김일성종합대학학보 (수학)
주체107(2018)년 제64권 제1호

면내짐을 받는 보강판의 최소림계짐최대화설계에서 보강재치수결정에 대한 연구

리철수, 김혁남

선행연구[1]에서는 트라스구조에 대하여 국부안정성상실제한을 고려한 트라스의 최량구조정수결정문제가 최량화규준법에 의하여 연구되였으며 선행연구[2]에서는 선체구조에서 보강판의 림계짐제한밑에서 최량화문제가 유전알고리듬에 의하여 연구되였다.

론문에서는 면내짐을 받는 보강판에 대하여 체적제한밑에서 최소림계짐을 최대화하기 위한 최량화규준을 결정하고 보강재치수결정문제를 연구하였다.

1. 보강판의 최소림계짐최대화설계를 위한 최량화규준

보강판이 면내누르는 짐의 작용을 받는다고 하자.(그림 1)

유한요소로 분할된 구조에 대하여 최종설계변수인 자름면치수가 요소체적 V_j 에 의하여 일의적으로 결정된다고 하자. 구조물의 전체 체적이 주어질 때 판의 크기와 두께는 보존하면서 보강재의 치수(자름면적)를 변화시켜 최소림계짐 σ_x 를 최대로 되게 하는 설계문제는 다음과 같이 정식화된다.

목적함수

$$\sigma_x(V_j) \Rightarrow \max \qquad (1)$$

체적제한

$$V = \sum_{j\in I_1} V_j + \sum_{j\in I_2} V_j \le V_{10} + V_{20} \qquad (2)$$

상태방정식제한

$$([K] - \sigma_x[K_G])\{\boldsymbol{w}\} = \{\boldsymbol{0}\} \qquad (3)$$

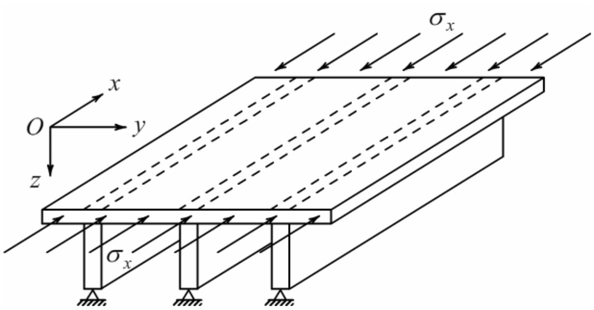

그림 1. 보강재를 가진 판

여기서 I_1 과 I_2 는 각각 판과 보강재를 유한요소로 분할한 요소번호모임이며 V_{10} 은 판의 체적 $\left(V_{10} = \sum_{j\in I_1} V_j\right)$, V_{20} 은 보강재의 체적 $\left(V_{20} = \sum_{j\in I_2} V_j\right)$, $[K]$, $[K_G]$ 는 각각 구조전체의 억세기행렬과 기하학적억세기행렬이고 $\{\boldsymbol{w}\}$ 는 마디점변위벡토르이다.

체적에 대한 부등식제한은 기교변수 S 를 도입하면 다음과 같이 표시된다.

$$\sum_{j\in I_2} V_j - V_{20} + S^2 = 0$$

라그랑쥬함수

$$L=\sigma_x(V_j)+\lambda\left(\sum_{j\in I_2}V_j-V_{20}+S^2\right) \tag{4}$$

을 도입하면 문제 (1)−(3)에서 $V_j\in x$ 이면서 최량인 V_j 를 찾는 문제는 조건

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial L}{\partial V_i}=0 \quad (i\in I_2)\\ &\frac{\partial L}{\partial S}=0\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

을 만족시키는 $V_i(i\in I_2)$ 와 S 를 찾는 문제로 된다.

