

GSP도표를 리용한 학생능력 및 문제 난도평가의 한가지 방법

오준식, 박혜경

교실공간에서 학생-문제도표(S-P도표)는 학생들의 학습결과를 효과적으로 평가하기 위하여 오래동안 리용되어왔다.[1] S-P도표는 시험항목난도패턴과 학생응답패턴사이의 관계를 그래프적으로 보여주는 분석도구로서 기본목적은 매 학생의 평가자료를 얻어서 교원들이 분석자료에 기초하여 매 학생들에 대한 교수사업을 더욱 과학적으로 진행할수 있게 하는데 있다.

회색관련분석(GRA: Grey Relational Analysis)은 복잡한 관계들의 유사도를 취급할 때 리용된 문제풀이방법으로서 두 렬들사이의 관련도에 기초하여 이 렬들사이의 유사도나 차이를 측정할수 있게 한다.

오직 0과 1로 이루어지는 자료를 처리한 S-P도표의 결함을 극복하기 위하여 회색학생문제(GSP: Grey Student Problem)도표가 제안되었다.[2]

우리는 GSP도표를 리용한 학생능력 및 문제난도평가방법을 제안하고 선행한 방법과 비교를 진행하였다.

1. 국부회색관련도를 리용한 GSP도표의 작성

우선 S-P도표에서 리용되는 학생경고색인(CS: Caution index for student)과 문제경고색인(CP: Caution index for problem)을 각각 구한다.[1]

다음 S-P도표를 리용하여 얻은 능력이 제일 큰 학생이나 제일 정확하게 대답한 문제들을 참조벡토르로 하여 실자료에 대한 회색관련분석을 진행하고 이에 기초하여 GSP도표를 작성하는데 그 과정은 다음과 같다.

① 계산벡토르들의 작성

정의 1 GRA에서 계산벡토르들

참조벡토르 x_0 과 비교벡토르 x_i 는 다음과 같다.

$$\begin{cases} x_0 = (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(j), \dots, x_0(n)) \\ x_1 = (x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(j), \dots, x_1(n)) \\ x_2 = (x_2(1), x_2(2), \dots, x_2(j), \dots, x_2(n)) \\ \vdots \\ x_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(j), \dots, x_i(n)) \\ \vdots \\ x_m = (x_m(1), x_m(2), \dots, x_m(j), \dots, x_m(n)) \end{cases}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad m, n \in N \quad (1)$$

여기서 $X=[x_i(j)]=[x_{ij}]_{m \times n}$ 은 S-P도표에서 기초성적자료이다. 즉 $x_i(j)$ 는 i 번째 학생의 j 번째 문제에 대한 점수이다.

s_i 가 모든 문제에 대한 i 번째 학생의 대답상태벡토르이고 p_j 가 j 번째 문제에 대한 모든 학생들의 대답상태벡토르라고 하면 위의 계산벡토르는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{cases} s_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(j), \dots, x_i(n)) \\ p_j = (x_1(j), x_2(j), \dots, x_i(j), \dots, x_m(j)) \end{cases} \quad (2)$$

② 국부회색관련도의 작성

정의 2 국부회색관련도(LGRG: Local Grey Relational Grade)

국부회색관련도는 다음과 같이 정의한다.

$$\Gamma_{0i} = \Gamma(x_0, x_i) = \frac{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{0i}}{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{\min}} \quad (3)$$

여기서 $\bar{\Delta}_{\max}$ 와 $\bar{\Delta}_{\min}$ 는 각각 $\bar{\Delta}_{0i}$ 의 최대값과 최소값이며 $\bar{\Delta}_{0i}$ 는 x_0 과 x_i 사이의 절대거리로서 다음과 같다.

$$\bar{\Delta}_{0i} = \|x_0 - x_i\|_p = \left(\sum_{j=1}^n (x_0(j) - x_i(j))^p \right)^{1/p} \quad (4)$$

여기서 $\bar{\Delta}_{0i}$ 는 Minkowski거리 혹은 p -거리로서 $p=2$ 를 적용하면 유클리드거리이다.

국부회색관련도식으로부터 알수 있는것처럼 Γ_{0i} 가 1에 가까울수록 x_0 과 x_i 가 높은 련관을 가진다는것을 의미하며 대조적으로 Γ_{0i} 가 0에 가까울수록 x_0 과 x_i 는 낮은 련관을 가진다는것을 의미한다.

③ GSP도표의 작성(표 1)

GRA와 S-P도표에 기초하여 GSP도표를 작성한다.

