

공간영역에서 3차원중자력이상의 수직 1 계도함수계산방법

최영남, 박경훈

주파수영역에서의 도함수계산방법은 푸리에변환법[1, 4, 5]을 리용하는것으로 하여 속도가 빠르고 계산과정이 간단한 반면에 함수의 비주기성과 제한된 자료를 리용하는것으로 하여 오차가 생기는 부족점이 있다.

공간영역에서는 일반적으로 테일러합렬전개에 기초한 도함수계산공식, 라그랑주보간법과 스플라인보간법을 리용한 수직도함수계산방법이 쓰이는데 역시 계산정확도가 높지 못하다.

주파수영역과 공간영역을 결합한 수직도함수계산방법[2, 3]을 리용하면 주파수영역법에 비하여 안정하게 수직1계도함수를 계산할수 있지만 관측자료가 유한한것으로 하여 생기는 오차를 피할수 없다.

본문에서는 공간영역에서 뿔송적분식풀이에 기초한 3차원중자력이상의 수직1계도함수계산방법을 제기하고 모형계산을 통하여 방법의 정확도를 평가하였다.

1. 방법의 원리

x 와 y 축은 관측면우에, z 축은 연직아래방향을 정의방향으로 설정한 직각자리표계에서 뿔송적분식은 다음과 같이 표시된다.

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \frac{-\zeta}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x, y, 0)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + \zeta^2]^{3/2}} dx dy \quad (1)$$

여기서 x, y 는 각각 관측점의 자리표, ξ, η, ζ 는 각각 해석연장점의 자리표, $f(x, y, 0)$ 는 관측면($z=0$)에서의 마당값, $f(\xi, \eta, \zeta)$ 는 관측면으로부터 ζ 만 한 수준으로 해석연장된 마당값이다.

식 (1)을 ζ 에 관하여 미분하고 해석연장하려는 수준 역시 관측면과 같은 수준 즉 $\zeta=0$ 으로 놓고 정리하면 다음식을 얻는다.

$$f_{\zeta}(\xi, \eta, 0) = \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x, y, 0)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{3/2}} dx dy \quad (2)$$

식 (2)에서 보는바와 같이 적분구간은 $(-\infty, +\infty)$ 이다. 그런데 현실에서 얻어지는 포텐셜마당측정자료들은 모두 일정한 구간으로 제한된다. 그러므로 무한구간적분을 유한구간적분으로 넘기면 무한구간영향으로 인한 오차가 반드시 생긴다. 우리는 이것을 극복하기 위하여 가상의 무한점(그림 1)을 설정하여 적분을 계산하였다.

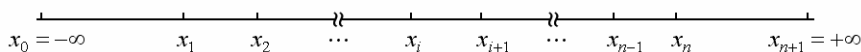


그림 1. 적분구간분할과 무한점설정

그림 1에서 보는바와 같이 구간 $[x_i, x_{i+1}]$ 은 관측구간이고 x_0 과 x_{n+1} 은 식 (2)의 적분을 계산할 때 무한점영향을 보정하기 위하여 해석자가 설정한 점들이다.

분할된 매 요소구간들에서는 포텐살마당값이 선형으로 변한다고 볼수 있으므로 다음과 같은 선형요소보간함수를 리용한다.(그림 2)

구간 $[x_i, x_{i+1}]$ 의 임의의 점 x 에서의 함수값은 다음식으로 계산한다.

$$f(x) = \phi_i(x)f_i + \phi_{i+1}(x)f_{i+1} \quad (3)$$

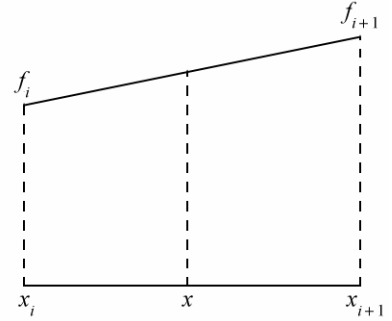


그림 2. 선형요소보간함수

여기서 $\phi_i(x) = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i}$, $\phi_{i+1}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}$ 이다.

