# 교차구배제약조건을 리용한 3차원중자력결합해석방법

김성준, 조만길

지구물리탐사자료해석분야에서는 2개 또는 그 이상의 서로 다른 지구물리마당측정자료들을 결합하여 해석하는것이 하나의 추세로 되고있다.[1-3] 최근에는 결합역문제풀이의 목적함수에 교차구배제약조건을 첨가하여 결합해석방법들의 특성을 개선하기 위한 연구가 진행되고있다.[2, 4]

우리는 교차구배제약조건을 리용한 3차원중자력결합해석방법에 대한 연구를 진행하였다.

#### 1. 방법의 원리

교차구배함수는 벡토르량으로서 두 물성파라메터  $m_1$ ,  $m_2$ 의 구배벡토르의 벡토르적으로 정의되는 함수이다. 즉

$$\vec{t}(x, y, z) = \nabla m_1(x, y, z) \times \nabla m_2(x, y, z) \tag{1}$$

교차구배연구방법에 의하면 모형들의 구조적류사성은 교차구배함수벡토르  $\vec{t}(x,y,z)$ 가 령벡토르로 될 때 보장된다.[5]

3차원문제에서 교차구배함수의 x, y, z 성분들은 벡토르정의로부터 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{cases} t_{x} = \frac{\partial m_{1}}{\partial y} \frac{\partial m_{2}}{\partial z} - \frac{\partial m_{1}}{\partial z} \frac{\partial m_{2}}{\partial y} \\ t_{y} = \frac{\partial m_{1}}{\partial z} \frac{\partial m_{2}}{\partial x} - \frac{\partial m_{1}}{\partial x} \frac{\partial m_{2}}{\partial z} \\ t_{z} = \frac{\partial m_{1}}{\partial x} \frac{\partial m_{2}}{\partial y} - \frac{\partial m_{1}}{\partial y} \frac{\partial m_{2}}{\partial z} \end{cases}$$
(2)

일반적인 비선형최량화문제는 식 (3)과 같은 목적함수를 식 (4)와 같은 제약조건밑에서 최소화하는 과정이다.

$$s(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T C_0^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$$
 (3)

$$f(\mathbf{x}) = 0 \tag{4}$$

여기서 x는 땅속의 두 물성파라메터 m과 지구물리마당 d를 포함한다. 즉

$$x = \begin{bmatrix} d \\ m \end{bmatrix} \tag{5}$$

그리고  $x_0$ 은 사전정보,  $C_0$ 은 공분산행렬이다. f(x)는 일반적으로 물성값들과 측정자료의 련관성을 반영하는 함수이다.

이 함수에 교차구배제약조건을 첨부하고 식 (3)을 최소화하기 위하여 다음과 같은 반 복풀이식을 유도하였다.

$$\hat{\boldsymbol{m}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{m}}_{k} + N_{1}^{-1} [\boldsymbol{G}_{k}^{T} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{d}_{0}}^{-1} (\boldsymbol{d}_{0} - \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{D}} (\hat{\boldsymbol{m}}_{k})) - \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{m}_{0}}^{-1} (\hat{\boldsymbol{m}}_{k} - \boldsymbol{m}_{0})] - N_{1}^{-1} \boldsymbol{B}_{k}^{T} (\boldsymbol{B}_{k} N_{1}^{-1} \boldsymbol{B}_{k}^{T})^{-1} \times \{\boldsymbol{B}_{k} N_{1}^{-1} [\boldsymbol{G}_{k}^{T} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{d}_{0}}^{-1} (\boldsymbol{d}_{0} - \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{D}} (\hat{\boldsymbol{m}}_{k})) - \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{m}_{0}}^{-1} (\hat{\boldsymbol{m}}_{k} - \boldsymbol{m}_{0})] + \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{m}} (\hat{\boldsymbol{m}}_{k})\}$$

$$(6)$$

여기서  $d_0$ 은 관측자료,  $g_D(\hat{m}_k)$ 는 정문제풀이함수,  $m_0$ 은 초기모형자료,  $C_{d_0}$ 과  $C_{m_0}$ 은 각 관측자료와 초기모형자료의 공분산행렬,  $\hat{m}_k = [(\hat{m}_1^k)^T(\hat{m}_2^k)^T]^T$ 는 k번째 반복단계에서의 모형의 물성값,  $m_0 = [(m_1^{apr})^T(m_2^{apr})^T]^T$ 는 초기모형의 물성값이다.  $N_1 = G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k + C_{m_0}^{-1}$ ,  $A_1 = \partial f / \partial m_1$ ,  $A_2 = \partial f / \partial m_2$ ,  $D_1 = \partial d / \partial m_1$ ,  $D_2 = \partial d / \partial m_2$ 이고

$$\mathbf{g}_{m}(\hat{\mathbf{m}}_{k}) = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{x}(\hat{\mathbf{m}}_{1}^{k}, \ \hat{\mathbf{m}}_{2}^{k}) \\ \mathbf{t}_{y}(\hat{\mathbf{m}}_{1}^{k}, \ \hat{\mathbf{m}}_{2}^{k}) \\ \mathbf{t}_{z}(\hat{\mathbf{m}}_{1}^{k}, \ \hat{\mathbf{m}}_{2}^{k}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{2} \\ \mathbf{D}_{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_{2} \end{bmatrix},$$

