김일성종합대학학보 주체109(2020)년
수 학 제66권 제1호

다축비비례짐을 받는 구조물의 확률적인 피로수명평가의 한가지 방법

김경임, 리영섭

선행연구[1]에서는 SAE1045강재료로 된 구부림－틀음짐을 받는 축의 결정론적인 피로수명을 림계평면법에 기초하여 평가하였다.

선행연구[2]에서는 구조물에 비비례짐이 작용하는 경우 림계평면법보다도 불변량법의 하나인 싸인스(Sines)의 규준이 더 잘 맞는다는것을 밝혔다.

선행연구[3]에서는 변진폭짐스펙트르에 초과짐이 포함되는 경우에는 구조물의 피로수명평가에서 비선형손상합의 원리가 더 잘 맞는다고 밝혔다.

론문에서는 계산과정이 복잡한 림계평면법의 제한성을 극복하고 수명평가의 정확도를 높이기 위하여 다축피로규준의 하나인 불변량법과 비선형손상합원리, P-S-N곡선을 리용하여 다축비비례짐을 받는 구조물의 피로수명을 평가하는 방법을 제기하고 계산실례를 주었다.

1. 불변량법에 의한 확률적인 피로수명평가방법

다축피로규준의 목적은 구조물의 매 위치에 조성되는 다축응력상태를 1축응력상태로 변환하는것이다.

구조물이 다축비비례짐을 받는 경우 피로수명계산에 리용되는 피로규준에는 크게 두가지 즉 림계평면법과 불변량법이 있다.

비비례짐하에서는 주응력의 방향이 계속 변하므로 림계평면법에 의한 피로수명계산은 복잡성을 띤다. 이로부터 여기서는 계산이 보다 간단하면서도 정확한 불변량법의 한가지인 싸인스의 규준을 피로수명평가에 리용한다. 싸인스의 규준은 다음과 같이 표시된다.[4]

$$\sqrt{J_{2,a}} \le \tau_{-1} - (3m - \sqrt{3})\sigma_{H,\max} \tag{1}$$

여기서 $\sqrt{J_{2,a}}$ 는 등가접선응력진폭 즉 편차응력텐소르의 2차불변량의 진폭의 2차뿌리, τ_{-1} 은 틀음피로한계, m 은 틀음피로한계와 구부림피로한계의 비이다. 이때 등가접선응력진폭은

$$\sqrt{J_{2,a}(t)} = \sqrt{\frac{1}{6}[(s_{xx,a} - s_{yy,a})^2 + (s_{yy,a} - s_{zz,a})^2 + (s_{zz,a} - s_{xx,a})^2] + (s_{xy,a} + s_{yz,a} + s_{xz,a})^2} \tag{2}$$

로 표시되고 주기 T 에서의 수력학적응력의 최대값은 $\sigma_{H,\max} = \sigma_{H,a} + \sigma_{H,m}$ 으로서 수력학적응력의 진폭값과 평균값의 합으로 표시된다.

현실에서 대상하는 대부분의 구조물에 작용하는 짐은 변진폭짐이며 따라서 얻어지는 등가접선응력진폭도 변진폭스펙트르로 얻어진다. 이 스펙트르는 피로수명평가에 그대로 리용할수 없으며 순환계산방법의 하나인 비흐름법을 리용하여 계산하여야 한다. 비흐름법을 적용하여 변진폭짐스펙트르를 일정한 진폭을 가진 여러 등급의 짐으

로 나눈다.

한편 구조물의 전체 수명은 다음과 같이 결정한다.

$$N_{structure} = \min(N_{e.total}) \tag{3}$$

이때 $N_{structure}$ 는 구조물의 전체 수명이다. 즉 구조물의 수명은 요소의 피로수명들가운데서 최소값으로 구해진다.

$$N_{e.total} = \frac{1}{D_{block}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{K} D_i} \tag{4}$$

여기서 D_{block} 는 블로크짐에 의한 손상, K 는 비흐름계산법으로부터 얻어진 짐등급의 개수, D_i 는 i 번째 등급의 짐에 의한 손상이다. 여기서 D_i 를 구하는 방법에는 일반적으로 선형손상합의 원리가 리용되는데 비선형손상합의 원리는 다음과 같다.

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_i}\right)^{(N_i)^{\alpha}} \tag{5}$$

여기서 n_i 는 i 번째 등급의 짐순환수이고 N_i 는 i 번째 등급의 짐이 작용할 때의 파괴순환수, $\alpha = 6$ 이다.