식 (2)를 x, y 에 관하여 적분하면 다음식을 얻는다.

$$f_\zeta(\xi, \eta) = \frac{-1}{2\pi} \sum_{i=0}^{n_x} \sum_{j=0}^{n_y} \frac{1}{\Delta x_i \Delta y_j} \left\{ -A \frac{r}{(x-\xi)(y-\eta)} - B \left[\frac{nr}{(x-\xi)(y-\eta)} + \ln \left| \frac{x-\xi+r}{y-\eta} \right| \right] + C \ln |y-\eta+r| + D(r+\eta \ln |y-\eta+r|) \right\} \Bigg|_{x_i}^{x_{j+1}} \Bigg|_{y_j}^{y_{j+1}} \quad (4)$$

$$A = (x_{i+1} - \xi)[y_{j+1}f(x_i, y_j) - y_jf(x_i, y_{j+1})] + (\xi - x_i)[y_{j+1}f(x_{i+1}, y_j) - y_jf(x_{i+1}, y_{j+1})],$$

$$B = (x_{i+1} - \xi)[f(x_i, y_{j+1}) - f(x_i, y_j)] + (\xi - x_i)[f(x_{i+1}, y_{j+1}) - f(x_{i+1}, y_j)],$$

$$C = y_{j+1}[f(x_i, y_j) - f(x_{i+1}, y_j)] + y_j[f(x_{i+1}, y_{j+1}) - f(x_i, y_{j+1})],$$

$$D = -f(x_i, y_j) + f(x_i, y_{j+1}) + f(x_{i+1}, y_j) - f(x_{i+1}, y_{j+1})$$

여기서 $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$, n_x 는 x 축방향의 관측점수, $\Delta y_j = y_{j+1} - y_j$, $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$, n_y 는 y 축방향의 자료점수이다.

식 (4)를 리용하여 무한점의 영향을 고려한 3차원포텐살마당의 수직1계도함수를 계산할수 있다. 무한점영향을 고려하기 위한 계산점들인 $x_0, x_{n_x+1}, y_0, y_{n_y+1}$ 에서의 함수값들은 포텐살마당의 가우스분포규칙에 따라 명으로 설정한다.

2. 정확도비교평가

모형계산실험에서는 직각프리즘의 크기와 자화경사각을 변화시키면서 두가지 방법으로 수직1계도함수를 계산하고 리론모형마당과의 근사정도(평균두제곱오차)를 평가하였다. 이때 프리즘의 윗면놓임깊이는 5m, 모형크기를 변화시키는 경우 자화경사각은 60° 로 설정하였다.

표 1. 모형크기에 따르는 평균두제곱오차

구분	모형 크기/m					
	4×4×0.5	8×8×0.5	12×12×0.5	16×16×0.5	20×20×0.5	24×24×0.5
제기한 방법	0.24	0.57	0.92	1.56	2.59	4.09
푸리에변환법	0.39	1.66	4.16	8.52	15.72	26.69

표 2. 자화경사각에 따른 평균두제곱오차

구분	자화경사각/(°)					
	90	70	50	30	10	0
제기한 방법	2.09	2.22	2.31	2.04	1.63	1.58
푸리에변환법	3.65	8.57	12.31	10.66	4.47	2.33

표 1, 2에서 보는바와 같이 우리가 제기한 방법의 계산정확도는 푸리에변환법에 비하여 높다.

다음으로 주파수영역과 공간영역을 결합한 계산방법[2]과 우리가 제기한 방법의 계산정확도를 비교하였다.(표 3) 이때 모형의 옷면높임깊이는 5m, 이상체는 수직자화되었다고 보았다.

