

균일한 원형단면주보를 기본집받이구조로 하는 직 4 각형날개의 공기동력학적탄성진동특성연구

김일진, 리철수

위대한 수령 김일성 동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《새로운 과학분야를 개척하며 최신과학기술의 성과를 인민경제에 널리 받아들이기 위한 연구사업을 전망성있게 하여야 합니다.》(《김일성전집》 제72권 292페이지)

선행연구[4]에서는 뿌리부에 2개의 용수철을 가지는 직4각형강체날개의 2자유도항공탄성방정식을 유도하고 그에 대한 공기동력학적탄성진동특성을 분석하였다.

론문에서는 균일한 원형단면주보를 기본집받이구조로 하는 직4각형날개에 대한 항공탄성방정식을 유도하고 이에 기초하여 공기동력학적탄성진동특성을 연구하였다.

주보를 기본집받이구조로 하는 날개[3]에서는 날개에 가해지는 구부림과 틀음의 거의 전부를 날개주보가 받게 되며 날개겉면이나 소골 등 기타 다른 부분들은 날개의 모양을 유지하는데 리용된다. 이로부터 날개는 주보만을 통하여 구부림 및 틀음짐을 받으며 날개의 직4각형판은 질량을 가지는 현방향의 강체선요소(실제대상들에서 소골과 소골사이를 연결하는 판부분들을 나타냄.)들을 길이방향으로 쌓아서 이루어지며 매 현요소들의 운동은 주보의 구부림과 틀음에 의하여 결정된다고 가정한다.

주보의 뿌리부가 역세계 고정된 길이가 l 이고 현이 c 인 직4각형날개를 보기로 하자.(그림 1) 공기속도방향을 x , 날개길이방향을 y , 수직아래방향을 z 축으로 하는 자리표계를 설정하기로 한다.

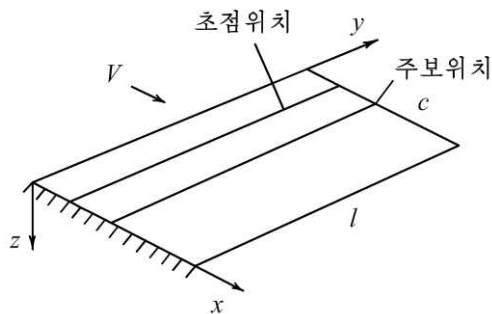


그림 1. 직4각형날개모형

t 인 시각에 날개의 x 축방향의 변위를 $u(x, y, t)$, z 축방향의 변위를 $w(x, y, t)$, 주보의 틀음각을 $\varphi(y, t)$ 라고 하자. 주보의 x 자리표를 x_b 라고 하면 주보의 변위 $u(x_b, y, t)$, $w(x_b, y, t)$ 와 틀음각 $\varphi(y, t)$ 로부터 날개의 변위는 다음과 같이 표시할수 있다.

$$u(y, t) = u(x_b, y, t) \quad (1)$$

$$w(x, y, t) = w(x_b, y, t) + (x - x_b)\varphi(y, t)$$

한쪽부분이 역세계 고정된 균일단면보의 k 차 구부림고유모드형식은 다음과 같이 표시된다.[1]

$$f_k(\xi) = (\text{shr}_k + \sin r_k)(\text{chr}_k \xi - \cos r_k \xi) - (\text{chr}_k - \cos r_k)(\text{shr}_k \xi - \sin r_k \xi), \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (2)$$

$$r_1 = 1.875, \quad r_2 = 4.694, \quad r_k = \frac{2k-1}{2}\pi, \quad k > 2$$

한편 한쪽부분이 역세계 고정된 균일단면보의 틀음각의 k 차고유모드형식은 다음과 같이 표시된다.[1]

$$h_k(\xi) = \sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right), \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad k \geq 1 \quad (3)$$

식 (1)–(3)으로부터 주보의 변위를 다음과 같이 표시할수 있다.

$$u(y, t) = l \sum_{i=1}^{\infty} f_i \left(\frac{y}{l} \right) q_i(t) \quad (4)$$

$$w(x, y, t) = l \sum_{j=1}^{\infty} f_j \left(\frac{y}{l} \right) p_j(t) + c \left(\frac{x}{c} - b \right) \phi(y, t) \quad (5)$$

$$\phi(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n \left(\frac{y}{l} \right) s_n(t) \quad (6)$$

위의 식들에서 $q_i(t)$ 와 $p_j(t)$, $s_n(t)$ 는 일반화자리표들이며 $b = x_b/c$ 이다.

