김일성종합대학학보 수 학 | 주체110(2021)년 제67권 제3호

숨은변수스플라인재귀프락탈보간함수의 구성법

리미경, 김명훈

위대한 수령 **김일성**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《새로운 과학분야를 개척하며 최신과학기술의 성과를 인민경제에 널리 받아들이기 위한 연구사업을 전망성있게 하여야 합니다.》(《**김일성**전집》 제72권 292페지)

우리는 숨은변수스플라인재귀프락탈보간함수의 구성법에 대하여 연구하였다.

프락탈수법을 리용하여 미끈한 곡선을 근사시키기 위하여 선행연구[1]에서 미분가능한 프락탈보간함수와 C^r급프락탈보간함수의 구성법에 대하여 연구하였다. 선행연구[2, 3]에서 에르미트프락탈보간함수나 3차스플라인프락탈보간함수, 3차유리스플라인프락탈보간함수의 구성법에 대하여 연구하였다.

론문에서는 선행연구[3]의 결과를 보다 일반화하여 숨은변수3차스플라인재귀프락탈보간함수의 구성법에 대하여 연구하였다.

1. C^r급숨은변수재귀프락탈보간함수의 구성법

이 소제목에서는 숨은변수재귀프락탈보간함수(HVRFIF)의 미적분에 대하여 론의하고 그에 기초하여 C^r급HVRFIF의 존재성에 대한 결과를 준다.

먼저 선행연구[4]에서 제기한 HVRFIF의 구성법에 대하여 간단히 소개한다.

$\mathbf{R}^2$에서의 보간점모임과 확장된 모임이 각각 다음과 같다고 하자.

$$P_0=\{(x_i,\ y_i)\in\mathbf{R}^2;\ i=0,\ 1,\ \cdots,\ n\}\ (-\infty<x_0<x_1<\cdots<x_n<+\infty)$$

$$P=\{(x_i,\ y_i,\ z_i)=(x_i,\ \vec{y}_i)\in\mathbf{R}^3;\ i=0,\ 1,\ \cdots,\ n\},\ (-\infty<x_0<x_1<\cdots<x_n<\infty)$$

여기서 $\vec{y}_i=(y_i,\ z_i)$, $z_i\ (i=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$는 보조변수이다. 그리고 $I=[x_0,\ x_n],\ I_i=[x_{i-1},\ x_i]$로 표시하고 2개이상의 I_i들로 이루어진 p개의 구간 $\widetilde{I}_k\ (k=1,\ \cdots,\ p;\ 2\le p\le n)$들을 선택한다. $\widetilde{I}_k\ (k\in\{1,\ \cdots,\ p\})$의 시작점과 끝점의 번호를 각각 $s(k),\ e(k)$로 표시하자. 그리고 구간 $J=[a,\ b]$의 길이를 $|J|$로 표시한다.

매 I_i에 어떤 한 $\widetilde{I}_k$를 대응시키고 이 대응관계를 넘기기 γ로 표시하면 $k=\gamma(i)$이다. 넘기기 $L_{i,k}:[x_{s(k)},\ x_{e(k)}]\to[x_{i-1},\ x_i]$, $i\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$들을 다음과 같이 정의한다.

$$L_{i,k}(x)=\frac{|I_i|}{|\widetilde{I}_k|}(x-x_{s(k)})+x_{i-1}$$

$L_i:=L_{i,\gamma(i)}$로 표시하고 상수 $c_i=|I_i|/|\widetilde{I}_{\gamma(i)}|\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$들을 약속한다.

다음과 같이 정의되는 넘기기 $F_i:\widetilde{I}_{\gamma(i)}\times\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}^2\ (i=1,\ \cdots,\ n)$들을 생각하자.

$$\overrightarrow{F_i}(x,\ \vec{y})=\begin{pmatrix}s_iy+s_i'z+q_i(x)\\ \widetilde{s}_iy+\widetilde{s}_i'z+\widetilde{q}_i(x)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}s_i & s_i'\\ \widetilde{s}_i & \widetilde{s}_i'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\ z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}q_i(x)\\ \widetilde{q}_i(x)\end{pmatrix}\tag{1}$$

여기서 상수 $s_i,\ s_i',\ \widetilde{s}_i,\ \widetilde{s}_i'$들은 절대값이 1보다 작고 함수 $q_i,\ \widetilde{q}_i:\widetilde{I}_{\gamma(i)}\to\mathbf{R}$들은 다음의

가정을 만족시킨다.

