

## 암장동력학적과정을 평가하기 위한 한가지 방법

최광우, 김금성

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《다른 나라의 선진과학기술성과들을 우리 실정에 맞게 제때에 받아들이도록 하여야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 43페이지)

암장동력학적과정에 대한 수학적모형화는 화산폭발과정을 이해하고 화산재해를 평가하는데 리용되고있다.

선행연구들[2, 3]에서는 암장이동과정과 지각에서의 응력변화과정을 단긴계로 설정하고 계차법 또는 유한요소법을 리용하여 평가하였다.

본문에서는 암장에서 류체흐름과 지각에서의 응력변형 및 열전도특성을 동시에 고려하여 암장동력학적과정을 평가하였다.

### 1. 암장동력학적과정에 대한 수학적모형화

화도와 암장주머니에서 암장의 이동과정은 약압축성나비에 —스톡스방정식으로 표현할수 있다.[1]

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \left\{ \eta [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] - \left( \frac{2}{3} \eta - \kappa_{dv} \right) (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{I} \right\} + \mathbf{F} \end{cases} \quad (1)$$

여기서  $\rho$ 는 밀도,  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ 는 류체흐름속도,  $p$ 는 압력,  $\eta$ 는 동력학적점성,  $\kappa_{dv}$ 는 팽창결수,  $\mathbf{F}$ 는 물체의 체적힘,  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬이다.

암장주머니주변에서 온도변화특성을 평가하는 열전도방정식은 다음과 같다.

$$\delta_{is} C_{eq} \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-K_{eq} \nabla T) = Q \quad (2)$$

여기서  $\delta_{is}$ 는 선택결수,  $C_{eq}$ 는 단위체적당 열포텐샬(열흐름량),  $T$ 는 온도,  $K_{eq}$ 는 열전도결수,  $Q$ 는 열량이다.

암장의 압력에 의한 암석의 총변형은 응력에 의한 변형과 주변류체압력에 의한 변형, 열변형의 합으로 표시할수 있다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \sigma_{ij} + \frac{K \alpha_T T \delta_{ij}}{2G} + \frac{\alpha_p p \delta_{ij}}{2G} \quad (3)$$

여기서  $\varepsilon_{ij}$ 는 암석의 총변형,  $G$ 는 양그를,  $K$ 는 암석의 체적탄성결수,  $\sigma_{ij}$ 는 크로네케르결수,  $\alpha_T$ 는 체적팽창결수,  $\alpha_p$ 는 암석의 압축성에 관계되는 결수로서  $\alpha_p \leq 1$ 이다.

식 (3)의 오른쪽 첫번째 항은 응력에 의한 변형을, 두번째 항과 세번째 항은 각각 열변형과 압력에 의한 변형을 나타낸다.

지각내부에서 암석변형은 변위와 변형의 관계, 외부힘(결면힘과 체적힘)에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$-\nabla\sigma = \mathbf{F}_s \quad (4)$$

여기서  $\sigma$ 는 응력텐소르,  $\mathbf{F}_s$ 는 외부힘(결면힘과 체적힘)이다.

식 (3), (4)에 의하여 변위, 변형, 응력을 계산할수 있다. 그리고 암장이동에 의한 결면힘은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{F}_T = -\mathbf{n} \cdot (-p\mathbf{I} + \eta(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)) \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{n}$ 은 법선방향벡토르,  $p$ 는 압력,  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬,  $\eta$ 는 동력학적점성,  $\mathbf{u}$ 는 류체흐름속도이다.

이상과 같이 식 (1)~(5)의 결합에 의하여 암장의 동력학적과정을 평가할수 있다.

## 2. 암장동력학적과정에 대한 계산실험

논문에서는 암장에서의 류체흐름과 지각에서의 응력변형 및 열전도특성을 동시에 고려하면서 물리마당결합해석체계(COMSOL Multiphysics)를 리용하여 암장동력학적과정을 평가하였다.[1]

먼저 암장동력학적과정에 대한 계산실험을 진행하기 위한 3차원모형을 작성하였다.(그림 1)

모형의 공간영역을 보면 수평면에서는 화도를 중심으로  $x=-8\ 000 \sim 8\ 000\text{m}$ ,  $y=-8\ 000 \sim 8\ 000\text{m}$ 이고 깊이방향인  $z$ 축방향에서는 암장주머니 1의 옷면인  $-12\ 000\text{m}$ 부터 지표면까지이다.

