위상밀림속도에 의한 음향도플러변위측정방법

김영광, 김호동

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《최신과학기술분야의 성과를 종합해보면 그것은 례외없이 물리학을 비롯한 기초과학의 성과에 토대하고있습니다.》(《김정일전집》제4권 410폐지)

음향도플러변위측정은 도플러속도계를 비롯하여 음향도플러효과응용에서 중요한 의의를 가진다.[1, 2] 일반적으로 도플러변위측정에서는 FFT법이나 자체상관함수법을 많이리용하고있다. 비행기나 위성을 비롯하여 빠른 속도로 운동하는 물체의 속도는 레이다를리용하여 전자기파의 도플러변위를 측정하는 방법으로 측정하고있다.[3, 4] 한편 느리게운동하는 물체에서 발생하는 도플러변위는 맥노리주파수를 결정하는 방법으로 측정하고 있다.[5]

우리는 열린리사쥬도형을 리용하여 상대적으로 운동하는 음원과 수감부사이에서 발생하는 위상밀림속도에 의해 음향도플러변위를 측정하는 방법을 고찰하였다.

1. 수감부가 이동할 때 위상변화속도와 도플러변위사이의 관계

그림 1과 같이 음원과 수감부가 L_0 만 한 거리를 두고 정지상태에 있다.

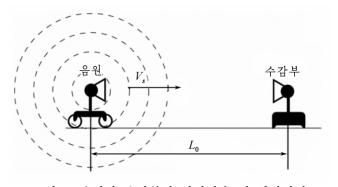


그림 1. 음원과 수감부가 멎어있을 때 위상밀림

음원에서 진동수가 ω_0 이고 초기위상이 φ_0 인

$$x = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1}$$

과 같은 조화파신호를 내보낸다면 이 신호는 L_0 만 한 거리를 통과하므로 그림 2와 같이 L_0/V_s 만 한 시간 지나서 음파가 수감부에 도달한다. 여기서 V_s 는 음파의 전파속도이다.

이때 수감부에 접수된 신호는

$$y = y_0 \sin\left(\omega_0 t - \omega_0 \frac{L_0}{V_s} + \varphi_0\right) = y_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$
 (2)

와 같이 표시된다. 여기서 φ 는 음원에 대한 수감부에 접수된 음파의 위상밀림이다. 즉

$$\varphi = -\omega_0 \frac{L_0}{V_s} \tag{3}$$

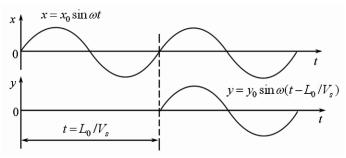


그림 2. 음원과 수감부에서의 파형

만일 그림 3과 같이 수감부가 V_0 만 한 속도를 가지고 음원을 향하여 운동한다면 음원과 수감부사이의 거리는

$$L(t) = L_0 - \Delta L(t) = L_0 - V_0 t \tag{4}$$

와 같이 변하며 수감부에 접수되는 신호는 다음과 같이 표시된다.

$$y = y_0 \sin \left(\omega_0 t - \omega_0 \frac{L(t)}{V_s} + \varphi_0 \right)$$
 (5)

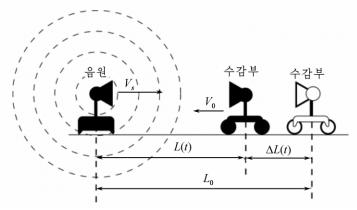


그림 3. 수감부가 음원쪽으로 이동하는 경우

이때 수감부에서의 위상밀림과 위상밀림속도는 각각

$$\varphi(t) = -\omega_0 \frac{L(t)}{V_s} + \varphi_0 \tag{6}$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = -\frac{\omega_0}{V_s} \frac{dL(t)}{dt} = -\frac{V_0}{V_s} \omega_0 \tag{7}$$

이다. 여기서

$$\Delta\omega = -\frac{V_0}{V_s}\omega_0\tag{8}$$

은 수감부가 일정한 속도를 가지고 음원을 향하여 움직일 때 도플러변위이다. 이것은 도 플러변위가 위상밀림속도에 비례한다는것을 보여준다.

$$\Delta \omega = d\varphi(t)/dt \tag{9}$$

2. 음원이 이동할 때 위상변화속도와 도플러변위사이의 관계

그림 4와 같이 음원이 V_c 만 한 속도를 가지고 수감부를 향하여 운동할 때 음원과 수감부사이의 거리는 다음과 같이 변한다.