상태방정식제한 (3)으로부터 최소림계짐에 대한 $V_i(i\in I_2)$ 의 감도를 구하면

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial V_i}=\frac{\{w\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[K]}{\partial V_i}-\sigma_x\frac{\partial[K_G]}{\partial V_i}\right)\{w\}}{\{w\}^{\mathrm{T}}[K_G]\{w\}} \quad (i\in I_2) \tag{6}$$

이고 따라서

$$\frac{\{w\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[K]}{\partial V_i}-\sigma_x\frac{\partial[K_G]}{\partial V_i}\right)\{w\}}{\{w\}^{\mathrm{T}}[K_G]\{w\}}+\lambda\frac{\partial\sum_{i\in I_2}V_i}{\partial V_i} \quad (i\in I_2) \tag{7}$$

가 얻어진다. 여기서

$$\begin{aligned}&\{w\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[K]}{\partial V_i}V\right)\{w\}=2U_{2i}\\ &\{w\}^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial[K_G]}{\partial V_i}V_i\right)\{w\}=2U_{2Gi} \quad (i\in I_2)\\ &\frac{\partial\sum V_j}{\partial V_i}=1\end{aligned}$$

이라는것을 고려하면

$$\frac{2U_{2i}-2\sigma_x U_{2Gi}}{2U_{2G}}+\lambda V_i=0 \quad (i\in I_2) \tag{8}$$

이다. $i\in I_2$ 인 모든 i 에 대하여 식 (8)의 총합이

$$\sum U_{2i}=U_2,\quad \sum U_{2Gi}=U_{2G}$$

라는것을 고려하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\frac{U_{2i}-\sigma_x U_{2Gi}}{V_i}=\frac{U_2-\sigma_x U_{2G}}{\sum_{i\in I_2}V_i} \quad (i\in I_2) \tag{9}$$

한편 식 $\partial L/\partial S=0$ 을 고려하면 $S=0$ 즉 $\sum_{i\in I_2}V_i=V_{20}$ 이므로 식 (9)로부터

$$\frac{U_{2i}-\sigma_x U_{2Gi}}{V_i}=\frac{U_2-\sigma_x U_{2G}}{V_{20}} \quad (i\in I_2) \tag{10}$$

라는 최량화규준을 얻게 된다. 결국 구조물에서 부분적인 구조의 치수를 변화시켜 최소림계짐을 최대화하는 설계문제는 치수를 변경시키려는 구조물의 부분에 대하여 전에네르기밀도를 균등화하는 방법으로 최량치수를 얻을수 있다는것을 알수 있다.

식 (10)으로부터 다음과 같은 단순반복도식이 얻어진다.

$$V_i^{(k+1)} = \frac{U_{2i}^{(k)} - \sigma_x^{(k)} U_{2Gi}^{(k)}}{U_2^{(k)} - \sigma_x^{(k)} U_{2G}^{(k)}} V_{20} \quad (i \in I_2) \tag{11}$$

최소림계짐최대화문제에서 최량치수를 얻는 최량화알고리듬은 다음과 같다.

걸음 1 $i \in I_2$에 대응하는 V_i에 대하여 초기값 $V_i^{(0)}$을 주면 $i \in I_1$에 속하는 V_i는 주어진 값을 그대로 유지하므로 모든 V_i가 알려진것으로 된다. 따라서 방정식

$$([K^{(0)}] - \sigma_x [K_G^{(0)}])\{w\} = \{0\}$$

을 풀어 $\sigma_x^{(0)}$, $\{w^{(0)}\}$을 구한다.

걸음 2 $\sigma_x^{(0)}$, $\{w^{(0)}\}$을 리용하여 $i \in I_2$에 대하여

$$U_{2i}^{(0)} = \{w^{(0)}\}^{\mathrm{T}} [K_i^{(0)}] \{w^{(0)}\}, \quad U_{2Gi}^{(0)} = \{w^{(0)}\}^{\mathrm{T}} [K_{Gi}^{(0)}] \{w^{(0)}\}$$

을 구하고 식 (11)로부터 $V_i^{(1)}$을 구한다.