표 3. 수직자화된 경우 모형크기에 따른 평균두제곱오차

구분	모형크기/m					
	4×4×4	8×8×4	12×12×4	16×16×4	20×20×4	24×24×4
제기한 방법	1.06	2.56	3.47	3.98	6.65	19.75
선행방법[2]	1.04	4.43	11.01	22.58	42.23	73.64

표 3에서 보는바와 같이 이상체의 크기가 비교적 작을 때에는 선행방법[2]으로 계산한 수직1계도함수값들은 리론마당값과 잘 일치하지만 이상체의 크기가 커질수록 오차가 매우 커진다.

세가지 방법으로 계산한 자기마당의 수직1계도함수곡선은 그림 3과 같다. 이때 자성체의 크기는 16m×16m×5m로 설정하였다.

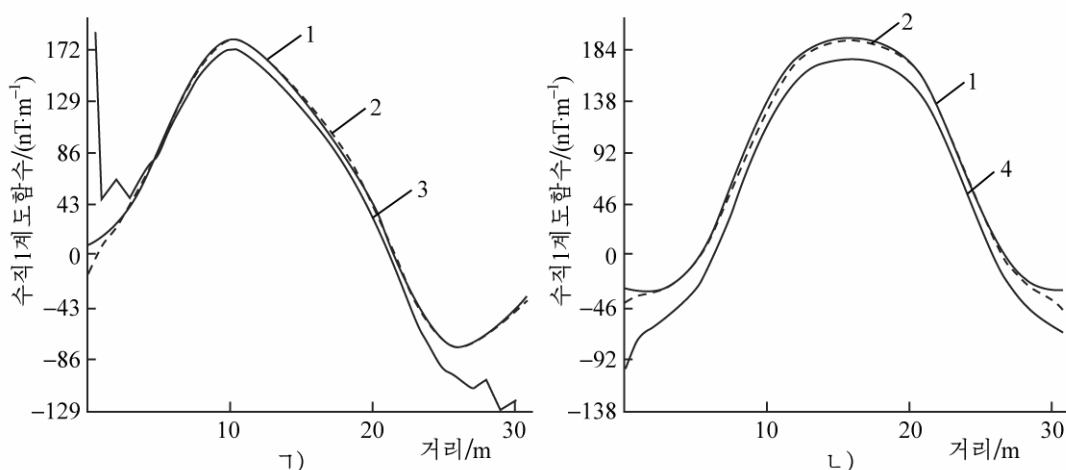


그림 3. 수직1계도함수곡선

ㄱ) 자화경사각이 60°인 경우, ㄴ) 자화경사각이 90°인 경우,
1—리론곡선, 2—제기한 방법, 3—푸리에변환법, 4—선행방법[2]

그림 3에서 보는바와 같이 제기한 방법은 푸리에변환법이나 선행방법[2]에 비하여 계산구역전반에서 리론값과 비교적 잘 일치한다.

참 고 문 헌

- [1] K. L. Mickus et al.; Journal of Application Geophysics, **46**, 159, 2001.
- [2] M. Fedi et al.; Geophysical Prospecting, **49**, 1, 40, 2001.
- [3] Cui Ruihua et al.; Computing Technique for Geophysical and Geochemical Exploration, **31**, 5, 426, 2009.
- [4] F. X. Zhang et al.; Chinese Journal of Geophysics, **48**, 3, 704, 2005.
- [5] Majid Beiki et al.; Geophysics, **77**, 6, J23, 2012.

주체105(2016)년 5월 5일 원고접수

Calculation Method of Vertical First Derivative of 3D Gravity and Magnetic Anomaly in Space Domain

Choe Yong Nam, Pak Kyong Hun

We presented the calculation method of vertical first derivative of 3D gravity and magnetic anomaly based on solving Poisson's integral equation in space domain and estimated accuracy of the method via model calculation.

Key words: vertical first derivative, gravity and magnetic anomaly, space domain