

갱전방비저항－인공분극탐사자료의 결합역문제풀이방법

리일경, 박은경

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《지질탐사부문에서는 첨단기술을 받아들여 탐사사업의 현대화를 적극 다그쳐나가야 합니다.》(《김정일선집》증보판 제14권 505페이지)

론문에서는 갱전방에 있는 맥상체와 구형체의 파라미터들을 종합적으로 정확히 평가하기 위하여 정값제약조건을 리용한 갱전방비저항－인공분극탐사자료의 결합역문제풀이방법을 확립하고 모형계산실험과 현장자료검증을 통하여 방법의 믿음성을 검증하였다.

1. 갱전방이상체에 대한 겐보기비저항과 겐보기분극률정문제풀이

갱전방이상체가 맥상체인 경우 점－쌍극자장치를 리용할 때의 겐보기비저항은 다음과 같다.[1, 2]

$$\rho^*(x) = \rho_1 \left\{ 1 + x^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n K_{12}^{n+1} K_{23}^n [x + 2 \sin \varphi (d + nh)]}{\{(x \cos \varphi)^2 + [2(d + b \sin \varphi + nh) + x \sin \varphi]^2\}^{3/2}} + \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n K_{12}^n K_{23}^{n+1} [x + 2((d + b \sin \varphi) + 2(n+1)h) \sin \varphi]}{\{(x \cos \varphi)^2 + [2(d + b \sin \varphi) + 2(n+1)h + x \sin \varphi]^2\}^{3/2}} \right\} \quad (1)$$

여기서 h 는 맥상체의 두께, d 는 점전류로부터 맥상체까지의 수직거리, φ 는 맥상체의 경사각, x_i 는 점전류로부터 측정점까지의 수평거리, b 는 갱막장의 첫 송전전극으로부터 다음 송전전극까지의 거리, $K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$, $K_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_2 + \rho_3}$, ρ_2 는 맥상체의 비저항, ρ_1 과 ρ_3 은 맥상체의 왼쪽 매질과 오른쪽 매질의 비저항이다.

한편 맥상체의 분극률이 η ($0 < \eta < 1$) 일 때 유효매질리론에 의하면 맥상체의 비저항은 $\rho_{2\eta} = \rho_2 / (1 - \eta)$ 로 변화되므로 분극효과가 있을 때의 겐보기비저항 ρ_η^* 은 다음과 같이 표시된다.

$$\rho_\eta^*(x) = \rho_1 \left\{ 1 + x^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n K_{12}^{(\eta)n+1} K_{23}^{(\eta)n} [x + 2 \sin \varphi (d + nh)]}{\{(x \cos \varphi)^2 + [2(d + b \sin \varphi + nh) + x \sin \varphi]^2\}^{3/2}} + \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n K_{12}^{(\eta)n} K_{23}^{(\eta)n+1} [x + 2((d + b \sin \varphi) + 2(n+1)h) \sin \varphi]}{\{(x \cos \varphi)^2 + [2(d + b \sin \varphi) + 2(n+1)h + x \sin \varphi]^2\}^{3/2}} \right\} \quad (2)$$

여기서 $K_{12}^{(\eta)} = \frac{\rho_2^{(\eta)} - \rho_1}{\rho_2^{(\eta)} + \rho_1}$, $K_{23}^{(\eta)} = \frac{\rho_3 - \rho_2^{(\eta)}}{\rho_2^{(\eta)} + \rho_3}$, $\rho_2^{(\eta)} = \rho_2 / (1 - \eta)$ 이다.

