

IAU2000A모형에 기초한 세차, 장동행렬계산

최진혁, 김철준, 최철민

지구세차와 장동에 대한 연구는 천구상에서 별들의 위치를 결정하는데서 중요한 의의를 가진다. IAU결정 B1.6(2000)에서는 IAU 1976세차모형과 IAU 1980장동리론이 2003년 1월 1일부터 MHB2000세차-장동모형[1-4]으로 교체된다고 하였다. MHB2000세차-장동모형을 IAU2000A세차-장동모형이라고도 한다.

본문에서는 IAU2000A세차-장동모형에 대한 설명과 IAU2000A모형의 식계산에서 나서는 문제들을 고찰하고 시험날자에 대한 세차 및 장동각들을 계산하였다.

1. IAU2000A세차-장동모형

1) 세차

한 날자로부터 다른 날자로 자리표를 변환하는 세차행렬을 구성하기 위해서는 인입되는 각들에 대한 짧은 다항식들을 평가해야 한다. 아래에 주어진 IAU 2000A모형에서 이 각들에 대한 식은 시간변수 하나만을 가진다. 시간변수는 TDB시간이다. 행렬 $P(t)$ 는 언제나 J2000.0(TDB)에서 다른 날자 t 에로의 세차를 의미한다.

주어진 TDB날자와 시간 t 에 대하여 T 를 2000년 1월 1일 12시 TDB로부터의 TDB 올리우스세기수라고 하자. 만일 날자와 시간이 올리우스날자로 표시된다면 $T = (t - 2\,451\,545.0)/36\,525$ 와 같다.

세차에 대한 Lieske파라미터에 리용되는 각들은 그림과 같다.

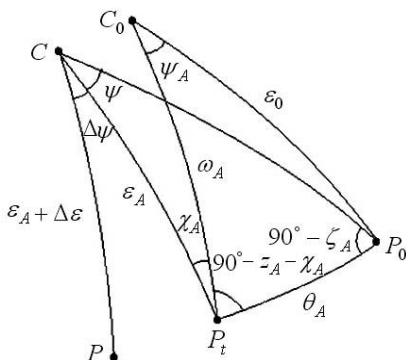


그림. 세차-장동파라미터모형도

그림에서 보는바와 같이 P 는 날자의 진극, P_0 은 J2000.0(JD 2 451 545.0)의 평균극, P_t 는 날자의 평균극, C 는 날자의 황도극, C_0 은 J2000.0의 황도극, ω_A 는 J2000.0의 황도극으로부터 날자의 평균극까지의 호, ψ_A 는 J2000.0 황도극으로부터 J2000.0평균극까지의 호인 ϵ_0 (ϵ_0 의 각길이는 J2000.0시각에 황도의 경사이다.)과 ω_A 사이의 각, χ_A 는 ω_A 와 ϵ_A 사이 각 즉 날자의 평균극에 정점을 둔 J2000.0의 황도극과 날자의 황도극사이 각, ϵ_A 는 날자의 황도극에서 날자의 평균극에로의 호 즉 날자의 황도경사, θ_A 는 J2000.0평균극 P_0 과 P_t 를 연결하는 호, ζ_A 는 P_0 에 정점을 둔 J2000.0 이분점권(춘분점, 추분점과 하늘의 남북량극을 다 지나는 대원)에서 θ_A 까지의 각, z_A 는 P_t 에 정점을 둔 θ_A 로부터 날자의 이분점권까지 각이다.

Lieske세차행렬은 다음과 같다.

$$P(\chi_A, \omega_A, \psi_A) = R_3(\chi_A)R_1(-\omega_A)R_3(-\psi_A)R_1(\epsilon_0)$$

여기서 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ 은 오른손자리표계축주위로의 기초회전행렬들이다.

