

# 시간평균간섭무늬의 대조도해석에 기초한 진동물체의 비조화진동특성의 정성적인 평가

강정철, 장경훈, 김철수

진동은 각종 전자요소들과 광학기구, 기계가공품들과 설비, 건물과 지반의 특성과 안정상태를 특징짓는 가장 중요한 지표이다.

전자요소들과 음향기구들의 진동특성평가에서 널리 이용하고있는 전형적인 광학적비접촉측정방법은 시간평균간섭법이다. 지금까지 제기된 연구들에서는 일반적으로 진동체가 하나의 주파수로 조화진동을 한다는것을 전제로 하였다.[1, 2]

본문에서는 시간평균간섭무늬의 대조도변화를 해석하여 진동체의 비조화특성을 정성적으로 평가하는 한가지 방법을 제기하였다.

## 1. 비조화진동이 시간평균간섭무늬의 대조도변화에 주는 영향

일반적으로 2개 광속이 중첩하여 형성한 간섭무늬의 빛세기분포  $I$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$I = I_0(1 + \gamma \cdot \cos \Delta\phi) \quad (1)$$

여기서  $I_0$ 은 간섭무늬의 배경빛세기이며  $\gamma$ 는 무늬대조도,  $\Delta\phi$ 는 두 빛파들사이의 위상차이다. 만약 간섭하는 두 빛중 하나가 진동하는 거울에서 반사된것이라면 간섭무늬에는 진동변위에 관계되는 광학적행로차가 추가적으로 반영된다.[3]

물체가 비조화진동을 하는 경우 그것은 각이한 주파수를 가진 진동의 합성으로 보아야 한다.

$$z = \sum_{n=1}^N z_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \quad (2)$$

이때 시간평균간섭무늬의 대조도변화  $M_T$ 는 다음과 같이 일반화할수 있다.

$$M_T = \frac{1}{T} \int_0^T \exp \left[ i \sum_{n=1}^N \Omega_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \right] \quad (3)$$

여기서  $\Omega_n = 4\pi z_n / \lambda$ 는 최대진동변위에 해당하는 위상진폭이다. 이제 해석식

$$\exp(iz \cos \phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(z) \exp(in\phi)$$

를 고려하면 식 (3)의 피적분항은 다음과 같이 쓸수 있다. 여기서  $J_n$ 은 1종의  $n$ 차베셀함수이다.

$$\exp \left[ i \sum_{n=1}^N \Omega_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \right] = \prod_{n=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\Omega_n) \exp[im(\omega_n t + \theta_n)]$$

이 식을 피적분항으로 하여 식 (3)을 계산하면 많은 항들이 0으로 되며 시간평균적분은 다음과 같이 간단하게 표시된다.

$$M_T = \sum_{m=1}^M \prod_{n=1}^N i^{l_{mn}} J_{l_{mn}}(\Omega_n) \exp(il_{mn}\theta_n) \quad (4)$$

여기서  $l_{nm}$ 은 다음과 같은  $M$ 개 연립대수방정식의  $M \times N$ 개 풀이를 의미한다.

$$\sum_{n=1}^N l_{nm} \omega_n = 0 \quad (5)$$

우의 식들은 물체의 진동이  $N$ 개 진동들의 중첩으로 이루어진 일반적인 경우를 넘두에 든것이다. 진동체의 모의결과에 의하면 물체의 진동은 대체로 2개 진동수를 가진 진동들의 중첩으로 이루어져있다.

$$z = z_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + z_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (6)$$

물체의 진동은 시간적으로 서로 독립인것과 그렇지 않은 진동들의 합성으로 되어있다.

시간적으로 독립인 진동의 실효로 유리수관계를 가지지 않는 두 진동모드의 합성을 들수 있다. 이것은 두 진동수의 비  $\omega_1/\omega_2$ 가 1/1.3, 1/1.69와 같이 옹근수비로 되지 않을 때이다. 이 경우 식 (3)은 개별적인 특성함수의 적으로써 다음과 같이 표시된다.

$$M_T = J_0(\Omega_1)J_0(\Omega_2) \quad (7)$$

여기서  $\Omega_1 = 4\pi z_1/\lambda$ ,  $\Omega_2 = 4\pi z_2/\lambda$ 이다.

그림 1에  $\lambda = 650\text{nm}$ 의 조건에서 1차조화진동의 진폭이 2 000nm까지 증가할 때 1차진동과 2차진동의 진폭비  $z_2/z_1$ 에 따르는 무늬대조도변화를 보여주었다.

