

마요라나경계상태와 측면결합된 랑자점에서 유한쿨롱호상작용을 고려한 열전기수송

리철원, 정금혁

경애하는 최고령도자 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《수학, 물리학, 화학, 생물학과 같은 기초과학부문에서 과학기술발전의 원리적, 방법론적기초를 다져나가면서 세계적인 연구성과들을 내놓아야 합니다.》(《조선로동당 제7차대회에서 한 중앙위원회사업총화보고》 단행본 40페이지)

마요라나페르미온은 상대론적랑자력학이 체계화되던 초기에 예측된 립자로서 특이한 성질을 가지고있고 랑자콥퓨터제작에 널리 응용할수 있는것으로 하여 현재 세계적으로 마요라나페르미온의 검출 및 응용을 위한 연구사업이 활발히 벌어지고있다.[1-3]

이로부터 론문에서는 2개의 정상금속전극과 결합되고 마요라나페르미온경계상태와 측면결합된 한준위랑자점에서 쿨롱호상작용을 고려하여 열전기수송특성을 연구하였다.

1. 이론적연구

론문에서는 2개의 금속전극과 굴이행결합되고 1차원위상학적초전도체와 측면결합된 한 준위랑자점계에 대한 론의를 진행하였다. s 파초전도체와의 근접유도와 계에 걸린 강한 자기마당으로 하여 스핀레도호상작용을 가진 나노선은 선의 두 끝에 국부화된 마요라나경계상태가 나타나는 1차원위상학적초전도체로 된다.(그림 1)

많은 선행연구들에서는 강한 외부자기마당을 고려하여 랑자점에서 전자의 스핀자유도를 무시하고 랑자점을 스핀없는 랑자점으로 취급하였다. 그러나 실지에 있어서 그러한 외부자기마당에 의한 제만분기는 그리 크지 않다. 실례로 최근 정상전극/랑자점/위상학적초전도체로 이루어진 계에서 전자수송을 실험적으로 연구한 결과[4]를 보면 랑자점의 쿨롱호상작용에너지는 $U \sim 6\text{meV}$ 이고 최대자기마당은 $B \sim 2\text{T}$ 이다. 그러므로 최대자기마당 $B \sim 2\text{T}$ 에 대한 제만분기의 최대값은 $E_z = g\mu_B B \sim 0.5\text{meV}$ 로서 쿨롱상관파라메터 U 에 비해 비교적 작다고 볼수 있으며 결국 랑자점은 스핀없는 랑자점이 아니라 스핀이 서로 다른 전자들사이의 쿨롱호상작용이 반드시 고려된 두스핀성분랑자점으로 고찰해야 한다.

이로부터 전체 계는 다음의 하밀토니안으로 표시할수 있다.

$$H = H_{\text{NL}} + H_{\text{QD}} + H_{\text{NL-QD}} + H_{\text{MBS}} + H_{\text{MBS-QD}} \quad (1)$$

여기서 항 $H_{\text{NL}} = \sum_{k\beta\sigma} \varepsilon_{k\beta\sigma} c_{k\beta\sigma}^+ c_{k\beta\sigma}$ 는 호상작용하지 않는 왼쪽($\beta=L$) 및 오른쪽($\beta=R$) 정상

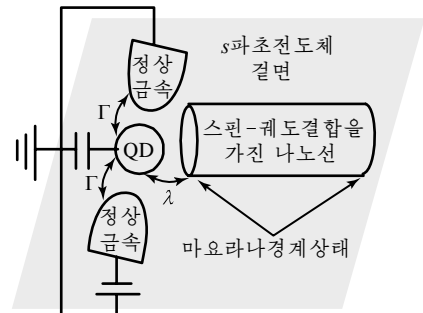


그림 1. 2개의 금속전극과 굴이행 결합되고 마요라나경계상태와 측면결합된 랑자점계

금속전극을 표시하며 $\varepsilon_{k\beta\sigma}$ 는 β 전극에서 파수가 k 이고 전자스핀이 $\sigma=(\uparrow, \downarrow)$ 인 한전자에너지, $c_{k\beta\sigma}^+$ ($c_{k\beta\sigma}$)는 대응하는 발생(소멸)연산자이다. 또한 항 $H_{\text{QD}} = \sum_{\sigma} \varepsilon_{\sigma} d_{\sigma}^{\dagger} d_{\sigma} + U d_{\uparrow}^{\dagger} d_{\uparrow} d_{\downarrow}^{\dagger} d_{\downarrow}$ 는

