

## 양자점-양면광학미소공진기결합계에서 스핀큐비트들에 대한 CNOT문의 구성

최성일, 고명철, 김남철

양자론리문들은 양자계산과 양자정보처리를 실현하기 위한 기초적인 요소들이다. CNOT 문은 가장 유효한 양자문의 하나이다. 단일큐비트회전과 함께 CNOT문은 만능양자계산을 위한 표준모형으로 널리 쓰이고있다. 실험적으로 단일큐비트양자문은 국부하밀토니안이나 외부마당으로 쉽게 실현시킬수 있으나 두비트조작들은 물리적계에 크게 의존하며 그것을 실현하기가 보다 힘들어진다.

고체상태양자계들에 기초한 양자문들은 계산가능성과 안정성이 높다. 반도체양자점안의 단일전자스핀은 환경과 고립되어있고 또 간섭성시간이 상대적으로 긴것으로 하여 론리값을 스핀상태에 저장하는데 아주 유리하며 더우기 파울리금지원리나 광학적선택규칙에 따라 전하의 거동을 전자의 스핀상태에 의존하도록 유도할수 있는것으로 하여 그 연구는 날로 심화되고있다.

선행연구[1]에서는 포톤의 분극자유도와 미소공동에 배치된 양자점안의 속박전자스핀사이의 호상작용에 대하여 고찰하고 그것에 기초하여 CNOT문, 다중포톤얽힘장치, 포톤벨상태해석기를 설계할수 있다는것을 밝혔다. 또한 미소공진기에 결합시킨 자체배렬GaAs/InAs 양자점으로 된 양자계를 생각하고 그 계에서의 스핀선택이중극결합을 고찰하였으며 이 계를 리용하여 속박전자스핀을 조종비트로 하고 포톤을 표적비트로 하는 CNOT문 그리고 두포톤벨상태해석기를 만들수 있다고 보았다. 선행연구[2]에서는 원형겹굴절에 기초한 광학미소공진기에서의 단일양자점스핀을 리용하여 비손실상태전송과 얽힘교환을 실현하는 효과적인 제안을 내놓았다.

최근에는 양면미소광학공진기안의 양자점을 리용한 혼합계에서의 만능양자문실현과 관련한 연구결과[3]가 발표되었다. 여기서는 1개의 포톤을 조종비트로 하고 나머지비트들은 전자스핀으로 하는 양자문들을 구성하였는데 그것들은 CNOT, 토폴리, 프리드킨문들이었다. 이러한 문들은 아다마르문과 함께 양자계산에서 완비계를 이루며 특히 위상평가, 복잡한 양자알고리즘, 오류수정과 같은 알고리즘실현에서 중요한 역할을 한다. 또한 1개의 보조전자스핀을 리용한 포톤큐비트에서의 CNOT, 토폴리문 그리고 정지전자큐비트들에 대한 CNOT문, 토폴리문방안들이 제기되었다. 이 방안들은 강한 결합대역뿐아니라 약한 결합대역에서도 다 동작할수 있으며 실험적으로도 실현가능하다. 또한 같은 모형에서 선형광학적인 조작들과 단일포톤들, 얽힘포톤쌍과 포톤측정, 고전통신을 리용하여 두전자스핀의 조종위상문과 공간적으로 떨어진 두전자스핀들사이의 CNOT문의 전송[4], 세전자스핀사이의 토폴리문의 전송을 위한 방안들이 제기되었다. 이밖에도 양자점-미소공진기결합계에 기초한 여러가지 흥미있는 설계들이 계속 제출되고있다.

우리는 양자점-공진기결합계에서의 양자상태조종물림새 특히 스핀큐비트들에 대한

CNOT량자문구성방안을 이론적으로 연구하였다.

량자계산, 량자통신, 량자저장에 쓰일수 있는 량면량자점-공진기결합계에서의 량자상태조물림새를 결정하는데서 중요한것은 스핀의존광학적이행규칙을 결정하는것이다. 이 계에서는 단일전자In(Ga)As량자점을 량면미소광학공진기에 투입시켰으며 이때 량면거울들은 다 부분반사거울들이다. 과도전자스핀큐비트는 고체상태계에서 량자계산이 가능하게 하며 이 큐비트는 부의 전하를 띤 러기자의 첨가를 통하여 공진기모드와 호상작용한다. 이때 러기자는 2개의 전자와 러기에 의해 생긴 하나의 구멍으로 구성(트리온상태)되어있다. 트리온상태는 기초적인 광학러기자이며 량자점-공진기계에서의 광학적이행에서 근본적인 역할을 논다. 이 러기자가 바로 스핀의존광학적이행규칙을 결정한다.