그림 1에서 보는것처럼 진폭비가 0.1사이에서 놓일 때 무늬대조도는 령차베셀함수와 유사하게 변한다. 령차베셀함수와 공통적인것은 극소점들의 위치와 그것들의 예리한 정도가 같은것이며 차이나는것은 극대봉우리들이 낮아지는것이다. 하지만 진폭비가 보다

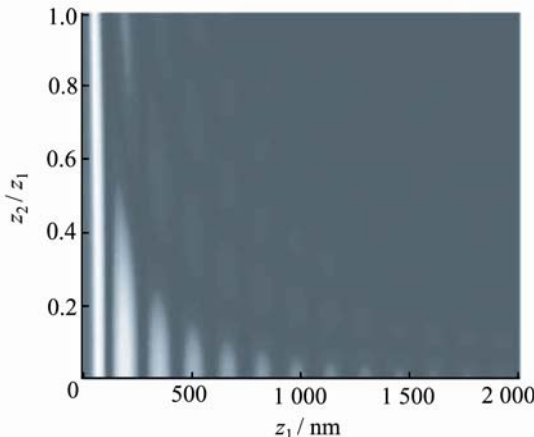


그림 1. 진폭비에 따르는 시간평균무늬대조도의 변화

커지면 무늬대조도는 령차베셀함수와 크게 차 이난다. 이때에는 무늬봉우리가 크게 달라지 는것과 함께 추가적인 극소들이 생겨난다. 그림 1에서 보는것처럼 물체가 비조화진동하는 가 하지 않는가, 한다면 두 진폭사이의 크기 비가 어느 정도인가 하는것은 극대봉우리들의 높이가 낮아지는 경향성을 보고 쉽게 짐작할 수 있다. 그것들의 높이변화의 경향성이 령차 베셀함수와 유사하다면 2차진동성분의 진폭이 1차에 비하여 10분의 1이하로 작다는것을 의 미한다. 이때 극소점의 위치는 전혀 변하지 않으므로 령차베셀함수표와 대비하여 극소점 에서 진동변위를 측정할수 있다.

시간적으로 령관된 진동의 실효로 유리수관계를 가지는 두 진동모드의 합성을 들수 있다. 이것은 두 진동수의 비  $\omega_1/\omega_2$ 가 1/3, 1/5 등과 같이 옹근수비로 될 때이다. 이때 식 (4)는 다음과 같이 표시된다.

$$M_T = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} A_{m_1 m_2} i^{m_1+m_2} [J_{m_1}(\Omega_1) J_{m_2}(\Omega_2)] \quad (8)$$

$$A_{m_1 m_2} = \frac{1}{T} \int_0^T \{ [f_1 t (f_1^2 - 1)^{1/2}]^{m_1} \cdot [f_2 t (f_2^2 - 1)^{1/2}]^{m_2} \} dt \quad (9)$$

여기서  $f_1 = z_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ ,  $f_2 = z_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$  이다.

이 경우 무늬대조도는 대단히 복잡하게 변하며 그것은 령차베셀함수와 크게 차이다. 그림 2에 진동수비가 각각 1:3, 1:4, 1:5이고 진폭비가 1:5일 때 무늬대조도변화를 보여주었다. 보는것처럼 무늬대조도는 령차베셀함수(그림에서 점선으로 표시)와 아무런 령관성도 없다. 지어 극대점의 위치도 완전히 다르며 같은 진동수비관계에 있다고 하여도 진폭비에 따라 대조도모양이 현저하게 달라진다.(그림 3) 실험을 통하여 베셀함수와 완전히 차이나는 곡선이 얻어졌다면 그것은 곧 물체의 진동에 포함되어있는 두 진동주파수가 유리수관계에 있다는것으로 예측할수 있다. 하지만 그 곡선으로부터 거꾸로 진동수비와 진폭비를 해석하는것은 거의 불가능하다.

