압축수감과 주성분분석에 의한 SAR신호의 고해상도압축방법

유 진 희

선행연구[1, 2]에서는 SAR신호의 고해상도압축방법을 고찰하였는데 이 방법은 표본 화의 제한성으로 하여 신호표현의 성김도와 압축도가 낮아지며 따라서 원격수감자료의 실시간처리에서 정확도가 낮아지는 결함이 있다.

론문에서는 신호표현의 성김도와 압축효과가 좋은 압축수감리론과 주성분분석에 의한 비선형신호처리를 리용하여 SAR신호의 고정확도, 고압축을 실현하여 실시간처리능력을 높이기 위한 방법을 제안하고 모의실험을 통하여 그 효과성을 검증하였다.

1. SAR반사신호의 수학적모형화

SAR는 능동초고주파람지기로서 운반체에 탑재되여 목표를 탐지하며 높은 공간해상 도를 생성하다.

론문에서 제안한 압축수감리론에 기초하여 성긴 토대에 의한 압축효과 및 정확도와 실시간처리능력을 높이는 방법은 다음과 같다.

SAR가 일정한 속도로 방위각방향과 평행인 궤도를 따라 비행하면서 다음과 같은 반송파로 신호를 복사한다고 하자.

$$f(t) = \sum_{r} rect(t - nT_r) \exp\{j2\pi f_0(t - nT) + 1/2\alpha(t - nT_r)^2\}$$
 (1)

여기서 f_0 은 전파주파수, T_r 는 임풀스반복시간, τ_t 는 임풀스너비, rect(t)는 단위정방형 함수이다.

그러면 SAR반사신호는 시간 t에서 다음과 같이 표시된다.

$$s(t) = \iint_{D} \sigma(x', r') W_{\alpha}(x - x') W_{r}(r - r') f(t - 2r(x', r')/c) dx' dr'$$
 (2)

여기서 D는 레이다빔방사면적, $\sigma(x',r')$ 는 목표점 (x',r')의 궤도주사결수, $W_{\alpha}(\cdot)$, $W_{r}(\cdot)$ 는 방위각방향의 안테나리득과 거리방향의 리득, r(x',r')는 목표점 (x',r')와 레이다사이의 거리이다.

한편 N_r 와 N_a 가 거리와 방위각차원의 신호의 표본화크기를 표시한다고 하면 SAR 반사신호는 다음과 같은 행렬형태로 표시할수 있다.

 $s=[s(1,\ 1),\ \cdots,\ s(1,N_r),\ s(2,\ 1),\ \cdots,\ s(2,\ N_r),\ s(N_{\alpha},\ 1),\ \cdots,\ s(N_{\alpha},\ N_r)]$ (3) 여기서 $s(i,\ 1),\ s(i,\ 2),\ \cdots,\ s(i,\ N_r)$ 는 표본화정리에 따라 표본화된 시간 i 에서의 반사신호이다.

2. 압축수감과 주성분분석에 의한 SAR신호압축

압축수감리론의 기본원리는 본질상 고차원신호에 대한 측정행렬을 리용하여 상대적으로 적은 수의 사영측정으로 신호를 정확히 재생할수 있다는데 있다.

수신된 신호에 대하여 행렬방정식을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta = \Theta \theta \tag{4}$$

여기서 Φ 는 $M \times N$ 측정행렬, M, $N \in R^M$ 은 관측된 표본벡토르, θ 는 직교토대에서 신호 x의 변환결수벡토르이다.

관측된 벡토르 y와 측정행렬 ϕ , 성김변환토대 $\Psi(\theta=\Psi^Tx)$ 를 알고 그 토대에 의한 성김변환을 하면 미지의 신호 x의 복원이 l_0 노름의 의미에서의 최대성김표현을 위한 탐색에 의하여 얻어진다.

$$\hat{\theta} = \arg\min \|\theta\|_{0} \tag{5}$$

이때 제한조건은 다음과 같다.

$$y = \Phi \Psi \theta$$

여기서 l_0 노름 $\| \cdot \|_0$ 은 비령원소의 수에 관련된다.