$q_i,\ \widetilde{q}_i : \widetilde{I}_{\gamma(i)} \to \mathbf{R}\ \ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 들은 1을 넘지 않는 어떤 정수 $\mu_i,\ \widetilde{\mu}_i$ 들이 있어서 $q_i \in Lip\mu_i$, $\widetilde{q}_i \in Lip\widetilde{\mu}_i$ 이고 다음의 식을 만족시킨다.

$$\vec{F}_i(x_{s(\gamma(i))},\ \vec{y}_{s(\gamma(i))}) = \vec{y}_{i-1},\ \vec{F}_i(x_{e(\gamma(i))},\ \vec{y}_{e(\gamma(i))}) = \vec{y}_i$$

$D \subset \mathbf{R}^2$ 을 $\vec{y}_i\ \ (i=1,\ \cdots,\ n)$ 들을 포함하는 유계구역이라고 하고 변환 $\vec{W}_i : \widetilde{I}_{\gamma(i)} \times D \to I_i \times \mathbf{R}^2\ \ (i=1,\ \cdots,\ n)$ 들을

$$\vec{W}_i(x,\ \vec{y}) = (L_i(x),\ \vec{F}_i(x,\ \vec{y})) \tag{2}$$

로 정의하면 이 변환들은 $\widetilde{I}_{\gamma(i)}$ 의 끝점에서의 보간점들을 I_i 의 끝점에서의 보간점들로 넘긴다.

행렬 $M = (p_{st})_{n\times n}$ 을

$$p_{st} = \begin{cases} 1/a_s,\ & I_s \subseteq \widetilde{I}_{\gamma(t)} \\ 0, & I_s \not\subset \widetilde{I}_{\gamma(t)} \end{cases}$$

로 정의한다. 여기서 a_s 는 I_s 를 포함하는 $\widetilde{I}_k$ 들의 개수이다.

이때 $\{\mathbf{R}^3;\ M;\ \vec{W}_i\ \ (i=1,\ \cdots,\ n)\}$ 은 자료모임 P 에 대응하는 재귀반복함수계(RIFS)로 된다. 이 RIFS의 불변모임을 A 라고 하면 자료모임 P 를 보간하면서 그라프가 A 인 어떤 련속함수 $\vec{f}$ 가 존재한다. 이때 $\vec{f}$ 는 RB연산자

$$(T\vec{h})(x) = \vec{F}_i(L_i^{-1}(x),\ \vec{h}(L_i^{-1}(x))),\ x \in I_i$$

의 부동점이며 다음의 식을 만족시킨다.

$$\vec{f}(x) = \vec{F}_i(L_i^{-1}(x),\ \vec{f}(L_i^{-1}(x))),\ x \in I_i$$

$\vec{f}$ 를 $\vec{f} = (f_1,\ f_2)$ 로 표시하자. 여기서 $f_1 : I \to \mathbf{R}$ 는 주어진 보간점모임 P_0 을 보간하는데 이를 숨은변수재귀프락탈보간함수(HVRFIF)라고 부른다. 임의의 $x \in I_i$ 에 대하여

$$f_1(x) = s_i f_1(L_i^{-1}(x)) + s_i' f_2(L_i^{-1}(x)) + q_i(L_i^{-1}(x)) \tag{3}$$

$$f_2(x) = \widetilde{s}_i f_1(L_i^{-1}(x)) + \widetilde{s}_i' f_2(L_i^{-1}(x)) + \widetilde{q}_i(L_i^{-1}(x)) \tag{4}$$

이다.

다음으로 HVRFIF f_1 과 f_2 의 미적분에 대하여 고찰하자.

