 에네르기산일 그리고 전자기적과정들이 고려되지 않아도 된다.

또한 직접구동방식에서는 레일레이-레일러불안정성과 같은 류체력학적불안정성들이 기본문제의 하나로 제기되지만 간접구동방식에서는 복사선의 평형도달시간이 매우 빠른것으로 하여 대칭성이 높고 따라서 류체력학적불안정성문제가 큰 문제로 나서는 않는다. 표적이 에네르기를 넘겨받은 후 진행되는 폭축, 압축, 연소, 핵반응, 생성물들의 에네르기침전 등과 같은 내적과정들은 모두 직접구동방식과 같다.

논문에서는 다음의 가정들을 받아들여 간접구동 핵융합과정을 모형화하였다.

- 플라즈마는 완전이온화되어 이온, 전자, 포톤으로만 이루어졌으며 이 세 성분의 온도는 서로 구별된다.

- 전하분리가 없는 크기(데바이길이보다 큰 거리)척도에서 플라즈마를 대상한다. 이때 이온과 전자는 유착되어 운동하며 따라서 이온과 전자의 속도는 같다.

- 복사마당은 이온, 전자계와 열력학적평형에 있으며 따라서 유효온도 T_e 를 받아들여 특징짓는다.

- 전자계, 이온계, 복사마당사이의 호상작용은 온도차에 비례한다. 즉 1차항까지만 고려한다.

- 핵융합반응결과에 발생하는 대전된 빠른 융합생성물들의 에네르기침전은 에네르기 확산방정식을 풀어서 고려한다. 확산방정식으로 풀리지 않는 대전된 느린 융합생성물들인 ^3He 과 T의 에네르기침전은 국부적인 열원천을 포함하는 방식으로, 두가지 종류의 빠른 중성자들에 의한 비국부적인 가열에 대해서는 1차산란근사와 균일가열근사의 두가지 방식으로 고려한다. 우리의 모형에서 열핵중성자들에 의한 가열은 중심연료구에 대해서만 평가한다.

- 상대적으로 많은 D, T, ^3He 과 ^6Li 등의 립자수밀도에 대해서는 핵연료연소방정식을 풀어서 결정한다.

이상의 가정으로부터 류체력학적과정에 대하여 1류체3온도모형을 받아들일수 있다는 것을 알수 있다.

핵융합연료를 제외하고는 모든 물질들은 원자번호가 Z , 원자질량이 A 인 한가지 원소로 된 원자들로 구성된다고 가정한다.

핵융합연료(DT)를 포함하는 표적에서는 다음의 핵반응들이 일어날수 있다.



핵반응이 일어나는 매질을 서술할 때 그것이 동일한 《분자》들로 구성되어있고 매 《분자》는 핵종이 k 인 원자(핵)가 X_k 의 농도로 이루어졌다고 보는것이 편리하다. 매 연료물질에서 이런 가상적인 《분자》들의 전체수는 임의로 될수 있으며 그 값은 농도 X_k 의 초기규격화에 의해 정의된다. 후에 한 핵종이 다른 핵종으로 변환되면 매 세포에서 《분자》의 수는 일정하고 다만 X_k 가 변한다.

다음과 같이 정의되는 《분자》질량 A_{mol} 을 도입하는것이 편리하다.

$$A_{\text{mol}} = \sum_k X_k A_k$$

이 량은 핵반응과정에 조금 변하지만 우리는

$$A_{\text{mol}} = \sum_k X_{k0} A_k = \text{일정}$$

이라고 가정한다. 여기서 X_{k0} 은 요소농도의 초기값이다. A_{mol} 외에 다음과 같이 정의되는 량들을 받아들이자.

$$X_{\text{mol}} = \sum_k X_{k0}, Z_{\text{mol}} = \sum_k X_{k0} Z_k, \bar{A} = \frac{A_{\text{mol}}}{X_{\text{mol}}}$$

$$\overline{Z^2}_{\text{mol}} = \sum_k X_{k0} Z_k^2, \quad S_{\text{mol}} = \sum_k X_{k0} A_k^{-1/2} Z_k^{-2}$$

