

# 인공지진결면파 위상속도분산영상의 고분해능추정에서 성김신호재구성수법의 적용

문성철, 차신혁

인공지진결면파를 리용하는 지하지층구조탐측법은 결면파의 수감부배렬관측과 관측 자료로부터의 결면파위상속도분산특성추출 및 그 위상속도분산곡선의 역풀이에 의한 적합한 지층구조모형추정의 기본적인 세 단계들로 구성된다. 두번째 단계에서의 위상속도분산특성추출에는 파크(Park)법[6], 라돈변환에 기초한 방법[4]이나 f-k MUSIC[3] 등 여러 방법들이 리용되어왔지만 잡음이 크고 강한 모드간섭이 있는 근거리인공결면파모드분산특성들을 보다 효과적으로 분해하는것은 여전히 결면파방법의 중요한 문제의 하나로 되고 있다.

성김신호재구성수법은 신호처리에서의 새로운 기술로서 최근년간 화상처리, 스펙트르 추정 및 배열신호처리 등 많은 분야에서 응용되고있다.[5]

지진신호처리분야에서도 이 수법은 배열관측자료로부터 대지진의 진원파열과정에서 진원이동을 추적[7]하는것을 비롯한 여러 문제들에 응용되었다.

론문에서는 다통로인공지진결면파기록으로부터 레일레이파위상속도분산특성의 추출을 위하여 성김신호재구성수법을 적용한 한가지 고분해능방법을 논의하였다.

## 1. 신호의 성김표시 및 재구성방법

일반적으로 어떤 신호  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  가 기껏해서  $S(S \ll N)$  의 령아닌 원소들을 가지고있을 때 그 신호는 성글다(S-Sparse)고 말한다. 실제로 관측되는 신호들은 보통 이러한 성김성을 만족하지 않으며 어떤 변환(푸리에변환이나 웨블레트변환 등)을 거친 후에야 그 변환결수들에서 성김성을 찾아볼수 있다.

신호처리분야에서 성김성을 리용하는 전형적인 응용은

$$y = Ax + n \quad (1)$$

으로 표시되는 부족선형측정방정식의 측정벡토르  $y \in C^M$  이 주어졌을 때 그 풀이인 신호 벡토르  $x \in C^N$ ,  $M > N$  을 찾는 문제에서 볼수 있다. 여기서  $A$  는 어떤 미지파라메터(실례로 신호원천들의 방위각)를 포함하는  $M \times N$  측정행렬이며  $n$  은 소음벡토르이다.

이러한 문제를 신호의 성김표시 및 재구성수법에 의해 풀수 있다.[5, 7] 즉 그 미지파라메터에 관한 관측행렬  $A$  와 신호벡토르  $x$  의 차원수확장과 신호의 성김성가정을 주는 신호의 성김표시 및 성김가정된 신호를 최량적으로 재구성하는 과정이 적용된다.

## 2. 성김재구성수법에 기초한 결면파위상속도추정틀거리

우리는 결면파관측자료로부터 위상속도분산특성을 얻는 문제에 파동속도에 관한 성김성을 도입하고 그에 따르는 성김표시 및 재구성과정을 적용하였다.

$M$ 개의 지진수감부들의 직선배열을 리용하여 위치가 알려진 진원점에서 발생한 인공지진레이레이파를 관측하는 경우를 보자. 이 레이레이파는 어떤 주파수  $\omega$ 에서 미지의  $J$ 개 모드들을 포함하며  $v_1, v_2, \dots, v_J$ 를 그 모드들의 전파속도들이라고 하자.

문제를 간단히 하기 위하여 지구매질에서의 흡수에 의한 진폭감쇠는 없다고 가정하자.  $m$ 번째 수감부에 관측된  $j$ 번째 모드성분은 다음과 같이 표시할수 있다.

$$w_{jm} = a_{jm}(v_j) \cdot x_j \quad (2)$$

여기서  $a_{jm}(v_j) = (1/\sqrt{d_m})e^{-i\omega d_m/v_j}$ 으로서 진원으로부터  $m$ 번째 수감부까지 거리  $d_m$ 에서의 파동의 퍼짐으로 인한 레이레이결면파의 진폭감쇠항과 속도  $v_j$ 를 가진 그 모드성분의 위상지연항의 적이며  $x_j = s_j(\omega)e^{i(\omega t + \phi_{j0})}$ 은 그  $j$ 번째 모드에 대한 진원에서의 신호를 표시한다.