정리 1 다음과 같은 함수 $\hat{f}_1,\ \hat{f}_2$ 는 RIFS $\{\mathbf{R}^3;\ M;\ \vec{\hat{W}}_i\ \ (i=1,\ \cdots,\ n)\}$ 에 의하여 정의되는 재귀프락탈보간함수이다.

$$\hat{f}_1(x) := \hat{y}_0 + \int_{x_0}^{x} f_1(t)dt,\ \hat{f}_2(x) := \hat{z}_0 + \int_{x_0}^{x} f_2(t)dt$$

여기서

$$\vec{\hat{W}}_i(x,\ \vec{y}) = (L_i(x),\ \vec{\hat{F}}_i(x,\ \vec{y})),\ \ \vec{\hat{F}}_i(x,\ \vec{y}) = \begin{pmatrix} c_i s_i & c_i s_i' \\ c_i \widetilde{s}_i & c_i \widetilde{s}_i' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{q}_i(x) \\ \hat{\widetilde{q}}_i(x) \end{pmatrix}$$

$$\hat{q}_i(x) = \hat{y}_{i-1} - c_i s_i \hat{y}_{s(\gamma(i))} - c_i s_i' \hat{z}_{s(\gamma(i))} + c_i \int_{x_{s(\gamma(i))}}^{x} q_i(s)ds$$

$$\hat{\tilde{q}}_i(x)=\hat{z}_{i-1}-c_i\tilde{s}_i\hat{y}_{s(\gamma(i))}-c_i\tilde{s}'_i\hat{z}_{s(\gamma(i))}+c_i\int_{x_{s(\gamma(i))}}^{x}\tilde{q}_i(s)ds$$

이고 $\hat{y}_0$, $\hat{z}_0$은 임의의 상수이며 $\hat{y}_i$, $\hat{z}_i$ $(i=1, 2, \cdots, n)$는 다음의 련립1차방정식의 풀이들이다.

$$\hat{y}_i=\hat{y}_{i-1}+c_is_i[\hat{y}_{e(\gamma(i))}-\hat{y}_{s(\gamma(i))}]+c_is'_i[\hat{z}_{e(\gamma(i))}-\hat{z}_{s(\gamma(i))}]+c_i\int_{x_{s(\gamma(i))}}^{x_{e(\gamma(i))}}q_i(s)ds$$

$$\hat{z}_i=\hat{z}_{i-1}+c_i\tilde{s}_i[\hat{y}_{e(\gamma(i))}-\hat{y}_{s(\gamma(i))}]+c_i\tilde{s}'_i[\hat{z}_{e(\gamma(i))}-\hat{z}_{s(\gamma(i))}]+c_i\int_{x_{s(\gamma(i))}}^{x_{e(\gamma(i))}}\tilde{q}_i(s)ds$$

이 정리로부터 RIFS $\{\mathbf{R}^3;\ M;\ \overrightarrow{\hat{W}_i}=(L_i(x),\ \overrightarrow{\hat{F}_i}(x,\ \vec{y}))\ (i=1, \cdots, n)\}$에 의하여 정의된 HVRFIF $\hat{f}_1$, $\hat{f}_2$가 각각 식 (1)과 (2)로 주어진 RIFS $\{\mathbf{R}^3;\ M;\ \overrightarrow{W}_i\ (i=1, \cdots, n)\}$에 의하여 정의된 재귀프락탈보간함수 f_1과 f_2의 원시함수가 되기 위하여서는 다음의 식들이 성립할것이 필요하고 충분하다는것을 알수 있다.

$$\overrightarrow{\hat{F}_i}(x,\ \vec{y})=\begin{pmatrix}\alpha_i & \alpha'_i\\ \tilde{\alpha}_i & \tilde{\alpha}'_i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\ z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\hat{q}_i(x)\\ \hat{\tilde{q}}_i(x)\end{pmatrix}$$

$$\alpha_i=c_is_i,\ \alpha'_i=c_is'_i,\ \tilde{\alpha}_i=c_i\tilde{s}_i,\ \tilde{\alpha}'_i=c_i\tilde{s}'_i,\ (\hat{q}_i(x))'=c_iq_i(x),\ (\hat{\tilde{q}}_i(x))'=c_i\tilde{q}_i(x)$$

정리 2 f_1, f_2는 식 (1), (2)로 주어진 RIFS에 의하여 정의된 재귀프락탈보간함수이고 어떤 옹근수 $r\ge 0$에 대하여

$$\max\{|s_i|+|\tilde{s}_i|,\ |s'_i|+|\tilde{s}'_i|\}<c_i^r,\ q_i(x)\in C^r(\tilde{I}_k)\ \ (i=1, \cdots, n)$$

$$\overrightarrow{F}_{i,j}(x,\ \vec{y})=\begin{pmatrix}s_i/c_i^j & s'_i/c_i^j\\ \tilde{s}_i/c_i^j & \tilde{s}'_i/c_i^j\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\ z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}q_i^{(j)}(x)\\ \tilde{q}_i^{(j)}(x)\end{pmatrix}\ \ (j=1,\ 2,\ \cdots,\ r)$$

라고 하자.