$z$ 축방향에서는  $-1\ 000\text{m}$ 부터 지표면까지를 상부암석구역,  $-3\ 000 \sim$

$-1\ 000\text{m}$ 를 열수충구역,  $-12\ 000 \sim -3\ 000\text{m}$ 를 하부암석구역으로 구분하였다. 그리고 암장주머니 1의 옷면은 계산실험구역의 아래한계로, 암장주머니 2는 중심깊이가  $-8\ 000\text{m}$ , 긴반경  $4\ 000\text{m}$ , 짧은 반경  $500\text{m}$ 인 3차원타원체로 설계하였다.

약압축성나비에-스톡스(Weakly Compressible Navier-Stokes)방정식을 리용할 때 암장주머니와 화도안에서 암장밀도는  $\rho = 2\ 300\text{kg/m}^3$ , 암장의 점성은  $\eta = 2 \cdot 10^5 \sim 2 \cdot 10^7 \text{Pa} \cdot \text{s}$ , 암장안에서의 체적힘은  $F = -9.8\rho$ 로 하였다. 그리고 암장주머니에로의 암장흐름속도는  $W = 2 \cdot 10^{-6} \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{m/s}$ , 암장주머니의 입구 및 출구에서의 압력은  $p = -9.8\rho z$ 로 하여 암장주머니와 화도에서의 경계조건을 설정하였다.

고체응력-변형(Solid Stress-Strain)방정식을 리용할 때 암석매질은 탄소성모형으로, 양그를  $\eta = 2 \cdot 10^6 \text{Pa} \cdot \text{s}$ , 뽀쑹비  $\nu = 0.25$ , 열팽창계수  $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}$ , 밀도  $\rho = 2\ 600\text{kg/m}^3$ 로 설정하였다.

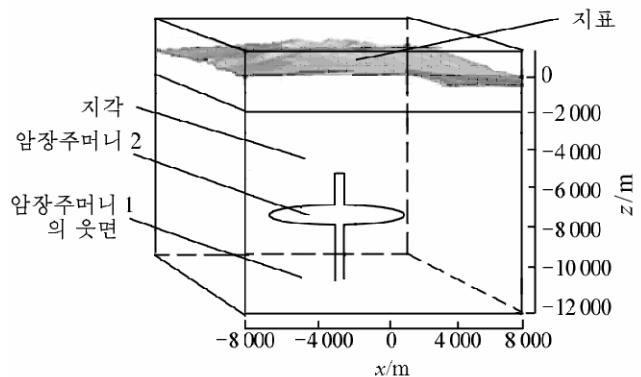


그림 1. 3차원모형작성

지표면에서의 압력은  $p=10^5\text{Pa}$ , 암장과의 경계에서 압력은 암장에 의한 결면힘으로 보고 경계조건을 설정하였다. 초기조건으로서 지표로부터  $-1\,000\text{m}$ 까지의 온도를 리용하였는데 이 온도들은 현지추공조사자료에 기초하여 다음과 같이 표시된다.

$$T = -0.156\,8z + 3.053\,4 \quad (6)$$

그리고 열수층의  $-2\,200\text{m}$  깊이에서 온도를  $463\text{K}$ ,  $-3\,000\text{m}$  깊이에서 온도를  $553\text{K}$ , 암장주머니 2와 화도의 결면온도를  $1\,173\text{K}$ , 암장주머니 1의 옷면에서 결면온도를  $1\,273\text{K}$ 으로 설정하였다.

계산실험에서는 암장주머니와 화도안에서의 암장류체의 이동과 주변에서의 암석변형 과정을 비정상과정으로 평가하였다. 암장흐름속도가  $W=2\cdot10^{-5}\text{m/s}$ , 암장의 점성이  $\eta=2\cdot10^6\text{Pa}\cdot\text{s}$ , 암석의 양그를이  $E=37.5\cdot10^{11}\text{Pa}$ 인 경우에  $0\sim3\,600\text{s}$ 에서 계산실험결과들을 분석하였다. 초기상태( $t=0$ )로부터  $3\,600\text{s}$ 후에 암장주머니 2의 옷면은  $0.017\,4\text{m}$  상승하고 압력은  $306.828\text{MPa}$ 로부터  $310.536\text{MPa}$ 까지 약  $3.7\text{MPa}$  변화였다.

