

# 시간-주파수방법에 의한 조건부족맹목신호분리의 성능을 제고하기 위한 한가지 방안

곽청일, 엄철남

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《정보산업을 빨리 발전시키고 인민경제의 모든 부문을 정보화하여야 합니다.》

(《김정일선집》 증보판 제20권 380페이지)

맹목신호분리는 레이다와 수중음향탐색체계에서 목표검출과 추반, 통신체계에서 다중 리용자검출, 심전도를 비롯한 의학적인호의 분리, 음성추출 등에 광범히 리용된다.

최근에 혼합신호개수가 원천신호개수보다 큰 경우의 조건부족맹목신호분리문제에 시간-주파수방법[2, 3]을 적용하고있다. 시간-주파수방법에 의한 신호분리의 성능은 시간-주파수분포행렬을 구성하는 도플러-지연핵의 간섭감소특성과 자기원천점식별방법에 크게 의존한다. 간섭감소형의 핵들인 위너-빌분포핵, 지수분포핵, 본-조르당분포핵 등 여러가지 핵들과 그것에 기초하여 자기원천점을 식별하는 여러가지 방안들[1, 4]이 제기되였다.

문문에서는 간섭효과를 보다 감소시키는 한가지 도플러-지연핵을 제기하고 그것에 기초한 시간-주파수분포행렬로부터 자기원천점을 식별하는 방법을 제안함으로써 시간-주파수방법에 의한 조건부족맹목신호분리의 성능을 제고하였다.

## 1. 간섭감소형도플러-지연핵에 기초한 자기원천점식별

다음과 같은 순간혼합체계를 고찰하자.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$  는  $K$  차원천벡토르,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$  는  $M$  차혼합벡토르,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_K]$  는  $M \times K$  혼성행렬,  $\mathbf{a}_i (i=1, \dots, K)$  는 원천  $s_K(t)$  에 대응하는 조종벡토르이다.

$M < K$  일 때 그 어떤 사전지식도 없이 관측된 혼합신호들로부터 원천신호들을 복원하는 문제를 조건부족맹목신호분리라고 한다.

$M$  차신호벡토르  $\mathbf{x}(t)$  에 대하여

$$\mathbf{D}_{\mathbf{xx}}(t, f) = [D_{x_i x_j}(t, f)]_{1 \leq i, j \leq M} \quad (2)$$

을 시간-주파수분포행렬이라고 한다. 여기서

$$D_{x_i x_j}(t, f) = \iiint \phi(v, \tau) x_i \left( u + \frac{\tau}{2} \right) x_j^* \left( u - \frac{\tau}{2} \right) e^{j2\pi(vt - u\tau - f\tau)} du dv d\tau \quad (3)$$

는 2차시간-주파수분포로서 시간-주파수정의역에서 한 신호의 자체상관( $i = j$ ) 또는 두 신

호의 호상상관( $i \neq j$ )을 나타낸다.  $\phi(v, \tau)$  는 도플러-지연핵함수이다.

이와 같이 정의된 시간-주파수분포행렬을 식 (1)에 적용하면 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{xx}(t, f) = \mathbf{A} \mathbf{D}_{ss}(t, f) \mathbf{A}^H + \mathbf{D}_{nn}(t, f) \quad (4)$$

여기서 윗첨자  $H$ 는 행렬의 공액전위연산자이며  $\mathbf{D}_{xx}$ ,  $\mathbf{D}_{ss}$ ,  $\mathbf{D}_{nn}$ 은 각각 혼합신호벡토르, 원천신호벡토르, 잡음벡토르의 시간-주파수분포행렬이다.