대응에너키준위와 러기자의 광학적이행선택규칙은 그림 1과 같다.

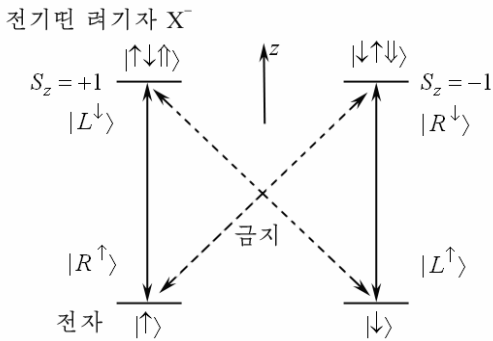


그림 1. 대응에너키준위와 러기자의 광학적이행선택규칙

$|\Uparrow\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle$ ,  $|\Downarrow\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle$ 은 무거운 구멍상태,  
z축은 량자화축, 윗화살표는 전파방향

그림 1에서 보는바와 같이 러기자의 이행에서는 두 종류의 스핀( $s_z = -1, 1$ )의존광학적이행이 존재하게 된다.

$s_z = +1$  ( $|R^\uparrow\rangle$  혹은  $|L^\downarrow\rangle$ )을 가지는 포톤에 대하여 전자가  $|\downarrow\rangle$  상태에 있다면 공진기에 의하여 투과되며 전자가  $|\uparrow\rangle$  상태에 있다면 포톤은 광학공진기에 의하여 반사된다.

한편  $s_z = -1$  ( $|R^\downarrow\rangle$  혹은  $|L^\uparrow\rangle$ )을 가지는 포톤에 대하여 전자가  $|\downarrow\rangle$  상태에 놓인다면 포톤은 공진기와 결합되고 편극과 전파방향이 반전되어 반사된다.

전자가  $|\uparrow\rangle$  상태에 있을 때에 포톤은 공진기와 결합되지 않으며 결합되었을 때보다  $\pi$ 만 한 위상

밀립을 가지고 공진기에 의하여 투과된다.

따라서 량자점-공진기결합계에서 포톤과 전자의 호상작용동력학적관계는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} |R^\uparrow, \uparrow\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, \uparrow\rangle, |R^\downarrow, \uparrow\rangle \rightarrow -|R^\downarrow, \uparrow\rangle, |L^\uparrow, \uparrow\rangle \rightarrow -|L^\uparrow, \uparrow\rangle, |L^\downarrow, \uparrow\rangle \rightarrow |R^\uparrow, \uparrow\rangle \\ |R^\uparrow, \downarrow\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow, \downarrow\rangle, |R^\downarrow, \downarrow\rangle \rightarrow |L^\uparrow, \downarrow\rangle, |L^\uparrow, \downarrow\rangle \rightarrow |R^\downarrow, \downarrow\rangle, |L^\downarrow, \downarrow\rangle \rightarrow -|L^\downarrow, \downarrow\rangle \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

량자점-공진기결합계에서 입사포톤상태의 변화는 그 계에 해당하는 하이젠베르그운동방정식과 공진기에서의 입출력관계식을 풀어서 유도할수 있다.

$$\frac{da}{dt} = -\left[ i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] a - ig\sigma_- - \sqrt{\kappa}a_{in} - \sqrt{\kappa}a'_{in} + H \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma_-}{dt} = -\left[ i(\omega_{X^-} - \omega) - \frac{\gamma}{2}\sigma_z \right] \sigma_- + ig\sigma_z a + G \quad (3)$$

$$a_r = a_{in} + \sqrt{\kappa}a, \quad a_t = a'_{in} + \sqrt{\kappa}a \quad (4)$$

여기서  $a$ 는 공진기마당연산자,  $\sigma_-$ 는 러기자이중극연산자,  $\kappa, \kappa_s, \gamma$ 는 공진기붕괴률, 루출률, 러기자이중극붕괴률,  $H, G$ 는 잡음연산자,  $a_{in}(a'_{in}), a_r(a_t)$ 는 량면공진기의 입력마당연산자와 출력마당연산자,  $g$ 는 러기자와 공진기사이의 결합인자,  $\omega, \omega_c, \omega_{X^-}$ 는 각각 입사포톤, 공

진기 모드, 스핀의존광학적이행주파수들이다. 약한 러기근사에서  $\langle \sigma_z \rangle \approx -1$  이라고 볼수 있다.

