

# 교란성대기속에서 벡토르레이자빔묶음세기의 공간분포특성

조종현, 김은성

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《우리는 중요과학기술부문에 힘을 집중하면서 레이자를 비롯한 새로운 과학기술분야를 발전시키며 새로 건설하는 공장들과 기술개건대상들에 최신과학기술을 적극 받아들이도록 하여야 합니다.》(《김정일선집》 증보판 제15권 488페이지)

반경방향으로 편극된 빔묶음과 방위방향으로 편극된 빔묶음은 벡토르빔묶음의 전형적인 실례로서 반경방향으로 편극된 빔묶음은 선편극된 빔묶음보다 훨씬 더 작은 빔반점으로 집초할수 있으며 방위방향으로 편극된 빔반점은 고리형빔반점으로 집초할수 있다.[1] 벡토르레이자빔묶음의 이러한 특성은 빔통신, 레이자레이다, 원격탐지, 영상처리, 영상추종, 유도 및 빔검출 및 거리판정[2] 등 많은 분야들에 응용되고있다.

벡토르레이자빔묶음이 자유공간을 전파해나갈 때의 집초특성과 근축 및 비근축전파특성[3]에 대하여서는 광범히 연구되었으나 교란성대기속에서 집초된 벡토르레이자빔묶음의 공간세기분포특성에 대하여서는 연구되지 못하였다.

본문에서는 일반화된 후이겐스-프레넬적분공식과 빔묶음간섭-편극행렬에 기초하여 교란성대기속에서 집초된 벡토르레이자빔묶음의 공간세기분포특성을 해석하였다.

## 1. 집초된 벡토르레이자빔묶음세기

빔묶음자름면의 중심에 원점을 둔 직각자리표계를 설정하고 빛의 전파방향을  $z$ 축으로 택하였다.

근축근사의 테두리에서 반경방향으로 편극된 레이자빔묶음의 벡토르전기마당은  $x$ 축에 평행인 편극방향을 가지는  $TEM_{01}$ 모드와  $y$ 축에 평행인 편극방향을 가지는  $TEM_{10}$ 모드와의 간섭성중첩으로 된다. 이 경우에 집초된 반경방향으로 편극된 레이자빔묶음의 벡토르전기마당[1]은

$$\mathbf{E}(x, y) = E_1 \mathbf{i} + E_2 \mathbf{j} = E_0 \exp\left[-\frac{ik}{2f} r^2\right] \left\{ \frac{x}{a} \exp\left[-\frac{r^2}{a}\right] \mathbf{i} + \frac{y}{a} \exp\left[-\frac{r^2}{a}\right] \mathbf{j} \right\}. \quad (1)$$

여기서  $E_0$  은 전기마당진폭으로서 상수이며  $f$  는 집초거리,  $a$  는 가우스빔묶음의 반경,  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $\mathbf{i}$  와  $\mathbf{j}$  는  $x$ ,  $y$  축방향의 단위벡토르,  $E_1$  과  $E_2$  는 각각  $x$  축과  $y$  축방향의 전기마당성분이다.

편극된 빔묶음의 복사세기분포를 계산하자면 편극과 공간상관을 반영하고있는 빔묶음간섭-편극행렬을 계산하여야 한다.

빔묶음간섭-편극행렬은 다음과 같이 결정된다.

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \begin{pmatrix} \Gamma_{11}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & \Gamma_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \\ \Gamma_{21}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) & \Gamma_{22}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle E_{\alpha}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) E_{\beta}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \rangle \quad (\alpha, \beta = 1, 2). \quad (3)$$

식 (1)과 (3)으로부터 식 (2)를 계산하면

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \frac{E_0}{a^2} \exp\left\{\frac{-1}{a^2}(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2)\right\} \exp\left\{\frac{-ik}{2f}(\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)\right\} \begin{pmatrix} x_1 x_2 & x_1 y_2 \\ y_2 x_1 & y_1 y_2 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

따라서 레이저빔 묶음 원천면에서 집초된 벡토르레이저빔 묶음에 대한 빔 묶음 간섭-편극 행렬은

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = \frac{E_0}{a^2} \exp\left\{\frac{-1}{a^2}(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2)\right\} \exp\left\{\frac{-ik}{2f}(\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)\right\} \begin{pmatrix} x_1 x_2 & x_1 y_2 \\ y_2 x_1 & y_1 y_2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

교란성 대기속에서의 임의의 목표점  $z$ 에서 빔 묶음 간섭-편극 행렬  $\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)$ 는 폴모고로브스펙트르와 리포브위상구조함수[4]에 대한 2차근사를 리용하여 잘 알려진 후이겐스-프레넬적분공식[5]으로부터 다음과 같이 결정된다.