 $B_k$ 는 교차구배함수와 관련된 야꼬비얀행렬로서 다음과 같다.

$$\boldsymbol{B}_{k} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{1x} & \boldsymbol{B}_{2x} \\ \boldsymbol{B}_{1y} & \boldsymbol{B}_{2y} \\ \boldsymbol{B}_{1z} & \boldsymbol{B}_{2z} \end{bmatrix}$$
 (7)

여기서  $\boldsymbol{B}_{1x}^{qj} = \partial \boldsymbol{t}_{x}^{q} / \partial \boldsymbol{m}_{1}^{j} (q = 1, 2, \cdots, n, j = 1, 2, \cdots, n)$ 이다.

 $\boldsymbol{B}_{k}$ 의 나머지성분들도 마찬가지방법으로 표시된다.

#### 2. 모형계산실험에 의한 방법의 믿음성평가

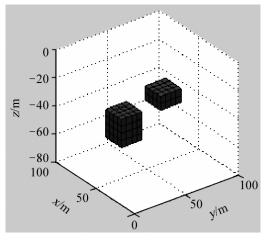


그림 1. 모형계산실험을 위한 립방체형이상체

우리는 확립된 방법의 믿음성을 검증하기 위한 모형계산실험을 진행하였다.

모형계산실험에서는 놓임위치와 크기가 서로 다른 2개의 립방체형이상체를 리용하였다.(그림 1) 100m×100m×80m 의 모형공간을 10m×10m×8m 의 요소블로크들로 분할하고 배경밀도와 자화세 기는 령으로 설정하였다.

큰 모형의 크기는  $20m \times 20m \times 20m$ , 중심위치는 (50m, 80m, 60m)이고 작은 모형의 크기는  $20m \times 20m \times 10m$ , 중심위치는 (50m, 30m, 20m)이며 모형체들의 유효밀도는  $3 \times 10^3 \, \text{kg/m}^3$ , 유효자화세기는 1A/m로 주었다.

다음 이상체들이 만드는 중력이상 및 자기이상마당(그림 2)을 계산하고 이 이상마당자료에 교차구배제약조건을 적용하여 결합해석결과를 얻었다.(그림 3)

그림 3에서 보는바와 같이 교차구배제약조건을 리용한 3차원중자력결합해석결과는 밀 도 및 자화률모형들의 형태와 물성을 비교적 정확히 반영한다.

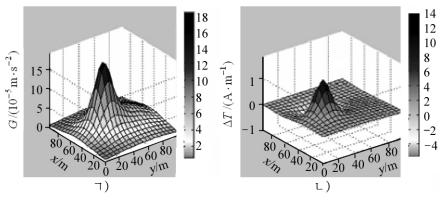


그림 2. 이상체들이 만드는 중력이상 및 자기이상마당 기) 중력이상마당, L) 자기이상마당

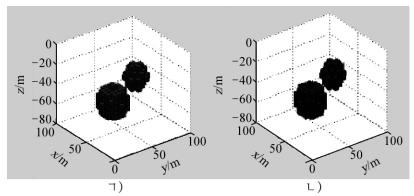


그림 3. 교차구배제약조건을 리용한 3차원중자력결합해석결과 기) 밀도모형, L) 자화률모형

### 맺 는 말

우리는 교차구배제약조건을 리용한 3차원중자력결합해석방법을 확립하고 모형계산실 험을 통하여 방법의 믿음성을 검증하였다.

## 참고문헌

- [1] P. A. Berdosian et al.; Geophysical Journal International, 170, 737, 2007.
- [2] L. A. Gallaro et al.; Journal of Geophysical Research, 109, BO3311, 2004.
- [3] L. A. Gallaro et al.; Geophysical Journal International, 169, 1261, 2007.
- [4] L. A. Gallaro; Geophysical Research Letters, 34, L1930, 2007.
- [5] F. Emilia et al.; Geophysics, 74, 4, L31, 2009.

주체107(2018)년 4월 5일 원고접수

#### 3D Joint Interpretation Method of the Gravity and Magnetic Data under the Cross-Gradient Constraints

Kim Song Jun, Jo Man Gil

We applied the cross-gradient method to the 3D joint inversion of the gravity and magnetic data and verified the advantage of the method throughout the model calculation experiments.

Key words: cross-gradient, joint interpretation