표 1. GSP도표

	문제번호 p_j , $j=1, 2, \dots, n$	학생별총점수	학생감마값
학생번호 s_i , $i=1, 2, \dots, m$	$X=[x_{ij}]_{m \times n}$	$SS_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}$	GS_i
문제별총점수	$PP_j = \sum_{i=1}^m x_{ij}$		
문제감마값	GP_j		

정의 3 GSP도표에서 GS_i 는 i 번째 학생의 LGRG이고 GP_j 는 j 번째 문제의 LGRG이다. 이것들을 일반적으로 감마값으로 부르는데 특히 LGRG-S를 학생의 감마값, LGRG-P를 문제의 감마값이라고 부르며 다음과 같이 표시한다.

$$GS_i = \Gamma_{0i} = \frac{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{0i}}{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{\min}}, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$GP_i = \Gamma_{j0} = \frac{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{j0}}{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{\min}}, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

2. GSP도표에 의한 학생평가 및 문제난도평가알고리즘

문제의 난도를 평가하는 과제나 학생의 능력을 평가하는 과제는 독립적으로 수행될 수 있으며 따라서 우리는 개별적으로 처리과정들을 주었다.

우선 작성된 GSP도표를 리용하여 문제들의 난도를 평가하기 위한 자료처리과정알고리즘은 다음과 같다.

① GSP도표로 자료를 계산하고 배열한다.

초기자료는 GSP도표의 규칙에 따라 처리되며 결과는 앞에서 논의한 GSP도표에서와 같이 회색관련도들을 계산하여 얻는다.

② 문제감마값에 따라 자료를 배열한다. 이때 문제들은 감마값이 작아지는 순서로 배열된다.

③ 문제에 대한 경고색인(CP)에 따라 순서를 정한다. 이때 같은 감마값(GP)을 가지는 문제들은 CP값이 커지는 순서로 배열된다.

④ 문제들의 최종순서를 결정한다.

문제들의 최종순서들은 문제들의 감마값에 의하여 결정된다.

다음 학생능력을 평가하기 위한 자료처리과정알고리즘은 다음과 같다.

① GSP도표로 자료를 계산하고 배열한다.

초기자료는 GSP도표의 규칙에 따라 처리되며 결과는 앞에서 논의한 GSP도표에서 정의한것처럼 표현된다.

② 학생감마값에 따라 순서를 배열시킨다. 이때 학생들은 감마값이 작아지는 순서로 배열된다.

③ 학생들의 경고색인(CS)에 따라 순서를 배열한다. 이때 같은 감마값(GS)을 가지는 학생들은 CS가 커지는 순서로 배열된다.

④ 학생의 마지막순서를 결정한다.

학생의 마지막순서는 학생의 GS값을 가지고 결정한다.

학생의 능력은 학생의 감마값에 따라 결정되며 감마값 GS가 더 클수록 학생의 능력은 더 높다고 본다.

우에서 제안된 알고리즘을 종합적으로 반영한 흐름도는 그림과 같다.

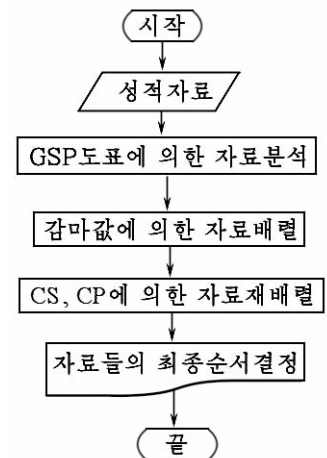


그림. 제안된 방법의 처리를 위한 흐름도

3. 실험 및 결과분석

평가를 위하여 《정보검색》과목을 배우는 1개 학급의 15명 학생들에 대한 평상시성적 평가를 위하여 진행한 중간시험성적자료들을 시험자료로 설정하였다.

표 2와 3에 평상시시험성적에 대한 S-P도표와 GSP도표행렬, 표 4와 5에 S-P와 GSP를 리용하였을 때의 순위결과를 주었다.

표 2. 평상시시험성적에 대한 S-P도표

P	S												총점	CP
	s_7	s_9	s_{14}	s_1	s_4	s_5	s_{15}	s_2	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_3		
p_2	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	10	0.69
p_{10}	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	10	0.71
p_5	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	7	0.82
p_8	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	9	0.41
p_9	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	8	0.95
p_7	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	7	0.76
p_3	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	6	0.54
p_1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	5	0.60
p_6	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0
p_4	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3	0.77
총점	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5	5	4		
CS	0.77	0.6	0.17	0.81	0.29	0.51	1.25	0.52	0.96	0.37	0	0.53		

