김일성종합대학학보 주체107(2018)년
철학, 경제학 제64권 제3호

경제동태예측에서 계절변동예측법의 리용

김 종 철

경애하는 최고령도자 **김정은**동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《내각은 나라의 경제를 책임진 경제사령부로서 경제발전목표와 전략을 과학적으로 현실성있게, 전망성있게 세우며 경제사업전반을 통일적으로 장악하고 지도관리하기 위한 사업을 주동적으로 밀고나가야 합니다.》

현시기 경제강국건설을 힘있게 다그쳐나가는데서 나서는 중요한 문제의 하나는 경제관리방법을 개선하여 경제사업에 대한 국가의 통일적지도와 전략적관리를 책임적으로 하는것이다.

경제사업에 대한 국가의 전략적관리는 당정책과 과학적타산에 기초한 국가경제발전전략을 바로세우고 그에 따라 경제작전과 경제조직사업을 잘하여 나라의 경제를 전망성있게 발전시켜나가는 기능이다.

경제사업에 국가의 전략적관리를 실현하기 위하여서는 앞날의 경제발전을 과학적으로 예견하여 경제발전전략을 바로세우고 과학적인 경제작전과 치밀한 경제조직사업으로 그것을 실현해나가야 한다.

그러자면 전망적인 인민경제발전과정을 과학적으로 예견하기 위한 예측방법론을 적극 받아들여야 한다.

경제적과정에 작용하는 계절변동의 영향을 고려하는것은 생산을 정상화해나가기 위한 대책을 세우는데서 중요한 의의를 가진다.

계절변동의 영향을 받는 경제동태예측에서는 경제적과정을 반영하는 시계렬이 어떤 형태의 경향성을 가지는가에 따라 각이한 계절변동예측법을 리용할수 있다.

경제동태를 반영하는 시계렬이 수평경향을 가지고있으며 계절변동의 영향을 받는 경우(그림 1)에는 평균법이나 윈터지수평활법으로 예측할수 있다.

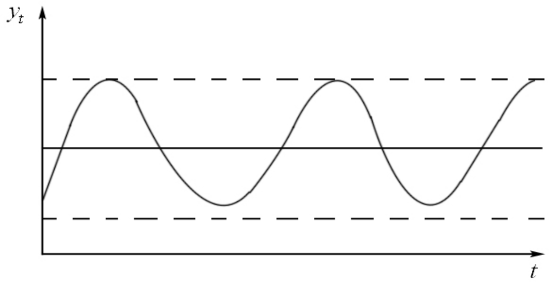

그림 1. 수평경향계절형시계렬

시계렬 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ 이 있다고 하자. 년도수는 m (일반적으로 $m \geq 3$), 계절수를 L 이라고 하면 관측값의 수는 $n = mL$ 이다.

평균법에 기초한 계절변동예측방법은 다음과 같다.

첫째로, y_t의 평균값을 구하여 경향예측값으로 한다.

$$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_t$$

둘째로, 시계렬에서 경향변동을 제거한다.

매 관측값을 경향예측값 $\bar{y}$로 나누어 계절지수와 우연간섭이 혼합된 값을 얻는다.

$$\hat{S}_t=\frac{y_t}{\bar{y}}(t=1,\ 2,\cdots,\ n)$$

셋째로, 계절지수를 예측한다.

같은 계절의 $\hat{S}_t$에 대한 평균값을 구하여 우연간섭을 제거하고 계절지수의 예측값을 구한다.

$$S_i=\frac{\hat{S}_i+\hat{S}_{i+L}+\hat{S}_{i+2L}+\cdots+\hat{S}_{i+(m-1)L}}{m}\ (i=1,\ 2,\cdots,\ L)$$

넷째로, 계절예측모형을 작성하고 예측을 진행한다.

예측모형의 형태는 다음과 같다.

$$\hat{y}_{t+\tau}=\bar{y}\cdot S_\tau(\tau=1,2,\cdots,L) \tag{1}$$

여기서 $\hat{y}_{t+\tau}$는 $t+\tau$기간의 예측값, S_τ는 τ기간의 계절지수이다.

