김일성종합대학학보 물리학 주체108(2019)년 제65권 제4호

태양의 상층채구와 코로나에서의 비등온자기 정적평형에 관한 한가지 모형

황신철, 최철민

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《지구우에 존재하는 모든 생명체와 자연현상은 태양의 영향을 크게 받고있습니다. 그러므로 인간생활과 직접 잇닿아있는 태양부터 잘 연구하여 태양의 변화를 미리 예견하고 그것을 사람들에게 알려주어야 합니다.》(《**김정일**전집》 제3권 380페지)

흑점과 홍염과 같은 태양대기에 존재하는 활동요소들을 모형화하기 위한 많은 연구들[1, 2]에서는 균일중력마당속에 있는 2차원플라즈마의 자기정적평형을 가정하였다. 특히 태양의 상층채구와 코로나에 존재하는 가장 거대한 태양활동요소인 고요한 홍염을 모형화하기 위한 선행연구들[3, 4]에서는 수학적단순화를 위하여 온도 T를 상수로 가정하였다.

고요한 홍염이 주위의 플라즈마보다 낮은 온도를 가지며 높이에 따라 온도가 변한다는 X선 및 자외선관측결과[5]를 고려하여 론문에서는 2차원플라즈마의 비등온자기정적평형을 표시하는 일반화된 방정식들을 유도하고 그 물리적의미를 밝혔다.

1. 출발방정식과 비등온자기정적평형문제에로의 일반화

균일중력마당속에 있는 플라즈마의 물리적상태를 표시하는 자기정적평형방정식은 다음과 같다.[2]

$$\frac{1}{4\pi}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}-\nabla P-\rho g\hat{z}=0 \tag{1}$$

여기서 $\boldsymbol{B}(x)$는 자기마당, $P(x)$는 기체압력, $\rho(x)$는 기체밀도, g는 z축의 부방향에로의 균일중력가속도이다.

태양대기는 다음의 리상기체법칙을 늘 만족시킨다고 가정한다.

$$P=\frac{\rho kT}{m} \tag{2}$$

여기서 m은 기체의 평균분자량, k는 볼츠만상수, $T(x)$는 기체의 온도이다.

식 (2)를 리용하면 방정식 (1)은 다음과 같이 변형된다.

$$\frac{1}{4\pi}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}-\nabla P-\frac{hT_0P\hat{z}}{T}=0 \tag{3}$$

여기서

$$h=\frac{mg}{kT_0} \tag{4}$$

는 기체의 전형적온도 T_0에 해당한 등온대기높이이다.

식 (3)에서 T=일정이라고 놓으면 1개 독립변수를 가지는 편미분방정식으로 넘어간다.

여기서는 T=일정이라는 가정이 없이 2차원자기정적평형문제를 다음과 같이 고찰하겠다.

먼저 모든 물리적량들이 y와 z에만 의존하는 경우를 가정하자. 이 경우에 자기마당 $\boldsymbol{B}(y, z)$를 다음과 같이 표시할수 있다.

$$\boldsymbol{B}(y, z) = \left(B, \frac{\partial A}{\partial z}, -\frac{\partial A}{\partial y} \right) \tag{5}$$

여기서 $A(y, z)$와 $B(y, z)$는 스칼라함수들이며 따라서 식 (5)는 $\mathrm{div}\boldsymbol{B} = 0$을 나타낸다. 또한 자기마당선들은 $A(y, z)$=일정을 만족시키도록 yz평면에로 사영할수 있다.

이제 다음과 같은 본이 없는 량들을 받아들이자.

$$\left.\begin{array}{l} Y = hy,\ Z = hz \\ A(y, z) = A_0 F(Y, Z),\ B(y, z) = B_0 G(Y, Z) \\ P(y, z) = P_0 P(Y, Z),\ T(y, z) = T_0 L(Y, Z) \end{array}\right\} \tag{6}$$

여기서 h는 식 (4)에 의해 정의되며 A_0, B_0, P_0, T_0은 상수들이다.

이 본이 없는 량들에 의하여 방정식 (3)은

$$\frac{\partial(F, G)}{\partial(Y, Z)} = 0 \tag{7}$$

$$\nabla^2 F \frac{\partial F}{\partial Y} + \gamma G \frac{\partial G}{\partial Y} + \beta \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \tag{8}$$

$$\nabla^2 F \frac{\partial F}{\partial Z} + \gamma G \frac{\partial G}{\partial Z} + \beta \frac{\partial P}{\partial Z} + \beta \frac{P}{L} = 0 \tag{9}$$

으로 표시된다. 여기서

$$\beta = \frac{4\pi P_0}{h^2 A_0^2},\ \gamma = \frac{B_0^2}{h^2 A_0^2} \tag{10}$$

이다.