실제적인 량자점-공진기결합계에서의 반사 및 투과율은 다음과 같이 계산된다.

$$\left. \begin{aligned} r(\omega) &= \frac{\left( i(\omega_c - \omega) + \frac{\kappa_s}{2} \right) \left( i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right) + g^2}{\left( i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right) \left( i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right) + g^2} \\ t(\omega) &= - \frac{\kappa \left( i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right)}{\left( i(\omega_c - \omega) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right) \left( i(\omega_{X^-} - \omega) + \frac{\gamma}{2} \right) + g^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$\omega = \omega_c = \omega_{X^-}$  라고 보고 결합공진기와 비결합공진기( $g=0$ )의 반사율과 투과율을 구하면 다음과 같다.

$$r(\omega) = \frac{\gamma\kappa_s + 4g^2}{\gamma(2\kappa + \kappa_s) + 4g^2}, \quad t(\omega) = -\frac{2\gamma\kappa}{\gamma(2\kappa + \kappa_s) + 4g^2} \quad (6)$$

$$r_0(\omega) = \frac{\kappa_s}{(2\kappa + \kappa_s)}, \quad t_0(\omega) = -\frac{2\kappa}{(2\kappa + \kappa_s)} \quad (7)$$

그러므로 실제공진기에서 호상작용동력학적관계(식 (1))는 다음과 같이 표시된다.

$$|R^\downarrow, \uparrow\rangle \rightarrow -|t_0(\omega)\rangle |R^\downarrow, \uparrow\rangle - |r_0(\omega)\rangle |L^\uparrow, \uparrow\rangle \quad (8)$$

$$|L^\uparrow, \uparrow\rangle \rightarrow -|t_0(\omega)\rangle |L^\uparrow, \uparrow\rangle - |r_0(\omega)\rangle |R^\downarrow, \uparrow\rangle \quad (9)$$

$$|R^\downarrow, \downarrow\rangle \rightarrow |r(\omega)\rangle |L^\uparrow, \downarrow\rangle + |t(\omega)\rangle |R^\downarrow, \downarrow\rangle \quad (10)$$

$$|L^\uparrow, \downarrow\rangle \rightarrow |r(\omega)\rangle |R^\downarrow, \downarrow\rangle + |t(\omega)\rangle |L^\uparrow, \downarrow\rangle \quad (11)$$

다음 두 스핀큐비트계에서의 CNOT문을 실현하기 위한 방안을 설계하였다.

이때 1개의 보조포톤을 리용하였다. 공진기 1, 2에 있는 2개의 전자들과 보조포톤의 초기상태는 다음과 같다고 가정하였다.

$$|\psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_c + |\downarrow\rangle_c) \otimes (\cos a |\uparrow\rangle_t + \sin a |\downarrow\rangle_t) \quad (12)$$

$$|\psi_0\rangle = |L\rangle \otimes |\psi_{in}\rangle \quad (13)$$

결정론적CNOT문설계를 위한 량자회로는 그림 2와 같다.

이 량자회로에서는 하나의 전자스핀을 조종비트로, 다른 전자스핀을 표적비트로, 원돌이 원편극포톤을 보조비트로 리용하였으며 편광빔분할기는 오른쪽이원편광은 통과시키고 왼쪽이원편광은 반사시키며 시간지연장치는 갈라졌던 포톤묶음이 동시에 합쳐지도록 한다.

