

## 등각마당극한에서 디랙 및 와일반금속의 열전기적수송결수들사이 관계

김혁준, 정금혁, 리국섭

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《대학에서는 사회주의강국건설에서 나서는 리론실천적, 과학기술적문제들을 원만히 해결하며 기초과학부문을 발전시키고 첨단과학기술분야를 개척하는데 중심을 두고 과학연구 사업을 진행하여야 합니다.》

금속에 대한 페르미액체론에서 전기수송결수와 열전기수송결수는 전자들사이의 강한 호상작용과 같은 특이한 현상들을 묘사하는데 리용되는 거친 근사에 의하여 련관된다. 이 관계는 일부 특이한 재료들의 성질을 결정하는데서 대단히 중요한 의의를 가진다.

론문에서는 절대영도에서 순수한 상태의 디랙 및 와일반금속들이 량자이상으로 하여 나타내는 특성을 고찰한다.

일반적으로 열 및 열전기수송특성은 새로운 재료들의 물리적성질을 밝히거나 여러가지 첨단기술제품들을 개발하는데 널리 리용되고있다.[1] 표준적인 금속들에서 수송결수들 사이에는 밀접한 현상론적관계가 존재한다.

열전기수송에서 리용되는 대표적인 현상론적법칙으로는 위데만-프란츠법칙이나 모트관계식을 들수 있다.[2]

$$\sigma_{xy} = TL\kappa_{xy}, \quad \alpha_{xy} = TLe \left( \frac{d\sigma_{xy}}{d\mu} \right)_{\mu=E_F} \quad (1)$$

식 (1)의 첫번째 식은 열전도도와 전기전도도의 비가 온도와 보편상수의 적으로 표시된다는것을 보여주고있다. 이 식의 보편상수는 로렌쯔수  $L = \pi^2 k_B^2 / 3e^2$ 이며  $k_B$ 와  $e$ 는 볼츠만상수와 전기소량이다. 두번째 식은 모트관계식으로서 열에너기텐소르가 페르미 준위에서의 화학포텐셜에 대한 전기전도도의 미분과 온도의 적으로 표시되어있다.

일반적으로 2차원이나 3차원상태의 디랙재료들은 낮은 온도구역에서만 표준방정식을 만족시키는것으로 알려져있다.[3] 특이한 디랙재료들에 대한 리론적연구에 의하면 표준페르미액체로부터의 리탈이 일어나는 류체동력학적구역도 생겨난다.[4]

론문에서는 등각마당극한에서 디랙 및 와일재료의 열전기수송결수들사이 관계의 타당성을 검증하기 위하여 쿠보공식을 통하여 홀전도도를 계산하였다. 이때 전도도텐소르는 다음과 같이 표시된다.[5]

$$\sigma^{xy}(\omega, q) = -\frac{1}{\omega v} (2\pi)^3 \int dt' \frac{1}{\hbar} \Theta(t-t') \cdot \langle [J^x(t, q), J^y(t', -q)] \rangle \quad (2)$$

여기서  $v$ 는 계의 체적이다.

식 (3)과 같이 표시되는 하밀토니안에 의해 표시되는 외부자기마당속에서의 와일반금속에 대하여 전도도텐소르  $\sigma^{xy}(\omega, q)$ 의 홀전도도성분을 계산하기로 하자.

$$H_s = sv_F \sigma^x (p_x + eA_x) \quad (3)$$

여기서  $s$ 는 매 매듭( $s = \pm$ )의 카이랄수이며  $e$ 는 전기소량이다. 여기서는 유한한 온도와

화학포텐셜조건에서 계산을 진행하였다. 국부 및 긴과장한계에서 와일반금속의 홀전도도는 다음의 식으로 표시된다.

$$\sigma^{xy} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \sum_{\substack{m, n \\ N=M-1}} \frac{1}{4\sqrt{2\pi^2}} \frac{e^2}{\hbar l_B} \int d\kappa_z \frac{-2\alpha_{\kappa_z ms}^2}{(\alpha_{\kappa_z ms}^2 + 1)(\alpha_{\kappa_z ns}^2 + 1)} \frac{n_{\kappa_z ms} - n_{\kappa_z ns}}{(\varepsilon_{\kappa_z ms} - \varepsilon_{\kappa_z ns} + i\hbar\eta)^2} \quad (4)$$

여기서  $\alpha_{\kappa_z ms}^2 + 1$  은 란다우고유값들의 파동함수규격화로 부터 얻어지는데  $\alpha_{\kappa_z ms}$  는 다음과 같이 표시된다.

$$\alpha_{\kappa_z ms} = \frac{-\sqrt{2eB\hbar M}}{E_{\kappa_z ms} / sv_F - \hbar\kappa_z} \quad (5)$$

또한 무분량  $\varepsilon_{\kappa_z ms} = E_{\kappa_z ms} / \hbar\omega_c$  를 받아들였다. ( $\omega_c$  는 사이클로트론주파수)

그림 1에 디랙 및 와일반금속에서 단일한 카이랄수의 란다우준위구조를 보여주었다.