이 최량화문제는 압축수감리론에 의하여 다음의 최소화문제에 귀착된다.

$$\theta = \arg\min \|\theta\|_{1} \tag{6}$$

이때 제한조건은 다음과 같다.

$$y = \Phi \Psi \theta$$

이 문제는 더 간단한 불룩최량화문제로 유도되여 대규모큰척도신호에 대한 계산의 복잡도가 비교적 낮아진다.

반복법에 의한 직교정합추적(OMP)[3]을 리용하여 우의 최량화문제를 푼다.

압축수감리론의 재생알고리듬으로부터 계산량을 줄이고 재생정확도를 높일수 있는 변환로대 Ψ 를 주성분분석법을 리용하여 구한다. 즉 직교변환을 리용하여 가능한 관련된 변수들을 주성분이라고 불리우는 1차독립인 변수의 모임으로 변환하는데 주성분의 수는 원래의 변수의 수보다 적거나 같다.

 $x_i \in R^N (i=1, 2, \dots, K)$ 가 고정된 표본화비로 표본화된다고 가정하면 측정된 평균벡토르와 x_i 에 대한 공분산행렬은 다음과 같다.

$$\overline{x} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} x_i$$

$$C = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} (x_i - \overline{x})(x_i - \overline{x})^{\mathrm{T}}$$
(7)

식 (7)로부터 직교행렬 P는 공분산행렬 C의 고유벡토르들의 렬로 구성된다. 그리고 고유벡토르렬에 대응하는 고유값의 차가 감소하는 순서로 배렬된다.

$$z_i = P^{\mathrm{T}}(x_i - \bar{x}) \tag{8}$$

여기서 P^{T} 는 P의 전위행렬이다.

직교행렬 P의 구성으로부터 z_i 의 입력은 다음과 같은 순서로 배렬된다.

$$z_i(1) \ge z_i(2) \ge \cdots \ge z_i(N)$$

만일 $x_1, \, \cdots, \, x_k$ 들이 관련이 있다면 $z_i(j), \, j > M$ 이 무시되는 M < N 이 존재한다. 여 기서 M은 수집된 표본 $x_1, \, \cdots, \, x_k$ 속에서의 상관수준에 의존하며 N 차원벡토르 z_i 는 M원소성긴벡토르이다.

식 (3)에 의하여 $s_i \in C^N$, $i=1, 2, \dots, N_a$, $s_i=[s(i,1), s(i,2), \dots, s(i,N_r)]$ 로 쓸수 있다.

반사신호들이 목표의 궤도산란결수에 반영되므로 $s_1, s_2, ..., s_N$ 들은 순간적으로 서로 관련된다. 즉 주성분분석알고리듬은 반사신호를 성김화하는데 리용된다.

반사신호들이 복소수들이라고 가정하자. 그러면 압축수감리론과 주성분분석리론에 따라 SAR반사신호의 압축측정은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$y_i^{re} \Phi[\text{Re}(s_i) - \text{Re}(\bar{s})] = \Phi P_{re} \theta_i^{re}$$
(9)

$$y_i^{im} \Phi[\operatorname{Im}(s_i) - \operatorname{Im}(\overline{s})] = \Phi P_{im} \theta_i^{im} \tag{10}$$

여기서 \bar{s} 는 s_i 의 평균벡토르이고 y^{re} , y^{im} 은 저차원측정을 표시한다. 그리고 P_{re} , P_{im} 은 식 (7)에 기초한 직교변환토대이고 θ_i^{re} , θ_i^{im} 은 성긴 곁수들이다.

반사신호는 실, 허수부로 따로따로 계산된다.