한준위량자점을 나타내며 ε_{σ} 는 QD에서 스핀이 σ 인 전자의 에너지, d_{σ}^{\dagger} (d_{σ})는 대응하는 발생(소멸)연산자이다. 외부자기마당에 의하여 QD준위는 $\varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_d + \sigma E_z$ 로 갈라진다. 여기서 $E_z = g\mu_B B$ 는 제만분기이다. 세번째 항 $H_{\text{NL-QD}} = \sum_{k\beta\sigma} (T_{k\beta\sigma} c_{k\beta\sigma}^+ d_{\sigma} + T_{k\beta\sigma}^* d_{\sigma}^+ c_{k\beta\sigma})$ 는

량자점과 정상전극사이의 굴이행을 표시하며 $T_{k\beta\sigma}$ 는 에너지가 $\varepsilon_{k\beta\sigma}$ 인 전자의 β 전극으로부터 럡자점에로의 굴이행결합행렬원소이다. 다음항 $H_{\text{MBS}} = i\varepsilon_M \eta_1 \eta_2$ 는 1차원위상학적초전도나노선의 럡끝에 나타나는 마요라나경계상태를 나타내며 η_1 과 η_2 는 마요라나령모드연산자로서 $\eta_i = \eta_i^+$, $\eta_i^2 = 1$, $\{\eta_i, \eta_j\} = 2\delta_{ij}$ 를 만족시킨다. $\varepsilon_M \sim e^{-L/\xi}$ 은 마요라나경계상태 η_1 과 η_2 사이의 결합상수로서 L 은 나노선의 길이, ξ 는 초전도간섭성 길이이다. 마지막항 $H_{\text{MBS-QD}} = \sum_{\sigma} (\lambda_{\sigma} d_{\sigma} - \lambda_{\sigma}^* d_{\sigma}^+) \eta_1$ 은 럡자점과 마요라나경계상태사이의 결합을 표시하며 λ_{σ} 는 에너지가 ε_{σ} 인 럡자점전자와 이웃한 마요라나경계상태 η_1 과의 결합세기이다.

비평형그린함수방법을 리용하면 두 금속전극사이에 편기전압과 온도차가 존재할 때 왼쪽 전극으로부터 오른쪽 전극으로 흐르는 전류의 세기 I 와 열전류의 세기 Q 가 다음과 같이 표시된다.[5]

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \end{pmatrix} = -\frac{1}{\hbar} \int dE \begin{pmatrix} -e \\ E - \mu_L \end{pmatrix} \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \text{DOS}(E) [f_L(E) - f_R(E)] \quad (2)$$

여기서 $\Gamma_{\beta} = 2\pi \sum_k |T_{k\beta\sigma}|^2 \delta(E - \varepsilon_{k\beta\sigma})$ 는 β 전극을 통한(굴이행으로 인한) 럡자점준위의 반폭에 대한 기여를 표시하며 $f_{\beta}(E) = 1/[\exp[(E - \mu_{\beta})/kT] + 1]$ 은 β 전극에서 페르미-디랙 분포함수, $\text{DOS}(E) = \sum_{\sigma} i[G_{\sigma}^r(E) - G_{\sigma}^a(E)]/2\pi$ 는 럡자점에서의 상태밀도(DOS), $G_{\sigma}^{\eta}(E) =$

$\langle\langle d_{\sigma}; d_{\sigma}^{\dagger} \rangle\rangle_E^{\eta}$ ($\eta = r, a$) 는 럡자점전자의 지연 및 선행그린함수의 푸리에변환이다. 선형응답한계내에서 화학포텐살차가 작고 ($\delta\mu = \mu_L - \mu_R$) 온도차가 작을 때 ($\delta T = T_L - T_R$) 럡자점을 통한 전류의 세기 I 와 열전류의 세기 Q 는 다음의 선형방정식을 만족시킨다.

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\delta\mu}{T} \\ -\frac{\delta T}{T^2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서 L_{ij} ($i, j = 1, 2$) 는 운동론결수로서 $L_{11} = I_0$, $L_{12} = L_{21} = I_1$, $L_{22} = I_2$ 이며

$$I_n = -\frac{T}{\hbar} \int dE \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \text{DOS}(E) (E - \mu)^n \left(\frac{\partial f}{\partial E} \right) \quad (4)$$

이다. 여기서 $T = T_L = T_R$, $\mu = \mu_L = \mu_R$ 이다. 열전기수송특성량들인 전기전도도 G , 열전도도 κ , 열전능(제베크결수) S 는 다음의 식들에 의하여 결정된다.[5]

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{e^2}{T} L_{11} \\ \kappa &= \frac{1}{T^2} \left(L_{22} - \frac{L_{12}^2}{L_{11}} \right) \\ S &= -\frac{1}{eT} \frac{L_{12}}{L_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

이러한 열전기특성량들을 계산하기 위해서는 QD의 지연그린함수 $G_{\sigma}^r(E) = \langle\langle d_{\sigma}; d_{\sigma}^{\dagger} \rangle\rangle_E^r$ 를 계산해야 한다. 지연그린함수는 운동방정식방법에 의하여 계산할수 있다. 여기서는 계산을 간단히 하기 위하여 4성분남부스피노르를 받아들였다.