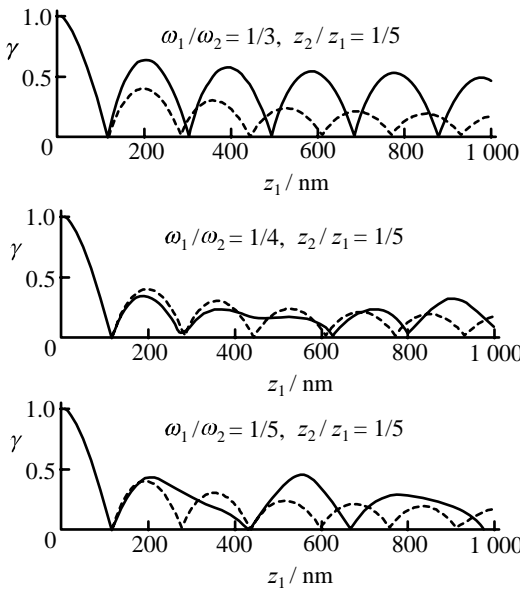


그림 2. 진동수비가 1:3, 1:4, 1:5, 진폭비가 1:5일 때 무늬대조도변화

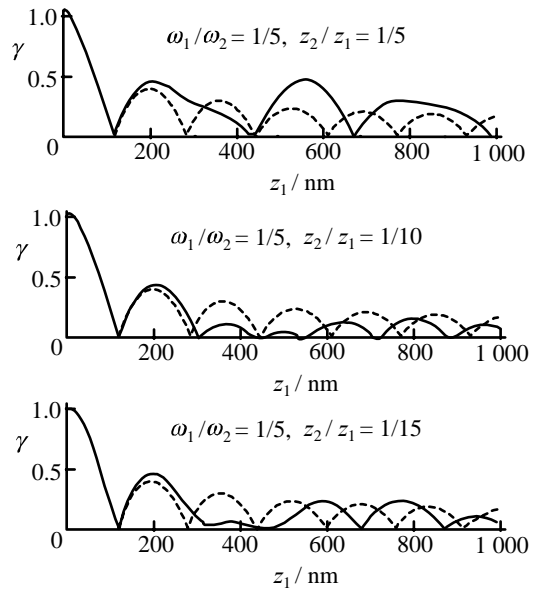


그림 3. 진동수비가 1:5, 진폭비가 1:5, 1:10, 1:15일 때 무늬대조도변화

## 2. 측 정 결 과

진동측정을 위한 간섭계로 마이클슨간섭계를 리용하였다. 이 간섭계는 빛분할기를 중심으로 기준거울과 측정거울이 일정하게 떨어져있으므로 진동체를 간섭계본체와 분리시키기 쉽다.

론문에서 정한 진동체는 직경이 40mm, 두께가 0.2mm인 황동판에 부착시킨 직경이 25mm, 두께가 0.1mm인 고정기용PZT박막이며 그 중심에 직경이 3mm, 두께가 1mm인 작

은 알루미늄증착광학거울을 고착시켰다.

진동체의 변위특성을 표준급에서 정확하게 평가하려면 외부로부터 진동체에 주는 신호의 세기(실제로 구동전압)를 령부터 점차적으로 변화시키면서 신호 대 진동변위특성을 밝혀야 한다. 논문에서는 한소편컴퓨터기술을 리용하여 수자식가변저항기를 정밀하게 수 값조종하는 방식으로 진동체에 가해주는 조화진동신호의 세기를 련속적으로 변화시켰다.

그림 4에 시험진동자에 1 000Hz의 구형파신호를 걸어주고 수자식신호구동장치를 리용하여 구동전압을 0V부터 15V까지 선형으로 서서히 변화시키면서 관측한 무늬대조도변화를 보여주었다.

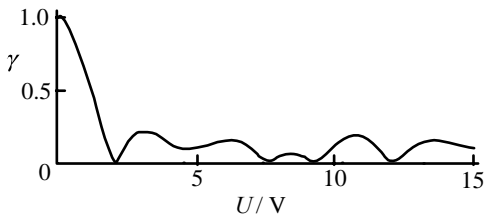


그림 4. 1 000Hz의 구형파구동신호에서 무늬대조도변화

구형파동은 특정한 세기비를 가지고 주파수가  $\omega$ ,  $3\omega$ ,  $5\omega$ 인 유리수관계를 가지는 진동들의 합성으로 볼수 있다. 이 신호를 진동체에 걸어주면 물체는 최소한  $\omega$ ,  $3\omega$ 의 주파수를 가지는 진동의 합성으로 진동한다. 이 진동이 바로 그림 4와 같은 무늬대조도변화를 나타낸다. 이

곡선은 령차베셀함수와 아무러한 련관성도 없으며 이로부터 물체는 시간적으로 련관된 2개이상의 진동의 합성으로 진동한다고 볼수 있다. 이 무늬대조도변화가 정확하게 어떠한 진동에 해당되는가에 대하여서는 해석이 거의 불가능하다. 그러나 그림 4의 대조도변화곡선의 모양으로부터 물체의 조화진동상태에 대하여 그리고 합성진동인 경우 그것이 시간적으로 독립인 혹은 련관된 진동으로 이루어져있는가 하는것은 정확하게 판단할수 있다.

## 맺 는 말

시간평균간섭무늬의 대조도변화를 통하여 진동체의 비조화진동을 정성적으로 평가할수 있는 한가지 방법을 제기하였다.

비조화진동의 경우 시간평균간섭무늬의 무늬대조도는 대단히 복잡하게 변하며 그것은 령차베셀함수와 크게 차이난다. 실험에서 베셀함수와 완전히 차이나는 곡선이 얻어졌다면 그로부터 물체의 조화진동상태에 대하여 그리고 합성진동인 경우 그것이 시간적으로 독립인 혹은 련관된 진동으로 이루어져있는가 하는것은 정확하게 판단할수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] C. Y. Chang et al.; Opt. Lett., 36, 4281, 2011.
- [2] C. Y. Chang et al.; Appl. Opt., 51, 24, 5773, 2012.
- [3] C. M. Vest; Holographic Interferometry, Wiley, 210~215, 1979.

## **Qualitative Estimation of Non-Harmonic Vibration of Vibrating Object by Contrast Analysis of Time-Averaged Interference Fringe Pattern**

*Kang Jong Chol, Jang Kyong Hun and Kim Chol Su*

In this paper, we suggested a method for qualitatively estimating non-harmonic vibration of vibrating objects through the contrast variation of time-averaged interference fringe pattern.

The contrast variation of time-averaged interference fringe pattern is very complicated in the case of non-harmonic vibration and varies much from the zero order of the Bessel function of the first kind. From the experimental data which is completely different from the zero order of the Bessel function of the first kind we can easily estimate the harmonic character of vibration, and even the temporal dependency and independency of vibrating modes from simulation results.

Key words: vibration measurement, interferometry