

컴퓨터사보체계에서 섭동추정 및 보상의 한가지 방법

신 영 남

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《인민경제의 현대화, 정보화실현의 전략적목표는 모든 생산공정을 자동화, 지능화하고 공장, 기업소들을 무인화하는것입니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 48페이지)

선행연구[1]에서는 외란관측기를 리용하여 섭동을 추정하고 제거하는 한가지 방법을 제기하였으며 선행연구[2]에서는 섭동의 형태에는 관계없이 출력반결합을 리용하여 섭동을 보상하는 방법을 제기하였다.

론문에서는 대상의 출력을 리용하여 섭동을 추정하고 사보조종력과 섭동과의 차를 실제조종력으로 함으로써 조종의 질을 높이기 위한 한가지 방법을 제안하였다.

1. 조종기설계

섭동이 입력통로에 추가될 때 대상과 조종기는 다음과 같은 떠염상태공간모형으로 표시된다.

$$P: \begin{cases} x_p(k+1) = A_p x_p(k) + B_p[u(k) + d(k)] \\ y(k) = C_p x_p(k) \end{cases} \quad (1)$$

$$K: \begin{cases} x_K(k+1) = A_K x_K(k) + B_K e(k) \\ u(k) = C_K x_K(k) + C_{Kp} x_p(k) + D_K e(k) \end{cases} \quad (2)$$

여기서 $x_p(k) \in R^{n_p}$, $x_K(k) \in R^L$, $y(k) \in R$, $u(k) \in R$, $d(k) \in R$, $e(k) \in R$ 는 대상, 사보조종기의 상태, 출력, 조종입력, 입력측 섭동, 추종오차이며 n_p , L 은 대상과 조종기의 차수이다.

이제 다음과 같은 가정을 주자.

가정 (A_p , B_p)는 조종가능하며 섭동 $d(k)$ 는 유계이며 련속미분가능하다.

이러한 가정과 $d(k)=0$ 이라는 조건하에 최량사보조종기를 설계하면 다음과 같다.

우선 참조입력이

$$\phi(z^{-1}) = 1 + \phi_{L-1}z^{-1} + \dots + \phi_0z^{-L} \quad (3)$$

에 의하여 발생된다고 하면 조종기 A_K , B_K 는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$A_K = \begin{bmatrix} 0_{(L-1) \times 1} & I_{L-1} \\ -\phi_0 & \{-\phi_1 \dots -\phi_{L-1}\} \end{bmatrix}, \quad B_K = \begin{bmatrix} 0_{(L-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

한편 오차벡토르를

$$\varepsilon(k) = [e(k-L+1) \ e(k-L+2) \ \dots e(k)]^T \quad (4)$$

라고 하면 $\varepsilon(k+1) = A_K \varepsilon(k) + A_{Kp} \Delta x_p(k) + B_{Kp} \Delta u(k)$ 로 된다. 여기서

$$\Delta x_p(k) = \phi(z^{-1})x_p(k), \quad \Delta u(k) = \phi(z^{-1})u(k), \quad A_{Kp} = \begin{bmatrix} 0_{(L-1) \times n_p} \\ -C_p A_p \end{bmatrix}, \quad B_{Kp} = \begin{bmatrix} 0_{(L-1) \times 1} \\ -C_p B_p \end{bmatrix}.$$

이때 $e(k-i)$ 와 $x_K(k) = [x_{K1}(k) \cdots x_{KL}(k)]^T$ 의 요소 $x_{K(L-i)}(k)$ 의 관계는 다음과 같다.

$$e(k-i) = \phi(z^{-1})x_{K(L-i)}(k+1), \quad i=0, \dots, L-1 \quad (5)$$

식 (1)의 양변에 $\phi(z^{-1})$ 을 곱하고 식 (4)와 결합하면 다음과 같은 전체 체계의 상태표현을 얻는다.

$$\xi(k+1) = A\xi(k) + B\Delta u(k), \quad \xi(k) = [\varepsilon^T(k) \quad \Delta x_p^T(k)]^T, \quad A = \begin{bmatrix} A_K & A_{Kp} \\ 0_{n_p \times L} & A_p \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{Kp} \\ B_p \end{bmatrix} \quad (6)$$

이로부터 조종기설계문제는 사보체계의 내부안정성을 담보하는 상태반결합조종기

$$\Delta u(k) = F_G \xi(k) = [f_K \quad f_p][\varepsilon^T(k) \quad \Delta x_p^T(k)]^T \quad (7)$$

를 설계하는 문제에 귀착된다.