변위를 무한개의 모드들을 다 리용하여 표시하는것은 불가능하며 또 공기동력학적탄성진동특성을 고찰하는 경우에도 작은 몇개의 모드들만을 리용하므로 식 (4)–(6)의 모드들의 개수를 각각 2, 2, 1개로 제한하기로 한다.

이제 직4각형면의 단위면적당 질량을 μ , 주보의 단위길이당 질량을 m 이라고 하면 고찰하는 계의 운동에너르기(4각형판과 주보의 에너르기들의 합)와 변형에너르기는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_{wing} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dm = \frac{1}{2} \int_{plate} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dm + \frac{1}{2} \int_{beam} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dm = \\ &= \frac{\mu l}{2} \int_0^c \left\{ l^2 (f_1 \dot{q}_1 + f_2 \dot{q}_2)^2 + \left[l(f_1 \dot{p}_1 + f_2 \dot{p}_2) + c \left(\frac{x}{c} - b \right) h_1 \dot{s}_1 \right]^2 \right\} d\xi dx + \\ &+ \frac{ml}{2} \int_0^1 [l^2 (f_1 \dot{q}_1 + f_2 \dot{q}_2)^2 + l^2 (f_1 \dot{p}_1 + f_2 \dot{p}_2)^2] d\xi \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{1}{2} \int_0^l GI_\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 dy = \\ &= \frac{1}{2l} \int_0^1 EI \left[\left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial \xi^2} q_1 + \frac{\partial^2 f_2}{\partial \xi^2} q_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial \xi^2} p_1 + \frac{\partial^2 f_2}{\partial \xi^2} p_2 \right)^2 \right] d\xi + \frac{1}{2l} \int_0^1 GI_\rho \left(\frac{\partial h_1}{\partial \xi} s_1 \right)^2 d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

미소면적 cdy 에 대한 양력과 모멘트는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} dL &= \frac{1}{2} \rho V^2 C_L^\alpha \left[\phi(y, t) + \frac{\dot{w}(x_b, y, t)}{V} \right] c dy \\ dM &= \frac{1}{2} \rho V^2 \left\{ e C_L^\alpha \left[\phi(y, t) + \frac{\dot{w}(x_b, y, t)}{V} \right] + M_\phi \frac{\dot{\phi}(y, t) c}{4V} \right\} c^2 dy \end{aligned} \quad (9)$$

식에서 ρ 는 공기밀도, V 는 공기속도, C_L^α 는 양력곡선구배, e 는 주보로부터 날개초점까지의 거리를 현의 길이로 나눈 값, $M_\phi \dot{\phi}(y, t) c / (4V)$ 는 비정상후류에 의하여 발생하는

오차를 수정하기 위한 항이며 $M_{\dot{\phi}}$ 는 비정상후류와 관련된 상수로서 -1.2 이다.[2]

식 (9)를 리용하면 가상변위 δw 와 $\delta \varphi$ 에 대하여 수행한 일은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \delta A &= \int_0^l [-\delta w(x_b, y, t)] dL + \int_0^l \delta \varphi dM = \\ &= - \int_0^1 (f_1 \delta p_1 + f_2 \delta p_2) \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 C_L^\alpha \left[h_1 s_1 + l \frac{f_1 \dot{p}_1 + f_2 \dot{p}_2}{V} \right] c l^2 d\xi + \\ &+ \int_0^1 h_1 \delta s \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 \left[e C_L^\alpha \left(h_1 s_1 + l \frac{f_1 \dot{p}_1 + f_2 \dot{p}_2}{V} \right) + M_{\dot{\phi}} c \frac{h_1 \dot{s}_1}{4V} \right] c^2 l d\xi \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)으로부터

$$Q_i = \delta A / \delta \Theta_i \quad (i=1, 2, \dots, 5, \Theta = \{q_1, q_2, p_1, p_2, s_1\}^T)$$

를 리용하여 일반화힘들을 구하고 식 (8), (9)로부터 라그랑주함수 $L = T - U$ 를 얻어 라그랑주방정식

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \Theta_i} = Q_i \quad (i=1, 2, \dots, 5)$$

에 대입하면 항공탄성방정식이 얻어진다.

$$\mathbf{I} \ddot{\Theta} + \rho V A \dot{\Theta} + (\rho V^2 \mathbf{D} + \mathbf{K}) \Theta = 0 \quad (11)$$

식에서 $\mathbf{I}, \mathbf{A}, \mathbf{D}, \mathbf{K}$ 행렬들은 다음과 같다.

