김일성종합대학학보 JOURNAL OF KIM IL SUNG UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체106(2017)년 제63권 제6호 Vol. 63 No. 6 JUCHE106(2017).

이동원리에 의한 비선형체계의 안정성에 대한 연구

곽선일, 리광철, 김금주

위대한 수령 **김일성**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《새로운 과학분야를 개척하며 최신과학기술의 성과를 인민경제에 널리 받아들이기 위한 연구사업을 전망성있게 하여야 합니다.》(《**김일성**전집》 제72권 292페지)

선행연구들[1, 2]에서는 적합도형모호체계의 안정성문제에 대하여서만 해석하였으며 선행연구[3]에서는 이동원리에 기초한 모호체계의 안정성문제에 대하여 엄밀한 조건만을 밝히고 완화된 안정성조건에 대해서는 론의하지 못하였다.

론문에서는 이동모호추론방법[3, 4]에 기초한 모호체계의 안정성조건을 밝히고 안정성정리를 정식화하며 안정화모의결과에 대하여 론의하였다.

1. 이동원리에 의한 불련속동적모호체계의 안정성

불련속동적모호체계의 대상규칙 L_i에 대한 모호추론규칙이 다음과 같다고 하자.[1]

$$\begin{aligned}&L_i:\ \text{if}\ x_1(k)\ \text{is}\ A_{i1}\ \text{and}\ x_2(k)\ \text{is}\ A_{i2}\ \text{and}\ \cdots\ x_m(k)\ \text{is}\ A_{im}\\&\qquad \text{then}\ x(k+1)=A_ix(k)+B_iu(k)\\&\text{입력정보:}\ \ x_1(k)=x_{10},\ \cdots,\ x_{jk}=x_{j0},\ \cdots,\ x_m(k)=x_{m0}\\&\text{결론:}\ \ x(k+1)=?\end{aligned}\tag{1}$$

여기서 A_{ij}는 전제부모호모임, $A=[A_{ij}]\in R^{m\times n}$은 $m\times n$ 전제부의 모호행렬, A_i는 결론부의 상태결수, $A_i=[A_i]\in R^{n\times 1}$은 $n\times 1$ 차원결론부의 상태결수벡토르, B_i는 결론부의 모호결수, $B_i=[B_i]\in R^{n\times 1}$은 $n\times 1$차원결론부의 모호벡토르, $i=\overline{1,\ n}$, $j=\overline{1,\ m}$, t는 불련속시간변수이다.

정의(불련속동적모호체계의 이동률) 동적모호체계에 대하여 입력정보 x_{j0}들과 전제부모호모임 A_{ij}들로부터 i번째 규칙의 이동률 $d_i(k),\ i=\overline{1,\ n},\ j=\overline{1,\ m}$들을 다음과 같이 정의한다.

$$d_i(k)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{j=1}^{m}\left(\dfrac{x_{j0}(k)-x_{\mathrm{C}ij}(k)}{x_{\mathrm{R}ij}(k)-x_{\mathrm{C}ij}(k)}\right)^2}, & x_{\mathrm{R}ij}>x_{j0}>x_{\mathrm{C}ij}\\[3ex]\sqrt{\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{j=1}^{m}\left(\dfrac{x_{\mathrm{C}j0}(k)-x_{j0}(k)}{x_{\mathrm{C}ij}(k)-x_{\mathrm{L}ij}(k)}\right)^2}, & x_{\mathrm{L}ij}>x_{j0}>x_{\mathrm{C}ij}\\[3ex]0, & x_{j0}(k)\le x_{\mathrm{L}ij}(k),\ x_{\mathrm{R}ij}\le x_{j0}(k)\end{cases}\tag{2}$$

여기로부터 이동률 $d_i(k),\ i=\overline{1,\ n},\ j=\overline{1,\ m}$ 에 의한 종합추론결과 $x(k+1)$ 을 다음과 같이 결정한다.

$$x(k+1)=\frac{\sum_{i=1}^{n}[A_i x(k)+B_i u(k)]\,d_i(k)}{\sum_{i=1}^{n}d_i(k)} \tag{3}$$

다음으로 체계의 모호조종기 R_i 를 다음과 같이 설계한다.

$$R_i\ :\ \text{if}\ \ x_1(k)\ \text{is}\ A_{i1}\ \ \text{and}\ \cdots\ \ x_m(k)\ \text{is}\ A_{im}\ \ \text{then}\ \ u(k)=f_i x(k) \tag{4}$$

여기서 조종기설계파라메터 f_i 는 설계자가 결정해야 할 반결합리득이다.

