김일성종합대학학보 (자연과학) 주체104(2015)년 제61권 제2호
JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE) Vol. 61 No. 2 JUCHE104(2015).

열중성자분리모형을 리용한 3차원2군중성자확산의 계산

서철, 허일문

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《…우리 나라의 실정에 맞는 수력발전소, 화력발전소, 원자력발전소를 건설하는데서 나서는 과학기술적문제를 풀도록 하여야 합니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제11권 135폐지)

현재 동력로물리설계에서 현대거친그물방법인 매듭법을 리용하는 방향으로 나가고있으며 NGFM과 같은 계산코드들이 개발되여 가압경수로의 로심물리설계에 광범히 리용되고있다.[1, 4]

우리는 열중성자분리모형과 2종경계조건에서의 매듭그린함수법을 리용하여 3차원2군중성자확산방정식의 수값풀이체계를 세우고 기준문제에 대한 계산을 통하여 정확성과 효률성을 검증하였다.

1. 열중성자분리모형과 2종경계조건의 매듭그린함수법을 리용한 수값계산모형

열중성자분리모형[3]에서 가로적분된 빠른군확산방정식은 다음과 같다.

$$-D_1\frac{d^2}{du^2}\phi_{1u}+\Sigma_{r1}\phi_{1u}=Q_{1u}(u)-L_{1u}(u),\quad -a_u\le u\le a_u,\quad u=x,y,z \tag{1}$$

여기서

$$Q_{1u}(u)=Q_{1u}^*(u)+q_u(u) \tag{2}$$

$$Q_{1u}^*(u)=\frac{\overline{\nu\Sigma_{f1}}}{k}\phi_{1u}(u)+\frac{\nu\Sigma_{f2}}{k}\phi_u^s(u),\quad \overline{\nu\Sigma_{f1}}=\nu\Sigma_{f1}+S_\mu\nu\Sigma_{f2} \tag{3}$$

$$q_u(u)=\frac{\nu\Sigma_{f2}}{k}(E'_u e^{\nu u}+F'_u e^{-\nu u}) \tag{4}$$

$$\phi_u^s(u)=\phi_{2u}^s(u)-S_\mu\phi_{1u}^s(u) \tag{5}$$

이며 열군중성자속은 빠른군중성자속에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$\phi_{2u}(u)=S_\mu\phi_{1u}(u)+E'_u e^{\nu u}+F'_u e^{-\nu u}+\phi_u^s(u) \tag{6}$$

식 (1), (2)에서 표시를 간단히 하기 위하여 매듭번호 k를 없앴다. 식 (5)에서 $\phi_{1u}^s(u)$와 $\phi_{2u}^s(u)$는 가로적분된 1차원빠른군 및 열군중성자확산방정식의 해석적인 특수풀이로서 $L_{1u}(u)$와 $L_{2u}(u)$에 관계된다. ν와 S_μ는 2군확산리론에서 리용하는 전형적인 량들로서 다음과 같이 표시된다.

$$S_\mu=\frac{\Sigma_{s1\to2}}{D_2\mu^2+\Sigma_{a2}},\quad \mu^2=\frac{\left(-A+\sqrt{A^2-4B}\right)}{2},\quad \nu^2=\frac{\left(A+\sqrt{A^2-4B}\right)}{2},\quad A=\frac{\Sigma_{r1}}{D_1}-\frac{\nu\Sigma_{f1}}{kD_1}+\frac{\Sigma_{a_2}}{D_2},$$

$$B=\Sigma_{r1}\Sigma_{a2}/(D_1D_2)-\nu\Sigma_{f1}\Sigma_{a2}/(kD_1D_2)-\nu\Sigma_{f2}\Sigma_{s1\to 2}/(kD_1D_2)$$

E'_u, F'_u는 미정결수들이다.

식 (1)의 풀이에는 원칙적으로 임의의 매듭법을 다 리용할수 있다.

우리는 2종경계조건에서의 매듭그린함수법[4]을 리용하였다. 이 경우 빠른군에서 가로적분된 중성자속의 전개결수에 대한 방정식과 정미중성자속결합방정식, 매듭평형방정식을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$[A_u]\boldsymbol{\Phi}_{1u}=[G_{1u}^{uu}](\boldsymbol{Q}_{1u}^*-\boldsymbol{L}_{1u})+\boldsymbol{q}_u-[G_{1u}^{u+}]J_{1u}(a_u)+[G_{1u}^{u-}]J_{1u}(-a_u) \tag{7}$$

$$\begin{aligned} f_{1u+}^kT_{1u}^kJ_{1u}^{k-1}(a_u^{k-1})-(f_{1u+}^kR_{1u}^k+f_{1u-}^{k+1}R_{1u}^{k+1})J_{1u}^k(a_u^k)+f_{1u-}^{k+1}T_{1u}^kJ_{1u}^{k+1}(a_u^{k+1})= \\ =f_{1u-}^{k+1}[GQ-]_{1u}^{k+1}-f_{1u+}^k[GQ+]_{1u}^k \end{aligned} \tag{8}$$

$$\sum_{u=x,\ y,\ z}\frac{1}{2a_u}[J_{1u}(a_u)-J_{1u}(-a_u)]+\Sigma_{r1}\overline{\phi}_1=\overline{Q}_1 \tag{9}$$