그러므로  $m$ 번째 수감부에서 관측된 신호  $y_m$ 은 모든  $J$ 개의 모드성분들의 중첩으로서

$$y_m = \sum_{j=1}^J w_{jm} = \sum_{j=1}^J a_{jm}(v_j) \cdot x_j \quad (3)$$

이다. 이로부터 배열전체의 측정방정식은 식 (1)과 같은 모양으로 관측벡터  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T$ 와  $J$ 개 모드신호성분들로 구성된 신호벡터  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_J]^T$ 의 선형결합으로 표시할수 있다.

관측행렬  $\mathbf{A}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{-i\omega d_1/v_1} & e^{-i\omega d_1/v_2} & \dots & e^{-i\omega d_1/v_J} \\ e^{-i\omega d_2/v_1} & e^{-i\omega d_2/v_2} & \dots & e^{-i\omega d_2/v_J} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-i\omega d_M/v_1} & e^{-i\omega d_M/v_2} & \dots & e^{-i\omega d_M/v_J} \end{bmatrix} \quad (4)$$

행렬  $\mathbf{A}$ 에 포함된 미지의 모드위상속도들로 하여 식 (1)로 표시되는 관측방정식은 풀수 없다. 이 경우 파동속도에 관한 신호의 성김화표시 및 재구성수법을 적용하여 이 문제를 다음과 같이 풀수 있다.

우선 가능한 모든 모드전파속도들을 포함하는 어떤 과잉된 속도모임  $\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ ,  $N > M$ 을 설정하자. 알려진  $N$ 개의 모드속도들에 대하여 행렬  $\mathbf{A}$ 를 초과완비된  $M \times N$ 행렬로, 신호벡터를  $N \times 1$ 차로 확장할수 있다. 이 확장으로 하여 관측벡터  $\mathbf{y}$ 를 만족하는 무한히 많은 풀이  $\mathbf{x}$ 가 존재하게 된다.

물리적으로 의미있는 풀이를 얻기 위하여 신호  $\mathbf{x}$ 의 성김성에 대한 가정이 필수적이다. 즉 신호  $\mathbf{x}$ 를 구성하는 무수히 많은 모드들중에서 어떤 속도값들을 가진 매우 적은 개수의 모드들만이 우세하고 나머지모드들의 진폭은 무시할수 있다고 가정하자. 이 가정은 실지 인공지진결면파신호에서 적은 몇개의 모드들(실제로 기저모드와 몇개의 고차모

드들)만이 상대적으로 우세하게 존재한다는 사실과 잘 맞는다.

성김가정을 만족하는 최적인 성김신호벡토르  $\hat{\mathbf{x}}$  를 관측으로부터 재구성하기 위하여  $l_1$ -노름  $\|\mathbf{x}\|_1$  을 리용한 성김조정항을 포함하는 다음과 같은 최량화과정을 적용한다.[1, 5]

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}\|_2 + \lambda \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1 \quad (5)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{x}}$  은 모든 가능한 신호벡토르들을 의미한다.

식 (5)의 오른쪽 첫항은 오차  $\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}$  가 최소로 되어야 하며 한편 둘째 항은 풀이의 성김성을 조정한다. 조정계수  $\lambda > 0$  은 성김성과 오차노름사이의 균형을 조정한다.

우의 과정은 성김재구성수법을 적용한 결면파위상속도분산결정의 새로운 틀거리를 보여준다. 제안된 방법을 실시 결면파배렬자료에 적용하고 그 효과성을 선행방법들의 적용결과들과 비교하여 보기로 하자.

### 3. 실제관측자료의 분석결과

인공지진결면파의 관측자료는 그림 1과 같다. 이 자료는 관측장소에 0.2m 간격으로 직선배렬된 144개의 지진검파기들로 관측하였으며 매 회선의 표본화간격은  $\Delta t = 20.833\mu s$  이다.