2. 수값결과와 해석

문제고찰을 간단히 하기 위하여 2개의 금속전극이 QD에 대칭으로 결합되었다고 ($\Gamma^L = \Gamma^R = \Gamma$) 하고 전극의 화학포텐셜을 에너지기준점으로 정한다. 즉 $\mu=0$ 이다.

수값계산을 진행하는데 필요한 몇가지 파라메터값들은 다음과 같이 설정하였다. 그림 1에서 마요라나경계상태는 s 파초전도체에 의하여 형성되므로 이것을 고려하여 계의 온도는 1K정도($kT \sim 0.1\text{meV}$)로 놓았다. 양자점과 금속전극은 강하게 결합되었다고 보고 $\Gamma \sim 1\text{meV}$ 로 놓았으며 양자점에서 궤통상관파라메터는 $U \sim 10\Gamma$, 양자점과 마요라나경계상태사이의 결합세기는 $\lambda \sim 0.5\Gamma$, 마요라나경계상태들사이의 결합상수는 $\varepsilon_M \sim 0.5\Gamma$ 정도로 설정하였다. 또한 외부자기마당에 의한 제만분기는 $E_z \sim 0.4\Gamma$ 정도라고 하였다.(이제부터는 모든 량들을 Γ 를 단위로 하여 표시하겠다.)

그림 2의 1)에 마요라나경계상태들사이의 결합이 없을 때($\varepsilon_M = 0$) 양자점의 에너지기준위 ε_d 에 따르는 양자점에서의 상태밀도를 보여주었다. 그림에서 알수 있는바와 같이 양자점 상태밀도에는 3개의 봉우리가 존재한다. 2개의 봉우리는 양자점봉우리인데 양자점의 유효에너지기준위 $E = \varepsilon_d$, $E = \varepsilon_d + U$ 근방에 나타나며 작은 봉우리는 제만분기에 의하여 간격 $E_z = 0.4$ 만큼 갈라지고 큰 봉우리는 갈라지지 않는다. 크기가 비슷해질수록 이러한 봉우리분렬은 점점 미미해지다가 완전히 없어진다. 그것은 제만분기 $E_z = 0.4$ 가 양자점과 금속전극사이 결합세기 $\Gamma=1$ 에 비하여 작기때문이다. 한편 $E=0$ 에 마요라나경계상태의 존재와 관련한 아주 작은 봉우리인 마요라나봉우리가 나타난다. 양자점준위가 전극들의 화학포텐셜 $\mu=0$ ($\varepsilon_d = -10$)에로 다가가면 양자점봉우리와 마요라나봉우리는 혼합되어 3개의 봉우리를 이루며 $\varepsilon_d = -10$ 에서는 대칭으로 된다. 더우기 중요한것은 $E=0$ 근방의 마요라나봉우리는 ε_d 에 따라 왼쪽 혹은 오른쪽으로 치우치며 $\varepsilon_d = -5$ 근방에서 약해진다는것이다.

그러나 $\varepsilon_M \neq 0$ 일 때 상태밀도에서 마요라나봉우리의 특성은 위에서 언급한 $\varepsilon_M = 0$ 의 경우와 현저히 차이난다. 그림 2의 1)에 $\varepsilon_M = 0.5$ 일 때 양자점의 에너지기준위 ε_d 에 따르는 양자점에서의 상태밀도를 보여주었다. 양자점유효에너지기준위의 위치와 높이는 $\varepsilon_M = 0$ 인 경우와 거의 차이가 없지만 마요라나봉우리들의 위치는 $E = \pm 2\varepsilon_M$ 에 있으며 그 높이는 린접한 양자점준위의 영향으로 하여 비대칭적이지만 $\varepsilon_d = -5$ 에서는 대칭이다. 양자점에너지기준위가 $\mu=0$ 근방에 오면 $\varepsilon_M = 0$ 인 경우와 마찬가지로 마요라나봉우리와 양자점봉우리는 비대칭적인 3개의 봉우리를 형성하며 그것은 $\varepsilon_d = -10$ 일 때 대칭으로 된다.

