김일성종합대학학보 (자연과학) 주체106(2017)년 제63권 제7호
JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE) Vol. 63 No. 7 JUCHE106(2017).

서로 다른 기준계우에서 투영자리표의 변환방법

정 경 석

경애하는 최고령도자 **김정은**동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《과학연구부문에서는 나라의 경제발전과 인민생활향상에서 전망적으로 풀어야 할 문제들과 현실에서 제기되는 과학기술적문제들을 풀고 첨단을 돌파하여 지식경제건설의 지름길을 열어놓아야 합니다.》

우리 나라에서 지도작성에 리용되고있는 측지학적기준계와 투영법으로서는 크라쏩스끼타원체와 그것에 기초한 가우스－크루겔투영법이다. 한편 GPS의 전자지도에서 리용되는 기준계와 투영법은 WGS－84타원체와 UTM투영법이다.

선행연구[1]에서는 하나의 같은 기준계우에서 두 투영들사이의 자리표전환방법에 대하여 많이 론의되였다. 그러나 서로 다른 기준계에 토대한 두 투영들사이의 자리표전환방법에 대해서는 매우 적게 론의되였다. 한편 GPS가 인민경제 여러 부문에서 광범히 리용되고있는 현실조건으로부터 가우스－크루겔투영과 UTM투영사이의 2차원투영자리표들을 서로 변환하는 방법을 밝히는것이 중요한 문제로 나서고있다.

론문에서는 가우스－크루겔투영과 UTM투영사이의 자리표변환을 위한 관계식 및 우리나라 령역에서 투영자리표들사이의 호상전환에 대하여 서술하였다.

1. 자리표변환관계식

가우스－크루겔투영과 UTM투영사이의 호상전환을 실현하자면 우선 서로 다른 기준계우에서 공통점들의 측지자리표를 두 투영자리표들로 각각 넘겨야 하며 다음 측지기준계들사이의 2차원자리표호상전환을 실현하기 위한 전환파라메터를 결정하여야 한다. 그리고 같은 기준계우에서 두 투영사이의 자리표전환을 실현하여야 한다.

먼저 측지자리표로부터 평면직각자리표계에로의 가우스－크루겔투영의 계산공식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x = X^0 + \dfrac{1}{2}Nt\cos^2 Bl^2 + \dfrac{1}{24}Nt(5-t^2+9\eta^2+4\eta^4)\cos^4 Bl^4 + \\ \quad + \dfrac{1}{720}Nt(61-58t^2+t^4+270\eta^2-330\eta^2t^2)\cos^6 Bl^6 \\ y = N\cos Bl + \dfrac{1}{6}N(1-t^2+\eta^2)\cos^3 Bl^3 + \dfrac{1}{120}N(5-18t^2+t^4+14\eta^2-58\eta^2t^2)\cos^5 Bl^5 \end{cases}$$

$$X^0 = 6\,367\,558.496\,9B - \sin B\cos B[32\,005.780\,1 + (133.921\,3 + 0.703\,2\sin^2 B)\sin^2 B]$$

여기서 B는 투영점의 측지위도, l은 투영점의 측지경도 L과 축자오선의 측지경도 L_0사이의 차, N은 투영점의 제1법자름면의 곡률반경, $t=\tan B$, $\eta = e'\cos B$, e'는 타원체의 제2리심

률이다.

다음 측지자리표로부터 UTM투영자리표에로 전환하는 공식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} X = k_0 R_M [A + (1 - T + C)A^3/6 + (5 - 18T + T^2 + 72C - 58e'^2)A^5/120] \\ Y = k_0 [M - M_0 + R_N \tan\varphi (A^2/2 + (5 - T + 9C + 4C^2)A^4/24 + \\ \quad + (61 - 58T + T^2 + 600C - 330e'^2)A^6/720)] \end{cases}$$

여기서 M은 적도로부터 중심자오선을 따라 위도가 φ인 고찰하는 점까지의 거리, k_0은 UTM투영령역에서 중심자오선에서의 축척요소값인데 0.999 6이며 φ_0은 평면직각자리표계의 원점에서의 위도이다. M_0은 φ_0에서의 거리인데 0이다. 그리고 $T=\tan^2\varphi$, $C=e'^2\cos^2\varphi$, $A=(\lambda-\lambda_0)$, λ_0은 중심자오선의 경도, R_M, R_N은 자오선곡률반경, 평행권곡률반경이다.

$$M = a\left[\left(1 - \frac{e^2}{4} - 3\frac{e^4}{64} - 5\frac{e^6}{256} - \cdots\right)\varphi - \left(3\frac{e^2}{8} + 3\frac{e^4}{32} + 45\frac{e^6}{1\ 024} + \cdots\right)\sin 2\varphi + \right.$$
$$\left. + \left(15\frac{e^4}{256} + 45\frac{e^6}{1\ 024} + \cdots\right)\sin 4\varphi - \left(35\frac{e^6}{3\ 072} + \cdots\right)\sin 6\varphi + \cdots\right]$$

$$R_M = a\frac{1-e^2}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)^3}}, \quad R_N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

UTM투영구역에서의 축척요소값은 다음 식으로 구한다.

$$k = k_0[1 + (1+C)A^2/2 + (5 - 4T + 42C + 13C^2 - 28e'^2)A^4/24 + (61 - 148T + 16T^2)A^6/720]$$

또는

$$k = k_0[1 + (1 + e'^2\cos^2\varphi)X^2/(2k_0^2R_N^2)]$$

또한 서로 다른 기준계에서 두 투영자리표들사이의 호상전환을 실현하기 위한 2차원 자리표전환파라메터는 다음과 같이 결정한다.