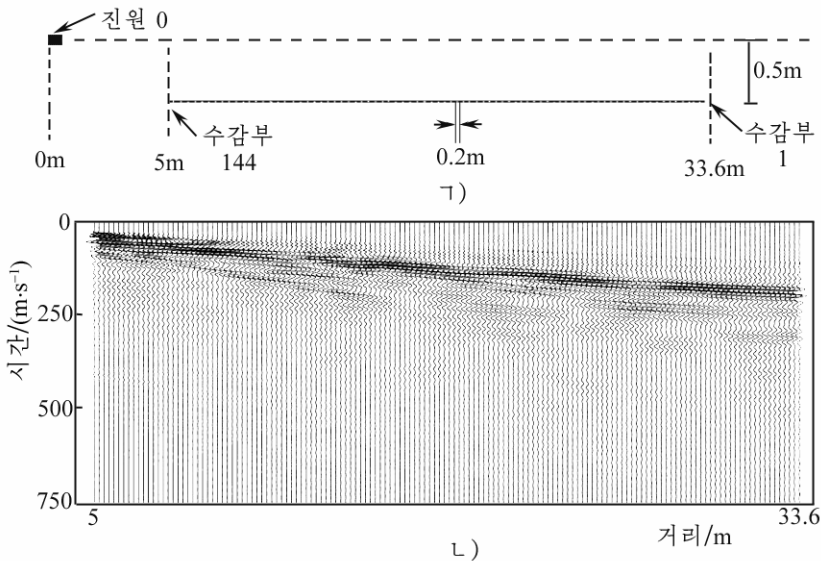


그림 1. 인공지진결면파관측을 위한 수감부배렬설치(㉠) 및 144통로충격기록(㉡)

그림 2에는 제안된 성김수법으로 얻은 40Hz에서의 파동속도에 대하여 성김신호진폭스펙트르(그림 2의 ㉠)와 전체 주파수대역의 주파수들에서 얻어진 성김신호스펙트르들을 배열하여 얻은 위상속도분산영상(그림 2의 ㉡)을 보여주었다. 그 과정은 앞에서 설명한 위상속도추정틀거리에 따르며 다음과 같다.

먼저 매 회선들을 푸리에변환한 후 설정된 주파수대역의 매 주파수에서 복소수관측벡토르  $\mathbf{y}$  를 구성한다.

다음 많은 모드개수  $N$ ,  $N > M$  과 대응하는  $N$  개의 모드위상속도들을 가능한 위상속

도구간(100–700m/s)을 표본화하여 얻는다. 이 가능한 파잉된 수의 속도값들과 진원–수감부거리자료로부터 식 (4)에 따라  $M \times N$  관측행렬  $A$ 를 얻는다.

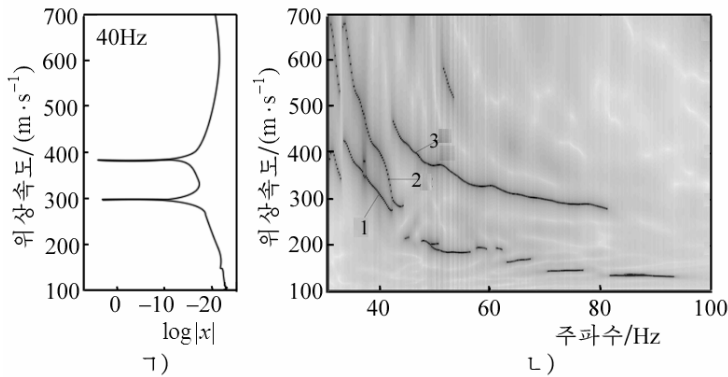


그림 2. 40Hz에서 얻어진 성김신호스펙트르( $\gamma$ )와  $f-v$  평면에서의 레일레이파분산영상( $L$ )

다음으로 관측방정식 (1)을 만족하는 최량적인 성김신호벡토르추정값  $\hat{x}$ 를 식 (5)로 표시되는 성김조정된 최량화과정을 통하여 추정한다.(그림 2의  $\gamma$ ) 고찰하는 주파수대역의 모든 주파수들에서 얻어낸 성김신호스펙트르들을  $f-v$  평면우에 배열하여 위상속도분산영상을 구성한다.(그림 2의  $L$ )

성김신호스펙트르(그림 2의  $\gamma$ )는 파동속도에 따르는 신호진폭을 보여주며 피크들이 바로 신호에 우세한 모드들을 표시한다. 피크들에 대응하는 속도값들은 바로 그 주파수에서의 모드위상속도로 된다. 얻어진 분산영상은 매우 높은 분해능으로 신호속에 존재하는 여러개의 모드들과 그것들의 위상속도분산특성을 나타낸다. 이러한 높은 분해능을 가진 분산영상을 얻는것은 관측배렬의 수감부개수  $M$ 이 상대적으로 작은 경우들에도 가능하다.

그림 2의 결과들을 얻을 때 식 (5)의 성김조정과파라미터  $\lambda$ 는 5.8로 설정하였다. 상수  $\lambda$ 는 관측벡토르의 차원수  $M$ 과 소음준위를 반영하는 결수  $r = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_2^2 / \lambda \|\mathbf{y}\|_2^2$ 과 관련된다. 즉  $\lambda \sim r\sqrt{M}$ 이다.[7] 소음준위가 큰 인공지진결면파자료의 경우  $r \sim 0.5$ 로 밝혀졌다.[2]

그림 2에서 리용한것과 같은 관측자료를 선행한 방법들인 위상밀립법[6]과 개선된 f-k MUSIC법[2, 3]으로 처리하여 얻어진 위상속도분산영상들은 그림 3과 같다.