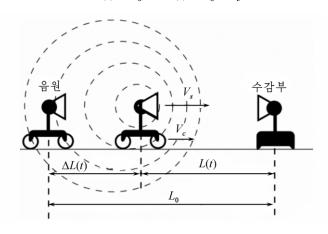


그림 4. 음원이 수감부쪽으로 이동하는 경우

음원에서

$$x = x_0 \sin \omega t \tag{11}$$

와 같은 조화파신호를 내보내면 음파가 수감부까지 도달하는 속도는 $V=V_c-V_c$

로 되며 수감부에 접수되는 신호는

$$y = y_0 \sin\left(\omega t - \omega \frac{L(t)}{V}\right) = y_0 \sin\omega \left(t - \frac{L_0}{V} + \frac{V_c t}{V}\right)$$
 (12)

이다. 여기서

$$\varphi(t) = -\omega \frac{L_0}{V} + \frac{V_c}{V} \omega t \tag{13}$$

이다. 이것은 음원에 대한 수감부에서의 위상밀림을 나타내며 위상밀림속도는

$$\Delta \omega = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{V_c}{V} \omega = \frac{V_c}{V_s - V_c} \omega \tag{14}$$

와 같이 표시된다. 이것은 위상변화속도가 선행연구[1]에서 제기한 도플러변위와 일치한 다는것을 보여준다.

3. 실험적검증

그림 5에 위상밀림속도와 도플러변위사이의 관계를 검증하기 위한 실험장치구성도를 보여주었다.

그림 5에서 보는것처럼 발진기에 음원과 오씰로그라프의 X입구를 병렬로 련결하고 수감부는 오씰로그라프의 Y입구에 련결하였다.

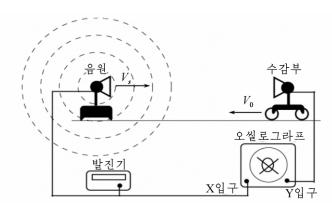


그림 5. 위상밀림속도와 도플러변위사이의 관계를 검증하기 위한 실험장치구성도

발진기로 식 (1)과 같은 조화파를 발생시키고 수감부가 음원을 향하여 V_0 만 한속도로 움직인다면 수감부에는 식 (2)와 같은 모양의 신호가 접수된다. 이때 오씰로그라프에는 그림 6과 같이 시간에 따라 그 모양이 주기적으로 변하는 열린리사쥬도형이 얻어진다.

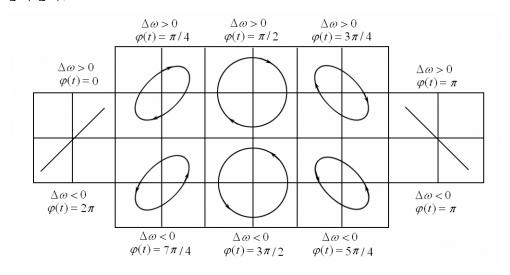


그림 6. 열린리사쥬도형

이 도형을 수학적으로 표시하려면 다음과 같은 처리를 진행하여야 한다. 식 (2)를 삼각함수관계를 리용하여 변형하고 식 (1)을 대입한 다음 표준화하여

$$\cos \omega t = \left(\frac{y}{y_0} - \frac{x}{x_0} \cdot \cos \varphi(t)\right) \cdot \frac{1}{\sin \varphi(t)}$$
 (15)

과 같은 관계식을 얻을수 있다.

같은 방법으로 식 (1)을 표준화하면

$$\sin \omega t = \frac{x}{x_0} \tag{16}$$

와 같다.

식 (15)와 (16)을 삼각함수관계식

$$\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$$

에 대입하고 정돈하면

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 - 2\frac{xy}{x_0y_0} \cdot \cos\varphi(t) = \sin^2\varphi(t) \tag{17}$$

와 같은 관계식을 얻을수 있다.

이것이 열린리사쥬도형을 수학적으로 나타내는 식이다.

그림 6에서 보는것처럼 열린리사쥬도형은 $\varphi(t)=0$ 일 때 /와 같은 직선모양을 가지며 $\varphi(t)=\pi$ 이면 \setminus 와 같은 직선모양으로 된다.

따라서 수감부(또는 음원)를 일정한 속도로 이동시키면서 오씰로그라프에 나타나는 도형이 /와 같은 모양을 가지는 위치를 $L(t_1)$ 이라고 하면 이때 음원에서 발생시킨 음파에 대한 수감부에 접수된 음파의 위상차는 $\varrho(t)=0$ 이다.

오씰로그라프에 나타나는 도형이 \setminus 와 같은 모양을 가지는 위치를 $L(t_2)$ 라고 하면이때 음원에서 발생시킨 음파에 대한 수감부에 접수된 음파의 위상차는 $\varphi(t)=\pi$ 이다. 따라서 수감부(또는 음원)의 이동속도는

$$V_c = \frac{\Delta L(t)}{\Delta t} = \frac{L(t_2) - L(t_1)}{t_2 - t_1}$$
 (18)

과 같이 측정할수 있다.