이때 최종적인 조종력은 이동률 $d_i(k)$ 에 의하여 다음과 같이 구한다.

$$u(k)=\frac{\sum_{i=1}^{n}[\,f_i\cdot x(k)\cdot d_i(k)]}{\sum_{i=1}^{n}d_i(k)} \tag{5}$$

승적추론에 의한 모호모형(대상)의 추론결과가

$$x(k+1)=\frac{\sum_{i=1}^{n}[A_i x(k)+B_i u(k)]\cdot d_i(k)}{\sum_{i=1}^{n}d_i(k)}$$

이므로 식 (5)를 식 (3)에 대입하고 정돈하면 다음의 모호체계전체의 모형을 얻는다.

$$x(k+1)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}d_i(k)d_j(k)\{A_i+B_i f_j\}x(k)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}d_i(k)d_j(k)} \tag{6}$$

2. 이동원리에 의한 모호체계의 완화된 안정성조건

정리 1(이동원리에 의한 련속모호체계의 완화된 안정성조건) 식 (7)로 표시되는 이동원리에 의한 련속모호체계에 대하여 다음의 조건 (8), (9)를 만족시키는 공통인 정의정값대칭행렬 P 가 존재하면 이동원리에 의한 련속모호체계는 대역적으로 점근안정하다.

$$\dot{x}(t)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}d_i(t)d_j(t)\{A_i+B_i f_j\}x(t)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}d_i(t)d_j(t)} \tag{7}$$

$$\{A_i+B_iF_i\}^T P+P\{A_i+B_iF_i\}<0 \tag{8}$$

$$G_{ij}{}^T P+PG_{ij}<0,\ i<j \tag{9}$$

여기서

$$G_{ij}=\frac{\{A_i+B_iF_j\}+\{A_j+B_jF_i\}}{2} \tag{10}$$

이며 $\forall i,\ j\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ r\}$이다.(증명생략)

한편 이동률에 의한 불련속T-S모호체계는 다음과 같이 표시할수 있다.

$$x(t+1)=\frac{\sum_{i=j}^{r}d_i(t)d_i(t)\{A_i+B_iF_i\}x(t)}{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}d_i(t)d_j(t)}+\frac{\sum_{i<j}^{r}2d_i(t)d_j(t)\frac{\{A_i+B_iF_j\}+\{A_j+B_jF_i\}}{2}x(t)}{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}d_i(t)d_j(t)} \tag{11}$$

여기서 d_i, d_j는 모호추론의 이동원리에 의한 이동률이고 r는 모호규칙의 개수이다.

정리 2(이동원리에 의한 불련속T－S모호체계의 완화된 안정성조건)

식 (11)로 표시되는 이동원리에 의한 불련속인 동적모호체계에 대하여 다음의 조건 (12), (13)을 만족시키는 공통인 정의정값대칭행렬 P가 존재하면 이동원리에 의한 불련속 T-S모호체계는 대역적으로 점근안정하다.

$$\{A_i+B_iF_i\}^T P\{A_i+B_iF_i\}-P<0 \tag{12}$$

$$G_{ij}^T PG_{ij}-P<0,\ i<j \tag{13}$$

여기서 G_{ij}는 식 (10)으로 정의된것이다.(증명생략)