갱전방이상체가 구형체인 경우 점－쌍극자장치를 리용할 때의 겐보기비저항은

$$\rho^*(x) = \rho_1 \left[1 + |x|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)K_n(|x|+b)a^{2n+1}}{d^{n+1}r^{n+3}} P_n(\cos \theta) \right] \quad (3)$$

분극효과가 있을 때의 결보기비저항 ρ_η^* 은

$$\rho_\eta^*(x) = \rho_1 \left[1 + |x|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)K_n^{(\eta)}(|x|+b)a^{2n+1}}{d^{n+1}r^{n+3}} P_n(\cos \theta) \right] \quad (4)$$

여기서 $K_n^{(\eta)} = n(\rho_2 - \rho_1(1-\eta))/(n\rho_1(1-\eta) + (n+1)\rho_2)$, a 는 구형체의 반경, θ 는 구형체의 중심과 송전전극을 맺는 선이 탐사선과 이루는 각, r 는 점전류로부터 구형체중심까지의 거리이다.

결보기분극률은 다음과 같이 계산한다.

$$\eta^*(x) = (\rho_\eta^*(x) - \rho^*(x)) / \rho_\eta^*(x) \quad (5)$$

2. 결합역문제풀이에 의한 갱전방비저항-인공분극탐사자료해석

결보기비저항 ρ^* 과 분극효과가 있을 때의 결보기비저항 ρ_η^* 을 하나의 자료벡토르로 통합한다. 즉

$$d = (\rho^*, \rho_\eta^*) \text{ 또는 } d = (\rho^*, \eta^*) \quad (6)$$

ρ^*, ρ_η^* 의 원소들은 각각 다음과 같다.

$$\rho^* = (\rho^{*(1)}, \rho^{*(2)}, \dots, \rho^{*(N)}), \quad \rho_\eta^* = (\rho_\eta^{*(1)}, \rho_\eta^{*(2)}, \dots, \rho_\eta^{*(N)})$$

위의 식들에서 옷침수 N 은 측정자료수이다.

추정할 파라미터들은 맥상체일 때 $P = (d, h, \varphi, \rho_2, \rho_{2\eta})$ 또는 $P = (d, h, \varphi, \rho_2, \eta)$ 이며 구형체일 때 $P = (h, b, a, \rho_2, \rho_{2\eta})$ 또는 $P = (h, b, a, \rho_2, \eta)$ 이다. 이 식들을 다음과 같이 간단히 표시할수도 있다.

$$P = (P_1, P_2, \dots, P_M) \quad (7)$$

여기서 M 은 추정할 파라미터의 수이다.

정값제약조건을 리용한 갱전방비저항-인공분극탐사자료역문제풀이는 다음과 같이 정식화할수 있다. 즉

$$\Phi(P) = \|W_d(d_{(m)} - d_{(t)}(P))\|_2^2 + \alpha \|W_p \ln(P/P_0)\|_2^2 - 2\lambda \left\{ \sum_{j=1}^M \ln(P_j/P_{uj}) + \sum_{j=1}^M (1 - P_j/P_{uj}) \right\} \quad (8)$$

여기서 λ 는 로그장벽파라미터, $d_{(m)}$ 은 측정값(결보기비저항 또는 결보기분극률)벡토르, $d_{(t)}$ 은 리론값벡토르, W_d 는 대각선원소들이 $W_{dii} = C_{ii}/d_{(m)i}$ (C_{ii} -자료공분산행렬)로 주어지는 자료무계행렬, W_p 는 모형무계행렬, P_0 은 초기근사벡토르, P_{uj} 는 j 번째 파라미터의 옷한계값, P_j 는 j 번째 파라미터값이다.

목적함수식 (8)을 파라미터 P 에 관하여 최소화하면

$$\begin{aligned}
 (J^T W_d^T W_d J + \alpha W_P^T W_P + \lambda X^{-2} + \lambda Y^{-2}) \Delta P = \\
 = -J^T W_d^T W_d (d_{(m)} - d_{(t)}(P)) - \alpha W_P^T W_P (P - P_0) + \lambda (X^{-1} + \lambda Y^{-1}) e
 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $X = \text{diag}(P_1, \dots, P_M)$ 이고 $Y = P_u I - X$ (P_u 는 파라미터들의 웃한계값벡터), $e = (1, \dots, 1)^T$, 웃침수 T 는 행렬의 전위를 표시하며 ΔP 는 파라미터수정벡터, I 는 단위행렬, J 는 M 형감도행렬, α 는 조절파라미터로서 매 반복단계에서 기하급수적으로 줄인다.