평균법에 의한 계절예측방법으로는 한개 주기(L)만의 경제동태를 예측할수 있다.

윈터지수평활법에 의한 예측방법은 다음과 같다.

윈터지수평활법은 2개의 평활공식과 하나의 예측방정식으로 구성되여있다.

평활공식은

$$T_t=\alpha\frac{y_t}{S_{t-L}}+(1-\alpha)T_{t-1} \tag{2}$$

$$S_t=\gamma\frac{y_t}{T_t}+(1-\gamma)S_{t-L} \tag{3}$$

이다. 여기서 α,γ는 평활결수로서 0~1사이의 값을 취한다. 식 (2)는 경향값을 예측하기 위한 식이고 식 (3)은 계절지수를 예측하기 위한 식이다.

예측방정식은

$$\hat{y}_{t+\tau}=T_t\cdot S_{t+\tau-L}\ (\tau=1,2,\cdots,\ L) \tag{4}$$

이다.

계절평활결수 γ의 선택은 경험에 근거하여 크게 선택할수 있다. 례하면 0.5, 0.6을 선택할수 있다.

식 (2)와 식 (3)을 리용하여 계산할 때 먼저 경향변동의 초기값과 L개 계절지수의 초기값을 주어야 한다.

일반적으로 1주기의 자료를 선택하여 초기값으로 한다.

$$T_L=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}y_i \tag{5}$$

$$S_i = \frac{y_i}{T_L} \quad (i = 1, 2, \cdots, L) \tag{6}$$

그다음에 2주기로부터 시작하여 평활화한다.

만일 자료가 매우 많으면 앞의 몇개의 주기자료를 선택하여 초기값으로 리용할수 있다.

윈터지수평활법에 의한 경제동태예측방법으로는 한개 주기(L)만의 경제동태를 예측할수 있다.

경제동태를 반영하는 시계렬이 선형경향을 가지고있으며 계절변동의 영향을 받는 경우(그림 2)에는 경향비률법이나 홀트-윈터지수평활평균법으로 예측할수 있다.

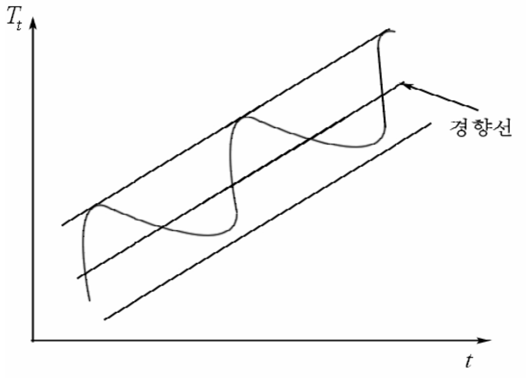

그림 2. 선형경향계절형시계렬

경향비률법에 의한 예측방법은 다음과 같다.

첫째로, 경향성모형을 작성한다.

최소두제곱법을 리용하여 경향성모형의 파라메터를 추정한다.

$$T_t = \hat{a} + \hat{b}t \tag{7}$$

둘째로, 작성된 경향성모형을 리용하여 각이한 시점들에서의 경향성분값 $T_1, T_2, \cdots, T_n$을 계산한다.

셋째로, 시계렬에서 경향성을 제거한다. 이를 위하여 주어진 실제값을 그에 대응하는 경향성분값으로 나누어준다.

$$\tilde{S}_t = \frac{y_t}{T_t} \quad (t = 1, 2, \cdots, n)$$

넷째로, 예비적으로 계절지수를 예측한다.

이를 위하여 경향성을 제거한 시계렬자료의 같은 계절들의 산수평균값을 구하여 우연적인 간섭을 제거한 다음 그 값을 해당한 계절의 예비적인 계절지수로 한다.

$$\bar{S}_i = \frac{\tilde{S}_i + \tilde{S}_{i+L} + \tilde{S}_{i+2L} + \cdots + \tilde{S}_{i+(m-1)L}}{m} \quad (i = 1, 2, \cdots, L)$$

다섯째로, 계절지수를 결정한다. 한 주기안에서 각 계절지수들의 합은 L과 같아야 한다. 즉 $\sum_{i=1}^{L} \bar{S}_i = L$이 성립하여야 한다.

