

반사효과를 고려한 불균일한 플라즈마매질층에서 충격전자기파의 WKB방법연구

한영수, 김설경

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《과학연구사업을 더욱 강화하여 세포공학과 유전자공학, 초고압물리학, 극저온물리학을 발전시키며 레이자와 플라즈마기술, 원자에너지와 태양에너지를 개발하여 인민경제에 받아들이는 데서 나서는 과학기술적문제를 적극 풀어나가야 하겠습니다.》(《김정일선집》 증보판 제11권 139페이지)

불균일한 플라즈마매질층에서 전자기파의 전파특성연구에서는 근사계산방법으로 WKB방법을 많이 쓰고있다. 선행연구[1, 2]에서는 매질의 유전상수가 한파장구간에서 서서히 변하며 전자기파의 전파과정에 반사효과 즉 전파방향에서 반사파가 존재하지 않는다고 보았다.

우리는 반사효과를 고려한 불균일한 플라즈마매질층에서 전자기파의 전파특성을 고찰하였다.

1. 이론적기초

전자기파가 불균일한 플라즈마매질층으로 전파된 후 시공간신평면의 변화특성을 고찰할 때 WKB방법으로 전파신평면의 주파수전달함수를 구할수 있다. 우선 입사파가 가로전파(TE파)인 경우 전자기파가 θ_i 로 플라즈마매질층에 경사지어 입사한다고 하자.(그림 1) 경계면 $z=0$ 에서 $z=d$ 까지 전파할 때 반사효과를 고려하면 플라즈마매질층에서 전자기파는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_y^+ + E_y^- \\ H_x &= E_x^+ + E_x^- \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

여기서 +는 +z방향, -는 -z방향이다.

이때 맥스웰방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_y^+}{dz} + j\frac{\omega}{c}qE_y^+ + \frac{q'}{2q}E_y^+ &= \frac{q'}{2q}E_y^- \\ \frac{dE_y^-}{dz} - j\frac{\omega}{c}qE_y^- + \frac{q'}{2q}E_y^- &= \frac{q'}{2q}E_y^+ \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서 $q^2(z) = n^2(z) - \sin^2\theta_i$ 이며 ω 는 전자기파주파수이다.

반사효과를 무시하면 식 (2)의 오른쪽이 0으로 되며 풀이는 일반적인 WKB방법의 풀이와 같다. 이때 풀이가 존재할 조건은 다음과 같다.

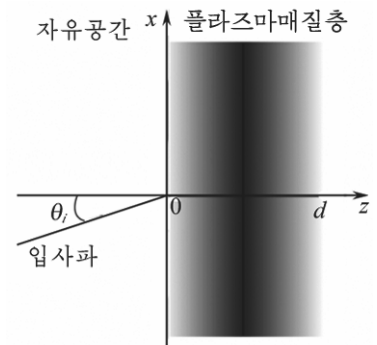


그림 1. 플라즈마매질층에 경사입사하는 전자기파

$$\left(\frac{c}{\omega}\right)^2 \left| \frac{3}{4} \left(\frac{1}{q^2} \frac{dq}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2q^3} \frac{d^2q}{dz^2} \right| \ll 1 \quad (3)$$

반사효과를 고려한 식 (2)의 풀이를 z 의 함수로 구하면

$$E_y^+ = A(z)q^{-1/2} \exp\left(-j\frac{\omega}{c} \int_0^z q dz\right), \quad E_y^- = B(z)q^{-1/2} \exp\left(j\frac{\omega}{c} \int_0^z q dz\right)$$

이때 결수들은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA(z)}{dz} &= \frac{q'}{2q} \exp\left(j\frac{2\omega}{c} \int_0^z q dz\right) B(z) \\ \frac{dB(z)}{dz} &= \frac{q'}{2q} \exp\left(-j\frac{2\omega}{c} \int_0^z q dz\right) A(z) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

식 (4)를 벡토르형식으로 쓰면

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} A(z) \\ B(z) \end{bmatrix} = U_{TE}(z) \begin{bmatrix} A(z) \\ B(z) \end{bmatrix}, \quad U_{TE}(z) = \frac{q'}{2q} \begin{bmatrix} 0 & \exp(j\varphi) \\ \exp(-j\varphi) & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi = 2\frac{\omega}{c} \int_0^z q dz$$