식 (9)를 풀어 l 번째 반복단계에서 파라미터수정량 $\Delta P^{(l)}$ 을 구하고 다음단계의 풀이

$$P^{(l+1)} = P^{(l)} + \Delta P^{(l)} \quad (10)$$

을 계산하며 이 과정을 목적함수 $\Phi(P)$ 가 주어진 오차한계로 작아질 때까지 반복한다.

추정할 파라미터들의 웃한계는 맥상체와 구형체의 겉보기비저항 및 겉보기분극률과 이상파라미터들의 함수관계를 분석하고 분극률과 비저항의 물리적속성으로부터 다음과 같이 정하였다.(표 1)

표 1에서 ρ_{\max}^* 과 x_{\min} 은 각각 겉보기 비저항측정곡선에서 최대값과 겉보기비저항곡선의 최소점의 수평자리표이다.

표 1. 맥상체와 구형체에서 파라미터들의 웃한계

맥상체		구형체	
파라미터	웃한계 P_u	파라미터	웃한계 P_u
$ K_{12} $	1.0	$\rho_2 / \Omega \text{m}$	$5 \times \rho_{\max}^*$
η	1.0	η	1.0
d / m	$ x_{\min} $	l / m	$ x_{\min} $
h / m	$ x_{\min} $	b / m	$ x_{\min} $
φ / rad	π	a / m	$5 \times x_{\min} $

3. 방법의 정확성검증

우선 모형계산실험을 통하여 방법의 정확성을 확증하였다.(표 2)

표 2. 방법의 정확성검증을 위한 모형계산실험결과

모형 형태	모형파라미터	진값	해석값	자료평균 상대오차 $\varepsilon / \%$	모형평균 상대오차 $\delta / \%$
맥상체	전방거리 d / m	5	4.99	0.51	6.41
	두께 h / m	2	2.26		
	경사각 $\varphi / ^\circ$	70	69.4		
	비저항(Ωm)	5	5.9		
	분극률(%)	30	30.0		
구형체	전방거리 d / m	7	6.92	0.09	5.69
	깊이 l / m	5	5.06		
	반경 a / m	5	5.00		
	비저항(Ωm)	5	5.94		
	분극률(%)	30	27.8		

모형계산실험에는 측정전극사이거리가 2m인 32회선전극장치를 리용하였다. 배태암의 비저항은 $100\Omega \text{m}$ 로 가정하였다.

야외측정조건을 재현하기 위하여 식 (1)–(4)로 겉보기비저항들을 계산하고 2%의 우연오차를 첨가하였다.

모형실험결과는 측정곡선과 해석곡선사이의 자료평균상대오차

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{d_i^{(m)} - d_i^{(t)}}{d_i^{(m)}} \right| \times 100 \quad (11)$$

과 모형평균상대오차

$$\delta = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left| \frac{P_i^{(m)} - P_i^{(t)}}{P_i^{(m)}} \right| \times 100 \quad (12)$$

으로 평가하였다. 여기서 N 은 측정자료의 수, $d_i^{(m)}$ 은 i 번째 측정점에서의 측정값, $d_i^{(t)}$ 는 i 번째 측정점에서의 계산값, M 은 모형파라미터의 수, $P_i^{(m)}$ 는 i 번째 측정점에서의 정확한 모형파라미터값, $P_i^{(t)}$ 은 i 번째 측정점에서의 해석된 모형파라미터값이다.

모형계산실험에서는 맥상체의 초기근사값으로서 전방거리와 두께를 모두 1m, 경사각을 45° , $|K_{12}|=0.5$, 분극률을 50%(0.5)로, 구형체의 초기근사값으로서 전방거리와 수직깊이, 반경을 모두 1m, 비저항을 $50\Omega\text{m}$ (배태암비저항의 절반값), 분극률을 50%(0.5)로 하였다.