J2000.0(혹은 등가인 TDB날자)에서의 황도의 평균경사는 $\varepsilon_0 = 84\ 381.406$ 각도초이며 세차각들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\psi_A &= 5\ 038.481\ 507T - 1.079\ 006\ 9T^2 - 0.001\ 140\ 45T^3 + 0.000\ 132\ 851T^4 - 0.000\ 000\ 095\ 1T^5, \\ \omega_A &= \varepsilon_0 - 0.025\ 754T + 0.051\ 262\ 3T^2 - 0.007\ 725\ 03T^3 - 0.000\ 000\ 467T^4 + 0.000\ 000\ 333\ 7T^5, \\ \chi_A &= 10.556\ 403T - 2.381\ 429\ 2T^2 - 0.001\ 211\ 97T^3 + 0.000\ 170\ 663T^4 - 0.000\ 000\ 056\ 0T^5\end{aligned}$$

2) 장동

장동은 보통 장동각이라고 부르는 2개의 작은 각 $\Delta\psi$ (경도에서의 장동), $\Delta\varepsilon$ (경사에서 장동)에 의하여 표시된다. 각 $\Delta\psi$ 와 $\Delta\varepsilon$ 은 날자의 황도와 평균분점에 대한 천극(CIP) 위치의 작은 밀립으로 볼수 있다. 이 각들은 날자의 황도계에서 측정된다.

긴 삼각합렬로 $\Delta\psi$ 와 $\Delta\varepsilon$ 값을 주는 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta\psi &= \sum_{i=1}^N \left[\left(S_i + \dot{S}_i T \right) \sin \Phi_i + C'_i \cos \Phi_i \right], \\ \Delta\varepsilon &= \sum_{i=1}^N \left[\left(C_i + \dot{C}_i T \right) \cos \Phi_i + S'_i \sin \Phi_i \right]\end{aligned}$$

여기서 매 항들에 대하여

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^K M_{ij} \phi_j(T)$$

이다.

IAU2000A모형에서 $N=1\ 365$ 이고 $K=14$ 이다. 이때 14개의 $\phi_j(T)$ 들은 기초변수들이며 모든 결수들은 각도초단위이다.

첫 8개 기초변수들은 수성으로부터 해왕성까지 행성들의 평균일심황경이다.

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 908\ 103.259\ 872 + 538\ 101\ 628.688\ 982T, \quad \phi_2 = 655\ 127.283\ 060 + 210\ 664\ 136.433\ 548T, \\ \phi_3 &= 361\ 679.244\ 588 + 129\ 597\ 742.283\ 429T, \quad \phi_4 = 1\ 279\ 558.798\ 488 + 68\ 905\ 077.493\ 988T, \\ \phi_5 &= 123\ 665.467\ 464 + 10\ 925\ 660.377\ 991T, \quad \phi_6 = 180\ 278.799\ 480 + 4\ 399\ 609.855\ 732T, \\ \phi_7 &= 1\ 130\ 598.018\ 396 + 1\ 542\ 481.193\ 933T, \quad \phi_8 = 1\ 095\ 655.195\ 728 + 786\ 550.320\ 744T\end{aligned}$$

4번째 변수는 경도에서의 전체 세차의 근사값이다.

$$\phi_9 = 5\ 028.820\ 0T + 1.112\ 022T^2$$

마지막 5개 변수들은 종전의 장동리론에서 리용되던 기본일월 Delaunay변수들과 같다. 다만 표현식이 개선되었을뿐이다.

$$\begin{aligned}\phi_{10} &= l = 485\ 868.249\ 036 + 1\ 717\ 915\ 923.217\ 8T + 31.879\ 2T^2 + 0.051\ 735T^3 - 0.000\ 244\ 70T^4, \\ \phi_{11} &= l' = 1\ 287\ 104.793\ 05 + 129\ 596\ 581.048\ 1T - 0.553\ 2T^2 + 0.000\ 136T^3 - 0.000\ 011\ 49T^4, \\ \phi_{12} &= F = 335\ 779.526\ 232 + 1\ 739\ 527\ 262.847\ 8T - 12.751\ 2T^2 - 0.001\ 037T^3 + 0.000\ 004\ 17T^4, \\ \phi_{13} &= D = 1\ 072\ 260.703\ 69 + 1\ 602\ 961\ 601.209\ 0T - 6.370\ 6T^2 + 0.006\ 593T^3 - 0.000\ 031\ 69T^4, \\ \phi_{14} &= \Omega = 450\ 160.398\ 036 - 6\ 962\ 890.543\ 1T + 7.472\ 2T^2 + 0.007\ 702T^3 - 0.000\ 059\ 39T^4\end{aligned}$$

여기서 l 은 달의 평균근점각(근지점으로부터 달까지 지심각), l' 는 태양의 평균근점각, F 는 달의 평균위도변수, D 는 태양으로부터 달의 평균리격, Ω 는 달의 평균승교점의 평균경도이다.