걸음 3 $V_i^{(1)}$을 $V_i^{(0)}$으로 하여 걸음 1부터 반복한다. 수렴성조건

$$|\sigma_x^{(k+1)} - \sigma_x^{(k)}| \le \varepsilon \quad (k = 1,\ 2,\ \cdots)$$

이 만족될 때 $V_i^{(k+1)}$이 구하려는 최량풀이로 된다.

2. 계 산 실 례

최량화알고리듬에 기초하여 보강판의 최소림계짐최대화설계를 진행하였다.(그림 2의 ㄱ))

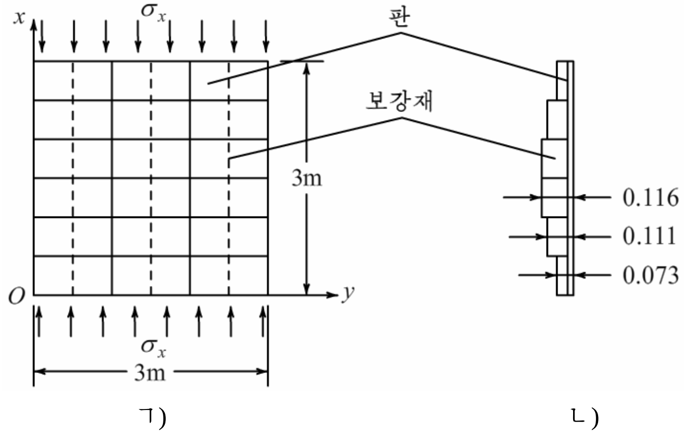

그림 2. 보강판의 계산모형과 보강재의 최량높이
ㄱ) 보강판의 계산모형, ㄴ) 보강재의 최량높이

판과 보강재의 재료특성은 $E = 210\mathrm{GPa}$, $\nu = 0.3$이며 판두께는 $h = 0.006\mathrm{m}$이다.

보강재는 등간격으로 y축방향으로 6대 설치하였으며 그것의 초기규격은 너비 $0.01\mathrm{m}$, 높

이 0.1m 인 직4각형자름면보이다. 이때 판의 체적은 $V_{10} = 0.054\text{m}^3$ 이며 보강재의 체적은 $V_{20} = 0.009\,\text{m}^3$ 이다. 판의 네면은 모두 접철지지되였으며 x축방향으로 균등분포누름짐 σ_x 가 작용한다. 판을 보강재접합선을 포함하여 6×6 의 구역으로 나누어 36개의 판요소와 18개의 보요소를 리용하였다. 초기상태에 대응하는 최소림계짐은 $\sigma_x = 100.26\text{MPa}$ 이다.

보강재의 치수(높이)를 변화시키면서 최소림계짐을 최대화한 결과 최량화반복계산은 8회에로 수렴하였으며 $\sigma_{x\max} = 118.49\text{MPa}$ 이 얻어졌다. 이때 보강재의 최량높이는 그림 2의 ㄴ)와 같다.

맺 는 말

론문에서는 면내짐을 받는 보강판에 대하여 주어진 체적을 유지하면서 최소림계짐을 최대화하기 위한 최량화규준을 유도하고 최량화알고리듬을 제기하였으며 한가지 수값실례를 통하여 적은 반복계산에서도 최량풀이가 얻어진다는것을 확증하였다.

참 고 문 헌

[1] 리철수 등; 기계공학, 2, 16, 주체102(2013).
[2] 上寺哲也; 日本造船海洋工学会論文集, 14, 1, 2011.

주체106(2017)년 8월 10일 원고접수

A Study on the Determination of Sizes of Reinforcement Members in the Design for Maximization of Minimum Critical Load of Reinforced Plate Subject to In-Plane Load

Ri Chol Su, Kim Hyok Nam

In this paper we have derived the optimal criterion for determination sizes of the reinforcement members in the design for maximization of minimum critical load of reinforced plate subject to in-plane load and presented an optimization algorithm. And we have verified validity of the proposed method through an example.

Key words: reinforcement members, critical load