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \frac{(\mu c + m)l^3}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(\mu c + m)l^3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\mu c + m)l^3}{4} & 0 & \frac{3 \ 389 \mu(1-2b)c^2 l^2}{20 \ 000} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(\mu c + m)l^3}{4} & \frac{121 \mu(1-2b)c^2 l^2}{5 \ 000} \\ 0 & 0 & \frac{3 \ 389 \mu(1-2b)c^2 l^2}{20 \ 000} & \frac{121 \mu(1-2b)c^2 l^2}{5 \ 000} & \frac{\mu(1-3b+3b^2)c^3 l}{6} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_L^\alpha c l^3}{8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_L^\alpha c l^3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3 \ 389 e C_L^\alpha c^2 l^2}{20 \ 000} & -\frac{121 e C_L^\alpha c^2 l^2}{5 \ 000} & -\frac{M_{\dot{\phi}} c^3 l}{16} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3 \ 389 C_L^\alpha c l^2}{20 \ 000} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{121 C_L^\alpha c l^2}{5 \ 000} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{e C_L^\alpha c^2 l}{4} \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 3.090 \ 6 \frac{EI}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 121.37 \frac{EI}{l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.090 \ 6 \frac{EI}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 121.37 \frac{EI}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.044 \ 0 \frac{GI_{\rho}}{l} \end{pmatrix}$$

표 1은 계산에 리용된 특성값을 보여준다.

표 1. 계산에 리용된 특성값

파라메터	특성값	파라메터	특성값	파라메터	특성값
l/m	8	b	0.4	$EI/(N \cdot m^2)$	1 391.6
c/m	1	$m/(kg \cdot m^{-1})$	1.908 5	$GI_{\rho}/(N \cdot m^2)$	1 070.5
C_L^{α}	2π	$\mu/(kg \cdot m^{-2})$	1	$\rho/(kg \cdot m^{-3})$	1.225

계산에서 속도범위를 0~10m/s까지로 설정하고 속도증분을 0.1m/s로 하여 Matlab에서 해석을 진행하였다. 증분에 따르는 매 속도값에서 표 1의 특성값들로부터 식 (11)의 행렬들을 얻은 다음 선행연구[4]의 방법을 리용하여 공기동력학적탄성진동방정식의 고유값문제를 풀면 속도와 주파수, 속도와 감쇠비사이의 그래프를 얻을수 있는데 처음으로 감쇠비가 정에서 부로 바뀌는것은 공기동력학적탄성진동방정식고유값문제의 3모드이다.(그림 2)

속도 6.670m/s에서 감쇠비는 정에서 부로 바뀌므로 날개의 공기동력학적탄성진동속도는 6.670m/s이며 공기동력학적탄성진동주파수는 4.50Hz이다.

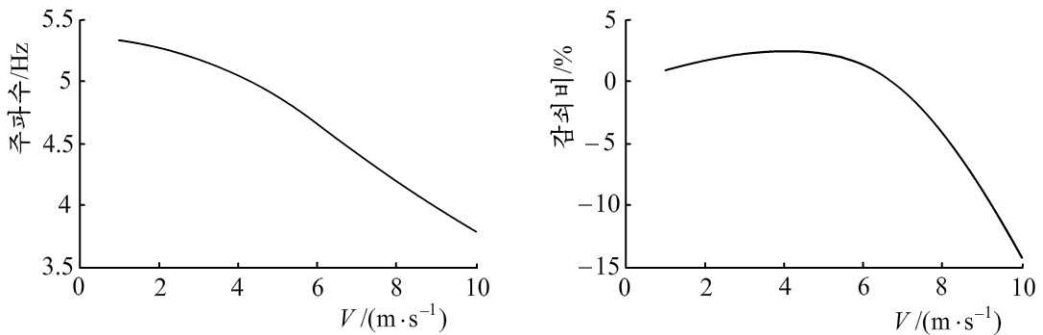


그림 2. 처음으로 공기동력학적탄성진동이 나타난 3모드에 대한 $V-\omega$ 와 $V-\zeta$ 곡선

선행연구[5]에서는 후퇴각이 없고 길이방향으로 틀음억제기가 균일한 직4각형날개의 공기동력학적탄성진동속도의 상한과 하한을 계산하는 다음의 식을 제기하였다.

$$V_f = \frac{\pi}{cl} \sqrt{\frac{GI_{\rho}}{2C_L^{\alpha} \rho r}} \quad (12)$$

$$V_f = \frac{1}{cl} \sqrt{\frac{2GI_{\rho}}{C_L^{\alpha} \rho r}} \quad (13)$$

여기서 r 는 초점과 질량중심사이 거리를 현길이로 나눈 값이다.