어떤 시간-주파수점  $(t, f)$ 에서  $D_{s_i s_i}(t, f)$ 가 충분한 에너지를 가지면  $(t, f)$ 를 원천신호  $s_i$ 에 대한 자기항점이라고 하고  $s_i$ 는  $(t, f)$ 에서 능동원천이라고 한다. 유사하게  $D_{s_i s_j}(t, f)$  ( $i \neq j$ )가 충분한 에너지를 가지면  $(t, f)$ 를 서로 다른 원천신호  $s_i$ 와  $s_j$ 에 대한 호상항점이라고 한다.  $(t, f)$ 가 모든 원천(원천쌍)들에 대하여 자기(호상)항점이면  $(t, f)$ 를 자기(호상)원천점이라고 한다.[1]

자기원천점과 호상원천점의 선택은 신호분리의 성능을 제고하는데서 기본문제로 나선다. 그런데 원천신호들사이의 호상작용에 의하여 생기는 간섭항으로 하여 자기원천점과 호상원천점의 선택에서 오유를 가져올수 있다. 이 오유를 극복하기 위하여 여러가지 간섭감소형의 시간-주파수분포들이 제안되었다. 임의의 시간-주파수점에서 능동원천의 개수가  $M$ 보다 작다는 가정으로부터 간섭감소형분포인 지수분포 또는 본-조르당분포를 리용하여 맹목원천분리를 실현[1]하였으며 혼성행렬  $\mathbf{A}$ 의 임의의  $M \times M$ 부분행렬이 위수를 가지고 임의의 시간-주파수점에서 능동원천의 개수가  $M$ 보다 크지 않다는 가정으로부터 맹목신호분리알고리즘[2]을 제안하였다.

#### 1) 간섭감소형시간-주파수분포의 설계

본-조르당분포핵은  $\text{sinc}(2\alpha v \tau)$ , 베셀분포핵은  $2J_1(\alpha v \tau)/(\alpha v \tau)$ 이다. 이로부터 우리는 다음과 같은 도플러-지역핵을 정의하였다.

$$\phi(v, \tau) = 8J_2(\alpha v \tau)/(\alpha v \tau)^2 \quad (5)$$

여기서  $\alpha \leq 0.5$ 이고  $J_2$ 는 제1종의 2차베셀함수이다.

먼저 도플러-지역핵  $\phi(v, \tau)$ 가 2차시간-주파수분포가 요구하는 성질들과 그것에 따르는 핵제한식(표)을 만족시키는가를 보자.

표. 2차시간-주파수분포의 성질과 핵제한식[1]

No.	분포성질(P)	핵제한식(C)	No.	분포성질(P)	핵제한식(C)
1	실값성(RE)	$\phi(v, \tau) = \phi^*(-v, -\tau)$	6	순간주파수(IF)	$\phi(0, \tau) = 1, \left. \frac{\partial}{\partial v} \phi(v, \tau) \right _{v=0} = 0, \forall \tau$
2	시간밀기(TS)	$\phi(v, \tau)$ 는 $t$ 에 독립	7	군지연(GD)	$\phi(v, 0) = 1, \left. \frac{\partial}{\partial v} \phi(v, \tau) \right _{\tau=0} = 0, \forall v$
3	주파수밀기(FS)	$\phi(v, \tau)$ 는 $f$ 에 독립	8	시간대(TS)	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jv\tau} \phi(v, \tau) dv = 0,  \tau  < 2 t $
4	시간한계(TM)	$\phi(v, 0) = 1, \forall v$	9	주파수대(FS)	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jf\tau} \phi(v, \tau) d\tau = 0,  v  < 2 f $
5	주파수한계(FM)	$\phi(0, \tau) = 1, \forall \tau$			

$\phi(\nu, \tau)$ 의 정의식 (5)로부터 핵제한식 C1, C2, C3이 성립한다는것을 쉽게 알수 있다.  
 $\phi(\nu, \tau)$ 를 테일러합렬전개하면 다음과 같다.

$$\phi = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(3+m)} \left( \frac{\alpha \nu \tau}{2} \right)^{2m} \quad (6)$$

이로부터  $\phi(\nu, 0)=1$ ,  $\phi(0, \tau)=1$ 이므로 핵제한식 C4, C5가 성립한다.

또한

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \phi|_{\nu=0} = 2\alpha\tau \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(m-1)! \Gamma(3+m)} \left( \frac{\alpha \nu \tau}{2} \right)^{2m-1} \Big|_{\nu=0} = 0$$

이므로 핵제한식 C6이 성립한다.