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{r}'_1 d^2 \mathbf{r}'_2 \Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)^2 - \frac{ik}{2z}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)^2\right] \cdot \exp\left[\frac{-1}{\rho_0^2}(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2\right] \quad (6)$$

여기서  $\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ 은 빔 묶음 간섭-편극 행렬 원소이며  $\rho_0 = (0.54 c_n^2 k z)^{-3/5}$ 은 구면파의 간섭 길이,  $c_n^2$ 은 대기 굴절률 구조상수,  $k = 2\pi/\lambda$ 는 레이저 빔 파동의 파수이다.

편극된 빔 묶음의 복사세기 분포는

$$I(\mathbf{r}, z) = \Gamma_{11}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) + \Gamma_{22}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \quad (7)$$

로 결정되므로 복사세기 분포를 구하자면  $\Gamma_{11}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)$ 와  $\Gamma_{22}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)$ 를 계산하여야 한다.

식 (5)를 식 (6)에 넣으면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = & \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{-1}{a^2}[(x_1'^2 + y_1'^2) + (x_2'^2 + y_2'^2)]\right\} \cdot \\ & \cdot \exp\left\{\frac{-ik}{2f}[(x_1'^2 + y_1'^2) - (x_2'^2 + y_2'^2)]\right\} \cdot \\ & \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x - x_1')^2 + (y - y_1')^2] - \frac{ik}{2z}[(x - x_2')^2 + (y - y_2')^2]\right\} \cdot \\ & \cdot \exp\left\{\frac{-1}{\rho_0^2}[(x_1' - x_2')^2 + (y_1' - y_2')^2]\right\} \cdot x_1' x_2' dx_1' dx_2' dy_1' dy_2' \end{aligned} \quad (8)$$

대칭 구간에서 짝함수와 홀함수의 적의 적분은 0으로 된다는 사실과  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha \xi^2} d\xi = \sqrt{\pi/\alpha}$ ,

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha \xi^2} \xi^2 d\xi = \sqrt{\pi} \alpha^{-3/2} / 2$ 를 리용하면 식 (8)로부터 다음의 식을 얻는다.

$$\Gamma_{11}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \left( \frac{E_0}{aq} \right)^2 \left[ \left( \frac{an}{2} \right)^2 + \frac{m^2 + p^2}{q} x^2 \right] \exp \left( \frac{-2\mathbf{r}^2}{a^2 q} \right) \quad (9)$$

마찬가지방법으로  $\Gamma_{22}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z)$ 를 계산하면

$$\Gamma_{22}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \left( \frac{E_0}{aq} \right)^2 \left[ \left( \frac{an}{2} \right)^2 + \frac{m^2 + p^2}{q} y^2 \right] \exp \left( \frac{-2\mathbf{r}^2}{a^2 q} \right) \quad (10)$$

여기서  $m = 2z/(ka^2)$ ,  $n = 2\sqrt{2z}/(ka\rho_0)$ ,  $p = 1 - z/f$ 이며  $q = m^2 + n^2 + p^2$ 이다.  $n$ 에  $c_n^2$ 이 들어있으므로  $n$ 은 대기교란을 반영하는 량이다.

따라서 식 (7)–(10)으로부터 빛세기는

$$I(\mathbf{r}, z) = \left( \frac{E_0}{aq} \right)^2 \left( \frac{a^2 n^2}{2} + \frac{m^2 + p^2}{q} \mathbf{r}^2 \right) \exp \left( \frac{-2\mathbf{r}^2}{a^2 q} \right) \quad (11)$$

$z = f$ 인 집초면에서  $p = 0$ 이므로 집초면에서 세기분포는

$$I(\mathbf{r}, z) = \left( \frac{E_0}{aq} \right)^2 \left( \frac{a^2 n^2}{2} + \frac{m^2}{q} \mathbf{r}^2 \right) \exp \left( \frac{-2\mathbf{r}^2}{a^2 q} \right) \quad (12)$$