만일 련립1차방정식

$$\begin{cases}y_{i,j}=\dfrac{s_i}{c_i^j}y_{e(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{s'_i}{c_i^j}z_{e(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{1}{c_i^j}q_i^{(j)}(x_{e(\gamma(i))})\\ z_{i,j}=\dfrac{\tilde{s}_i}{c_i^j}y_{e(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{\tilde{s}'_i}{c_i^j}z_{e(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{1}{c_i^j}\tilde{q}_i^{(j)}(x_{e(\gamma(i))})\\ y_{i-1,j}=\dfrac{s_i}{c_i^j}y_{s(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{s'_i}{c_i^j}z_{s(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{1}{c_i^j}q_i^{(j)}(x_{s(\gamma(i))})\\ z_{i-1,j}=\dfrac{\tilde{s}_i}{c_i^j}y_{s(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{\tilde{s}'_i}{c_i^j}z_{s(\gamma(i)),\,j}+\dfrac{1}{c_i^j}\tilde{q}_i^{(j)}(x_{s(\gamma(i))})\end{cases}\quad \begin{matrix}i=1,\ 2,\ \cdots,\ n\\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ r\end{matrix}\qquad (5)$$

가 유일풀이 $y_{i,j}$, $z_{i,j}$ $(i=1, 2, \cdots, n;\ j=1, 2, \cdots, r)$를 가진다면 f_1, $f_2\in C^r(I)$이고 $f_1^{(j)}$, $f_2^{(j)}$ $(j=1, \cdots, r)$는 RIFS $\{\mathbf{R}^3;\ M;\ (L_i(x),\ \overrightarrow{F}_{i,j}(x,\ \vec{y}))\ (i=1, \cdots, n)\}$에 의해 정의되는 프락탈보간함수이다.

2. 숨은변수3차스플라인재귀프락탈보간함수의 구성법

여기서는 숨은변수3차스플라인재귀프락탈보간함수의 구성법에 대하여 취급한다.

$$\max\{|s_i|+|\widetilde{s}_i|,\ |s_i'|+|\widetilde{s}_i'|\}<c_i^2\quad (i=1,\ \cdots,\ n)$$

이라고 하고 식 (3)과 (4)에서의 함수 $q_i,\ \widetilde{q}_i:\widetilde{I}_{\gamma(i)}\to\mathbf{R}\quad (i=1,\ \cdots,n)$ 들은 3차다항식으로서 다음과 같이 약속하자.

$$q_i(x)=\alpha_i x^3+\beta_i x^2+\gamma_i x+\mu_i,\ \widetilde{q}_i(x)=\widetilde{\alpha}_i x^3+\widetilde{\beta}_i x^2+\widetilde{\gamma}_i x+\widetilde{\mu}_i$$

자료모임 P 로부터 $4n$ 개의 방정식

$$\begin{cases} y_i=s_i y_{e(\gamma(i))}+s_i' z_{e(\gamma(i))}+\alpha_i x_{e(\gamma(i))}^3+\beta_i x_{e(\gamma(i))}^2+\gamma_i x_{e(\gamma(i))}+\mu_i \\ y_{i-1}=s_i y_{s(\gamma(i))}+s_i' z_{s(\gamma(i))}+\alpha_i x_{s(\gamma(i))}^3+\beta_i x_{s(\gamma(i))}^2+\gamma_i x_{s(\gamma(i))}+\mu_i \\ z_i=\widetilde{s}_i y_{e(\gamma(i))}+\widetilde{s}_i' z_{e(\gamma(i))}+\widetilde{\alpha}_i x_{e(\gamma(i))}^3+\widetilde{\beta}_i x_{e(\gamma(i))}^2+\widetilde{\gamma}_i x_{e(\gamma(i))}+\widetilde{\mu}_i \\ z_{i-1}=\widetilde{s}_i y_{s(\gamma(i))}+\widetilde{s}_i' z_{s(\gamma(i))}+\widetilde{\alpha}_i x_{s(\gamma(i))}^3+\widetilde{\beta}_i x_{s(\gamma(i))}^2+\widetilde{\gamma}_i x_{s(\gamma(i))}+\widetilde{\mu}_i \end{cases} \tag{6}$$