식 (7)은 $G(Y, Z)$가 $F(Y, Z)$의 함수로 표시될수 있다는것 즉 $G(Y, Z) = G(F(Y, Z))$를 보여준다.

따라서 식 (8), (9)는 다음과 같이 변형된다.

$$[\nabla^2 F + \gamma G(F) G'(F)] \frac{\partial F}{\partial Y} + \beta \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \tag{11}$$

$$[\nabla^2 F + \gamma G(F) G'(F)] \frac{\partial F}{\partial Z} + \beta \frac{\partial P}{\partial Z} + \beta \frac{P}{L} = 0 \tag{12}$$

여기로부터 또한 다음의 식을 얻을수 있다.

$$\frac{\partial(P, F)}{\partial(Y, Z)} - PL^{-1} \frac{\partial F}{\partial Y} = 0 \tag{13}$$

식 (13)은 매개 자기마당선에 따르는 힘평형을 나타낸다.

다음으로

$$P(Y, Z) \equiv P(F, Z),\ L(Y, Z) \equiv L(F, Z) \tag{14}$$

를 가정하겠다. 물리적으로 식 (14)는 임의의 주어진 자기마당선에 대하여 $F(Y, Z)$ = 일정에 따르는 온도와 압력을 높이 z에 따라 변하는 량들로 변형한다. 식 (14)를 (13)에 대입

하면 다음식이 얻어진다.

$$\left[\frac{\partial P(F,Z)}{\partial Z}+\frac{P(F,Z)}{L(F,Z)}\right]\frac{\partial F}{\partial Y}=0 \tag{15}$$

일반적으로 $\frac{\partial F}{\partial Y}\neq 0$ 이며 따라서 다음의 식을 얻을수 있다.

$$\frac{\partial \ln(P(F,Z))}{\partial Z}=-L(F,Z)^{-1} \tag{16}$$

또는

$$P(Y,Z)\equiv P(F,Z)=P_0\exp\left[-\int_0^z \frac{dz'}{L(F,z')}\right] \tag{17}$$

이다. 여기서 $P_0(F)$ 는 미정함수이다.

식 (17)에 의해 주어지는 압력을 리용하면 식 (11), (12)는 다음과 같은 단일비선형타원편미분방정식으로 변형할수 있다.

$$\nabla^2 F+\frac{\partial}{\partial F}\left[\frac{1}{2}\gamma(G(F))^2+\beta P_0(F)\exp\left(-\int_0^z \frac{dz'}{L(F,z')}\right)\right]=0 \tag{18}$$

만일 $G(F), P_0(F), L(F,Z)$ 를 안다면 2차원플라즈마의 자기정적문제는 스칼라함수 $F(Y,Z)$ 에 관하여 식 (18)을 푸는것에 귀착된다.

그러면 밀도, 압력, 온도, 자기마당은 식 (2), (5), (6), (14), (17)을 리용하면 풀이 $F(Y,Z)$ 에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$\left.\begin{aligned}
&\rho(y,z)=\rho_0 L(F(Y,Z))^{-1}P_0(F(Y,Z))\exp\left(-\int_0^z \frac{dz'}{L(F(Y,Z),z')}\right)\\
&\rho_0=mP_0/kT_0\\
&P(y,z)=P_0P_0(F(Y,Z))\exp\left(-\int_0^z \frac{dz'}{L(F(Y,Z),z')}\right)\\
&T(y,z)=T_0L(F(Y,Z),Z)\\
&B(y,z)=A_0h\left[\gamma^{1/2}G(F(Y,Z)),\ \frac{\partial F}{\partial Z},\ -\frac{\partial F}{\partial Y}\right]
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

곡선 $\frac{\partial F(Y,Z)}{\partial Y}=0$ 에 의해 분리된 공간의 구역들은 식 (18)에서 $P_0(F)$ 와 $L(F,Z)$ 의 각이한 함수형태에 대응될수 있다. 이때 공간의 매 구역에 대한 $P_0(F)$ 와 $L(F,Z)$ 의 함수형태의 선택은 경계조건 $\frac{\partial F(Y,Z)}{\partial Y}=0$ 과 공간의 린접한 지역들에서 압력과 온도가 원활하게 련속이여야 한다는 요구를 만족시켜야 한다. 가장 단순한 경우는 $P_0(F)$ 와 $L(F,Z)$ 의 동일한 함수형태가 공간의 모든 지역들에 적용되는것인데 이 경우 자기마당선 $F(Y,Z)$=일정에 놓이며 같은 높이에 있는 임의의 두 점은 동일한 온도와 압력을 가진다.