그러나 우와 같이 계절지수를 구하면 이 요구를 만족시키지 못하므로 계절지수를 이

요구를 만족시키도록 조절하여야 한다.

그를 위하여 먼저 한 주기안에서 매 계절지수들의 산수평균값 $S=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\overline{S}_i$ 를 구하여 조절결수로 한다.

다음 매 계절지수 $\overline{S}_i$ 를 우에서 계산한 조절결수 S 로 나누어 계절지수를 결정한다. 즉 $S_i=\frac{\overline{S}_i}{S}$ $(i=1, 2, \cdots, L)$ 이다.

여섯째로, 경향변동과 계절변동을 반영한 곱하기형태의 예측모형을 작성하고 그에 기초하여 예측을 진행한다.

예측모형의 형태는 다음과 같다.

$$\hat{y}_t=(\hat{a}+\hat{b}_t)S_i \ \ (i=1, 2, \cdots, n) \tag{8}$$

식에서 $\hat{y}_t$ 는 예측값, S_i 는 계절지수이다.

경향비률법으로는 여러 주기의 경제동태를 예측할수 있다.

그러면 경향비률법을 리용한 선형경향계절형경제동태의 예측실례를 표 1의 자료를 가지고 4년 매 분기의 생산액을 예측하는 과정을 통하여 보기로 하자.

표 1. 기업소의 생산액 및 경향비률법예측계산표　　　(단위: 백만원)

년, 분기	t	판매액 y_t	T_t	$\tilde{S}_t$	$\hat{y}_t$	$\lvert y_t-\hat{y}_t\rvert/y_t$
1년 1.4	1	30	22.653 8	1.324 3	30.057 1	0.001 9
2.4	2	18	23.944 0	0.751 8	19.322 8	0.073 5
3.4	3	21	25.234 2	0.832 2	20.921 7	0.003 8
4.4	4	27	26.524 4	1.018 0	27.508 5	0.018 9
2년 1.4	5	36	27.814 6	1.294 3	36.904 5	0.025 2
2.4	6	24	29.104 8	0.824 6	23.487 6	0.021 4
3.4	7	23	30.395 0	0.756 7	25.200 5	0.095 7
4.4	8	32	31.685 2	1.010 0	32.860 8	0.026 9
3년 1.4	9	45	32.975 4	1.364 7	43.751 8	0.027 8
2.4	10	29	34.265 6	0.846 4	27.652 4	0.046 5
3.4	11	32	35.559 4	0.900 0	29.479 4	0.078 8
4.4	12	40	36.846 0	1.085 6	38.213 0	0.044 7

예측순서는 다음과 같다.

주어진 자료로 그라프를 작성한다.

그라프를 통하여 자료변화가 선형경향을 가지고있으며 계절변동의 영향을 받는다는 것을 알수 있다. 따라서 선형모형을 경향성모형으로 선택한다.

우선 최소두제곱법으로 파라메터 $\hat{a}, \hat{b}$ 을 계산하여 경향성모형

$$T_t=21.363\,6+1.290\,2\cdot t$$

를 얻는다.

얻은 경향성모형에 의하여 매 기간의 경향값을 계산한다.

$$T_1=21.363\ \ 6+1.290\ \ 2\times1=22.653\,8$$

$$T_2 = 21.363\ 6 + 1.290\ 2 \times 2 = 23.944\ 0$$
$$\cdots \qquad \cdots \qquad \cdots$$

또한 시계렬에서 경향성을 제거한다.

표 1의 3렬의 생산액자료를 4렬의 대응하는 경향값으로 나누어 경향성이 제거된 새로운 시계렬(표 1의 5렬) $\tilde{S}_t$를 얻는다.

$$\tilde{S}_1 = \frac{y_1}{T_1} = \frac{30}{22.653\ 8} = 1.324\ 3$$
$$\tilde{S}_2 = \frac{y_2}{T_2} = \frac{18}{23.944\ 0} = 0.751\ 8$$
$$\cdots \qquad \cdots \qquad \cdots$$

또한 예비적으로 계절지수를 예측한다.