최량조종법칙은 다음의 평가함수를 최소화하는것에 의하여 얻어진다.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [\xi^T(k) Q \xi(k) + \rho \Delta u^2(k)], \quad Q \geq 0, \quad \rho > 0 \quad (8)$$

이때 최량상태반결합증폭도행렬은 $F_G = -(\rho + B^T P B)^{-1} B^T P A$ 와 같이 된다. 여기서 P 는 다음과 같은 리카치방정식의 풀이이다.

$$P = Q + A^T P A - A^T P B (\rho + B^T P B)^{-1} B^T P A$$

한편 식 (7)에 식 (5)를 대입하고 $\phi(z^{-1})$ 로 나누면 다음의 조종법칙을 얻는다.

$$u(k) = [f_K \quad f_p][x_K^T(k+1) \quad x_p^T(k)]^T \quad (9)$$

여기서 $f_k = [f_0, f_1, \dots, f_{L-1}]$ 이며 식 (9)와 (2)를 비교하면 다음의 관계를 얻는다.

$$C_k = [-f_{L-1}\phi_0 \quad f_0 - f_{L-1}\phi_1 \cdots f_{L-2} - f_{L-1}\phi_{L-1}], \quad C_{Kp} = f_p, \quad D_K = f_{L-1}$$

이렇게 하여 섭동 $d(k)=0$ 일 때의 사보조종기 $K(z)$ 의 설계가 완성된다.

2. 섭 동 추 정

식 (1)을 z -변환한 다음 출력을 얻으면 다음과 같다.

$$y(z) = C_p(zI - A_p)^{-1} B_p(u(z) + d(z)) \quad (10)$$

이제 $C_p(zI - A_p)^{-1} B_p = Q(z)$ 로 놓고 이것을 정방화하여 $d(z)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$d(z) = (Q'Q)^{-1} Q'y(z) - u(z) \quad (11)$$

그리고 $(Q'Q)^{-1} Q' = P(z)$ 로 놓고 계차형식을 구하면

$$\begin{aligned} d(k-1) &= p(z)y(k-1) - u(k-1) \\ d(k-2) &= p(z)y(k-2) - u(k-2) \\ d(k-3) &= p(z)y(k-3) - u(k-3) \end{aligned} \quad (12)$$

로 되며 이때

$$\begin{aligned}\hat{d}'(k-1) &\approx \frac{d(k-1)-d(k-2)}{\tau} \\ \hat{d}''(k-1) &\approx \frac{d(k-1)-2d(k-2)+d(k-3)}{\tau^2}\end{aligned}\quad (13)$$

$$\hat{d}(k) = d(k-1) + \hat{d}'(k-1)\tau + \frac{1}{2}\hat{d}''(k-1)\tau^2 + O(\tau^3) \quad (14)$$

로 된다. 그러므로 실지조종대상에 가해야 할 조종력은 다음과 같다.

$$u_p(k) = u(k) - \hat{d}(k) \quad (15)$$

여기서 τ 는 표본화주기이다.

제안된 사보체계의 구성도는 그림 1과 같다.

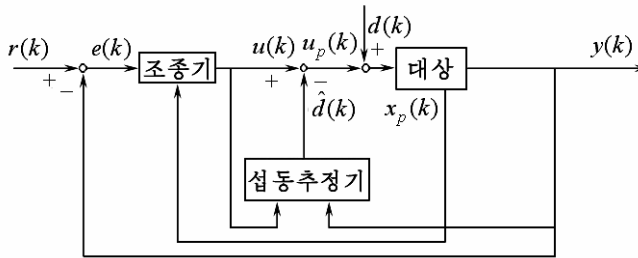


그림 1. 제안된 사보체계의 구성도

3. 모의실험 및 결과분석

제안된 방법을 기계손로봇의 위치조종에 적용하였는데 이때 조종조건은 다음과 같다. 우선 기계손로봇의 떠염상태공간모형은 다음과 같다.

$$A_p = \begin{bmatrix} 19.685 & 28 \times 10^{-3} \\ 0 & 9.377 & 24 \times 10^{-1} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 1.910 & 10 \times 10^{-3} \\ 3.780 & 17 \times 10^{-1} \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \ 0]$$

이때 표본주기를 $\tau = 0.01$ s로 설정하였다.