식 (7)과 (8)에서 $\boldsymbol{Q}_{1u}^*$, $\boldsymbol{q}_u$의 벡토르요소들과 $[GQ\pm]_{1u}$는 다음과 같이 정의된다.

$$Q_{1un}^*=\left(\frac{\overline{\nu\Sigma_{f1}}}{k}\phi_{1un}+\frac{\nu\Sigma_{f1}}{k}\phi_{un}^s\right)P_n(u/a_u),\quad \phi_u^s(u)=\sum_{n=1}^{3}\phi_{un}^sP_n\left(\frac{u}{a_u}\right),$$

$$q_{um}=\int_{-a_u}^{a_u}P_m\left(\frac{u}{a_u}\right)du\int_{-a_u}^{a_u}q_u(u_0)G_{1u}(u,\ u_0)du_0,\quad [GQ\pm]_{1u}=\sum_{n=1}^{3}(Q_{1un}^*-L_{1un})[G_{1u}^{u\pm}]_n+q_u^{\pm},$$

$$q_u^{\pm}=\int_{-a_u}^{a_u}q_u(u)G_{1u}(u,\ \pm a_u)du$$

$P_n(u/a_u)$ $(n=1,\ 2,\ 3)$은 르쟝드르다항식이며 ϕ_{un}^s은 빠른군과 열군가로루실항의 전개결수들에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{cases}\phi_{u1}=C_1L_{1u1}+C_2L_{2u1}+C_3L_{1u3}+C_4L_{2u3}\\ \phi_{u2}=C_1L_{1u2}+C_2L_{2u2}\\ \phi_{u3}=C_1L_{1u3}+C_2L_{2u3}\end{cases} \tag{10}$$

여기서

$$\begin{cases}C_1=(S_\mu\Sigma_{a2}-\Sigma_{s1\to 2})/\Delta\\ C_2=(\overline{\nu\Sigma_{f1}}/k-\Sigma_{r1})/\Delta\\ C_3=3(D_1\Sigma_{a2}(S_\mu\Sigma_{a2}-\Sigma_{s1\to 2})/(a_u\Delta)^2+D_2\Sigma_{s1\to 2}(\overline{\nu\Sigma_{f1}}/k-\Sigma_{r1}))\\ C_4=3(D_1(\nu\Sigma_{f2}/k)(S_\mu\Sigma_{a2}-\Sigma_{s1\to 2})/(a_u\Delta)^2-D_2(\overline{\nu\Sigma_{f1}}/k-\Sigma_{r1})(\nu\Sigma_{f1}/k-\Sigma_{r1}))\end{cases},$$

$$\Delta=-\Sigma_{a2}(\nu\Sigma_{f1}/k-\Sigma_{r1})-(\Sigma_{s1\to 2}\nu\Sigma_{f2}/k).$$

미정결수 $E_u^{'}$와 $F_u^{'}$는 매듭의 량쪽 경계에 해당한 열군중성자속과 열군정미중성자속으로부터 얻는다. 매듭량쪽 경계에서 열군중성자속은 다음과 같이 표시된다.

$$\phi_{2u}(a_u)=[GQ+]_{2u}-R_{2u}(u)J_{2u}(a_u)+T_{2u}(u)J_{2u}(-a_u) \tag{11}$$

$$\phi_{2u}(-a_u)=[GQ-]_{2u}-T_{2u}(u)J_{2u}(a_u)+R_{2u}(u)J_{2u}(-a_u) \tag{12}$$

식 (11), (12)와 식 (6)으로부터

$$C_+ = E'_u + F'_u = \frac{1}{2\cosh(\nu a_u)}\{[GQ+]_{2u} + [GQ-]_{2u} - (R_{2u}(u) + T_{2u}(u))\times \\ \times\left(J_{2u}(a_u) - J_{2u}(-a_u)\right) - 2\times[S_\mu(\phi_{2u}(a_u) + \phi_{2u}(-a_u)) + (\phi^s_{2u}(a_u) + \phi^s_{2u}(-a_u))]\} \tag{13}$$

또한 식 (6)으로부터

$$J_{2u}(u) = S_\mu \frac{D_2}{D_1} J_{1u}(u) - D_2\left[\nu(E_u{}^{'} e^{\nu u} - F_u{}^{'} e^{-\nu u}) + \frac{1}{a_u}\phi^s_{u2} + \frac{3u}{a_u{}^2}\phi^s_{u3}\right] \tag{14}$$

이며 따라서

$$C_- = E'_u - F'_u = \frac{1}{2D_2\nu\cosh(\nu a_u)}\{S_\mu D_2(J_{1u}(a_u) + J_{1u}(-a_u))/D_1 - (J_{2u}(a_u) + J_{2u}(-a_u))\times \\ \times(J_{2u}(a_u) - J_{2u}(-a_u)) - 2\times[S_\mu(\phi_{2u}(a_u) + \phi_{2u}(-a_u)) + (\phi^s_{2u}(a_u) + \phi^s_{2u}(-a_u))]\} . \tag{15}$$

식 (13)과 (15)를 리용하여 $E_u{}^{'}$와 $F_u{}^{'}$를 구한다.