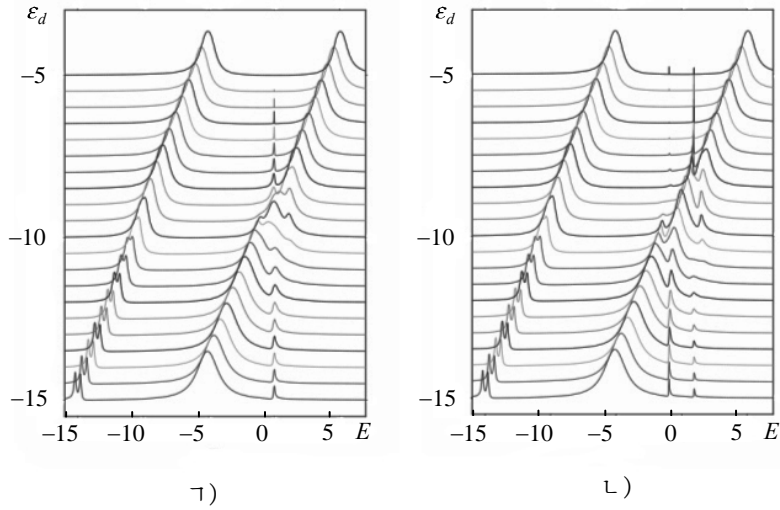


그림 2. 양자점의 에너지준위 ε_d 에 따르는 양자점상태밀도(DOS)

ㄱ) 마요라나경계상태들사이의 결합이 없을 때, ㄴ) 마요라나경계상태들사이의 결합이 있을 때,
 $U=10$, $\lambda=0.5$, $E_z=0.4$, $kT=0.1$

양자점상태밀도의 이러한 복잡한 성질은 열전기특성에 그대로 반영된다.

마요라나경계상태와 양자점에서 끌롱호상작용의 영향으로 하여 열전기수송특성은 아주 특이한 양상을 나타낸다. 그림 3에 각이한 ε_M 에 대하여 QD의 에너지준위 ε_d 에 따르는 전기전도도 G , 열전도도 κ , 열전능 S 를 보여주었다.

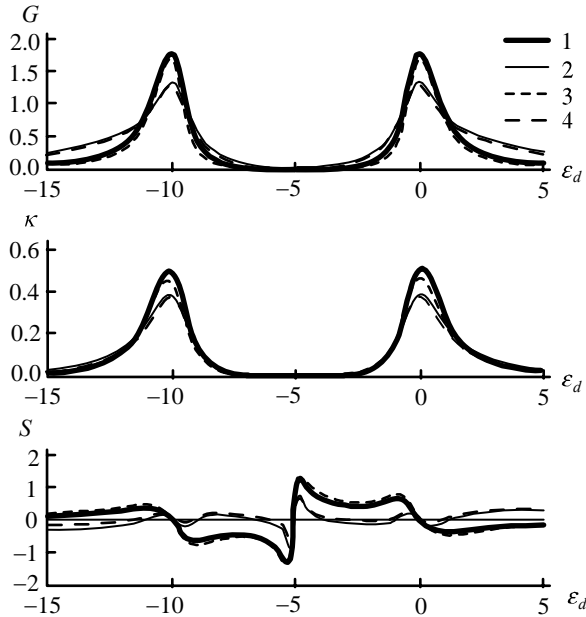


그림 3. 각이한 ε_M 에 대하여 QD의 에너지준위 ε_d 에 따르는 전기전도도, 열전도도, 열전능
 파라미터는 그림 2와 같음

1은 $\lambda=0$, $\varepsilon_M=0$, 2는 $\lambda=0.5$, $\varepsilon_M=0$, 3은 $\lambda=0.5$, $\varepsilon_M=0.5$, 4는 $\lambda=0.5$, $\varepsilon_M=0.04$ 인 경우

전기전도도 G 는 립자-구멍대칭성으로 하여 $\varepsilon_d = -5$ 에서 대칭이며 랑자점의 두 유효준위가 전극의 페르미준위에 놓일 때 2개의 공명봉우리가 나타난다. 랑자점이 리상적이고 고립된 마요라나경계상태와 결합된 경우($\lambda=0.5$, $\varepsilon_M=0$) 공명봉우리의 높이는 마요라나경계상태와 결합되지 않은 경우($\lambda=0$)의 약 3/4배로 되며 $\varepsilon_M=0.5$ 인 경우는 $\lambda=0$ 의 경우와 거의 차이가 없다. 전기전도도 G 의 이러한 거동은 열전도도 κ 에 서도 그대로 나타난다.