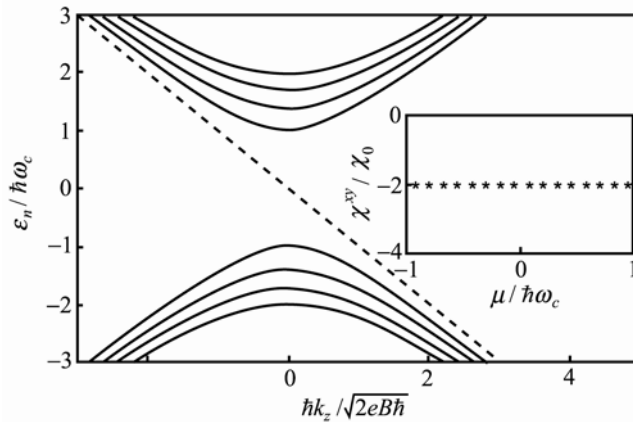


그림 1. 디랙 및 와일반금속에서 단일한 카이랄수의 란다우준위구조

그림 1에서 점선은 카이랄링차란다우준위를 나타낸다. \*로 표시된 선은 절대영도에서의 열전기응답함수  $\chi = \alpha/T$  를 선행연구[5]에서 계산된 화학포텐셜의 함수로 나타내고있다.

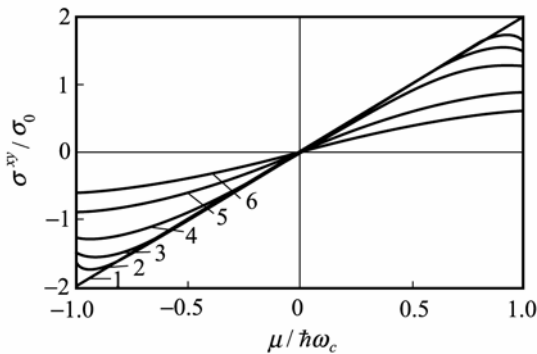


그림 2.  $-\hbar\omega_c \leq \mu \leq \hbar\omega_c$  에서 화학포텐셜의

함수로서의 홀전도도  $\sigma^{xy}$  의 변화

1-6은  $k_B T / \hbar\omega_c$  가 각각

0.00, 0.05, 0.10, 0.20, 0.40, 0.60 인 경우

다. 이 함수는 화학포텐셜  $\mu$  가 첫 란다우준위  $n = \pm 1$  들사이에 있을 때 일정한 값을 가진다. 그림 2에 구간  $-\hbar\omega_c \leq \mu \leq \hbar\omega_c$  에서 화학포텐셜의 함수로서의 홀전도도  $\sigma^{xy}$  의 변화를 각이한 온도에 대하여 보여주었다.

절대영도  $T = 0$  에서 전도도는 선형으로 되며 가장 낮은 란다우준위에서 기본적인 기여몫이 나타나게 된다. 온도가 높아질 때 구배는 감소하며 그래프는 높은 란다우준위에서 열적으로 활성화된 나르개들의 분포에 대하여 원할해진다. 모트관계식에서 나타나는 전도도의 미분  $\partial_\mu \sigma^{xy} |_{\mu=E_F}$  는 식 (5)로부터 쉽게 계산된다. 페르미면  $\mu = 0$  에서  $\partial_\mu \sigma^{xy}$  의

온도에 따르는 변화를 그림 3에 보여주었다.

$\mu=0$  일 때 선행연구[5]에서 정의된 열전기응답함수  $\chi^{xy}$  의 온도에 따르는 변화를 그림 4에 보여주었다.