표 1의 5렬의 값 $\tilde{S}_t$를 표 2의 2~4행에 써넣고 같은 분기의 값들의 산수평균값을 계산하여 예비적인 계절지수(표 2의 6행)로 한다.

표 2.

분기 / 년	1.4	2.4	3.4	4.4	
1	1.324 3	0.751 8	0.832 2	1.018 0	
2	1.294 3	0.824 6	0.756 7	1.010 0	
3	1.364 7	0.846 4	0.900 0	1.085 6	
합계	3.983 3	2.422 8	2.488 9	3.113 6	
계절평균 $\overline{S}_i$	1.327 8	0.807 6	0.829 7	1.037 9	4.003 0
계절지수 S_i	1.326 8	0.807 0	0.829 1	1.037 1	4.000

또한 계절지수를 결정한다.

표 2의 6행의 합은 4와 같아야 한다. 그러나 6행의 합계는 4.003 0로서 조절이 필요하다.

계절평균값들의 평균으로 조절결수를 구하면

$$S = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\overline{S}_i = \frac{1}{4} \times 4.003\ 0 = 1.000\ 8$$

이다.

표 2의 6행의 계절평균값들을 조절결수 S로 나누어 얻은 값이 계절지수의 예측값 S_i(표 2의 7행)이다.

작성된 경향계절변동예측모형은 다음과 같다.

$$\hat{y}_t = (21.363\ 6 + 1.290\ 2 \cdot t)S_i \quad (\mathrm{i} = 1, 2, 3, 4)$$

예측모형에 근거하여 예측값들을 계산한 결과를 표-1의 6렬에 주었다.

$$\hat{y}_1 = (21.363\ 6 + 1.290\ 2 \cdot 1)S_1 = (21.363\ 6 + 1.290\ 2 \cdot 1) \times 1.326\ 8 = 30.057\ 1$$
$$\hat{y}_2 = (21.363\ 6 + 1.290\ 2 \cdot 2)S_2 = (21.363\ 6 + 1.290\ 2 \cdot 2) \times 0.8070 = 19.322\ 8$$
$$\cdots \qquad \cdots \qquad \cdots$$

또한 평균절대백분률오차를 계산한다.

$$MAPE = \frac{1}{12}\sum_{t=1}^{12}\frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} = \frac{1}{12}\times 0.465\,1 = 3.88\%$$

유의수준을 문제의 성격에 따라 각이하게 설정할수 있는데 유의수준을 5%로 설정했다고 하면 $MAPE < 5\%$ 이므로 예측모형의 정밀도가 비교적 높다는것을 보여준다. 따라서 작성된 경향계절변동예측모형을 4년의 예측에 리용할수 있다.

4년의 분기별생산액을 예측한 결과는 다음과 같다.

$$\hat{y}_{1.4} = \hat{y}_{13} = (21.363\,6 + 1.290\,2\times 13)\times 1.326\,8 = 50.599\,2$$
$$\hat{y}_{2.4} = \hat{y}_{14} = (21.363\,6 + 1.290\,2\times 14)\times 0.807\,0 = 31.817\,1$$
$$\hat{y}_{3.4} = \hat{y}_{15} = (21.363\,6 + 1.290\,2\times 15)\times 0.829\,1 = 33.758\,2$$
$$\hat{y}_{4.4} = \hat{y}_{16} = (21.363\,6 + 1.290\,2\times 16)\times 1.037\,1 = 43.565\,3$$

경향비률법은 비선형경향계절형시계렬의 예측에도 리용할수 있다.

홀트-윈터지수평활법에 의한 예측방법은 다음과 같다.

선형경향을 가지고 계절변동의 영향을 받는 시계렬의 홀트-윈터지수평활법에 의한 예측방법의 기본원리는 선형경향을 가진 계절변동과 우연변동이 혼합된 시계렬에서 변동요소들을 분해하고 지수평활법을 결합하여 경향성분 T_t, 경향의 증가량 b_t, 계절변동 S_t를 규정한 다음 예측모형을 작성하여 예측을 진행하는것이다.