처음에 입사포톤은 PBS<sub>1</sub>에서 반사되어 공진기 1에 입사한다. 포톤이 공진기 1과 호상작용한 후 다시 PBS<sub>1</sub>을 통과하면 전체 계의 상태

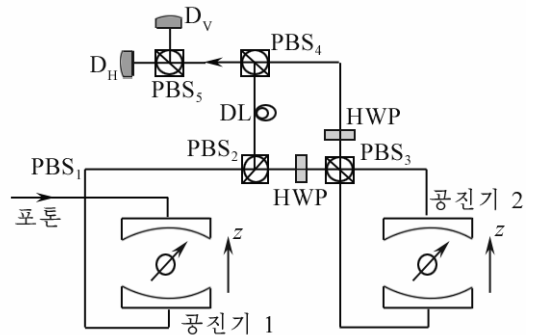


그림 2. 결정론적CNOT문설계를 위한 량자회로

PBS<sub>1</sub>, PBS<sub>2</sub>, PBS<sub>3</sub>, PBS<sub>4</sub>, PBS<sub>5</sub>—편광빔분할기,  
HWP—반파장판, DL—시간지연장치,  
D<sub>H</sub>, D<sub>V</sub>—포톤검출장치

는  $|\psi_0\rangle$ 에서  $|\psi_1\rangle$ 로 변화된다. 즉

$$|\psi_1\rangle = (1/\sqrt{2})(-|L\rangle|\uparrow\rangle_c + |R\rangle|\downarrow\rangle_c) \otimes (\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t). \quad (14)$$

다음에 포톤은 PBS<sub>2</sub>에 입사한다. PBS<sub>2</sub>는  $|L\rangle$  포톤은 반사시키고  $|R\rangle$  포톤은 통과시키는 역할을 수행한다. 그러므로  $|L\rangle$  포톤은 공진기 2와 호상작용하지 않으며 오직  $|R\rangle$  포톤만이 공진기 2와 호상작용한다. 이때 전체 계의 상태는 다음과 같다.

$$|\psi_2\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|L\rangle|\uparrow\rangle_c \otimes (\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) + \frac{1}{\sqrt{2}}|R\rangle|\downarrow\rangle_c \otimes (\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) \quad (15)$$

$|R\rangle$  포톤이 공진기 2와 호상작용하기 전과 후에 HWP를 거치고 공진기 2의 전자스핀에도 포톤과 호상작용하기 전과 후에  $H_e$ 를 작용시킨다.

그러면 전체 계의 상태는 다음과 같이 변화된다.

$$|\psi_3\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|L\rangle|\uparrow\rangle_c \otimes (\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) - \frac{1}{\sqrt{2}}|R\rangle|\downarrow\rangle_c \otimes (\cos a|\downarrow\rangle_t + \sin a|\uparrow\rangle_t) \quad (16)$$

PBS<sub>4</sub>에서는 갈라졌던 두 묶음의 포톤이 합쳐지며 다음  $|H\rangle/|V\rangle$ 를 토대로 하여 포톤 상태를 측정한다.

$$\begin{aligned} |\psi_4\rangle &= -(1/\sqrt{2})(|H\rangle - |V\rangle)|\uparrow\rangle_c \otimes (\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) - \\ &\quad -(1/\sqrt{2})(|H\rangle + |V\rangle)|\downarrow\rangle_c \otimes (\cos a|\downarrow\rangle_t + \sin a|\uparrow\rangle_t) = \\ &= -(1/\sqrt{2})|H\rangle(|\uparrow\rangle_c(\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) + |\downarrow\rangle_c(\cos a|\downarrow\rangle_t + \sin a|\uparrow\rangle_t)) + \\ &\quad + (1/\sqrt{2})|V\rangle(|\uparrow\rangle_c(\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) - |\downarrow\rangle_c(\cos a|\downarrow\rangle_t + \sin a|\uparrow\rangle_t)) \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)에서 보는바와 같이 포톤이  $|H\rangle$  상태로 측정된다면 CNOT문은 두 스핀사이에 실현된다.

$$|\psi\rangle = |\uparrow\rangle_c(\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t) + |\downarrow\rangle_c(\cos a|\downarrow\rangle_t + \sin a|\uparrow\rangle_t) \quad (18)$$

그리고 포톤이  $|V\rangle$  상태로 관측된다면  $\sigma_z$  문을 조종비트에 작용시켜야 한다. 그러면 두 스핀사이에 CNOT문이 실현되게 된다.

식 (18)에서 보는바와 같이 조종스핀큐비트가  $|\downarrow\rangle$  일 때에만 표적큐비트의 상태가 반전되며 조종비트가  $|\uparrow\rangle$  일 때에는 표적비트를 변화시키지 않는다.

이와 같이 그림 2에서 보여준 양자회로는 원리적으로 그 성공률이 100%인 두전자스핀사이의 결정론적CNOT문구성방안으로 된다.

다음으로 이 계의 평균충실도를 따져보자.