열전능 S 의 특성이 매우 흥미있다. 우선 $\lambda=0$ 일 때 열전능의 부호는 3개의 점 즉 립자-구멍대칭점 및 둘중 하나의 QD준위가 전극의 페르미준위에 놓이는 2개의 점에서 바뀐다. 열전능의 부호가 $E=0$ 에서 상태밀도의 방향결수와 관련된다는것은 잘 알려진 사실이다.[6] 따라서 열전능의 부호변화는 $E=0$ 근방에서 상태밀도의 거동과 밀접히 련관 되어있다. $\lambda=0.5$, $\varepsilon_M=0$ 인 경우에 열전능은 우에서 언급한 3개의 점들을 포함하여 9개의 점에서 부호가 변한다. S 의 부호가 이렇게 복잡하게 변하는것은 $E=0$ 근방의 마요라나봉우리가 랑자점에네르기준위의 변화에 따라 2개의 랑자점준위들과 호상작용하여 왼쪽 혹은 오른쪽으로 치우치기때문이다.(그림 2의 ㄱ)) 이러한 S 의 특성은 마요라나경계상태들사이의 결합이 존재하는($\varepsilon_M=0.5$) 경우에는 $\lambda=0$ 인 경우와 거의 차이가 없는데 그것은 2개의 마요라나봉우리들이 $E=0$ 이 아니라 $E=\pm 2\varepsilon_M$ 에 생기므로(그림 2의 ㄴ)) 열전능에 기여를 주지 못하기때문이다. 흥미있는것은 $\varepsilon_M=0.04$ 일 때조차도 $E=\pm 2\varepsilon_M$ 에 있는 2개의 마요라나봉우리들이 $E=0$ 에서 겹치는것으로 하여 열전능의 부호가 9번 바뀐다는것이다. 이러한 겹침은 ε_M 이 커지면 작아지므로 이 경우에는 $\lambda=0$ 인 경우와 거의 차이가 없다.

리상적으로 고립된 마요라나경계상태와 결합된 랑자점에서 조종극전압을 변화시킬 때 열전능의 부호가 9번 변한다는 사실은 전도도와 열전도도의 공명봉우리의 높이가 3/4배로 줄어드는 현상과 함께 마요라나경계상태의 검출에 적용할수 있다. 열전능의 부호를 측정하는것은 정확한 수값을 측정하는것보다 상대적으로 쉽고 높은 정확도를 요구하지 않을것이다. 더우기 두 마요라나경계상태사이의 결합이 매우 약할 때에도 우의 특성들이 그대로 나타나는데 이것은 길이가 충분히 길고 결합이 없는 나노선의 제작 및 특성검사에 리용할수 있다.

맺 는 말

2개의 금속전극과 결합되고 마요라나경계상태와 측면결합된 한준위랑자점에서 유한한 궤통호상작용을 고려하여 열전기수송특성을 연구하였다.

마요라나경계상태들사이의 결합이 유한할 때 모든 열전기특성량들은 마요라나경계상태와의 결합이 없을 때와 류사하다. 그러나 마요라나경계상태들사이의 결합이 없을 때에는 전기전도도 및 열전도도봉우리가 3/4배로 줄어든다. 특히 이 경우에 열전능의 부호는 9번 바뀐다. 이 특성은 마요라나경계상태의 검출에 리용할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] T. Karzig et al.; Phys. Rev., B **95**, 235305, 2017.
- [2] L. H. Guessi et al.; Phys. Rev., B **96**, 041114, 2017.
- [3] J. Manousakis et al.; Phys. Rev., B **95**, 165424, 2017.
- [4] M. T. Deng et al.; Science, **354**, 1557, 2016.
- [5] G. D. Mahan; Many-Particle Physics, Plenum Press, 223~232, 1990.
- [6] N. F. Mott et al.; The Theory of the Properties of Metals and Alloys, Dover Publication, 127~135, 1958.

주체107(2018)년 6월 5일 원고접수

Thermoelectric Transport through Quantum Dot Side-Coupled to Majorana Bound State by Considering the Finite Coulomb Interaction

Ri Chol Won, Jong Kum Hyok

We studied the thermoelectric transport through a single-level quantum dot(QD) coupled to two normal metallic leads and side-coupled to Majorana bound state(MBS) by considering the Coulomb interaction in QD.

When the coupling between MBSs is finite, all thermoelectric characteristics are similar to the transport without MBS. However, in case that there is not coupling between MBSs, the electric and thermal conductance peaks are reduced to 3/4. Especially, in this case, the sign of thermopower changes 9 times. It can be used for detecting the signature of MBS.

Key words: Majorana bound state, quantum dot, thermoelectric transport