

## 임폴스진폭함수의 수학적모형화에 대한 연구

김 국 철

MCNP모의프로그램에서 리용되는 임폴스진폭함수는 일반적으로 분광학적목적에 필요한 구체적인  $\gamma$  선스펙트르를 측정하는데 도움을 준다.

선행연구들[1, 2]에서는 MCNP모의에서 분산감소기술에 적용되는 임폴스진폭함수에 대한 간단한 수학적모형화를 제기하는것으로 그치고 MC모의결과와 해석폴이들과의 비교는 진행하지 않았다.

논문에서는 단순한 계를 가정하고 그 계에서의 임폴스진폭함수의 수학적모형화를 제기하고 해석폴이들과 비교고찰하였다.

### 1. 수학적모형화를 위한 가정

가정한 모의기하는 3개의 가상적인 원소들로 이루어진 원기둥인데 매 원소들의 전거시자름면적은  $1\text{cm}^{-2}$ 이다.

원소들과 그것들의 물리적인 호상작용물림새는 다음과 같이 정의하였다.

영문자 M으로 표기되는 첫번째 원소는 원자몹이 0.2로서 이 핵과의 충돌결과 입사립자는 흡수된다. 영문자 O로 표기되는 두번째 원소는 원자몹이 0.3으로서 이 핵과의 충돌에 의하여 에네르기가 입사립자에네르기의 절반인 1개의 2차전자가 발생한다. 2차전자는 거꿀산란되지 않는다. 영문자 K로 표기되는 세번째 원소는 원자몹이 0.5인데 이 핵과의 충돌에 의하여 2개의 2차립자들이 발생되며 이때 매개 2차립자의 에네르기는 입사립자의 에네르기의 1/4이다. 입사립자의 에네르기가 1MeV 혹은 그 이상일 때에는 2개의 2차립자 가운데서 1개는 앞방향산란을 일으키고 다른 1개는  $90^\circ$ 로 산란된다. 1.0MeV이하일 때에는 2개의 2차립자가 다 앞방향으로 산란된다. 이러한 3개의 핵들은  $\gamma$  선과 물질과의 호상작용형태들인 빛전기효과, 콤프톤산란, 쌍발생효과에 해당한것들로 가정하였다.[3]

원기둥모양의 모의기하는 활성구역(1구역)과 무감도구역(2구역)으로 나누어진다. 매 구역은 길이가  $\ln 2(\text{cm})$ , 반경이  $\ln 2(\text{cm})$ 이다.(그림 1)

원천립자들은 원기둥축상의 0점에서부터 출발한다. 매질을 통과하는 립자들은 원기둥축을 따라 이동하며 원천립자의 초기에네르기는 3.2MeV라고 보았다. 모든 립자들은 0.15MeV 혹은 그 이하에서 흡수된다. 이러한 단순한 계를 리용하면 1, 2구역 혹은 임의의 구역들에서 가능한 임폴스진폭확률을 해석적으로 결정할수 있다. 또한 세포내에서 일어나는 충돌수뿐아니라 각이한 에네르기대역들에서의 축 및 반경방향확률값도 쉽게 계산할수 있다.

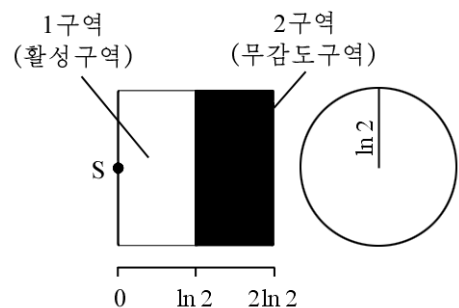


그림 1. 모의기하  
길이의 단위는 cm임.

## 2. 수학적모형화

직선상에 놓이는 두 점  $a$ 와  $b$ 사이의 수송매질에서 단 한번의 충돌이 일어날 확률은 간단히 다음식으로 평가할수 있다.

$$\int_b^a \exp(-\Sigma x) \Sigma dx = \exp[-\Sigma(b-a)] \quad (1)$$

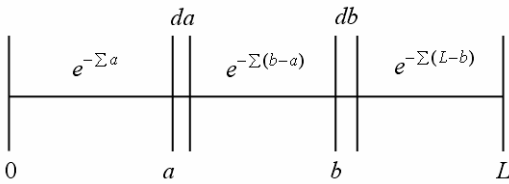


그림 2. 해석폴이과정에 대한 원리도

여기서  $\exp(-\Sigma x)$ 는 충돌이 없이 거리  $x$ 를 비행할 확률이며  $\Sigma dx$ 는  $dx$  구간에서 충돌이 일어날 확률이다.

식 (1)을 리용하여 점  $a$ 와  $b$ 에서의 2개의 충돌사건과 그 이후에 있게 되는 립자루실을 평가하였다.(그림 2) 이때 점  $a$ 와  $L$  사이에서 한번의 충돌을 일으킨 후 루실될 확률은 다음

의 식으로 표시할수 있다.

$$\int_L^a \exp[-\Sigma(b-a)] \exp[-\Sigma(L-b)] \Sigma db = \Sigma \exp[-\Sigma(L-a)] \int_L^a db = \Sigma \exp[-\Sigma(L-a)](L-a) \quad (2)$$

여기서  $\exp[-\Sigma(b-a)]$ 는 점  $a$ 와  $b$  사이에서 그 어떤 충돌도 일어나지 않을 확률,  $\Sigma db$ 는  $db$ 구간에서 충돌이 일어날 확률이며  $\exp[-\Sigma(L-b)]$ 는 점  $b$  이후의 구간에서 충돌이 일어나지 않을 확률이다.