$$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

이 얻어지고 식 (5)로부터 $8n$ 개의 방정식

$$\begin{cases} y_{i,1}=\dfrac{s_i}{c_i}y_{e(\gamma(i)),1}+\dfrac{s_i'}{c_i}z_{e(\gamma(i)),1}+\dfrac{1}{c_i}(3\alpha_i x_{e(\gamma(i))}^2+2\beta_i x_{e(\gamma(i))}+\gamma_i) \\ y_{i-1,1}=\dfrac{s_i}{c_i}y_{s(\gamma(i)),1}+\dfrac{s_i'}{c_i}z_{s(\gamma(i)),1}+\dfrac{1}{c_i}(3\alpha_i x_{s(\gamma(i))}^2+2\beta_i x_{s(\gamma(i))}+\gamma_i) \\ y_{i,2}=\dfrac{s_i}{c_i^2}y_{e(\gamma(i)),2}+\dfrac{s_i'}{c_i^2}z_{e(\gamma(i)),2}+\dfrac{1}{c_i^2}(6\alpha_i x_{e(\gamma(i))}+2\beta_i) \\ y_{i-1,2}=\dfrac{s_i}{c_i^2}y_{s(\gamma(i)),2}+\dfrac{s_i'}{c_i^2}z_{s(\gamma(i)),2}+\dfrac{1}{c_i^2}(6\alpha_i x_{s(\gamma(i))}+2\beta_i) \\ z_{i,1}=\dfrac{\widetilde{s}_i}{c_i}y_{e(\gamma(i)),1}+\dfrac{\widetilde{s}_i'}{c_i}z_{e(\gamma(i)),1}+\dfrac{1}{c_i}(3\widetilde{\alpha}_i x_{e(\gamma(i))}^2+2\widetilde{\beta}_i x_{e(\gamma(i))}+\widetilde{\gamma}_i) \\ z_{i-1,1}=\dfrac{\widetilde{s}_i}{c_i}y_{s(\gamma(i)),1}+\dfrac{\widetilde{s}_i'}{c_i}z_{s(\gamma(i)),1}+\dfrac{1}{c_i}(3\widetilde{\alpha}_i x_{s(\gamma(i))}^2+2\widetilde{\beta}_i x_{s(\gamma(i))}+\widetilde{\gamma}_i) \\ z_{i,2}=\dfrac{\widetilde{s}_i}{c_i^2}y_{e(\gamma(i)),2}+\dfrac{\widetilde{s}_i'}{c_i^2}z_{e(\gamma(i)),2}+\dfrac{1}{c_i^2}(6\widetilde{\alpha}_i x_{e(\gamma(i))}+2\widetilde{\beta}_i) \\ z_{i-1,2}=\dfrac{\widetilde{s}_i}{c_i^2}y_{s(\gamma(i)),2}+\dfrac{\widetilde{s}_i'}{c_i^2}z_{s(\gamma(i)),2}+\dfrac{1}{c_i^2}(6\widetilde{\alpha}_i x_{s(\gamma(i))}+2\widetilde{\beta}_i) \end{cases} \tag{7}$$

$$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

이 얻어진다.

여기에 1형스플라인재귀프락탈보간함수인 경우에는 $y_{0,1},\ y_{n,1},\ z_{0,1},\ z_{n,1}$ 이 보간자료로 주어지고 2형스플라인재귀프락탈보간함수인 경우에는 $y_{0,2},\ y_{n,2},\ z_{0,2},\ z_{n,2}$ 가 보간자료로 주어진다.

따라서 식 (6)과 (7)을 련립하여 련립1차방정식을 풀면 $8n$ 개의 상수 α_i, β_i, γ_i, μ_i, $\tilde{\alpha}_i$, $\tilde{\beta}_i$, $\tilde{\gamma}_i$, $\tilde{\mu}_i$ 들을 유일하게 결정할수 있다. 이때 식 (1), (2)로 주어진 RIFS에 의하여 정의되는 HVRFIF가 바로 숨은변수스플라인재귀프락탈보간함수로 된다.

1형숨은변수스플라인재귀프락탈보간함수의 한가지 실례를 보기로 하자.