열군가로루실항의 전개결수들과 C_-의 계산에 필요한 열군정미중성자속은 빠른군과 마찬가지로 매듭그린함수법으로 구한다.

빠른군중성자속이 구해지면 열군중성자속을 다음의 식으로 얻는다.

$$\phi_2 = S_\mu \phi_1 + \frac{sh\,\nu a_u}{\nu a_u}(E'_u + F'_u) + \phi^s_{u1} \tag{16}$$

여기서 ϕ_1과 ϕ_2는 각각 빠른군 및 열군의 매듭평균중성자속이다.

식 (7), (8), (9), (16)을 원천반복법으로 풀어 로심의 유효증식결수와 중성자속분포 및 출력분포, 출력불균일결수 등 로물리적특성량들을 구한다.

2. 기준문제에 대한 계산결과

3차원PWR로심에 대한 기준문제[2]의 계산결과는 표와 같다. 이때 매듭의 크기는 20cm×20cm×20cm로 하였다.

표. 기준문제에 대한 k_{eff} 계산결과(기준값 k_{eff} =1.029 03)

계산방법	k_{eff}	계산시간 /s	원천반복 회수	기준값에 비한 상대편차/%
제2종경계조건에서의 매듭그린함수법	1.029 16	5.53	1 241	0.013
열중성자분리모형을 리용한 제2종 경계조건에서의 매듭그린함수법	1.028 58	2.36	165	0.043

표에서 보는바와 같이 열중성자분리모형을 리용한 경우 k_{eff}에서의 계산정확도는 열중성자분리모형을 리용하지 않았을 때보다 약간 떨어지지만 원천반복회수는 훨씬 작으며 따라서 계산시간이 1/2이하로 감소되였다.

이 기준문제의 집합체별출력분포계산결과는 그림과 같다.

그림에서 보는바와 같이 최대상대편차가 5.5%이며 대부분의 집합체들에서는 상대편차가 3%이하로서 기준값과 비교적 일치하였다.

				1 2 3	0.596 5 0.591 6 −0.82		
				0.474 9 0.486 8 2.51	0.699 2 0.737 9 5.53	0.608 3 0.598 2 −1.66	
			1 178 8 1 173 7 −0.43	0.972 0 0.985 5 1.39	0.922 6 0.946 7 2.61	0.863 7 0.860 9 −0.32	
		1.368 6 1.340 3 −2.51	1.311 4 1.294 7 −1.27	1.180 9 1.173 3 −0.64	1.088 4 1.092 1 0.34	0.997 2 1.005 7 1.37	0.707 4 0.688 8 −2.63
	1.398 1 0.371 7 −1.38	1.432 2 1.402 4 −2.08	1.291 4 1.275 7 −1.21	1.072 1 1.079 2 066	1.054 6 1.063 8 0.87	0.973 9 0.992 7 1.93	0.753 2 0.762 3 1.21
0.728 7 0.718 5 −1.39	1.282 6 1.269 3 −1.03	1.423 0 1.388 5 −2.42	1.194 8 1.188 1 −0.56	0.609 8 0.611 6 0.29	0.953 1 0.975 0 2.29	0.957 9 0.979 5 2.25	0.772 8 0.773 4 0.07

그림. 3차원PWR기준문제의 집합체별출력분포(1/8대칭구역)
1—선행연구[2]결과, 2—계산결과, 3—상대편차(%)

맺 는 말

열중성자분리모형과 2종경계조건에서의 매듭그린함수법을 적용하여 3차원로심림계확산계산체계를 확립하고 기준문제와의 비교를 통하여 정확성과 효률성을 검증하였다.

참 고 문 헌

[1] R. D. Lawrence et al.; Nucl. Sci. Eng., 76, 2, 218, 1980.
[2] L. Asemenza; Nucl. Sci. Eng., 47, 302, 1972.
[3] 阮可强; 核科学与工程, 18, 42, 1998.
[4] 胡永明; 反应堆物理数值计算方法, 国防科技大学出版社, 195～201, 2000.

주체103(2014)년 10월 5일 원고접수

Three-Dimensional Neutron Two-Group Diffusion Calculation using the Thermal Neutron Decoupling Model

So Chol, Ho Il Mun

By using NGFM under Neumann boundary condition with the thermal neutron decoupling model we established numerical calculation system of three-dimensional neutron two-group diffusion equation, and verified correctness and effectiveness of the calculation system through the comparison with the result of benchmark problem.

Key words: NGFM, thermal neutron decoupling model