표 2에서 보는바와 같이 모형계산실험결과의 정확도는 매우 높다.

다음으로 논문에서 제기한 방법을 ㄷ광상에서 얻은 갱안 비저항—인공분극탐사자료에 적용하였다.

기본광체는 황철광, 방연광, 섬아연광, 황동광, 자류철광 등 류화물을 포함하는 백색 및 회백색함금류화물석영맥으로서 시생대 련화산암군의 화강편마암과 편마상화강암을 따라 발달된 단열 및 파쇄구조들을 따라 충전되어있다.

이 지역에서 배태암들의 비저항은 $800 \sim 2000\Omega\text{m}$ 이며 금광체와 공생하는 압쇄대 또는 석목대의 비저항은 $30 \sim 120\Omega\text{m}$ 이다.

회선수가 32회선이고 전극간격이 3m인 장치를 리용하여 비저항—인공분극탐사를 진행하였으며 요소전극으로는 점—쌍극자장치를 리용하였다. 자리표원점은 갱도입구쪽의 첫 전극에 정하였다. 갱도에서 측정한 자료를 선행연구[2]의 방법에 따라 전공간자료로 변환하고 해석을 진행하였다.(그림)

그림의 ㄱ)에서 실선은 겐보기비저항의 측정값을, 작은 원은 겐보기비저항의 계산값을 나타낸다.

그림의 ㄴ)에서 실선은 겐보기분극률의 측정값을, 작은 원은 겐보기분극률의 계산값을 나타낸다.

연구지역의 지질학적 및 광체의 발달특성에 기초하여 맥상체모형의 초기근사값을 $d=5\text{m}$, $h=1\text{m}$, $K_{12}=-0.5$, $K_{12}^{(\eta)}=-0.5$, $\theta=45^\circ$ 로 선정하고 역문제풀이를 진행하였다. 역문제풀이는 측정값들과 계산값들의 평균상대오차가 6.7%일 때 끝났다.

해석결과 갱전방수직거리 $d=17.5\text{m}$, 두께 $h=3.2\text{m}$, 광체의 비저항 $\rho_2=64.7\Omega\text{m}$, 광체의 경사각 $\alpha=73.7^\circ$, 광체의 분극률 $\eta=21.8\%$, 갱전방수평거리 $d/\sin 73.7^\circ=18.2\text{m}$ 였다.

갱전방탐사결과를 가지고 굴진을 계속하여 갱전방 19.6m에서 두께가 2.7m이고 경사각이 78° 인 함금류화물석영맥을 착맥하였다.