실례 자료점모임과 끝점에서의 도함수값이 각각

$$P_0 = \{(0,\ 1),\ (0.4,\ 0.2),\ (0.75,\ 1.5),\ (1,\ 0.3)\}$$

$$f_1'(0) = 0.15,\ f_1'(1) = 0.2,\ f_2'(0) = -0.1,\ f_2'(1) = 0.25$$

로 주어졌다. 이제 자료점모임을 다음과 같이 확장하자.

$$P = \{(0,\ 1,\ 1),\ (0.4,\ 0.2,\ 0.5),\ (0.75,\ 1.5,\ 0),\ (1,\ 0.3,\ 1.5)\}$$

구역들과 함수 $\gamma : \{1,\ 2,\ 3\} \to \{1,\ 2\}$ 를 다음과 같이 약속한다.

$$I_1 = [0,\ 0.4],\ I_2 = [0.4,\ 0.75],\ I_3 = [0.75,\ 1],\ \tilde{I}_1 = [0.4,\ 1],\ \tilde{I}_2 = [0,\ 0.75]$$

$$\gamma(1) = 1,\ \gamma(2) = 2,\ \gamma(3) = 1$$

그러면 $c_1 = 2/3,\ c_2 = 7/15,\ c_3 = 5/12$ 이고 상수수직비례인자들을 다음과 같이 선택한다.

$$s_1 = 0.1,\ s_1' = -0.3,\ \tilde{s}_1 = -0.2,\ \tilde{s}_1' = 0.1,\ s_2 = -0.15,\ s_2' = 0.1,\ \tilde{s}_2 = 0.06,\ \tilde{s}_2' = 0.1$$

$$s_3 = 0.05,\ s_3' = -0.15,\ \tilde{s}_3 = -0.12,\ \tilde{s}_3' = 0.02$$

이때 련립1차방정식 (6), (7)을 련립하여 풀어서 3차다항식 q_i, $\tilde{q}_i$ $(i = 1,\ 2,\ 3)$ 들을 결정한다.

우의 수직비례인자들과 q_i, $\tilde{q}_i$ 에 관하여 식 (1)과 (2)로 주어진 RIFS에 의하여 정의되는 숨은변수3차스플라인재귀프락탈보간함수 f_1과 f_2의 그라프는 그림과 같다.

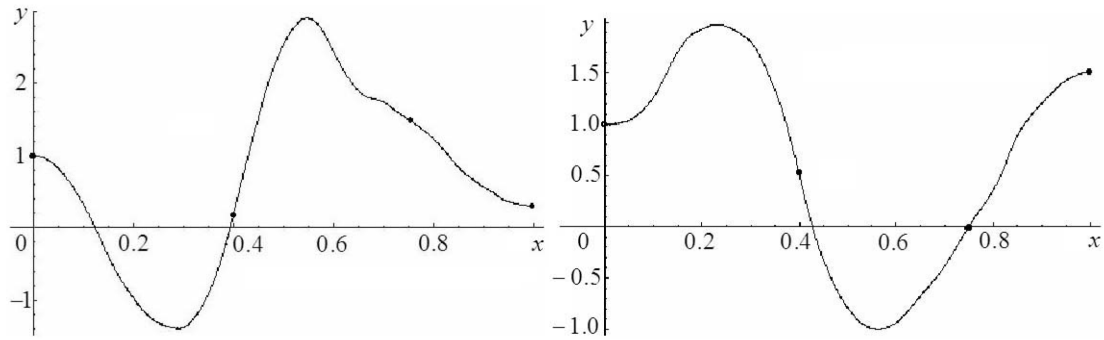

그림. 숨은변수3차스플라인재귀프락탈보간함수 f_1과 f_2의 그라프

참 고 문 헌

[1] M. F. Barnsley, A. N. Harrington; J. Approx. Theory, 57, 14, 1989.

[2] A. K. B. Chand, G. P. Kapoor; SIAM J. Numer. Anal., 44, 2, 655, 2006.

[3] S. K. Katiyar et al.; Appl. Math. Comput., 346, 319, 2019.

[4] C. H. Yun; Fractals, 27, 7, 1, 2019.

주체110(2021)년 3월 5일 원고접수

Construction of Hidden Variable Spline Recurrent Fractal Interpolation Function

Ri Mi Gyong, Kim Myong Hun

In this paper, we studied calculus of a hidden variable recurrent fractal interpolation function(HVRFIF) and proved the theorem on existence of C^r - HVRFIF. We proposed construction of hidden variable spline recurrent fractal interpolation function and gave an example.

Keywords: recurrent fractal interpolation function, hidden variable fractal interpolation function