이것은 서로 다른 원소들의 혼합물로 구성된 연료층에서 완전히 이온화된 플라즈마의 수송 및 완화결수들을 평가할 때 리용된다. 그렇지만 X_{mol} , A_{mol} , Z_{mol} 등을 모두 상수로 가정하였으므로 핵반응으로 인한 핵구성에서의 변화가 수송결수나 완화결수의 값에 주는 영향은 무시한다. 연료를 포함하지 않는 층들에서는 $X_{\text{mol}}=1$, $A_{\text{mol}}=\bar{A}=A$, $Z_{\text{mol}}=Z$, $\overline{Z^2}_{\text{mol}}=Z^2$, $S_{\text{mol}}=A^{-1/2}Z^{-2}$ 으로 가정한다. 다음 단위체적당 k 핵종의 수 n_k , 자유전자의 수 n_e 그리고 전체 핵의 수 n_n 에 대한 일반적인 표현식은 다음과 같다.

$$n_k = \frac{\rho X_k}{m_A A_{\text{mol}}}, \quad n_e = \frac{\rho Z_{\text{mol}}}{m_A A_{\text{mol}}} \left(\frac{y}{Z} \right), \quad n_n = \frac{\rho}{m_A \bar{A}}$$

여기서 m_A 는 원자질량단위, y 는 평균이온화도(원자당 자유전자의 평균수)이다.

여러가지 물질들로 구성된 핵융합표적에서의 류체력학적과정에 대한 모의에서는 라그랑주자리표를 받아들이는것이 편리하다. 또한 수값풀이를 위해서는 미분형식보다 적분형식의 방정식을 얻는것이 유익하다.

간접구동 관성핵융합에 대하여 라그랑주적분형식에서 1류체3온도모형에 의한 류체력학방정식은 다음과 같이 구성할수 있다.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} dV = \oint_{\partial V(t)} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \mathbf{u} dV = - \int_{V(t)} (\nabla p) dV + \int_{V(t)} \mathbf{F}^a dV \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \varepsilon_i dV = & - \int_{V(t)} \rho p_i \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV - \int_{V(t)} \rho \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} \right)^a dV + \\ & + \oint_{\partial V(t)} \kappa_i \nabla T_i \cdot d\mathbf{S} - \int_{V(t)} \rho A_{ie} (T_i - T_e) dV + \int_{V(t)} \rho Q_i dV \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \varepsilon_e dV = & - \int_{V(t)} \rho p_e \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV + \oint_{\partial V(t)} \kappa_e \nabla T_e \cdot d\mathbf{S} + \\ & + \int_{V(t)} \rho A_{ie} (T_i - T_e) dV - \int_{V(t)} \rho A_{er} (T_e - T_r) dV + \int_{V(t)} \rho Q_e dV \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \varepsilon_r dV = - \int_{V(t)} \rho p_r \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV + \oint_{\partial V(t)} \kappa_r \nabla T_r \cdot d\mathbf{S} + \int_{V(t)} \rho A_{er} (T_e - T_r) dV \quad (6)$$

식 (1)은 기하방정식, (2)는 질량보존방정식, (3)은 운동량보존방정식이며 (4)–(6)은 에너지형식으로 표시한 3온도방정식이다. 방정식계 (1)–(6)에 물질의 상태방정식이 결합되어야 방정식계가 닫기게 된다.

식 (1)–(6)에서 아래첨자 i, e, r 는 각각 이온, 전자, 복사를 의미한다. $\kappa_i, \kappa_e, \kappa_r$ 는 전자와 이온, 복사의 열전도도, A_{ei}, A_{er} 는 전자와 이온, 전자와 복사사이의 온도완화결수이

며 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_e$ 는 이온 또는 전자의 속도, $\rho = m_i n_i + m_e n_e = (m_i + Z m_e) n_i \approx m_i n_i$ 는 물질의 밀도, p_i, p_e, p_r 는 각각 이온, 전자, 복사의 압력, $\varepsilon_i, \varepsilon_e, \varepsilon_r$ 는 각각 이온, 전자, 복사의 비내부 에네르기이다. 또한 \mathbf{F}^a 는 인공점성힘, $(\partial \varepsilon / \partial t)^a$ 는 인공점성에 의해 산일되는 에네르기, $p = p_i + p_e + p_r + \frac{2}{3}(E_\alpha + E_{p3} + E_{p14})$ 이다. 그리고

$$Q_i = \chi_{i\alpha} E_\alpha + \chi_{ip3} E_{p3} + \chi_{ip14} E_{p14} + Q_{icl} + Q_{in}$$

$$Q_e = \chi_{e\alpha} E_\alpha + \chi_{ep3} E_{p3} + \chi_{ep14} E_{p14} + Q_{ecl} + Q_{en} + Q_{dr}$$