핵제한식 C7도 C6과 유사하게 증명된다.

다음으로

$$\sum_{-\infty}^{\infty} e^{-j\nu t} \phi d\nu = \frac{4\sqrt{\pi}}{\alpha \Gamma(2.5)} \left( 1 - \frac{t^2}{\alpha^2 \tau^2} \right)^{3/2} \Pi\left(\frac{t}{2\alpha\tau}\right) = 0$$

이 성립된다. 여기서  $|\tau| < \frac{t}{\alpha}$ 이고  $\Pi(t)$ 는  $|t| \leq 1$ 일 때에는 1이고 그렇지 않을 때에는 0이다.

따라서  $\alpha \leq 0.5$ 이므로 핵제한식 C8이 성립한다.

핵제한식 C9도 C8과 유사하게 증명된다.

다음으로 제안된 분포핵이 본-조르당분포핵과 베셀분포핵보다 간섭감소에서 더 좋은 특성을 가진다는것을 모의하자.

다음의 선형주파수변조성분과 시누스주파수변조성분을 가진 신호를 고찰하자.

$$x(t) = \cos\left(2\pi\left(f_1 + \frac{1}{2}t\right)t\right) + \cos\left(2\pi f_2 t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\right) + n(t) \quad (7)$$

2차시간-주파수분포의 간섭감소특성 모의파라미터를  $f_1=2\text{Hz}$ ,  $f_2=14\text{Hz}$ ,  $\Delta f=5$ ,  $f_m=0.04$ ,  $l=0.16\text{Hz/s}$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $\text{SNR}=15\text{dB}$ 로 설정하였다.

이러한 비정상신호에 대하여 여러 시간-주파수분포들의 간섭감소특성은 그림 1과 같다.

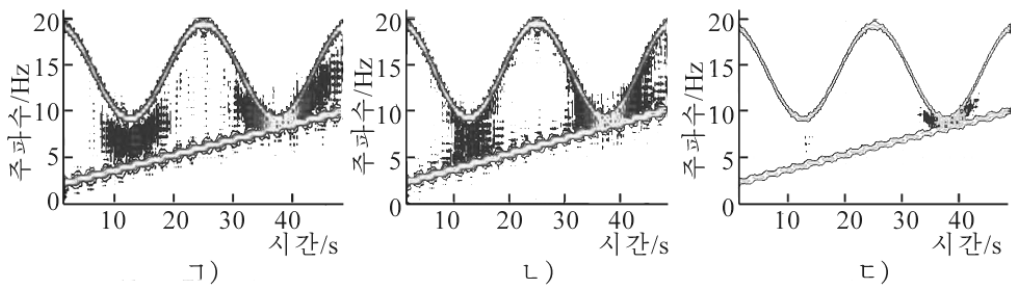


그림 1. 여러 시간-주파수분포들의 간섭감소특성  
 ㄱ) 본-조르당분포핵, ㄴ) 베셀분포핵, ㄷ) 제안된 분포핵

그림 1에서 보는바와 같이 제안된 분포핵은 다른 분포핵들보다 간섭감소특성이 더 좋다.

## 2) 자기원천점식별

매 시각  $t_0$  에서 아주 작은 에너지를 가진 시간-주파수점들을 제거하고 충분한 에너지를 가진 유효시간-주파수점들만 남겨놓는다.

$$\frac{\|D_{xx}(t_0, f_0)\|}{\max_f \|D_{xx}(t_0, f)\|} > \varepsilon_1 \quad (8)$$

식 (8)을 만족시키면  $(t_0, f_0)$  을 유효시간-주파수점들의 모임  $\Sigma_1$  에 포함시키고 그렇지 않으면 제거한다. 여기서  $\|\cdot\|$  은 행렬의 프로베니우스노름이고  $\varepsilon_1$  은 유효에너지값이다.

