

평직물복합재료의 유효탄성결수결정에 관한 한가지 연구

류정, 김철혁

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《기계공학, 금속공학, 열공학, 재료공학을 비롯한 중요부문 기술공학들을 빨리 발전시키고 그 성과를 여러 경제부문에 적극 받아들여야 합니다.》

선행연구[1]에서는 중합물모체섬유강화복합재료의 유효탄성특성들을 개괄하면서 한방향섬유복합재료에 대하여서만 논의하고 선행연구[2]에서는 평직물복합재료에서 씨실과 날실방향으로의 유효당김탄성결수를 결정하는 근사방법을 제기하였는데 이 방법의 정확도가 높지 못하였다. 여기서 제기한 평직물복합재료의 씨실과 날실방향의 당김탄성결수결정식은 다음과 같다.

$$E_a = \frac{E_2}{2} + \frac{E_1(4t_1 + t_2)}{4 \left\{ 2t_1 + t_2 \left[\cos^4 \alpha + \frac{E_1}{E_2} \sin^4 \alpha + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{21} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \right] \right\}} \quad (1)$$

여기서 E_1 , E_2 , G_{12} , ν_{21} 은 한방향복합재료의 유효탄성결수들이고 t_1 과 t_2 는 그림에서 보여준 평직물복합재료의 단위세포를 특징짓는 길이를 표시하는 량들이며 α 는 씨실과 날실이 엇갈리면서 생기는 경사각이다.

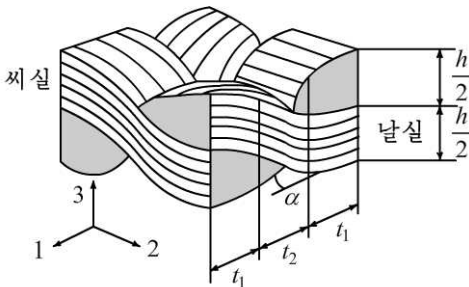


그림. 평직물복합재료의 단위세포

선행연구[3, 4]를 비롯하여 최근에 발표된 논문들에서는 직물복합재료의 열특성량들을 수치모의로만 결정하였다.

본문에서는 평직물복합재료의 유효당김탄성결수결정식의 정확도를 개선하고 유효자름탄성결수를 결정하는 근사방법을 제기하며 수치모의를 통하여 정확성을 검증하였다.

선행연구[2]에서는 씨실과 날실의 결면에 수지층이 덮여있지 않다는것을 전제로 하였고 선행연구[3, 4]에서는 결면에 덮여있는 수지층을 고려하여

유한요소해석을 진행하였다. 결면수지층의 유무는 적층방법에 따른다. 우리는 이 점을 고려하여 수지층이 없는 경우와 있는 경우로 나누어 문제를 고찰하였다.

1. 평직물복합재료의 유효당김탄성결수결정

평직물복합재료는 한방향섬유복합재료와 함께 대표적으로 리용되는 섬유강화복합재료이다. 섬유강화복합재료구조물은 일반적으로 탄소섬유와 유리섬유, 케블라섬유 등 여러가지 섬유들을 천으로 짠 평직물을 비롯한 직물들의 중합물로 적층하거나 한방향섬유들을 적층하는 방법으로 제작한다.(그림)

우선 수지층이 없는 경우를 보자.

1방향으로 당길 때 수직단면에서는 다음과 같은 식이 성립한다.[2]

$$E_a A_a = E_f A_f + E_w A_w \quad (2)$$

여기서 $A_a = h \left(2t_1 + \frac{3}{4}t_2 \right)$ 로서 단면의 전체 면적이고

$$A_f = \frac{h}{2}(2t_1 + t_2), \quad A_w = \frac{h}{4}(4t_1 + t_2) \quad (3)$$

는 각각 단면적에서 차지하는 씨실과 날실의 면적이다. 또한 E_a 는 평직물복합재료의 축방향탄성결수이고 E_f , E_w 는 씨실과 날실의 탄성결수이다.

따라서 식 (3)을 식 (2)에 대입하면 다음의 식을 얻을수 있다.

$$E_a = E_f \frac{4t_1 + 2t_2}{8t_1 + 3t_2} + E_w \frac{4t_1 + t_2}{8t_1 + 3t_2} \quad (4)$$

당기는 집의 방향이 씨실의 길이방향과 직교하기때문에 $E_f = E_2$ 로 취할수 있다. E_2 는 한방향복합재료의 가로방향탄성결수이다.