홀트-윈터지수평활법은 3개의 평활공식과 1개의 예측공식을 포함하고있다.

평활공식은

$$T_t = \alpha\frac{y_t}{S_{t-L}} + (1-\alpha)(T_{t-1} + b_{t-1}) \tag{9}$$

$$b_t = \beta(T_t - T_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \tag{10}$$

$$S_t = \gamma\frac{y_t}{T_t} + (1-\gamma)ST_{t-L} \tag{11}$$

이다.

식에서 T_t는 경향값, b_t는 경향증가량, S_t는 계절지수, α, β, γ는 평활결수이다. α, β, γ는 (0, 1)사이의 값을 취한다.

예측모형은

$$\hat{y}_{t+\tau} = (T_t + b_t\tau)S_{t+\tau-kL} \quad (\tau = 1, 2, \cdots) \tag{12}$$

이다.

여기에서 y_t는 관측값, $\hat{y}_{t+\tau}$는 예측값, L은 계절수, k는 정수이며 $(k-1)L + 1 \le \tau \le kL$ 이다.

식 (9)는 경향값을 예측하기 위한 식이다.

첫번째 항의 $\frac{y_t}{S_{t-L}}$는 y_t에서 계절변동의 영향을 제거한 후 시계렬은 오직 경향변동과 우연변동만을 포함하고있다는것을 표시한다.

리론적으로는 $\frac{y_t}{S_t}$를 리용하여야 하지만 계절지수 S_t는 아직 구하지 못한 상태이므로 앞선 주기의 S_{t-L}로서 S_t를 대신한다.

1차지수평활원리에 의하여 $(1-\alpha)$는 오직 T_{t-1}과 곱해야 한다. 그렇지만 증가, 감소

경향을 가지는 시계렬에 대하여 이렇게 하면 오차가 발생하게 되므로 T_{t-1}에 경향증가량 b_{t-1}을 더해주어야 한다. 다음 $\frac{y_t}{S_{t-L}}$과 $(T_{t-1}+b_{t-1})$을 가중평균하여 우연간섭을 제거하고 경향변동을 반영하게 한다.

식 (10)은 경향증가량을 예측하는 공식이다.

$(T_t - T_{t-1})$을 리용하여 경향값의 증가량을 표시하는데 우연적인 간섭이 존재하기때문에 $(T_t - T_{t-1})$에 대해서도 지난 기간의 경향증가량 b_{t-1}과의 가중평균값을 계산하여 경향증가량의 예측값으로 한다.

식 (11)은 계절지수를 예측하기 위한 공식이다.

평활결수 α, β, γ는 예측값과 관측값사이의 분산도가 최소로 되도록 선정하여야 한다. α, β, γ값은 경험적인 방법으로 선정할수도 있는데 일반적으로 0.1~0.2사이의 값을 취한다.

초기값을 확정하기 위하여 먼저 1주기와 2주기의 자료의 평균값(A_1, A_2)을 계산한다.

$$A_1 = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} y_i \quad A_2 = \frac{1}{L}\sum_{i=L+1}^{2L} y_i$$

다음으로 아래의 같은 식을 리용하여 초기값들을 계산한다.

$$b_L = \frac{A_2 - A_1}{L} \tag{13}$$

$$T_L = A_1 + \frac{L-1}{2} b_L \tag{14}$$

$$S_t = \frac{y_t}{T_L - (L-i)b_L} \quad (\mathrm{i} = 1, 2, \cdots, L) \tag{15}$$

홀트—윈터지수평활법은 선형경향을 가진 계절형자료를 처리하는 예측에서 비교적 많이 사용되며 여러 주기에 대하여 예측할수 있게 한다.

우리는 전망적인 인민경제발전과정을 과학적으로 예견하기 위한 예측방법론을 적극 받아들여 나라의 경제를 전략적으로 관리함으로써 경제강국건설에 참답게 이바지하여야 할것이다.

실마리어 경제동태예측, 계절변동