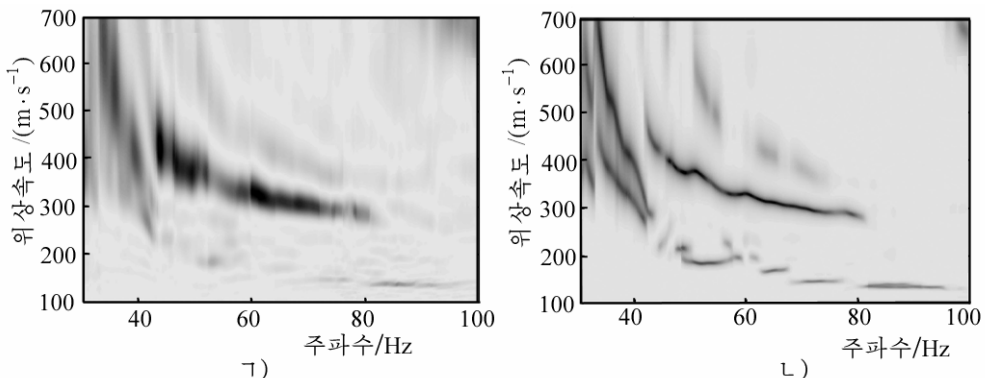


그림 3. 그림 1의 기록에 대한 분산영상들  
 $\gamma$ ) 위상밀립법,  $L$ ) f-k MUSIC법

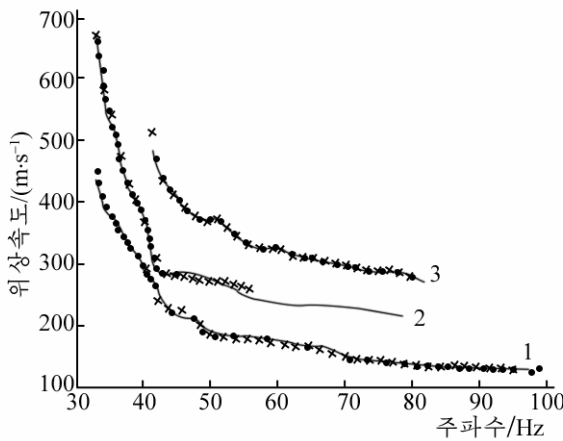


그림 4. 세가지 방법들로부터 얻어진  
위상속도분산곡선들  
1-3은 기저모드, 1차모드, 2차모드인 경우

이 결과들은 선행방법들에 대한 제안된 방법의 높은 모드분해능을 직관적으로 보여준다. 제안된 방법과 위의 두 선행방법들의 결과들로부터 얻어낸 위상속도분산곡선들사이의 좋은 일치는 제안된 방법의 정확성을 확인해주고있다.(그림 4)

## 맺는 말

제안된 성김재구성수법에 기초한 분산영상생성방법을 적용하면 선행한 방법들에 비해 인공지진결면파의 위상속도분산특성을 구하는데서 가장 높은 분해능을 실현할수 있다. 이 고분해능방법은 결면파를 리용한 지층구조탐측의 정밀도를

개선하는데서 중요한 의의를 가진다.

## 참고 문헌

- [1] S. S. Chen et al.; SIAM Journal on Scientific Computing, 20, 33, 1998.
- [2] S. Mun et al.; Geophysical Journal International, 203, 2, 818, 2015.
- [3] K. Iranpour et al.; EAGE 64th Conference & Exhibition, 171, 2002.
- [4] Y. Luo et al.; Geophysical Journal International, 179, 254, 2009.
- [5] D. M. Malioutov et al.; IEEE Transactions on Signal Processing, 53, 3010, 2005.
- [6] C. B. Park et al.; SEG 68th Annual Meeting, Expanded Abstract, 1377, 1998.
- [7] H. Yao et al.; Geophysical Research Letters, 38, 20, L20310, 2011.

주체106(2017)년 9월 5일 원고접수

## Application of Sparse Signal Reconstruction Technique to Estimation of High-Resolution Phase-Velocity Dispersion Images from Seismic Surface Waves

*Mun Song Chol, Cha Sin Hyok*

This paper presents some results from a high-resolution approach based on the sparse signal reconstruction technique, which was proposed to extract effectively the modal phase velocity dispersion property of surface waves from seismic array measurement data. In this approach, the signal is represented to be sparse in terms of wave velocity, which is subsequently reconstructed from the array measurement data by optimization using  $l_1$ -norm regularization.

Key words: surface wave phase-velocity dispersion, sparse signal reconstruction