식 (8)은 시각  $t_0$  에서 주파수에 따르는 시간-주파수분포행렬들의 최대노름에 관하여 상대적비가  $\varepsilon_1$  보다 작은 노름을 가진 시간-주파수점들을 아주 작은 에너지를 가진 점이라고 보고 제거한다는것을 보여준다.

$\Sigma_1$  의 매 시간-주파수점에 대하여 다음식을 만족시키는 점을 자기원천점으로 취한다.

$$\frac{\text{tr}[D_{zz}(t, f)]}{\|D_{zz}(t, f)\|} > \varepsilon_2 \quad (9)$$

여기서  $(t, f) \in \Sigma_1$ ,  $\text{tr}[\cdot]$  는 행렬의 고유합(대각선원소들의 합),  $\varepsilon_2$  는 자기원천점식별값이다.

식 (9)는 백색화된 신호  $z(t)$  의 시간-주파수분포행렬  $D_{zz}(t, f) = W D_{xx}(t, f) W^H$  의 주대각선원소들 즉 자기상관분포가 충분한 에너지를 가지는 시간-주파수점을 자기원천점으로 택한다는것을 보여준다. 이렇게 얻은 자기원천점들의 모임을  $\Sigma_2$  라고 한다.

## 2. 제안된 맹목신호분리알고리즘과 성능평가

### 1) 제안된 맹목신호분리알고리즘

혼합신호  $x(t)$  가 주어졌을 때 원천신호  $s(t)$  를 추정하는 알고리즘은 다음과 같다.

① 혼성행렬[1]  $A$  를 추정한다.

② 제안한 방법으로  $\Sigma_0$  의 모든 리산시간-주파수점들에서 시간-주파수분포행렬  $D_{xx}(t, f)$  를 계산한다.

③  $\varepsilon_1 = 0.05$  로 놓고 식 (8)에 의하여 아주 작은 에너지를 가진 시간-주파수점들을 제거함으로써 유효시간-주파수점들의 모임  $\Sigma_1$  을 얻는다.

④  $\varepsilon_2 = 0.75$  로 놓고 식 (9)에 의하여 자기원천점들의 모임  $\Sigma_2$  를 얻는다.

⑤  $\Sigma_2$  의 매 시간-주파수점들에서 능동원천들의 시간-주파수분포값[2]을 얻는다.

⑥ 시간-주파수합성알고리즘[3]을 리용하여 원천신호들을 추정한다.

### 2) 제안된 맹목신호분리알고리즘의 성능평가

시간-주파수방법에 의한 제안된 조건부족맹목신호분리알고리즘의 모의결과는 그림 2와 같다.

그림 2에서 보는바와 같이 제안된 알고리즘으로는 선행알고리즘[2]보다 더 정확한 원천신호를 추정할수 있다.