2. 2차원자기정적평형문제의 특수풀이와 해석

먼저 식 (18)의 특수경우를 보기로 하자.

등온의 경우에 $L(F, Z)$=1로 놓을수 있으며 이때 식 (18)은 다음과 같이 표시된다.

$$\nabla^2 F + \gamma G(F)G'(F) + \beta P_0'(F)e^{-z} = 0 \tag{20}$$

일부 고요한 홍염모형들은 함수 $P_0(F)$ 의 특정한 선택과 조건 $G(F) = 0$ 을 가정했을 때 식 (20)으로부터 얻어지는 단순화된 식을 출발방정식으로 하여 전개되였다.

홍염자기마당이 일반적으로 홍염길이에 따르는 성분을 가진다는 일부 관측결과들의 관점에서 보다 실제적인 등온홍염모형들은 $G(Y) \neq 0$ 을 만족시켜야 한다.

식 (18)에서 기체압력을 무시하면 또 하나의 특수경우가 주어진다.

1차근사로서 $P_0(F)$=0을 설정하면 식 (20)은 다음과 같이 표시된다.

$$\nabla^2 F + \gamma G(F)G'(F) = 0 \tag{21}$$

이것은 다음의 잘 알려진 방정식과 등가이다.

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \alpha \boldsymbol{B} \tag{22}$$

여기서 $\alpha(x)$ 는 자기마당선의 꼬임을 나타낸다.[4]

식 (21)과 (22)를 비교하고 식 (5)를 리용함으로써 다음의 식을 유도할수 있다.

$$\alpha(Y, Z) = -h\gamma^{1/2} G'(F) \tag{23}$$

따라서 $B(y, z)$ 의 x성분 즉 $G(F)$ 는 자기마당선의 꼬임을 결정한다.

결국 물리적으로 $P_0(F)$ 와 $G(F)$ 는 각각 자기마당선 $F(Y, Z)$ =일정에 포함된 물질의 량과 자기마당선의 꼬임을 나타내며 필요에 따라 이 두 량이 평형상태가 발달된 초기홍염의 상태에만 의존한다고 가정할수도 있다.

이와 같이 $P_0(F)$ 와 $G(F)$ 는 임의로 구체화될수 있으며 에네르기수송을 무시한 운동학적문제에서는 같은 방식으로 $L(F, Z)$ 의 함수형태 역시 임의로 정할수 있다. 그렇지 않으면 $L(F, Z)$ 는 수송방정식외에 식 (18)을 만족시키는 알려지지 않은 량으로 취급되여야 한다.

함수형태가 알려지지 않은 $L(F, Z)$ 를 포함하는 에네르기수송방정식과 방정식 (18)의 완전한 풀이에 대해서는 앞으로 더 연구하여야 한다.

$L(F, Z)$ 를 적당히 선택하면 일정한 조건에서 물리적으로 의의있는 태양상층채구 및 코로나에서 비등온자기정적평형륜곽을 유도할수 있을뿐아니라 그것을 고요한 홍염에서 관측되는 온도변화의 원인으로 되는 에네르기이동을 모형화하는데도 리용할수 있다.

맺 는 말

태양의 상층채구와 코로나에 존재하는 고요한 홍염에 관한 한가지 비등온모형을 제기하고 균일중력마당속에 있는 2차원플라즈마의 비등온자기정적평형에 대한 일반화된 방정식을 유도하였으며 그 물리적의미를 밝혔다.

참 고 문 헌

[1] **김일성**종합대학학보(자연과학), 50, 4, 60, 주체93(2004).
[2] E. Hassen et al.; Solar Phys., 178, 41, 1999.
[3] D. E. Gray et al.; Solar Phys., 294, 114, 2013.
[4] L. GalluB et al.; Astrophysical J., 737, 134, 2015.
[5] E. Chaisson et al.; Astronomy Today, Addison-Wesley, 393～412, 2013.

주체108(2019)년 6월 5일 원고접수

A Model of Non-Isothermal Magnetohydrostatic Equilibrium in Upper Chromosphere and Corona of the Sun

Hwang Sin Chol, Choe Chol Min

In this paper, we derived the generalized equation for non-isothermal magnetohydrostatic equilibrium of 2-dimensional plasma in the presence of homogeneous gravitational field and discussed its physical meaning.

Key words: prominence, model, solar corona