3. 이동원리에 의한 거꿀흔들이체계의 안정화실험 및 결과분석

실험에서 리용한 거꿀흔들이와 밀차의 안정화를 위한 비선형체계의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_3\\ \dot{x}_2=x_4\\ \dot{x}_3=\dfrac{a(u-T_c-\mu x_4^2\sin x_2)+l\cos x_2(\mu g\sin x_2-f_px_4)}{J+\mu l\sin^2 x_2}\\ \dot{x}_4=\dfrac{l\cos x_2(u-T_c-\mu x_4^2\sin x_2)+\mu g\sin x_2-f_px_4}{J+\mu l\sin^2 x_2}\end{cases} \tag{14}$$

여기서

$$J=m_p(4m_c+m_p)L^2/(12(m_c+m_p)),\quad l=m_pL/(2(m_c+m_p)),\quad a=l^2+\frac{J}{m_c+m_p},\quad \mu=l(m_c+m_p)$$

이며 f_p는 상수이다.

흔들이와 밀차의 모호안정화조종규칙은 표와 같다.

표. 흔들이(Sp)와 밀차(Sc)의 모호안정화조종규칙(Fpfs, Fcfs)

Input Sp, Sc	NV	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PV
Output Fpfs, Fcfs	PV	PB	PM	PS	ZO	NS	NM	NB	NV

거꿀흔들이－밀차체계의 초기조건을 $[0,\ \pi,\ 0,\ 0]$으로 주었을 때 안정성정리에 의하여 얻은 거꿀흔들이－밀차체계의 안정화모의결과는 각각 그림 1, 2와 같다.

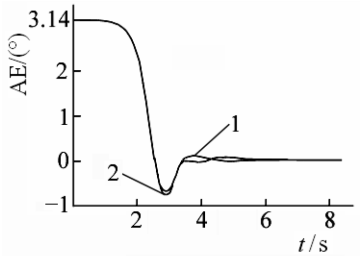

그림 1. 흔들이의 각오차(AE)안정화곡선
1—제안한 방법, 2—선행한 방법

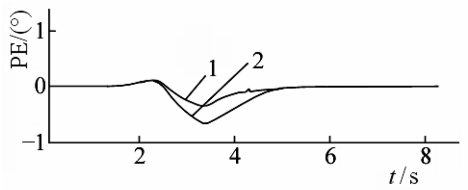

그림 2. 밀차의 위치오차(PE)안정화곡선
1—제안한 방법, 2—선행한 방법

우의 모의그라프들에서 두가지 경우 즉 흔들이각오차곡선과 밀차위치오차곡선에서 제안한 방법은 선행한 방법[2]보다 상대적으로 작은 오차값을 가지며 또한 과도시간이 상대적으로 작다. 실험결과 이동원리를 적용한 경우 선행한 방법보다 작은 오차값과 짧은 과도시간을 가지며 보다 좋은 안정화성능을 나타낸다는것을 알수 있다.

실험결과를 종합하면 제안한 방법은 선행한 방법[2]에 비하여 밀차의 위치오차는 0.416°, 과도시간은 1.57s만큼 개선되였다는것을 알수 있다.

맺 는 말

이동원리에 의한 불련속 및 련속인 모호체계가 안정하기 위한 정리를 완화된 조건에 대하여 제기하였으며 거꿀흔들이체계의 안정화모의실험을 통하여 제안한 방법의 효과성을 검증하였다.

참 고 문 헌

[1] H. G. Zhang et al; Fuzzy Modeling and Fuzzy Control, Springer, 33～62, 2006.

[2] Haiping Du et al.; Applications Soft Computing, 1, 676, 2008.

[3] Gwak Son Il et al.; 9th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD'12), 29, 2012.

[4] Kwak Son Il et al.; Journal of Theoretical Physics & Cryptography, 3, 22, 2015.

주체106(2017)년 2월 5일 원고접수

On Stability of the Nonlinear System based on Moving Principle

Kwak Son Il, Ri Kwang Chol and *Kim Kum Ju*

We proposed loose stability conditions of the fuzzy system based on moving principle and proved the stability theorem, and then verified the effectiveness of proposed method through the stabilization simulation experiment of the inverted pendulum system that is nonlinear object. The experiment results give us very good properties than previous [2] and namely improve position error of the chart by 0.416° and overshoot by 1.57s.

Key words: fuzzy system, stability, moving fuzzy reasoning method, inverted pendulum