한편 위상밀립속도는

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\pi}{t_2 - t_1} \tag{19}$$

와 같이 계산할수 있다.

따라서 음원이 멎어있고 수감부가 음원을 향하여 다가갈 때 도플러변위는

$$\Delta\omega = -\frac{V_0}{V_s}\omega_0 = \frac{\pi}{t_2 - t_1} \tag{20}$$

이다.

방온도가 15℃일 때 공기중에서의 음속도를

$$V_s = (331.5 + 0.6 \times 15) \text{m/s} = 340.5 \text{m/s}$$

라고 하면 이때 도플러상대변위는 다음과 같다.

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{V_0}{V_s} = \frac{1}{340.5} \cdot \left(\frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1}\right) \tag{21}$$

만일 수감부가 멎어있고 음원이 수감부를 향하여 다가간다면 도플러변위는

$$\Delta \omega = \frac{V_c}{V_s - V_c} \omega = \frac{\pi}{t_2 - t_1} \tag{22}$$

와 같다.

음원이 멎어있고 수감부가 음원을 향하여 다가갈 때 각이한 진동수에서 음원에 비한 수감부에서의 위상밀림속도를 리용하여 도플리변위를 측정하였다.(표 1)

표 기. 케잉르터국도에 의한 모르니근커국은따							
ω_0/Hz	$\Delta T/s$	$\Delta \varphi$ / rad	도플러변위	도플리상대변위			
5 070	127.9	5π	0.122 8	2.422×10^{-5}			
4 200	85.94	4π	0.146 1	3.481×10^{-5}			

표 1. 위상밀림속도에 의한 도플러변위측정값

수감부의 이동속도에 의한 도플러변위측정값을 표 2에 주었다.

표 2. 수감부의 이동속도에 의한 도플러변위측정값

ω_0 / Hz	$\Delta t/s$	$\Delta L/m$	$V_0/(\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1})$	$V_s/(\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1})$	도플러상대변위
5 070	127.9	1.05	8.21×10^{-3}	340.5	2.411×10^{-5}
4 200	85.94	1.027	11.95×10^{-3}	340.5	3.509×10^{-5}

표 1과 2에서 볼수 있는것처럼 음원의 진동수가 5 070Hz일 때 위상밀림속도에 의하여 측정한 도플러상대변위는 2.422×10⁻⁵이며 수감부속도에 의하여 측정한 도플러상대변 위는 2.411×10⁻⁵으로서 두 방법으로 측정한 도플러상대변위들사이의 상대편차는

$$\frac{V_c/V_s - \Delta\omega/\omega_0}{V_c/V_s} \times 100 = 0.56\%$$

이다. 두 측정결과는 잘 일치한다.

마찬가지로 음원의 진동수가 4 200Hz일 때에도 위상밀림속도에 의하여 측정한 도플러 상대변위는 3.481×10⁻⁵이며 수감부속도에 의하여 측정한 도플러상대변위는 3.509×10⁻⁵이다. 두 방법으로 측정한 도플러상대변위들사이의 상대편차는

$$\frac{V_c/V_s - \Delta\omega/\omega_0}{V_c/V_s} \times 100 = 0.71\%$$

로서 두 방법으로 측정한 결과도 잘 일치한다.

맺 는 말

음향도플러변위는 음원과 수감부에서 위상밀림속도에 비례한다. 오벨로그라프의 X입구에 음원의 조화파신호를 넣어주고 Y입구에는 수감부의 신호를 넣어주고 합성하면 열린리사쥬도형이 얻어진다. 이 열린리사쥬도형을 리용하여 음원에 대한 수감부에서의 위상밀림속도를 측정하였다.

참 고 문 헌

- [1] P. Goohyun et al.; Proc. of IEEE VTC, 2, 1192, 2003.
- [2] Y. S. Choi et al.; Proc. of IEEE ICC, 10, 4572, 2006.
- [3] R. L. Popp et al.; IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 4, 1145, 1999.
- [4] H. C. Yeh et al.; Method and Circuit for Determining a Doppler Shift of a Signal, United States Patent, US8238490B2, 2012.
- [5] Ludolf von Alvensleben; Physics Laboratory Experiments, Phywe, 1504, 2000.

주체109(2020)년 6월 5일 원고접수

Method of Measuring the Acoustic Doppler Displacement by Phase Shift Rate

Kim Yong Gwang, Kim Ho Dong

We proposed a method of measuring the acoustic Doppler displacement by phase shift rate obtained when two harmonic oscillations that are vertical each other are composited.

Keywords: Doppler displacement, phase shift rate