교란성대기속에서의 흡수를 고려하면 세기분포는 다음과 같이 된다.

$$I(\mathbf{r}, z) = \left( \frac{E_0}{aq} \right)^2 \left( \frac{a^2 n^2}{2} + \frac{m^2}{q} \mathbf{r}^2 \right) \exp \left( \frac{-2\mathbf{r}^2}{a^2 q} - \alpha z \right) \quad (13)$$

## 2. 수값결과와 해석

계산을 위해 빛뭉음의 반경을  $a = 3\text{cm}$ , 파장은  $\lambda = 1.33\mu\text{m}$  그리고 대기굴절률구조상수는  $c_n^2 = 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$ , 흡수계수는  $\alpha = 6.5 \times 10^{-5} \text{m}^{-1}$ 로 택하였다.

각이한 전파거리에 따르는 벡토르레이자빛뭉음의 세기분포변화는 그림 1과 같다.

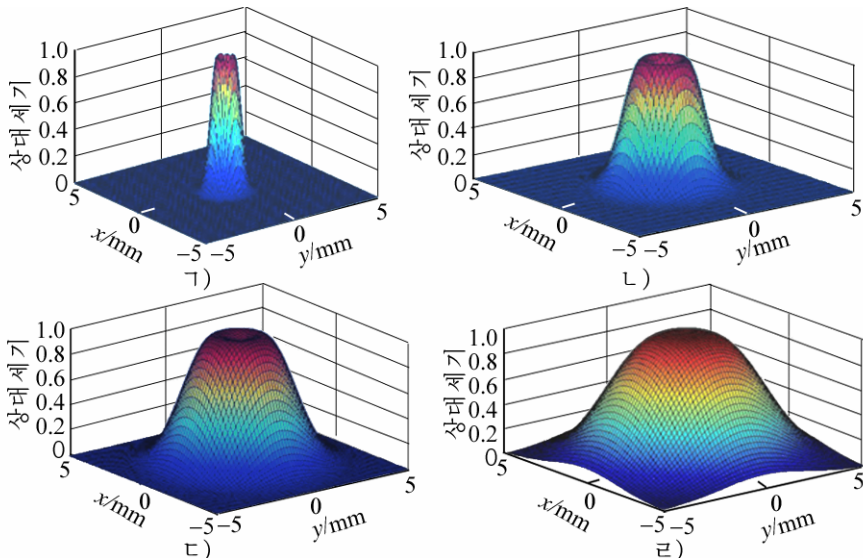


그림 1. 각이한 전파거리에 따르는 벡토르레이자빛뭉음의 세기분포변화  
가)–라)는 전파거리가 각각 100, 200, 300, 400m인 경우

그림 1에서 보는바와 같이 집초된 벡토르레이자빔묶음의 세기분포는 전파거리가 멀어짐에 따라 우물모양으로부터 가우스모양으로 변하며 빔묶음폭도 점차 넓어진다. 우물모양은 기본적으로 350m근방에서 없어져 세기가 준균일한 빔묶음이 형성되었다가 400m이후부터는 가우스모양의 빔묶음으로 넘어가며 빔묶음폭도 넓어진다. 이것은 빔묶음의 전파거리가 멀어질수록 대기교란효과가 더 강하게 나타나 빔묶음의 위상이 변하여 간섭성이 크게 떨어진다는것을 보여준다.

집초된 벡토르레이자빔묶음의 세기분포가 우물모양을 가지는것은  $TEM_{01}$ 모드와  $TEM_{10}$ 모드의 구조와 관련된다. 이 두 모드는 간섭중첩된 결과 자름면에 중심이 어두운 고리형세기분포를 형성하는데 3차원상에서 보면 우물구조를 나타낸다.

빔묶음의 전파거리를  $z=100m$ 로 고정하고 대기굴절률구조상수  $c_n^2$ 과 빔묶음의 반경  $a$ 에 따르는 빔묶음세기분포의 변화를 고찰한 결과는 그림 2, 3과 같다.