이때 계차전파벡토르방법[3]을 이용하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{bmatrix} A(z) \\ B(z) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_{0z} \begin{bmatrix} A(0) \\ B(0) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 \mathbf{Q}_{0z} 는 0부터 z 까지의 전파벡토르를 나타낸다. 즉

$$\mathbf{Q}_{0z} = \left(\begin{bmatrix} 0 & m_{12}(z) \\ m_{21}(z) & 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \text{ch}(\sqrt{m_{12}}\sqrt{m_{21}}) & \frac{\sqrt{m_{12}}\text{sh}(\sqrt{m_{12}}\sqrt{m_{21}})}{\sqrt{m_{21}}} \\ \frac{\sqrt{m_{21}}\text{sh}(\sqrt{m_{12}}\sqrt{m_{21}})}{\sqrt{m_{12}}} & \text{ch}(\sqrt{m_{12}}\sqrt{m_{21}}) \end{bmatrix},$$

$$m_{12}(z) = \int_0^z \frac{q'}{2q} \exp(j\varphi) d\zeta, \quad m_{21}(z) = \int_0^z \frac{q'}{2q} \exp(-j\varphi) d\zeta, \quad \varphi = \frac{\omega}{c} \int_0^z q d\zeta.$$

따라서 TE파가 $z=0$ 에서 $z=d$ 까지 전파될 때 전달함수는 다음과 같다.

$$H(\omega, d) = e^{-j\varphi(d)} \frac{\sqrt{q(0)}}{\sqrt{q(d)}} \frac{1}{\text{ch}(m_{12}(d)m_{12}(d))} \quad (6)$$

입사파가 TM파라면

$$H(\omega, d) = e^{-j\varphi(d)} \frac{\sqrt{q(0)\varepsilon_r(d)}}{\sqrt{q(d)\varepsilon_r(0)}} \frac{1}{\text{ch}(m_{12}(d)m_{21}(d))}. \quad (7)$$

여기서 $m_{12}(z) = \int_0^z \left(\frac{q'}{2q} - \frac{\varepsilon_r'}{2\varepsilon_r} \right) \exp(j\varphi) d\zeta$, $m_{21}(z) = \int_0^z \left(\frac{q'}{2q} - \frac{\varepsilon_r'}{2\varepsilon_r} \right) \exp(-j\varphi) d\zeta$ 이다.

이때 풀이가 존재할 조건은 다음과 같다.

$$\left| \left(\frac{\omega}{c} \right) \left[\frac{3}{4} \left(\frac{1}{q^2} \frac{dq}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2q^3} \frac{d^2q}{dz^2} + \frac{1}{q^2} \left[\frac{1}{n} \frac{d^2n}{dz^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \right)^2 \right] \right] \right| \ll 1$$

시공간충격신호 $e(t, 0)$ 이 들어올 때 $H(\omega, d)E(\omega, 0)$ 에 대하여 푸리에변환을 실시하면 시공간전달신호는 다음과 같다.

$$e(t, d) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega, d) E(\omega, 0) \exp(j\omega t) d\omega \quad (8)$$

여기서 $E(\omega, 0)$ 은 $e(t, 0)$ 의 스펙트럼이다.

2. 모의계산

플라스마의 상대유전률은 입사주파수, 전자충돌주파수, 전자밀도분포에 관계된다. 전자밀도분포 $n_e(z)$ 는 z 축에 대칭일 때 다음과 같다.

$$n_e(z) = M \frac{\exp(4\pi z / z_0)}{(1 + \exp(4\pi z / z_0))^2} \quad (9)$$

여기서 z_0 , M 은 형태영향인자이다.