두 투영법이 정각조건을 보장하는 정각투영법이지만 큰 적용범위에서는 임의의 점에서 외곡이 생기므로 그 외곡량을 점축척요소로 나타낼수 있다. 그러므로 상사전환모형을 구성하면 다음의 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} X_\mathrm{T} &= X_\mathrm{TO} + X_\mathrm{S}kM_X\cos\theta + Y_\mathrm{S}kM_Y\sin\theta \\ Y_\mathrm{T} &= Y_\mathrm{TO} - X_\mathrm{S}kM_X\sin\theta + Y_\mathrm{S}kM_Y\cos\theta \end{aligned} \qquad (*)$$

여기서 X_TO, Y_TO는 목적자리표계에서 표현된 출발자리표계의 원점의 자리표, X_T, Y_T는 목적자리표계에서의 자리표, X_S, Y_S는 출발자리표계에서의 자리표, M_X, M_Y는 두 자리표축들에서의 길이변화량, k는 선정된 기준점에서의 목적자리표계에 대한 점축척요소, θ는 출발자리표계와 목적자리표계축사이의 회전각이다.

이것을 행렬형식으로 표현하면 $V_\mathrm{T} = V_\mathrm{TO} + R_1kS_1V_\mathrm{S}$이다.

여기서 $V_\mathrm{T} = \begin{bmatrix} X_\mathrm{T} \\ Y_\mathrm{T} \end{bmatrix}$, $V_\mathrm{TO} = \begin{bmatrix} X_\mathrm{TO} \\ Y_\mathrm{TO} \end{bmatrix}$, $V_\mathrm{S} = \begin{bmatrix} X_\mathrm{S} \\ Y_\mathrm{S} \end{bmatrix}$, $R_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, $S_1 = \begin{bmatrix} M_X & 0 \\ 0 & M_Y \end{bmatrix}$이다.

미지의 전환파라메터들을 포함하고있는 보조변수들을 도입하고 필요한 개수의 공통점들로 행렬방정식을 구성한 다음 최소두제곱법으로 푼다.

전환파라메터를 리용하여 가우스－크루겔투영자리표로부터 UTM투영자리표로 전환한

다음 UTM자리표로부터 측지자리표에로 전환하는데 그 거꿀전환공식은 다음과 같다.

$$M = M_0 + Y / k_0$$

$$\mu = M / [a(1 - e^2/4 - 3e^4/64 - 5e^6/256 - \cdots)]$$

$$e_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}}$$

$$\varphi_1 = \mu + (3e_1/2 - 27e_1^3/32 + \cdots)\sin(2\mu) + (21e_1^2/16 - 55e_1^4/32 + \cdots)\sin(4\mu) + \\ + (151e_1^3/96 + \cdots)\sin(6\mu) + (1\ 097e_1^4/512 - \cdots)\sin(8\mu) + \cdots$$

$$D = \frac{X}{R_{N_1} k_0}$$

결과적으로

$$\varphi = \varphi_1 - (R_{N_1}\tan\varphi_1 / R_1)[D^2/2 - (5 + 3T_1 + 10C_1 - 4C_1^2 - 9e'^2)D^4/24 + \\ + (61 + 90T_1 + 298C_1 + 45T_1^2 - 252e'^2 - 3C_1^2)D^6/720]$$

$$\lambda = \lambda_0 + [D - (1 + 2T_1 + C_1)D^3/6 + (5 - 2C_1 + 28T_1 - 3C_1^2 + 8e'^2 + 24T_1^2)D^5/120] / \cos\varphi_1.$$

2. 자리표전환결과의 검증

서로 다른 기준계에 토대하고있는 가우스－크루겔투영과 UTM투영사이의 자리표전환결과를 검증하기 위하여 28개의 공통점에 대한 투영자리표자료를 리용하였으며 그중 2개는 검사점으로 리용하였다.

두 기준계들사이의 아핀변환에 의한 전환공식은 우에서와 같이 식 (*)을 리용하였다.

다음 두 투영들사이의 자리표전환을 실현하고 검사점과 비교한 결과는 표와 같다.

표. 가우스－크루겔투영과 UTM투영사이의 2차원자리표전환결과

No.	검사점자리표/m	변환된 자리표/m	자리표차이/m
1	2 997 695.0	2 997 693.867 124 9	1.132 875 1
	3 947 925.0	3 947 927.324 318	−2.324 318
2	2 997 686.0	2 997 681.156 777	4.843 223
	3 947 799.0	3 947 795.823 419	3.176 581

표에서 보는바와 같이 전환결과 최대편차는 위도방향에서 5m이고 경도방향에서 3m로서 우리 나라 령역에서 두 투영자리표들사이의 전환을 우와 같은 방법으로 진행하면 요구되는 정확도를 원만히 보장할수 있다고 본다.

맺 는 말

우리는 서로 다른 측지기준계들에 토대하고있는 가우스－크루겔투영과 UTM투영사이의 자리표변환방법을 밝히고 우리 나라 령역에서 요구되는 정확도를 보장할수 있다는것을 검증하였다.

참 고 문 헌

[1] E. Grafarend; Strip Transformation of Conformal Coordnates of Type Gauss-Kruiger and UTM, University of Stuttgart, 215～344, 2012.

주체106(2017)년 3월 5일 원고접수

Transformation Method of Projection Coordinates on Differential Frames

Jong Kyong Sok

We described the coordinate transformation method between Gauss-Kruger projection and UTM projection based on differential geodetic frames and illustrated that it was able to get the accuracy sufficiently in our country.

Key words: frame, coordinate, map projection