N_i 는 일반적으로 해당 재료의 S-N곡선에 기초하여 피로수명을 계산한다. 보통 하나의 곡선으로 주어지는 S-N곡선은 파괴확률 $p_f = 50\%$ 에 해당한것이다. 구조물의 피로수명을 더 정확히 평가하자면 보다 작은 파괴확률에 대한 피로수명도 얻어야 한다. 이를 위해서는 확률에 따르는 S-N곡선 즉 P-S-N곡선이 필요하다.

주어진 응력수준에서 피로수명은 로그정규분포에 따른다. 이것을 수학적으로 쓰면

$$F(N_i) = \varphi\left[\frac{\ln N_i - \mu_{\ln N_i}}{\sigma_{\ln N_i}}\right] \tag{6}$$

이다. 웃식에서 $\mu_{\ln N_i}$ 와 $\sigma_{\ln N_i}$ 는 $\ln N_i$ 의 평균값과 표준편차에 따라 달라지는 량으로서 다음과 같이 표시된다.

$$\mu_{\ln N_i} = \ln\left[\frac{\mu_{N_i}}{\sqrt{1+\eta^2(N_i)}}\right] = \ln\left[\frac{\overline{N_i}}{\sqrt{1+\eta^2(N_i)}}\right] \tag{7}$$

$$\sigma^2_{\ln N_i} = \ln[1+\eta^2(N_i)] \tag{8}$$

여기서 $\eta(N_i)$ 는 변이결수로서 $\eta(N_i) = \sigma_{N_i} / \mu_{N_i}$ 이고 $\mu(N_i)$ 와 $\sigma(N_i)$ 는 평균값과 표준편차에 따라 달라지는 량, $\overline{N}_i$ 는 믿음도가 50%일 때의 피로수명이다. 한편 믿음도 $R(t) = P\{\tilde{t} > t\}$ 는 파괴확률 $F(t) = P\{\tilde{t} \le t\}$ 와 $F(t) = 1 - R(t)$ 의 관계를 가진다.

식 (7)과 (8)을 식 (6)에 대입하면 믿음도의 정의로부터 다음의 식이 얻어진다.

$$R(N) = 1 - \varphi\left\{\frac{\ln N - \ln(\overline{N}/\sqrt{1+\eta^2(N)})}{\sqrt{\ln[1+\eta^2(N)]}}\right\} \tag{9}$$

반대로 믿음도가 50%와 95%인 P-S-N곡선이 주어졌을 때 주어진 응력수준에서의 변이결수 $\eta(N_i)$ 를 구함으로써 서로 다른 믿음도에서의 피로수명공식을 유도할수 있다.

$$N_i(R)=\exp\left\{\sqrt{\ln[1+\eta^2(N_i)]}\times\varphi^{-1}[1-R(N_i)]+\ln\overline{N_i}-\frac{1}{2}\ln[1+\eta^2(N_i)]\right\} \quad (10)$$

여기서 $\varphi^{-1}[1-R(N_i)]$ 는 정규분포표로부터 구할수 있다.

2. 확률적인 피로수명평가알고리듬

① 유한요소해석을 진행하여 마디점에서의 응력성분들과 본－미제스환산응력을 얻는다.

② 마디점응력성분들로부터 식 (1)의 오른변으로 표시되는 등가피로한계를, 본－미제스환산응력으로부터 등가접선응력진폭을 얻는다.

③ 시간에 따라 변하는 값으로 얻어지는 등가접선응력진폭값들을 비흐름순환계산법에 의하여 등급짐으로 정리한다.

④ 매 등급의 등가접선응력으로부터 피로수명의 자연로그의 기대값을 구하고 피로수명의 자연로그의 두제곱편차값을 리용하여 식 (10)에 의하여 필요한 믿음도에서의 수명을 계산한다.

⑤ 식 (4), (5)를 리용하여 요소에서의 피로수명을 계산한다.

⑥ 우의 과정을 매 요소에 대하여 반복하고 식 (3)으로부터 최소수명을 찾아 구조물의 수명을 평가한다.

3. 계 산 실 례

이 실례에서는 불변량법에 의한 확률적인 피로수명평가방법의 타당성을 확증하기 위하여 SAE1045강재료로 된 위상차가 90°인 구부림－틀음짐을 받는 축의 피로수명을 평가하고 실험자료[1]와 비교하였다. 축의 기하학적형태와 경계조건은 그림과 같다. 이 재료의 탄성결수 $E=203\text{GPa}$, 뽜쏭결수 $\nu=0.3$, 류동한계 $\sigma_S=332\text{MPa}$, 구부림피로한계 $f_{-1}=202\text{MPa}$, 틀음피로한계 $t_{-1}=123\text{MPa}$ [1], 세기한계 $\sigma_b=517\text{MPa}$ [5]이다.