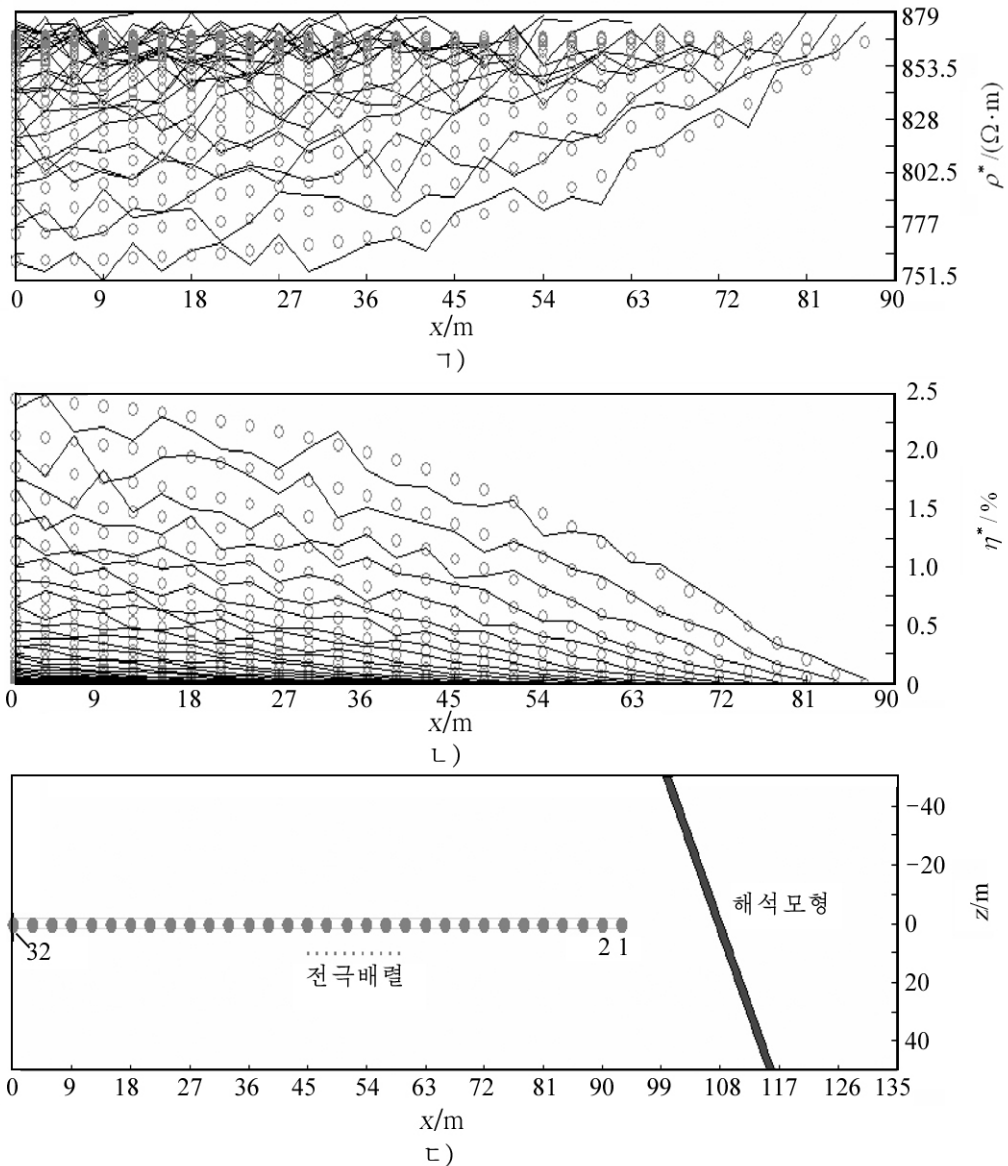


그림. 궤전방비저항—인공분극탐사자료의 해석결과

ㄱ) 겉보기비저항, ㄴ) 겉보기분극률, ㄷ) 맥상체모형

맺는 말

본문에서는 정값제약조건을 리용한 궤전방비저항—인공분극탐사자료의 결합역문제풀이방법을 확립하였으며 이에 기초하여 궤전방비저항—인공분극탐사자료해석체계를 개발하였다.

그리고 모형계산실험과 현실자료검증을 통하여 확립한 궤전방비저항—인공분극탐사자료역문제풀이방법의 믿음성을 검증하였다.

이 방법은 궤전방에 놓인 맥상형이상체와 등장형이상체의 해석에 적용할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 박칠성 등; 지질탐사, 3, 6, 주체101(2012).
- [2] J. G. Huang et al.; Geophysics, 50, 2, 619, 2007.

주체107(2018)년 4월 5일 원고접수

The Joint Inversion Method of Resistivity-Induced Polarization Prospecting Data at Ahead of the Tunnel

Ri Il Gyong, Pak Un Gyong

In this paper, we established the joint inversion method of resistivity-induced polarization prospecting data at ahead of the tunnel by using joint inversion and positive constraint.

Key words: resistivity, induced polarization, joint inversion