이다. 여기서 χ_{ix}, χ_{ex} ($x = \alpha, p3, p14$) 들은 대전된 빠른 융합생성물들의 에네르기완화결수이고 $E_\alpha, E_{p3}, E_{p14}$ 는 α 입자, 3MeV, 14MeV 양성자들의 에네르기밀도이며 Q_{ecl} 과 Q_{icl} 은 자기의 에네르기를 국부적으로 침전하는 대전된 느린 융합생성물들에 의한 전자와 이온들의 비가열속도, Q_{en} 과 Q_{in} 은 열핵중성자들에 의한 해당한 가열속도, Q_{dr} 는 구동기에 의한 비침전 에네르기이다.

평형확산근사에서 복사에네르기밀도는 다음과 같이 표시된다.

$$\varepsilon_r = \frac{a_{SB}}{\rho} T_r^4$$

여기서 $a_{SB} = \frac{4\sigma_{SB}}{c}$, σ_{SB} 는 슈테판-볼츠만상수, c 는 빛속도이다.

다음으로 빠른 융합생성물들의 에네르기확산방정식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} E_\alpha dV + \frac{2}{3} \int_{V(t)} \rho E_\alpha \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV + \int_{V(t)} \rho \chi_\alpha E_\alpha dV = \oint_{\partial V(t)} d_\alpha \nabla E_\alpha \cdot d\mathbf{S} + \int_{V(t)} \rho Q_\alpha dV \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} E_{p3} dV + \frac{2}{3} \int_{V(t)} \rho E_{p3} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV + \int_{V(t)} \rho \chi_{p3} E_{p3} dV = \oint_{\partial V(t)} d_{p3} \nabla E_{p3} \cdot d\mathbf{S} + \int_{V(t)} \rho Q_{p3} dV \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} E_{p14} dV + \frac{2}{3} \int_{V(t)} \rho E_{p14} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV + \int_{V(t)} \rho \chi_{p14} E_{p14} dV = \oint_{\partial V(t)} d_{p14} \nabla E_{p14} \cdot d\mathbf{S} + \int_{V(t)} \rho Q_{p14} dV \quad (9)$$

핵연료연소방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dX_D}{dt} = \frac{\rho}{A_{mol}} (-X_D X_T q_{DT} - 2X_D^2 q_{DD} - X_D X_{He} q_{DHe}) \quad (10)$$

$$\frac{dX_T}{dt} = \frac{\rho}{A_{mol}} \left(-X_D X_T q_{DT} + \frac{1}{2} X_D^2 q_{DD} \right) \quad (11)$$

$$\frac{dX_{He}}{dt} = \frac{\rho}{A_{mol}} \left(-X_D X_{He} q_{DHe} + \frac{1}{2} X_D^2 q_{DD} \right) \quad (12)$$

여기서 q 는 핵융합반응속도이다.

방정식계 (1)-(12)는 서로 호상관련되어있으므로 관성가두기핵융합과정에 대한 모의에서는 이 방정식들을 런립하여 풀어야 한다.

방정식계에 들어있는 운동학적결수들인 비열, 열전도도, 에네르기교환결수들과 인공점성에 대한 자료로는 선행연구자료[2, 3]들을 리용한다.

맺 는 말

간접구동방식의 관성가두기핵융합을 위한 표적의 류체력학적압축 및 핵반응과정, 융합 생성물들의 에네르기침전과정을 종합적으로 서술하는 모형방정식계를 구성하였다.

참 고 문 헌

- [1] A. I. Shestakov et al.; Comput. Methods Appl. Mech. Eng., **187**, 181, 2000.
- [2] E. J. Caramana et al.; J. Comp. Phys., **144**, 70, 1998.
- [3] B. Xu et al.; Phys. Rev., E **84**, 6408, 2011.

주체106(2017)년 5월 5일 원고접수

Research on the Mathematical Modeling for the Numerical Simulation of Indirect-Driven ICF targets

Hong Kwon Ryong

We suggested the simultaneous equations that described the ablation and compression, nuclear fusion and the energy deposition of fast fusion products on the ICF targets in the indirect-driven mode using hohlraum.

Key words: indirect-driven, ICF, fusion target, mathematical modeling, hydrodynamics equations