섬유강화복합판의 유효면내탄성특성량결정

송성관, 장경임

선행연구[1]에서는 대칭다층복합판의 유효면내탄성특성량을 론의하였지만 비대칭다층복합판에 대해서는 해석하지 못하였다.

선행연구[2, 3]에서는 속이 찬 대칭다층복합판의 유효특성량을 론의하였으나 속이 빈 다층복합판의 유효특성량을 해석하지 못하였다.

론문에서는 보다 일반적인 경우로서 비대칭다층복합판의 유효면내탄성상수를 구하는 한가지 방법에 대하여 론의하였다.

1. 속이 찬 비대칭다층복합판의 유효면내탄성특성량

그림 1과 같이 서로 직교하는 섬유강화비대칭다층복합판을 그림 2와 같은 모형으로 바꿀수 있다.

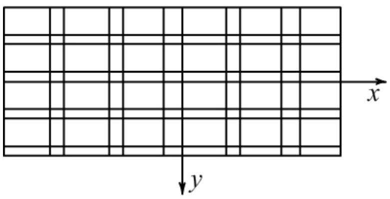

그림 1. 섬유강화비대칭다층복합판

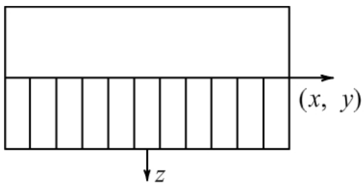

그림 2. 모형화된 비대칭다층복합판

1) 유효면내탄성상수 E_x^*

면내힘 N_x가 작용하는 경우를 고찰하자.

이때 비대칭직교판에서 상태방정식은

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 & 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ B_{11} & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 & D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \tag{1}$$

여기서 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}는 각각 당김억세기, 결합억세기, 구부림억세기이고 ε_x^0, ε_y^0, γ_{xy}^0은 각각 중간면에 있는 점의 면내변형이며 k_x, k_y, k_{xy}는 각각 중간면의 곡률과 꼬임렬이다.

식 (1)로부터

$$\varepsilon_x^0 = \frac{b}{a} N_x \tag{2}$$

가 얻어진다. 여기서

$$a \equiv A_{11}(A_{11}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{11} - A_{11}D_{12}^2) -$$
$$- A_{12}(A_{12}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{12} - A_{12}D_{12}^2) + B_{11}(B_{11}^2 - D_{12}B_{11}A_{12} - D_{11}B_{11}A_{11})$$
$$b \equiv A_{11}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{11} - A_{11}D_{12}^2$$

유효면내탄성상수 E_x^*은 다음과 같이 정의된다.

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\sigma_x}{E_x^*} = \frac{N_x}{E_x^* h} \tag{3}$$

식 (2)와 (3)에 의하여 E_x^*은 다음과 같이 된다.

$$E_x^* = \frac{a}{bh} =$$
$$= \frac{A_{11}(A_{11}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{11} - A_{11}D_{12}^2) - A_{12}(A_{12}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{12} - A_{12}D_{12}^2) + B_{11}(B_{11}^2 - D_{12}B_{11}A_{12} - D_{11}B_{11}A_{11})}{(A_{11}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{11} - A_{11}D_{12}^2)h} \tag{4}$$

2) 유효면내탄성상수 ν_{xy}^*

유효면내탄성상수 ν_{xy}^*은 다음과 같이 정의된다.

$$\nu_{xy}^* = -\frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_x^0} \tag{5}$$

ε_y^0은 식 (1)로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\varepsilon_y^0 = -\frac{A_{12}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{12} - A_{12}D_{12}^2}{a} N_x \tag{6}$$

식 (2), (6)을 식 (5)에 대입하면

$$\nu_{xy}^* = \frac{A_{12}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{12} - A_{12}D_{12}^2}{A_{11}D_{11}^2 - B_{11}^2 D_{11} - A_{11}D_{12}^2} \tag{7}$$

이다.

3) 유효면내탄성상수 G_{xy}^*

면내자르는 힘 N_{xy}가 작용할 때의 탄성상수를 구하자.

이 경우에 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_{xy}^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 & 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ B_{11} & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 & D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \tag{8}$$

식 (8)로부터 다음의 식이 얻어진다.

$$N_{xy} = A_{66}\gamma_{xy}^0 \tag{9}$$

유효면내자름탄성결수 G_{xy}^*은 다음과 같이 정의된다.

$$G_{xy}^{*} = -\frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}^{0}} \tag{10}$$

식 (10)에 식 $\tau_{xy} = N_{xy}/h$ 와 식 (9)를 고려하면

$$G_{xy}^{*} = \frac{A_{66}}{h} \tag{11}$$

이다.