입사충격신호는 가우스분포일 때 $e(t, 0) = \exp(-t/\tau)^2 \cos(2\pi f_c t)$ 이다. 여기서 f_c 는 반송주파수, τ 는 충격파형파라미터이다. f_c 가 중심의 좁은 구역에 집중되어있고 플라스마주파수보다 클 때에만 충격신호의 대부분 에너지를 플라스마층을 투과할수 있다. 즉 반전점이 존재하지 않는다. $f_0 = c\alpha/z_0$ (α 는 상수)이라고 하고 f_0 이 결정되면 M 은 $z = z_0$ 에서 $\epsilon_r = 0$ 이 되도록 결정한다. 모의에서는 $f_0 = 5.5\text{GHz}$, $\tau = 2 \cdot 10^{-5}\text{s}$ 로 취하였다. 전파신호의 충격진폭을 시공간적으로 입사충격최대진폭으로 규격화하고 시간변수는 $t' = t - d/c$ 로 변환하였다.

$z_0 = \lambda_0$, $f_0 = 5.5\text{GHz}$ 로 놓고 전자기파가 충돌주파수가 령인 플라스마층에 수직으로 입사할 때를 모의하여 개선된 WKB방법(반사효과를 고려)의 정확성을 검증하였다.

충돌주파수가 있을 때($\nu = 5 \cdot 10^9 \text{s}^{-1}$)와 없을 때($\nu = 0$)의 전파신호파형은 그림 2와 같다.

그림 2에서 보는바와 같이 정확한 풀이와 개선된 WKB방법의 풀이는 거의 일치하나 일반WKB방법의 풀이는 반사효과를 고려하지 않았으므로 중심주파수부근에서 커진다. 또한 플라스마는 손실매질이므로 충돌주파수를 고려할 때 신호진폭이 일정하게 작아진다.

충격주파수에 따르는 신호파형은 그림 3과 같다.

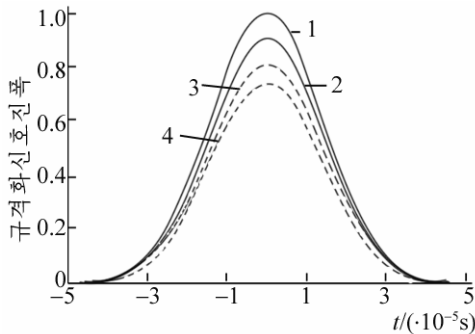


그림 2. 충돌주파수가 있을 때(점선)와 없을 때(실선)의 전파신호파형
1, 3-일반WKB방법, 2, 4-개선된 WKB방법

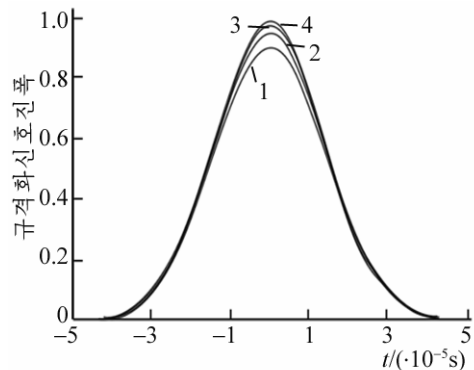


그림 3. 충격주파수에 따르는 신호파형
1-4는 주파수가 5.5, 6.0, 6.5, 7.0GHz인 경우

그림 3에서 보는바와 같이 주파수가 높아질수록 감쇠는 작아진다.

맺는 말

플라즈마매질층에서 전자기파의 반사효과를 고려할 때 WKB방법의 풀이는 일반적인 막스웰방정식의 풀이와 거의 일치한다. 플라즈마매질층에서 충돌주파수를 고려할 때 신호진폭은 일정하게 감쇠되며 주파수가 높아질수록 감쇠는 작아진다.

참고 문헌

- [1] P. Chabert et al.; Physics of Radio-Frequency Plasma, Cambridge University, 96~100, 2011.
- [2] M. A. Lieberman et al.; Principles of Plasma Discharges and Materials Processing, John Wiley & Sons, 77~82, 2013.
- [3] Eghlidi Mohammad Hadi et al.; Proceedings of the 37th European Microwave Conference, 1373, 2007.

주체106(2017)년 12월 5일 원고접수

On WKB Method of Impulse Electromagnetic Wave in Nonuniform Plasma Medium Layer of Considering Reflection Effect

Han Yong Su, Kim Sol Gyong

When we considered the collisional frequency in plasma medium layer, the signal amplitude was decreased. The higher the frequency gets, the less the damping gets.

Key words: plasma, WKB, electromagnetic wave