이와 근사하게 0점과  $L$ 점사이에서 2개의 충돌을 일으키면서 립자가  $L$ 점에 도달할 확률은 다음의 식으로 표시된다.

$$\int_0^L \exp(-\Sigma a) \{ \Sigma \exp[-\Sigma(L-a)](L-a) \} \Sigma da = \Sigma^2 \exp(-\Sigma L) \int_0^L (L-a) da = \Sigma^2 \exp(-\Sigma L) \frac{L^2}{2} \quad (3)$$

여기서  $\exp(-\Sigma a)$ 는 0과  $a$ 사이에서 그 어떤 충돌도 일어나지 않을 확률이고  $\Sigma da$ 는  $da$  구간에서 충돌이 일어날 확률이다.

어느 한 구역에서 립자의 이동자리길은 그림 3과 같다.

모의결과에 따르면 립자는 이동과정에 세포속에 2.8MeV의 에너지를 전달한다.

$\Sigma=1$  일 때 2개의 특정한 축방향충돌과 1개의 반경방향충돌에 대한 임펄스진폭은 아래와 같다.

$$P = \frac{0.5 \cdot 0.3 e^{-\ln^2} (\ln 2)^2}{2} [0.2 \cdot (1 - e^{-\ln^2})] = 0.001 \ 801 \ 7$$

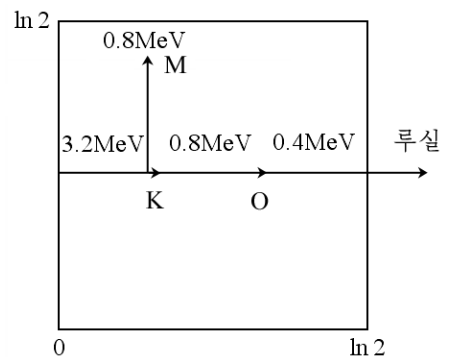


그림 3. 립자의 이동자리길 길이의 단위는 cm임

### 3. 해석폴이결과와 MCNP모의결과와의 비교

해석계산프로그램 Fortran90을 리용하여 충돌확률분포와 축 및 반경방향루실에너지 분포를 계산하였다.(표 1-3)

5개의 불런속에너지값들 즉 3.2, 1.6, 0.8, 0.4, 0.2MeV에 대해서 0~7개의 가능한 충돌이 존재한다.

표 1. 해석폴이결과와 MCNP모의결과(충돌확률분포)

충돌수	해석폴이결과	MCNP모의결과
0	0.5	0.500 891 0
1	0.290 615 48	0.290 658 6
2	0.113 617 96	0.114 697 1
3	0.066 150 332	0.064 250 5
4	0.023 557 394	0.023 903 0
5	0.005 213 175 1	0.005 420 8
6	0.000 791 039 28	0.000 909 7
7	0.000 054 629 585	0.000 084 1
합계	1.000 000 009 965	1.000 814 8

표 2. 해석폴이결과와 MCNP모의결과(축방향루실확률)

에너지/MeV	해석폴이결과	MCNP모의결과
0	0.134 605 40	
0.2	0.040 542 254	0.065 205 5 $\pm$ 0.001 6
0.4	0.036 783 283	0.036 831 5 $\pm$ 0.001 6
0.8	0.184 096 99	0.184 052 $\pm$ 0.000 7
1.6	0.103 972 08	0.103 843 $\pm$ 0.000 9
3.2	0.5	0.500 142 $\pm$ 0.000 3
합계	1.000 000 007	1.000 041 3

표 3. 해석폴이결과와 MCNP모의결과(반경방향루실확률)

에너지/MeV	해석폴이결과	MCNP모의결과
0	0.772 847 11	
0.2	0.064 652 901	0.091 792 5 $\pm$ 0.001 3
0.4	0.037 500 002	0.037 498 9 $\pm$ 0.001 6
0.8	0.125 000 000	0.125 038 $\pm$ 0.000 8
합계	1.000 000 013	1.000 000 4

표 1-3에서 보는바와 같이 해석계산프로그램을 리용하여 얻은 결과와 MCNP모의결과와의 상대오차는  $\pm 3\%$  이다. 다만 표 2와 3에서 축방향루실확률계산결과와 반경방향루실확률계산결과가 0.2MeV에서 약간 차이가 있을뿐이다.

## 맺는 말

MCNP모의의 분산감소기술에 많이 적용되는 임펄스진폭목적함수의 믿음성을 확증할 수 있는 수학적모형화를 단순한 계에 대하여 제기하고 MCNP모의의 분산감소파라미터들을 해석적으로 직접 얻을수 있는 수학적기초를 확립하였다.

## 참고 문헌

- [1] D. Hartanto et al.; Nuclear Engineering and Technology, **48**, 330, 2016.
- [2] F. Alroumi et al.; Nuclear Technology and Radiation Protection, **31**, 1, 16, 2016.
- [3] S. M. Ghavami et al.; Nuclear Technology and Radiation Protection, **31**, 1, 89, 2016.

주체107(2018)년 12월 5일 원고접수

## Study on the Mathematical Modeling of Pulse Amplitude Function

*Kim Kuk Chol*

In this paper, we established the mathematical basis for application of variance reduction technique in MC simulation, by suggesting the mathematical modeling of pulse amplitude objective function applied to variance reduction technique in MCNP simulation and by comparing the analytical solution result with MCNP simulation result.

Key words: variance reduction technique, pulse amplitude function