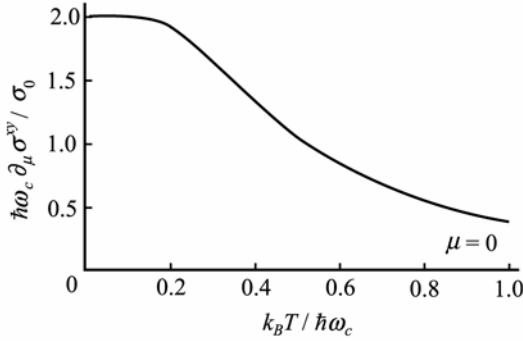


그림 3.  $\partial_\mu \sigma^{xy}$  의 온도에 따르는 변화

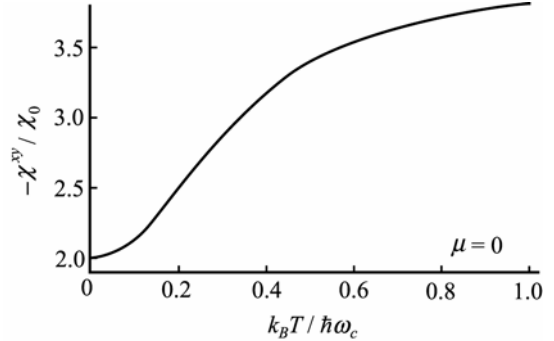


그림 4.  $\chi^{xy}$  의 온도에 따르는 변화

열전기전도도는 절대영도에서 영으로 되지 않으며 임의의 온도  $T$ 에 대하여 모트관계식을 만족시키지 않는다.[5] 열전기응답함수  $\chi^{xy}$  를 식 (2)에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\chi^{xy} \left( \frac{\partial \sigma^{xy}}{\partial \mu} \right)^{-1}_{\mu=E_F} = RT^2 \quad (6)$$

그림 5에  $\mu=0$  일 때  $\chi^{xy}$  와  $\partial_\mu \sigma^{xy}$  사이 비의 온도의존성을 보여주었다.

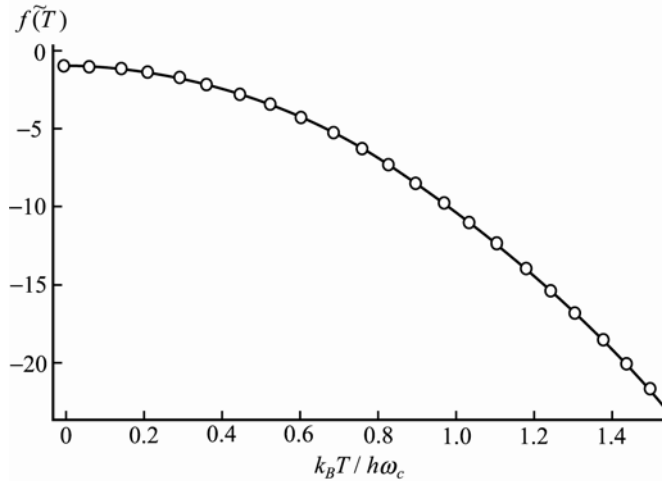


그림 5.  $\mu=0$  일 때  $\chi^{xy}$  와  $\partial_\mu \sigma^{xy}$  사이 비의 온도의존성

그림 5에서  $\circ$ 은 수값계산으로 얻은것들이며 실선은 함수  $f(\tilde{T}) = -1 - 9.27\tilde{T}^2$  으로부터 얻어진 선이다. 그래프에서 볼수 있는바와 같이 이 관계는 온도의 2차함수로 나타나는데  $T=0$  일 때를 제외하고는 모트관계식을 만족시킨다. 그림 5에서  $\circ$ 로 표시된 수값들을 보정하면  $f(\tilde{T}) = -1 - 9.29\tilde{T}^2$  을 얻는다. 단위들을 되살리면  $T=0$  으로부터 떨어진 점에서 식 (6)의 상수  $R = 2.32(k_B T)^2 / e$  의 값을 얻게 되는데 이 값은 잘 알려진  $L$ 의 표준값과 높은 정확도로 일치한다.

## 맺 는 말

디랙 및 와일반금속에 대하여 등각마당극한에서 열전기수송결수들사이의 관계를 연구하였다. 그라펜에서 일어나는 현상과 마찬가지로 순수한 디랙반금속에서  $\mu = 0$  인 점이 특이점이라는것을 밝혔다. 또한 그 점으로부터 떨어질 때 재료가 표준페르미액체거동을 나타내며 높은 에너지에서 나타나는 살창효과가 열전기결수의 일반적인 거동을 크게 변화시키지 못한다는것을 밝혔다.

## 참 고 문 헌

- [1] K. Behina et al.; Rep. Prog. Phys., 79, 046502, 2016.
- [2] J. M. Ziman; Electrons and Phonons: the Theory of Transport Phenomena in Solids. International Series of Monographs on Physics, Clarendon Press, Oxford, 211~254, 1960.
- [3] T. Liang et al.; Phys. Rev. Lett., 118, 136601, 2017.
- [4] J. Gooth et al.; Nature Communications, 9, 4093, 2018.
- [5] V. Arjona et al.; arXiv: 1902.02358, 2019.

주체109(2020)년 3월 5일 원고접수

## The Relation between Thermoelectric Transports Coefficients of Dirac and Weyl Semimetals in the Conformal Limit

*Kim Hyok Jun, Jong Kum Hyok and Ri Kuk Sop*

In this paper, we studied the relation between thermoelectric transport coefficients of Dirac and Weyl semimetals in the conformal limit. We revealed that in the pure Dirac semimetal,  $\mu = 0$  is the singular point, as in the graphene. Also, we showed that those materials demonstrate standard Fermi liquid behavior away from that point, and the lattice effect at higher temperature can't change significantly the general behavior of the thermoelectric coefficients.

Keywords: Mott relation, Dirac and Weyl material, thermoelectric transport