다음 참조입력은 $r(k) = \sin \frac{\pi}{100} k$ 이며 이때 참조입력의 내부모형은 다음과 같다.

$$\phi(z^{-1}) = 1 + \phi_1 z^{-1} + z^{-2}, \quad \phi_1 = -1.999 \ 01 \quad (16)$$

그리고 사보조종기의 체계방정식의 결수행렬은

$$A_K = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1.999 \ 01 \end{bmatrix}, \quad B_K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

로 된다.

한편 무게행렬과 결수 ρ 를 다음과 같이 설정하자.

$$Q = I_4, \quad \rho = 10 \ 000 \quad (18)$$

이때 다음의 평가함수

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [\xi^T(k) Q \xi(k) + \rho \Delta u(k)^2], \quad \xi(k) = [e(k-1) \ e(k) \ \phi(z^{-1})x_p^T(k)]^T, \quad \Delta u(k) = \phi(z^{-1})u(k)$$

를 최소로 하는 최량사보조종법칙은 다음과 같다.

$$u(k)=[f_0 \ f_1]x_K(k+1)+f_px_P(k)=[-0.341 \ 1 \ 0.348 \ 3]x_K(k+1)+[-5.886 \ 9 \ -0.415 \ 4]x_P(k) \quad (19)$$

섭 동 을 $d(k)=-2.5\cos\frac{3\pi}{200}k-2\sin\frac{3\pi}{400}k-1.5\cos\frac{3\pi}{800}k-\sin\frac{3\pi}{1200}k$ 와 같이 주었을 때의 모

의결과를 그림 2에 보여주었다.

그림 2에서 보는바와 같이 섭동추정 오차는 ± 0.06 범위에 있으며 정상상태에서 출력추종오차는 ± 0.02 rad이다. 또한 2s내에 추종오차곡선이 안정화된다는 것을 알 수 있다.

맺 는 말

대상의 공칭모형과 원모형에 기초한 섭동추정방법을 제기하였다. 그리고 이에 기초하여 최량사보조종기를 설계하고 섭동추정알고리즘을 작성하였으며 모의를 통하여 제안된 방법의 효과성을 검증하였다.

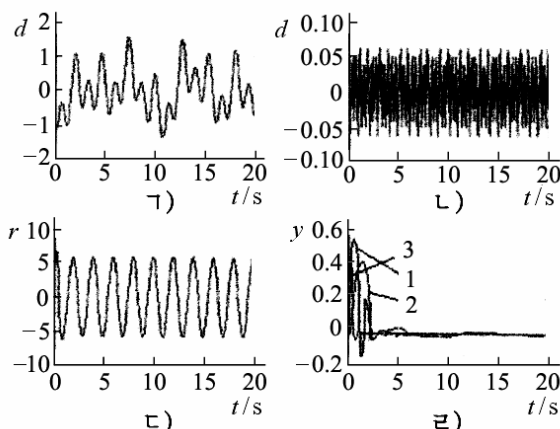


그림 2. 섭동추정과 조종신호추종모의결과

ㄱ) 섭동신호, ㄴ) 섭동추정결과, ㄷ) 목표값, ㄹ) 출력값(1-선행한 방법[1], 2-선행한 방법[2], 3-제안한 방법)

참 고 문 헌

- [1] Michio Nakano; IEEE Transactions on Control Systems Technology, 13, 3, 2005.
- [2] M. White et al.; IEEE/ASME Trans. Mechatronics, 5, 1, 3, 2000.

주체105(2016)년 5월 5일 원고접수

A Method of Disturbance Estimation and Compensation in Servo System

Sin Yong Nam

We propose a new disturbance estimation method and designed the optimal servo controller. Through the simulation, we verified the effectiveness of proposed method.

Key words: disturbance, estimation