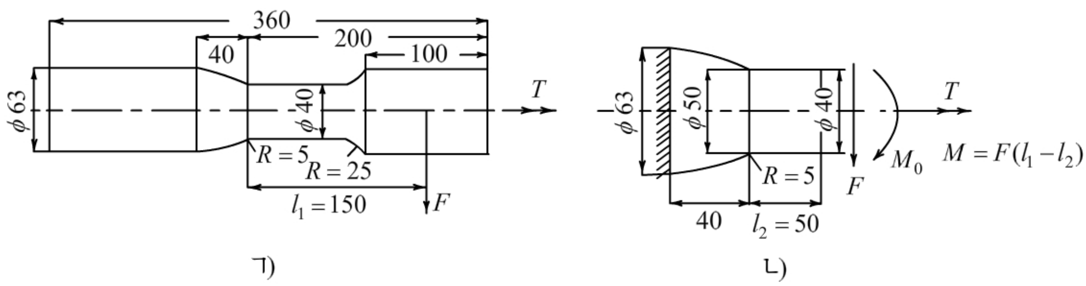

그림. 구부림－틀음짐을 받는 축

ㄱ) 기하학적모형, ㄴ) 짐조건(mm)

틀음피로실험자료로부터 S-N곡선은 다음과 같이 표시된다.[5]

$$\sigma_a=603.33(\log(N))^{-0.830\,3} \quad (11)$$

우에서 소개한 알고리듬에 따라 피로수명평가를 진행하며 실험값과 비교한다.

① Solidworks에 의한 유한요소해석을 진행하여 마디점에서의 응력성분들과 본－미제스환산응력을 얻는다.

② 마디점응력성분들로부터 등가피로한계 $f_{eq}=19.6\text{MPa}$ 와 등가접선응력진폭들의 최대값 $\sqrt{J_{2,a}}=45.2\text{MPa}$, 59.1MPa 을 얻는다. 작용하는 외력이 일정한 진폭을 가지므로 등가접선응력진폭도 일정한 진폭을 가진다.

③ 우에서 구한 등가응력의 최대값으로부터 식 (4)와 (11)에 따라 파괴확률 50%에서의 수명은 두 짐경우에 대하여 각각 340 846, 67 906회이다. 피로실험자료[5]로부터 이 재료의 P-S-N곡선의 변이결수와 로그정규분포의 특성값들을 리용하여 식 (10)에 의하여 파괴확률 10%와 90%에서의 수명을 계산하고 실험값 및 림계평면법에 의한 결과와 비교하였다.(표)

표. 실험값과 계산결과의 비교

짐경우	구부림 및 틀음모멘트		피로수명/회				
	M/(N·m)	T/(N·m)	실험값[1]	론문의 방법			림계평면법[1]
				$p_f=0.1$	$p_f=0.5$	$p_f=0.9$	
1	990	1 390	350 000	255 250	340 846	438 011	272 225
2	1 220	1 710	60 800	14 186	67 906	296 558	15 120

표에서 알수 있는바와 같이 파괴확률 50%에서 실험값 350 000, 60 800회일 때 불변량법에서는 340 846, 67 906회, 림계평면법에서는 272 225, 15 120회로서 불변량법이 실험값과 더 잘 맞으며 이것은 평균두제곱편차값을 계산해보아도 잘 알수 있다.

맺 는 말

1) 불변량법과 비선형손상합원리에 기초하여 다축비비례짐을 받는 구조물의 피로수명을 계산하기 위한 확률적인 방법을 제기하고 알고리듬을 작성하였다.

2) 위상차가 90°인 구부림－틀음짐을 받는 축의 피로수명계산을 통하여 론문에서 제기한 방법의 타당성을 밝혔다.

참 고 문 헌

[1] Jayanta Das et al.; Sivakumar, Engineering Failure, 7, 347, 2000.

[2] You BR et al.; Int J Fatigue, 18, 235, 1996.

[3] F. Dal Cero Coelho et al.; Procedia Engineering, 133, 102, 2015.

[4] S. Lambert et al.; International Journal of Fatigue, 32, 463, 2010.

[5] Young Liu, et al.; International Journal of Fatigue, 27, 790, 2005.

주체108(2019)년 9월 15일 원고접수

A Method for Probabilistic Prediction of the Fatigue Life for Structures under Multiaxial Non-Proportional Loadings

Kim Kyong Im, Ri Yong Sob

In this paper, we propose a probabilistic method based on the Sines' criterion and the non-linearity of the damage to evaluate the fatigue life of structures under multiaxial non-proportional loadings.

Keywords: fatigue, non-proportional loading