4) 유효면내탄성상수 E_y^{*}, ν_{yx}^{*}

이때

$$E_y^{*} = E_x^{*},\ \nu_{yx}^{*} = \nu_{xy}^{*}$$

이 성립한다.

2. 속이 빈 비대칭다층복합판의 유효면내탄성특성량

속이 빈 비대칭다층복합판의 유효탄성상수 E_x^{**}, ν_{xy}^{**}, G_{xy}^{**} 을 구하자.

1) 유효면내탄성상수 E_x^{**}

그림 3과 같은 당김을 받는 속이 빈 비대칭다층복합판의 모형을 고찰하자. t 는 한개 모형의 두께의 절반이고 t_0 은 빈 공간의 길이이다.

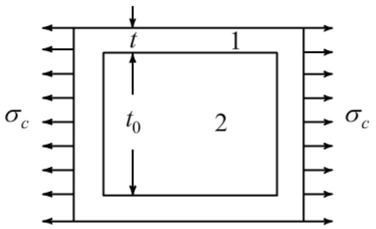

그림 3. 당김을 받는 속이 빈 비대칭다층복합판의 모형

식

$$\sigma_c(2t + t_0) = \sigma_1(2t) \tag{12}$$

로부터

$$E_c\varepsilon_c(2t + t_0) = E_x^{*}\varepsilon_1 \cdot 2t,\ \varepsilon_c = \varepsilon_1$$

이 얻어진다. 여기서 σ_1 은 모형에서 속이 빈 부분에 작용하는 응력이고 E_c 는 모형의 탄성결수이다.

따라서

$$E_c = E_x^{*}\frac{2t}{2t + t_0} \tag{13}$$

이제 표시

$$\left(\frac{2t}{2t + t_0}\right)^{-1} = k \tag{14}$$

를 도입하면

$$E_c = \frac{1}{k}E_x^{*}$$

이다. 즉

$$E_x^{**} = \frac{1}{k} \tag{15}$$

2) 유효면내탄성상수

그림 4와 같이 자름을 받는 속이 빈 비대칭다층복합판을 고찰하자.

그림 4. 자름을 받는 속이 빈 비대칭다층복합판의 모형

이 경우에

$$\delta_c = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

이다. 여기서 δ_1과 δ_3은 각각 모형의 수평부분의 가로방향변위이고 δ_2는 수직부분의 가로방향변위이다.

이제 모형의 전체 자름각을 γ_c, 수평, 수직부분의 자름각을 γ_1이라고 하면

$$\gamma_c(t_0 + 2t) = \gamma_1\left(2t + \frac{t_0^2}{2t}\right)$$

$$\gamma_c = \frac{2t + \frac{t_0^2}{2t}}{t_0 + 2t}\gamma_1 \tag{16}$$

이 얻어진다. 이제 표시

$$k = \frac{2t + \frac{t_0^2}{2t}}{t_0 + 2t} \tag{17}$$

을 도입하면 식 (16), (17)로부터

$$\gamma_c = k\gamma_1$$

이다. 따라서

$$G_{xy}^{**} = \frac{1}{k} G_{xy}^{*} \tag{18}$$

3) 유효면내탄성상수 ν_{xy}^{**}

식

$$G_{xy}^{**} = \frac{E^{**}}{2(1+\nu_{xy}^{**})}$$

로부터 식

$$\nu_{xy}^{**} = \frac{E^{**}}{2G_{xy}^{**}} - 1 \tag{19}$$

이 얻어진다.

맺 는 말

론문에서는 속이 찬 비대칭다층복합판의 유효면내탄성상수 E_x^*, E_y^*, G_{xy}^*, ν_{xy}^*, ν_{yx}^* 과 속이 빈 비대칭다층복합판의 유효면내탄성상수 E_x^{**}, G_{xy}^{**}, ν_{xy}^{**} 을 구하는 관계식들을 유도하였다.

참 고 문 헌

[1] **김일성**종합대학학보(자연과학), 61, 7, 23, 주체104(2015).
[2] **김일성**종합대학학보(자연과학), 62, 9, 20, 주체105(2016).
[3] V. G. Martynenko; Mechanics and Mechanical Engineering, 21, 2, 380, 2017.

주체107(2018)년 6월 5일 원고접수

Determination Effective In-Plane Elastic Properties of Fibre Reinforced Composite Laminates

Song Song Gwan, Jang Kyong Im

We consider a method to determine the effective in-plane elastic properties of fibre reinforced composite laminates. The effective in-plane elastic properties of laminates with and without any cutouts are found.

Key words: effective in-plane property, composite laminate