101 365개 합렬항중 678개는 일월장동, 687개는 행성장동기여몹이다.

일단 장동렬이 평가되면 $\Delta\psi, \Delta\varepsilon$ 을 얻을수 있으며 장동행렬을 구성할수 있다. 장동행렬은 단순히 $N(t) = \mathbf{R}_1(-\varepsilon')\mathbf{R}_3(-\Delta\psi)\mathbf{R}_1(\varepsilon_A)$ 이다. 여기서도 R_1 과 R_3 은 x 와 z 축 주위로의 표준회전이다. $\varepsilon' = \varepsilon_A + \Delta\varepsilon$ 은 진경사이다.

2. 계 산 결 과

시험날자 2014년 2월 14일 00시(TDB)에 대하여 세차각과 그것에 해당하는 세차행렬은 각각 다음과 같다.

$$\psi_A = 0.002\,449\,135\,477\,503\,3\text{rad},$$

$$\omega_A = 0.409\,092\,791\,794\,14\text{rad},$$

$$\chi_A = 6.993\,951\,600\,521\,9 \cdot 10^{-6}\text{rad}$$

$$\begin{pmatrix} 0.999\,994\,073\,846\,12 & -0.003\,157\,519\,739\,130\,3 & -0.001\,371\,984\,595\,413\,1 \\ -0.003\,157\,519\,762\,764\,1 & 0.999\,995\,015\,019\,74 & -2.148\,814\,656\,892\,3 \cdot 10^{-6} \\ 0.001\,371\,984\,541\,021\,6 & -2.183\,266\,551\,492\,0 \cdot 10^{-6} & 0.999\,999\,058\,826\,38 \end{pmatrix}$$

장동각과 그것에 해당하는 장동행렬은 각각 다음과 같다.

$$\Delta\psi = 5.253\,389\,453\,335\,1 \cdot 10^{-5}\text{rad},$$

$$\Delta\varepsilon = -3.704\,571\,081\,447\,8 \cdot 10^{-5}\text{rad}$$

$$\begin{pmatrix} 0.999\,999\,998\,620\,09 & -4.819\,957\,591\,218\,3 \cdot 10^{-5} & -2.089\,523\,759\,587\,5 \cdot 10^{-5} \\ 4.820\,034\,995\,803\,8 \cdot 10^{-5} & 0.999\,999\,998\,152\,19 & 3.704\,520\,722\,713\,8 \cdot 10^{-5} \\ 2.089\,345\,199\,398\,6 \cdot 10^{-5} & -3.704\,621\,433\,375\,8 \cdot 10^{-5} & 0.999\,999\,999\,095\,52 \end{pmatrix}$$

맺 는 말

IAU2000A모형은 종전의 세차 및 장동모형들에 관측보정을 더하여 새롭게 제기된 지구세차 및 장동에 관한 모형이다.

참 고 문 헌

- [1] G. H. Kaplan; USNO Circular, 179, 2005.
- [2] P. M. Mathews et al.; J. Geophys. Res., B 4, 107, 2002.
- [3] J. L. Hilton et al.; Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 94, 351, 2006.
- [4] T. Fukushima; Astron., J 126, 494, 2003.

주체103(2014)년 4월 5일 원고접수

Precession-Notation Evaluation based on IAU2000A Model

Choe Jin Hyok, Kim Chol Jun and Choe Chol Min

We considered the formulae and computational comments of the IAU2000A model, and the precession and notation angles were evaluated for a test date.

Key words: precession, notation