만능양자문에서 충실도는  $F = \langle\psi_0|U^\dagger\rho_t U|\psi_0\rangle$ 으로 정의된다. 여기서  $U$ 는 이상적인 양자문,  $\rho_t = |\psi_t\rangle\langle\psi_t|$ ,  $|\psi_t\rangle$ 는 현재 방안의 실제적인 양자문조작에 의한 최종상태이다.

초기상태가  $|\psi_{\text{초}}\rangle = (|\uparrow\rangle_c + |\downarrow\rangle_c)(\cos a|\uparrow\rangle_t + \sin a|\downarrow\rangle_t)/\sqrt{2}$ 라고 보면 충실도는 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{F} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} da |\langle\psi_r|\psi_t\rangle|^2 \quad (19)$$

이로부터 주어진 CNOT문방안에 대한 평균충실도는 다음과 같다.

$$\bar{F} = \frac{1}{4}(t_0 + r)^2 + \frac{1}{8}(r_0 - t)^2 \quad (20)$$

표준화된 결합결수들인  $g/\kappa$ ,  $\kappa_s/\kappa$  에 따르는 CNOT문의 평균충실도는 그림 3과 같다.

그림 3에서 보는바와 같이 약한 대역에서  $g/\kappa=0.5$ ,  $\kappa_s/\kappa=0.25$  일 때  $F_{\text{CNOT}}=74.8\%$  이며  $\kappa_s/\kappa=0$  일 때에는  $F_{\text{CNOT}}=84.8\%$  이다. 또한 강한 대역에서  $g/\kappa=2.4$ ,  $\kappa_s/\kappa=0.01$  일 때에는  $F_{\text{CNOT}}=98.7\%$  이다.

이와 같이 이 방안은 약한 결합인 경우와 강한 결합인 경우에 다 동작할수 있다. 특히 공진기 류출이 공진기감쇠보다 훨씬 작은 경우(리상적인 경우) 이 방안의 믿음도는 강한 결합인 경우에 거의 1에 달한다.

이 방안이 요구하는 회로요소들에 대한 요구가 그리 높지 않고 스핀조종기술이 확립되었으며로 이 양자문은 현재의 기술로도 높은 정확도로 실현시킬수 있다.

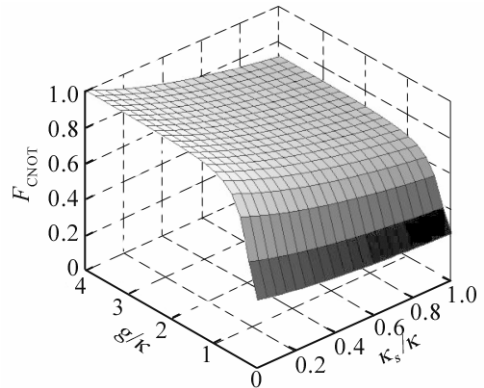


그림 3. 표준화된 결합결수들인  $g/\kappa$ ,  $\kappa_s/\kappa$  에 따르는 CNOT문의 평균충실도

## 참 고 문 헌

- [1] C. Bonato et al.; Phys. Rev. Lett., **104**, 160503, 2010.
- [2] C. Y. Hu et al.; Phys. Rev., **B 83**, 115303, 2011.
- [3] Hai-Rui Wei et al.; Phys. Rev., **A 87**, 022305, 2013.
- [4] Hong-Fu Wang et al.; Phys. Rev., **A 87**, 062337, 2013.

주체106(2017)년 5월 5일 원고접수

## Design of CNOT Gate on Spin Qubits in Coupled Quantum Dots inside Double-Sided Optical Microcavities

*Choe Song Il, Ko Myong Chol and Kim Nam Chol*

We investigated the possibility of achieving a quantum computing based on stationary electron-spin qubits, by using the giant optical circular birefringence induced by quantum-dot spins in double-sided optical microcavities as a result of cavity quantum electrodynamics. We designed the quantum circuits for implementing the two-qubit CNOT gate, an universal and deterministic quantum gate for electron-spin systems. It does not require additional electron-spin qubits. Moreover our device is attractive as it is based on solid-state quantum systems and the qubits are stationary. It is feasible with the current experimental technology, and high fidelity can be achieved when the ratio of the side leakage to the cavity decay is low.

Key words: qubit, quantum dot, CNOT gate, cavity