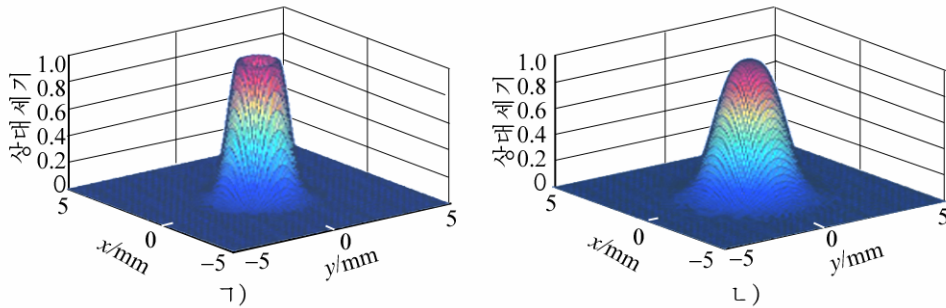


그림 2.  $c_n^2$ 에 따르는 빔묶음세기분포변화( $a=3cm$ 로 일정)

(a), (b)는  $c_n^2$ 이 각각  $10^{-15}$ ,  $10^{-13} m^{-2/3}$ 인 경우

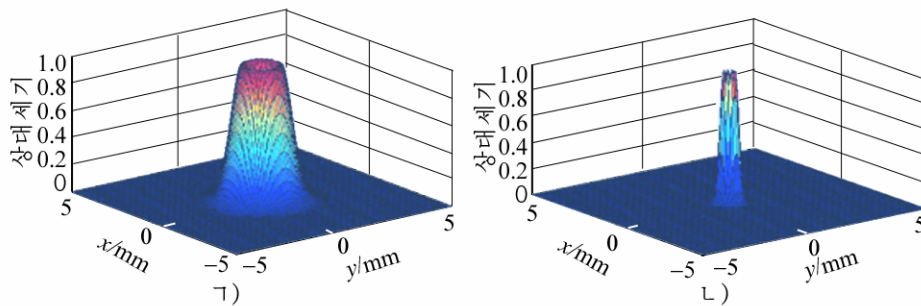


그림 3.  $a$ 에 따르는 빔묶음세기분포변화( $c_n^2$ 이 일정)

(a), (b)는  $a$ 가 각각 3, 10cm인 경우

그림 2, 3에서 보는바와 같이  $c_n^2$  또는  $a$ 의 값이 커짐에 따라 빔묶음세기분포는 우물모양으로부터 가우스모양으로 변한다. 이것은 교란성대기속에서 전파하는 가우스모양의 빔묶음세기분포변화에 대한 연구결과[6]와 아주 잘 일치한다.

사실  $c_n^2$  값이 클수록 대기교란효과가 크며 또한 빔묶음폭이 넓을수록 대기속을 지나는 과정에 교란구역을 통과할 확률이 커지게 되므로 빔묶음세기분포가 변한다. 그러나  $a$  값의 변화에 따르는 세기분포변화에서는 세기크기에 약간의 영향을 주지만 빔묶음의 세기분포에는 영향을 주지 않는다는것을 알수 있다.

## 맺 는 말

교란성대기속에서 집초된 벡토르레이자빔뒹땨은 전파거리, 빔뒹땨의 반경과 대기굴절률상수에 따라 세기분포가 우물모양으로부터 가우스모양으로 변한다.

## 참 고 문 헌

- [1] R. Dorn et al.; Phys. Rev. Lett., **91**, 233901, 2003.
- [2] Q. W. Zhan et al.; Opt. Express, **10**, 324, 2002.
- [3] Y. Cai et al.; Opt. Express, **16**, 7665, 2008.
- [4] O. Korotkoba et al.; SPIE Proc., **6457**, 64570J-1, 2007.
- [5] R. Mao et al.; Opt. Laser Eng., **51**, 488, 2013.
- [6] J. Li et al.; Progress in Electromagnetics Research, **B 24**, 241, 2010.

주체106(2017)년 1월 5일 원고접수

## On the Spatial Distribution Property of Vector Laser Beam Intensity in Turbulent Atmosphere

*Jo Jong Hyon, Kim Un Song*

The analytical formula on the spatial distribution of vector laser beam intensity in turbulent atmosphere is derived by using the generalized Huygens-Fresnel integral formula and beam coherence-polarization matrix.

Numerical results show that propagation distance, beam parameter and refractive index structure constant in turbulent atmosphere are important facts changing the beam profile structure.

Key words: vector laser beam, turbulent atmosphere, beam intensity