평직물복합재료에서 날실은 꼬임에 의하여 직선부분과 경사부분으로 이루어지는데 1방향으로 당길 때 두 부분에서의 탄성결수는 서로 다르다. 그러므로 날실의 탄성결수를 직선부분과 경사부분 즉 t_1 과 t_2 에 대응하는 부분으로 나누어 고찰하면 다음과 같다.

$$\frac{8t_1 + 3t_2}{E_w} = \frac{8t_1}{E_1} + \frac{t_2}{E_a} \quad (5)$$

여기서 E_1 은 한방향복합재료의 세로방향탄성결수이고 E_a 는 다음의 식으로 표시된다.

$$\frac{1}{E_a} = \frac{\cos^4 \alpha}{E_1} + \frac{\sin^4 \alpha}{E_2} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{21}}{E_1} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (6)$$

따라서 최종결과는

$$E_a = E_2 \frac{4t_1 + 2t_2}{8t_1 + 3t_2} + \frac{E_1(4t_1 + t_2)}{8t_1 + 3t_2 \left[\cos^4 \alpha + \frac{E_1}{E_2} \sin^4 \alpha + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{21} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \right]} \quad (7)$$

라는것을 알수 있다.

다음으로 수지층이 있는 경우에는 당김을 받는 단면적에서 수지층에 해당하는 량이 추가되어 $E_a A_a = E_f A_f + E_w A_w + E_r A_r$ 로 된다. 따라서 단면의 전체 면적은 $A_a = h(2t_1 + t_2)$ 로 되고 수지층면적 $A_r = ht_2/4$ 가 추가된다.

우와 같은 방법으로 하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$E_a = \frac{E_2}{2} + \frac{E_1(4t_1 + t_2)}{8t_1 + 4t_2 \left[\cos^4 \alpha + \frac{E_1}{E_2} \sin^4 \alpha + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{21} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \right]} + \frac{E_r t_2}{4(2t_1 + t_2)} \quad (8)$$

2. 평직물복합재료의 유효자름탄성결수결정

우선 수지층이 없는 경우에 접선변형일정조건[1]에 의하면 다음의 식이 성립한다.

$$G_{12}^a A_a = G_{12}^f A_f + G_{12}^w A_w \quad (9)$$

여기서 단면적은 당김인 경우와 같고 G_{12}^a 는 평직물복합재료의 축방향자름탄성결수이고 G_{12}^f , G_{12}^w 는 씨실과 날실의 자름탄성결수이다. 이 량들을 식 (9)에 대입하면 다음의 식을 결정할수 있다.

$$G_{12}^a = G_{12}^f \frac{4t_1 + 2t_2}{8t_1 + 3t_2} + G_{12}^w \frac{4t_1 + t_2}{8t_1 + 3t_2} \quad (10)$$

자름에서는 당김과 달리 씨실과 날실이 둘 다 꼬임에 의한 경사부분을 가지므로 G_{12}^f 와 G_{12}^w 는 t_1 , t_2 항을 포함한다. 즉

$$\frac{8t_1 + 3t_2}{G_{12}^f} = \frac{8t_1}{G_{12}} + \frac{3t_2}{G_{12}^a}, \quad \frac{8t_1 + 3t_2}{G_{12}^w} = \frac{8t_1}{G_{12}} + \frac{3t_2}{G_{12}^a}, \quad \frac{1}{G_{12}^a} = \frac{\cos^2 \alpha}{G_{13}} + \frac{\sin^2 \alpha}{G_{23}} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하고 정돈하면 다음과 같은 최종결과식을 얻는다.

$$G_{12}^a = \frac{8t_1 + 3t_2}{\frac{8t_1}{G_{12}} + 3t_2 \left(\frac{\cos^2 \alpha}{G_{13}} + \frac{\sin^2 \alpha}{G_{23}} \right)} \quad (12)$$

수지층이 있는 경우에 우와 같은 방법을 반복하면 다음의 식을 얻는다.

$$G_{12}^a = \frac{2t_1 + t_2}{\frac{4t_1}{G_{12}} + 2t_2 \left(\frac{\cos^2 \alpha}{G_{13}} + \frac{\sin^2 \alpha}{G_{23}} \right)} + \frac{4t_1 + 3t_2}{\frac{8t_1}{G_{12}} + 4t_2 \left(\frac{\cos^2 \alpha}{G_{13}} + \frac{\sin^2 \alpha}{G_{23}} \right)} + G_{12}^r \frac{r_2}{8t_1 + 4t_2} \quad (13)$$

3. 수치모의와 결과분석

우에서 론의한 식들을 Ansys를 리용하여 얻어진 수치모의결과와 비교하였다.