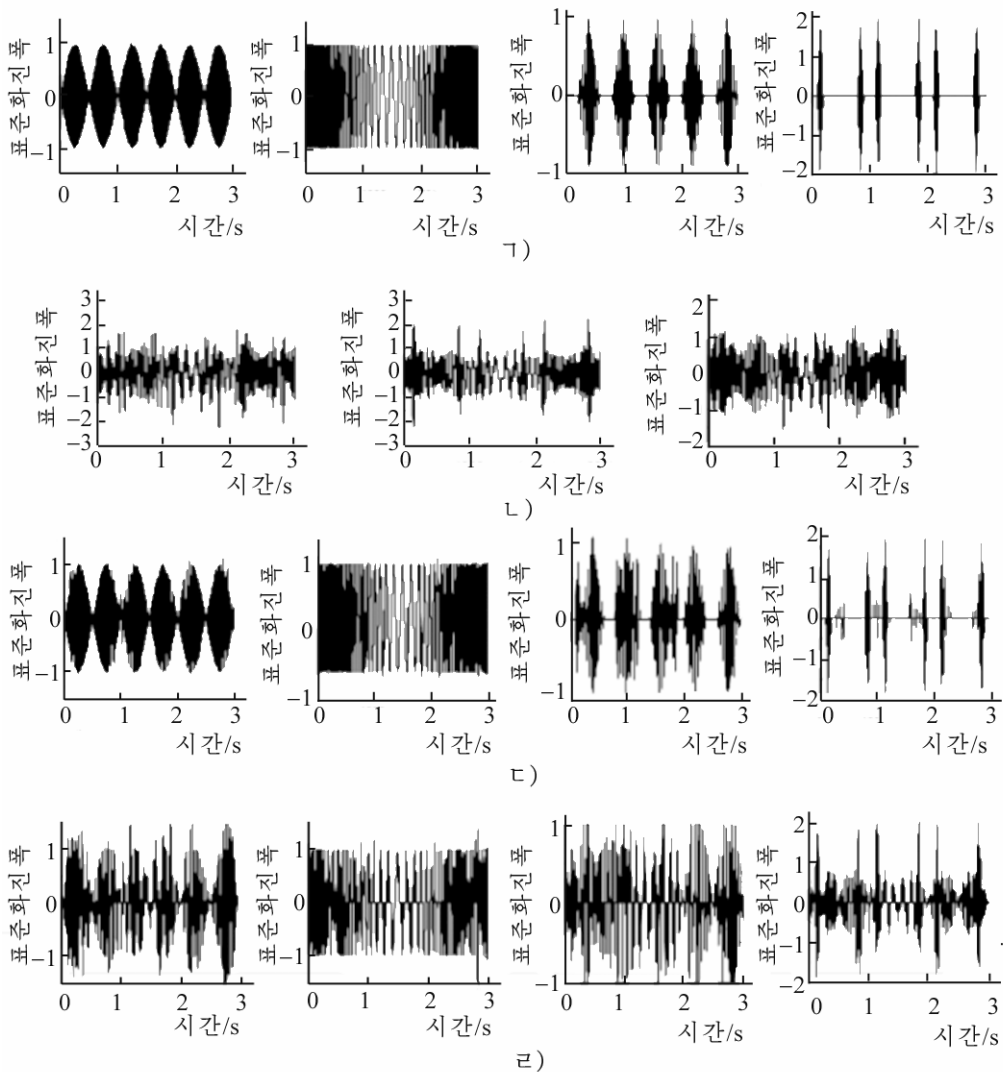


그림 2. 시간-주파수방법에 의한 조건부족맹목신호  
분리알고리즘의 모의결과

가)  $M=4$  개의 가우스원천신호들의 파형, 나) 서로 다른  $K=3$  개의  
수감부로 수감된 혼성신호들의 파형, 다) 라)는 각각 제안된  
알고리즘과 선행알고리즘[2]에 의하여 추정된  
원천신호들의 파형

## 맺는 말

간섭감소형도플러-지연핵에 의한 시간-주파수분포행렬로부터 자기원천점을 식별하는 한가지 방법을 제안하고 조건부족맹목신호분리에 적용하였다.

모의결과는 제안한 방법이 시간-주파수방법에 의한 신호분리의 성능을 향상시킨다는 것을 보여준다.

## 참 고 문 헌

- [1] B. Boashash; Time Frequency Signal Analysis and Processing, Elsevier, 339~357, 2003.
- [2] A. Aissa-El-Bey et al.; IEEE Transactions on Signal Processing, **55**, 3, 897, 2007.
- [3] Dezhong Peng et al.; IEEE Transactions on Signal Processing, **57**, 2, 809, 2009.
- [4] Xian-chuan Yu et al.; Signal Processing, **93**, 288, 2013.

주체106(2017)년 5월 5일 원고접수

### **A Proposal for Enhancing the Performance of Underdetermined Blind Signal Separation by the Time-Frequency Method**

*Kwak Chong Il, Om Chol Nam*

We proposed a proposal for identifying auto-source point from time-frequency distribution by Doppler-delay with the interference-reduced type and applied it to the underdetermined blind signal separation. The simulation result shows that the proposed method enhances the accuracy of signal separation than the preceding ones.

Key words: underdetermined blind signal separation, time-frequency distribution