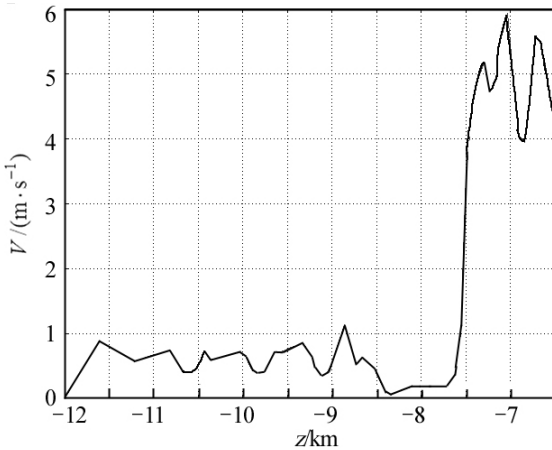


그림 2. 화도에서 류체흐름속도

계산실험에서는 화도( $x=0$ ,  $y=0$ ,  $z=-12\,000\sim-6\,500\text{m}$ )에서 류체흐름속도의 변화과정을 고찰하였다.(그림 2) 그림 2에서 보는바와 같이 류체흐름속도는 점차 증가하여 화도끝에서 약  $4.2\text{m/s}$ 였다.

계산실험에서는 암장주머니 2로의 암장흐름속도가  $W=2\cdot10^{-4}\text{m/s}$ ,  $W=2\cdot10^{-5}\text{m/s}$ ,  $W=2\cdot10^{-6}\text{m/s}$ 인 경우  $z=-8\,000\text{m}$ 에서 압력변화를 분석하였다.

분석결과 압력은 암장흐름속도에 따라 크게 변화되지 않으며 약  $60\text{s}$ 후부터 정상상태로 전환된다.

계산실험에서는 또한 암장의 점성이  $\eta=2\cdot10^5\text{Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\eta=2\cdot10^6\text{Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\eta=2\cdot10^7\text{Pa}\cdot\text{s}$ 로 변하는 경우 압력변화를 평가하였다. 암장안에서 점성이  $\eta=2\cdot10^5\text{Pa}\cdot\text{s}$ 인 경우에는 압력이 불안정하게 변하지만  $\eta=2\cdot10^6\text{Pa}\cdot\text{s}$  이상인 경우에는 압력이 안정하게 변한다.

계산실험에서는 암석의 양그를변화에 의하여 생기는 암장의 압력변화와 변위를 평가하였다. 분석결과 암석의 양그를이 커짐에 따라 암장주머니 2( $z=-8\,000\text{m}$ )에서의 압력변화는 없지만 변위는 점차 커진다.  $t=120\text{s}$ 일 때 최대변위는 양그를  $E=37.5\cdot10^8\text{Pa}$ 인 경우  $17.208\text{m}$ ,  $E=37.5\cdot10^9\text{Pa}$ 인 경우  $1.629\text{m}$ ,  $E=37.5\cdot10^{10}\text{Pa}$ 인 경우  $0.162\text{m}$ 이다.

## 맺는 말

1) 물리마당결합해석체계에서 암장류체흐름과 지각에서의 응력변형 및 열전도특성을 고려하는 수학적모형을 제기하였다.

2) 암장주머니와 화도안에서의 암장류체이동에 의한 압력변화와 주변에서의 암석변형과정을 평가하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. Hickey; Journal of Volcanology and Geothermal Research, 280, 126, 2014.
- [2] E. Ronchin; Computers & Geosciences, 52, 325, 2013.
- [3] K. Diller; Geophysical Research letters, 33, 1, 2006.

주체107(2018)년 1월 5일 원고접수

## **A Method for Estimating the Magma Dynamical Process**

*Choe Kwang U, Kim Kum Song*

We selected the mathematical model to consider flow of fluid in magma and specificity of stress-transformation and heat conduction in the earth's crust with COMSOL Multiphysics.

And we estimated the change of pressure by movement of fluid in magma chamber and vent, and the transformation process of rock in the earth's crust.

Key words: magma dynamic, magma chamber, COMSOL Multiphysics