평직물모형의 길이와 너비는 $a=b=4\text{mm}$ 이고 두께는 $h=0.85\text{mm}$ 이다.

매개의 씨실과 날실들은 다음의 특성량을 가진 한방향유리/에폭시재료이다.

$$E_1 = 60\text{GPa}, E_2 = 13\text{GPa}, E_3 = 13\text{GPa}, \nu_{12} = \nu_{13} = 0.2, \nu_{23} = 0.3$$

$$G_{12} = G_{13} = 3.4\text{GPa}, G_{23} = 1\text{GPa}$$

선행연구[2]의 결과와 비교하기 위하여 $\alpha = 12^\circ$, $t_2 = 2t_1$ 이라고 가정하자. 해당한 경계조건[1]들을 주어 당김 및 자름탄성결수들을 결정하였다.

표 1에 유리/에폭시평직물복합재료의 유효탄성결수에 대한 해석풀이와 Ansys풀이결과들을 비교하였다.

표 1. 유리/에폭시평직물복합재료의 유효탄성결수비교(GPa)

수지층이 없을 때		수지층이 있을 때		
풀이방법 구분	해석풀이	Ansys풀이	해석풀이	Ansys풀이
E_a	27.55	29.211	23.916	24.971
G_{12}^a	2.623	2.648	2.3746	2.58

선행연구[2]에서는 같은 재료를 가지고 수지층이 없을 때 해석식으로 얻은 E_a 의 값은 23.5GPa이다. 론문의 결과와 수치모의결과와의 오차는 5.7%이고 선행연구[2]의 결과와

수치모의결과와의 오차는 19.6%이다. 유효자름탄성결수에 대하여 선행연구[2]에서 제기한 식은 없다.

다음 실례로서 한방향 E-유리/에폭시평직물재료를 선택하였는데 특성량은 다음과 같다.

$$E_1 = 45\text{GPa}, E_2 = 10\text{GPa}, E_3 = 10\text{GPa}, \nu_{12} = \nu_{13} = 0.3, \nu_{23} = 0.4$$

$$G_{12} = G_{13} = 5\text{GPa}, G_{23} = 3.846 \text{ 2GPa}$$

표 2에 E-유리/에폭시평직물복합재료의 유효탄성결수에 대한 해석풀이와 Ansys풀이 결과들을 비교하였다.

표 2. E-유리/에폭시평직물복합재료의 유효탄성결수비교(GPa)

풀이 방법 구분	수지층이 없을 때		수지층이 있을 때	
	해석풀이	Ansys 풀이	해석풀이	Ansys 풀이
E_a	22.87	21.9	20.171	18.696
G_{12}^a	4.821 5	3.772 1	4.357 4	3.598

E-유리/에폭시평직물복합재료를 가지고 선행연구[2]의 해석식으로 값을 구하면 E_a 의 값은 19.746GPa이다. 논문의 결과와 수치모의와의 오차는 4.4%이고 선행연구[2]의 결과와 수치모의와의 오차는 9.8%이다.

맺 는 말

평직물의 당김탄성결수식을 개선하고 자름탄성결수식을 결정하였으며 Ansys모의를 통하여 그 정확성을 평가하였다.

참 고 문 헌

- [1] Benjamin Raju et al.; A Review of Micromechanics Based Models for Effective Elastic Properties of Reinforced Polymer Matrix Composites, Composite Structures, 608~619, 2018.
- [2] V. Valery et al.; Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements, Elsevier, 223~229, 2013.
- [3] G. Rajeev et al.; A Novel Framework Using Point Interpolation Method with Voxels for Variational Asymptotic Method Unit Cell Homogenization of Woven Composites, Composite Structures, 262~267, 2018.
- [4] H. Xinxing; Multiscale Computational Homogenization of Woven Composites From Microscale to Mesoscale Using Data-Driven Self-Consistent Clustering Analysis, Composite Structures, 760~768, 2019.

주체109(2020)년 12월 5일 원고접수

A Study on the Effective Elastic Modulus Determination of Plain Fabric Composite

Ryu Jong, Kim Chol Hyok

In this paper, we improved the elastic tension modulus expression, determined the shear modulus and evaluated the accuracy through Ansys simulation.

Keywords: fabric composite, effective elastic modulus, filling, warp