표 3. 평상시시험성적에 대한 GSP도표

p	S											총점	GP	CP
	s_7	s_4	s_1	s_9	s_{14}	s_8	s_{12}	s_{11}	s_{10}	s_{15}	s_2			
p_2	2.8	3.9	1.2	2.4	2.9	2.8	3.8	3.7	1.6	3.2	2.5	43.3	1	0.69
p_9	2.5	2.6	3.5	3.4	3	2.7	3	3.9	3.3	1.7	3.8	48.1	0.27	0.95
p_8	4.7	3.5	4.7	3.5	3.6	3.3	4.8	3.2	1.9	2.6	4.4	50.6	0.26	0.41
p_{10}	3.7	3.8	3.8	1.5	4.9	2.4	3.7	4.3	3.3	1.2	5	51.2	0.23	0.71
p_7	2.6	3.6	2.2	3.5	4	1.8	1	2.5	4	4.2	1.2	45.3	0.23	0.76
p_4	2.3	1.7	1.7	2.4	2.8	2.2	1.4	3.4	2.6	4.5	4.4	40.0	0.18	0.77
p_3	4.5	4.6	1.4	4.2	1.3	1.9	1.9	1.9	4.7	3.6	2.8	42.0	0.12	0.54
p_6	4.5	1.6	3.8	4.3	4.6	3	2.8	2.8	2.8	1	2.4	42.2	0.08	0
p_5	4.9	4.5	4.8	4.5	4.6	3.7	4.3	1.5	1	4	2	49.6	0.03	0.82
p_1	3.8	2.2	2.8	1.1	1.7	1.3	1	3.4	3.5	3.4	1.1	30.9	0	0.60
총점	36.3	32	29.9	30.8	33.4	25.1	27.7	30.6	28.7	29.4	29.6			
GS	1	0.43	0.43	0.42	0.35	0.33	0.31	0.23	0.2	0.16	0.16			
CS	0.77	0.29	0.81	0.6	0.17	0.11	0	0.37	0.96	1.25	0.52			

S-P도표와 GSP도표와의 대비분석을 위해 순위변동된 항목들에 대하여 논의한다.

우의 학생능력순위평가실행에서 s_9 가 s_4 에 비해 S-P도표에서는 순위가 앞서있었으나 제 안한 방법으로는 순서가 바뀌는 현상이 나타났으므로 여기에 대하여 0, 1이 아니라 실점수 들을 가지고 분석을 진행하였다.

표 4. GSP를 리용한 순위결과

순위	p_2	p_9	p_8	p_{10}	p_7	p_4	p_3	p_6	p_5	p_1	총점	GS	CS
s_4	3.9	2.6	3.5	3.8	3.6	1.7	4.6	1.6	4.5	2.2	32.0	0.43	0.29
s_9	2.4	3.4	3.5	1.5	3.5	2.4	4.2	4.3	4.5	1.1	30.8	0.42	0.60

표 5. S-P를 리용한 순위결과

순위	p_2	p_{10}	p_5	p_8	p_9	p_7	p_3	p_1	p_6	p_4	총점	CS
s_9	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	7	0.60
s_4	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	6	0.29

문제 p_2 에 대하여 기준점수가 2.3인것으로 하여 학생 s_9 의 성적인 2.4도 푼것으로 판단하고 1로 설정하고있다. 이것은 3.9의 점수를 맞은 학생 s_4 에 비해 명백히 성적이 떨어지고있으나 성적이 같은것으로 나타나고있다는것을 보여준다. 또한 문제 p_9 에서와 같이 점수차이가 크게 차이나지 않아도 판별값에 의해 0과 1이라는 극값으로 설정되는 현상으로 하여 판단에서 오차를 가져온다는것을 알수 있다. 이것은 S-P도표자체가 가지고있는 결함으로서 실제점수를 리용하는것에 비해 정확도가 떨어진다.

이로부터 논문에서 제안한 평가방법이 우월하다는것을 알수 있다.

류사한 방법으로 문제난도에 대하여서도 평가할수 있다.

맺 는 말

제안한 방법과 종전의 S-P도표에 의한 학생능력 및 문제난도평가방법과의 실험결과대비분석을 통하여 불확실성과 우연성을 없애고 보다 과학적인 분석을 진행할수 있다는것을 검증하였다.

참 고 문 헌

- [1] T. W. Sheu et al.; International Journal of Kansei Information, 4, 1, 1, 2013.
- [2] B. T. Wang et al.; Global Journal of Engineering Education, 13, 2, 51, 2011.

주체104(2015)년 12월 5일 원고접수

A Method of Making the GSP Chart for Grade Evaluation

O Jun Sik, Pak Hye Gyong

We proposed a method of making the GSP chart for grade evaluation.

By experiments, we confirmed that proposed method was very effective in grade evaluation.

Key words: GSP, GRA, CP, CS