식 (12), (13)으로부터 구한 공기동력학적탄성진동속도는 7.626, 4.855m/s이다. 주보의 길이와 위치를 변화시키면서 선행공식값[5]과 비교한 결과를 표 2와 3, 그림 3의 그래프에 제시하였다.

표 2. 주보의 길이에 따르는 공기동력학적탄성진동속도(m/s)비교

l/m	론문결과	하한[5]	상한[5]
1	52.37	38.84	61.01
5	10.66	7.768	12.20
10	5.347	3.884	6.101
15	3.588	2.589	4.067
20	2.668	1.942	3.051

표 3. 주보의 위치에 따르는 공기동력학적탄성진동속도(m/s)비교

b	론문결과	하한[5]	상한[5]
0.25	9.215	7.111	11.17
0.3	8.241	6.050	9.502
0.35	7.454	5.355	8.411
0.4	6.670	4.855	7.626
0.45	5.759	4.473	7.027
0.5	4.531	4.167	6.550

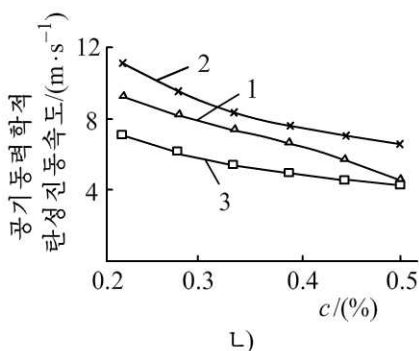
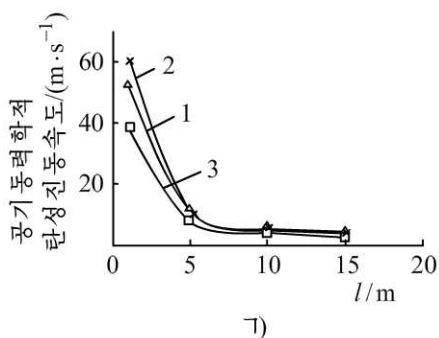


그림 3. 주보길이와 위치에 따르는 공기동력학적탄성진동속도결과비교

1—론문의 경우, 2—선행연구[4], 3—선행연구[5]

론문에서 유도한 공기동력학적탄성진동속도는 선행연구[5]의 공식으로 구한 공기동력학적탄성진동하한과 상한속도사이에 놓이는 보다 정확한 값이다.

맺는 말

균일한 원형단면주보를 기본집반이구조로 하는 직4각형날개의 항공탄성방정식을 유도하고 실례문제를 통하여 선행연구[5]의 공식들로부터 얻은 상한과 하한값들사이에 놓이는 보다 정확한 공기동력학적탄성진동속도를 계산하였으며 그에 대한 공기동력학적탄성진동주파수를 결정하였다.

참 고 문 헌

- [1] 김문환 등; 진동론, 김일성종합대학출판사, 132~138, 주체94(2005).
- [2] J. G. Hancock et al.; Aeronautical Journal, 89, 285, 1985.
- [3] E. Cestino; Aerospace Science and Technology, 10, 541, 2016.
- [4] J. G. Hancock; An Introduction to The Flight Dynamics of Rigid Airplanes, Ellis Horwood, 170~498, 1995.
- [5] 王志瑾; 飞机结构设计, 国防工业出版社, 48~241, 2004.

주체109(2020)년 12월 5일 원고접수

Study on Flutter Characteristic of a Rectangular Wing Supported Totally by Main Spar with Constant Circular Section

Kim Il Jin, Ri Chol Su

In this paper, we derived an aeroelastic equation of rectangular wing supported totally by main spar with constant circular section, and based on this one, calculated more accurate flutter speed between the upper and lowest limits from formulas in previous papers and corresponding frequency.

Keywords: flutter, rectangular wing, main spar