수집된 저차원측정으로부터 재생성긴벡토르 $heta_i^{re},\; heta_i^{im}$ 을 얻을수 있으며 이때 재생알 고리듬은 OMP와 같다. 그러면 s_i 의 추정은 다음과 같다.

$$\bar{s}_i = \operatorname{Re}(\hat{s}_i) + j\operatorname{Im}(\hat{s}_i) = [\operatorname{Re}(\bar{s}) + P_{re}\hat{\theta}_i^{re}] + j[\operatorname{Im}(\bar{s}) + P_{im}\hat{\theta}_i^{im}]$$
(11)

따라서 고해상도SAR신호를 압축수감, 주성분분석도식에 기초하여 저해상도표본으로 부터 얻을수 있다.

3. 실험 및 결과분석

제안된 방법을 리용하여 목표의 SAR화상화를 실험하였다.

측정행렬 ϕ 에 대한 우연가우스모형과 재생알고리듬으로서 OMP[3]를 리용하였다.

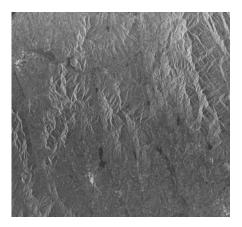
SAR반사신호들은 점목표로부터 주파수가 $f_0 = 1$ 이고 임풀스반복시간은 $T_r = 0.02$ s이며 임풀스너비는 $\tau = 5 \mu s \circ | t$.

그림 1에 제안한 방법에 따르는 SAR신호의 영상 합성결과를 보여주었다.

그림 2에서 재구성오차는 $\frac{\|\operatorname{Re}(s) - \operatorname{Re}(\hat{s})\|_{2}}{\|\operatorname{Re}(s)\|_{2}}$ 이다.

여기서 s는 식 (3)에 따르는 SAR반사신호의 원행렬 이고 \hat{s} 은 식 (3)과 (11)에 의한 SAR반사신호의 재구 성행렬이다.

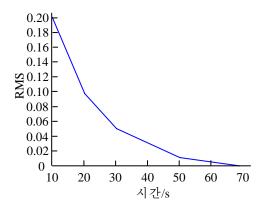
우선 신호렬을 수집하여 표본의 평균과 직교변환 행렬을 계산하고 다음 앞단계에서 계산된 통계에 기 그림 1. 제안한 방법에 따르는 SAR 초하여 다음번 수신된 신호의 압축측정을 진행한다.



신호의 영상합성결과

그림 3에서 압축수감관측의 수를 일정하게 하면 모의결과는 재구성오차의 경향성이 신호렬의 량이 증가함에 따라 감소한다는것을 보여준다.

실험결과로부터 제안된 방법이 압축측정에 잘 응용될수 있다는것을 알수 있다.



0.10 0.09 0.08 0.07 0.06 0.05 0.04 0.03 0.02 0.01 300 400 100 200 500 시간/s

그림 2. 축표본에 따르는 재구성오차

그림 3. 통계계산에 의한 재구성오차

모의결과로부터 주성분분석법이 거리차원에서 순간상관이 있는 SAR반사신호의 거리 방향에서의 렬자료를 성김화한다는것을 알수 있으며 압축수감과 주성분분석알고리듬이 SAR렬자료를 압축측정할수 있다는것을 알수 있다.

맺 는 말

SAR반사신호의 실시간성김표현 및 고정확도, 고압축을 실현하여 SAR신호의 실시간 영상합성을 실현하였다.

참 고 문 헌

- [1] R. Barariuk; IEEE Radar Conference, 14, 128, 2007.
- [2] Y. Rivenson; et al.; IEEE. Signal Process. Lett., 16, 6, 449, 2009.
- [3] A. averbuch et al.; SIAM J. Imag, Sci., 5, 1, 57, 2012.

주체109(2020)년 8월 5일 원고접수

A Method of SAR Signal Compression with High Resolution by Compressive Sensing Theory and Principle Component Analysis

Yu Jin Hui

We studied on the method of SAR signal compression with high resolution and demonstrated the advantage of our method with high precision and high compression on SAR signal by compressive sensing theory and principle component analysis.

Keywords: SAR, compressive sensor, PCA