김일성종합대학학보 주체109(2020)년
수 학 제66권 제1호

한 부류 확장된 모호리산동력학계의 동력학적구조

김철산, 주현희

우리는 현시기 동력학계리론연구에서 중요하게 제기되고있는 모호동력학계의 동력학적구조에 대한 연구를 진행하였다.

선행연구[1]에서는 위상이행적이면서 완전이행적이 아닌 동력학계가 유일한 정규주기분해를 가진다는것을 증명하였다. 선행연구[2]에서는 위상이행적인 기초계에 의하여 유도된 초공간동력학계의 동력학적구조를 완전히 해명하였다. 선행연구[3]에서는 1차원구간계로부터 확장된 모호계의 동력학적구조를 연구하였다.

론문에서는 모호수공간에 대한 새로운 분할을 도입하여 자데(Zadeh)의 확장원리에 의하여 혼합정규주기분해를 가지는 일반적인 기초계로부터 확장된 모호계의 동력학적구조를 완전히 해명하였다.

$(X,\ f)$가 콤팍트리산동력학계, f가 약열린넘기기[2]라고 하자. X우의 모호수공간을 $\mathcal{F}_c^1(X)$로 표시한다.[3] 이때 이 공간우의 거리는 아래와 같이 정의되는 하우스돌프거리이다.[3]

$$d_\infty(A,\ B)=\sup_{\alpha\in(0,\ 1]} DH_X([A]^\alpha,\ [B]^\alpha)$$

여기서 $A,\ B\in\mathcal{F}_c^1(X)$이고 $[A]^\alpha$는 A의 $\alpha-$수준모임이며 $DH([A]^\alpha,\ [B]^\alpha)$는 X우의 초공간 $\mathbf{K}_c(X)$에서의 하우스돌프거리이다. 모호동력학계와 혼합정규주기분해를 비롯한 이 론문에서 리용된 기타 개념들은 선행연구[2, 3]에 따른다.

1. 모호수공간의 새로운 분할

$A\in\mathcal{F}_c^1(X)$라고 하자. 다음의 모임을 생각하자.

$$E_A=\{\alpha\in(0,\ 1]:[A]^\alpha \text{는 정규닫긴련결모임}\}$$

만일 $E_A\neq\varnothing$이면 $\alpha_A^0=\sup E_A\leq 1$이라고 약속한다.

먼저 모호수공간 $\mathcal{F}_c^1(X)$의 새로운 분할을 다음과 같이 구성한다.

$$\mathbf{F}_0(X)=\{A\in\mathcal{F}_c^1(X):E_A=\varnothing\}$$

$$\mathbf{F}_1(X)=\{A\in\mathcal{F}_c^1(X)\setminus\mathbf{F}_0(X):[A]^{\alpha_A^0}\text{이 한점모임}\}$$

$$\mathbf{F}_2(X)=\{A\in\mathcal{F}_c^1(X)\setminus\mathbf{F}_0(X):[A]^{\alpha_A^0}\text{이 정규닫긴련결모임}\}$$

보충적으로 2개의 부분모임들을 생각한다. 즉

$$\mathbf{F}_2^1(X)=\{A\in\mathbf{F}_2(X):\alpha_A^0=1\},\ \ \mathbf{F}_2^2(X)=\{A\in\mathbf{F}_2(X):\alpha_A^0<1\}$$

분명히

$$\mathcal{F}_c^1(X)=\mathbf{F}_0(X)\cup\mathbf{F}_1(X)\cup\mathbf{F}_2(X),\ \ \mathbf{F}_i(X)\cap\mathbf{F}_j(X)=\varnothing\ \ (i\neq j)$$

이고

$$\mathbf{F}_2(X)=\mathbf{F}_2^1(X)\cup\mathbf{F}_2^2(X),\ \mathbf{F}_2^1(X)\cap\mathbf{F}_2^2(X)=\varnothing$$

이다.

2. 모호리산동력학계의 동력학적구조

정리 1 $(X,\ f)$가 콤팍트리산동력학계라고 하자. 이때 $\mathbf{F}_0(X)$는 콤팍트 $\hat{f}$－불변이고 X에 등거리동형이다. 여기서 $\hat{f}$은 f의 자데의 확장이다.

따름 만일 $A=\hat{a}\in\mathbf{F}_0(X)$이면

$$\omega(A,\ \hat{f})=\{B=\hat{b}:b\in\omega(a,\ f)\}\subset\mathbf{F}_0(X)$$

이다.

보조정리 1 $A\in\mathcal{F}_c^1(X)$라고 하자. $B\in\omega(A,\ \hat{f})$이면 임의의 $\alpha\in(0,\ 1]$에 대하여 $[B]^\alpha\in\omega([A]^\alpha,\ \bar{f})$이다. 여기서 $\bar{f}$는 선행연구[2]를 참고한다.

이제 혼합정규주기분해[1]를 가지는 확장된 모호리산동력학계의 ω－극한모임에 대하여 고찰한다.

보조정리 2 $(X,\ f)$는 콤팍트리산동력학계이고 f는 하나의 혼합정규주기분해 $\mathcal{D}=\{D_0,\ D_1,\ \cdots,\ D_{n-1}\}$을 가진다고 하자. 이때 모임

$$\mathcal{P}'=\left\{\bigcup D_{i_k}:\bigcup D_{i_k}\ \text{는 련결모임이고}\ D_{i_k}\in\mathcal{D}\right\}$$

의 매 원소는 $\bar{f}$의 주기점이며 주기는 n이다.

명제 1 $(X,\ f)$는 콤팍트리산동력학계, f는 약열린사상이라고 하자. 만일 f가 혼합정규주기분해를 가지면 다음의 두가지 성질을 가지는 유한부분모임 $\mathcal{P}\subset\mathbf{F}_2^1(X)$가 존재한다.

① $\mathcal{P}$의 매 점은 $\hat{f}$의 주기점이다.

② 임의의 $A\in\mathbf{F}_2^1(X)$에 대하여 적당한 $B\in\mathcal{P}$가 있어서 $\omega(A,\ \hat{f})=\mathrm{Orb}(B,\ \hat{f})$이다.

명제 2 $(X,\ f)$는 콤팍트리산동력학계이고 f는 약열린사상이라고 하자. 만일 f가 혼합정규주기분해를 가지면 임의의 $A\in\mathbf{F}_2^2(X)$에 대하여 $\omega(A,\ \hat{f})$은 $\mathbf{F}_2^2(X)$의 비지 않은 닫긴부분모임이다.

명제 1과 명제 2로부터 다음의 결과가 나온다.

정리 2 $(X,\ f)$는 콤팍트리산동력학계, f는 약열린사상이라고 하자. 만일 f가 혼합정규주기분해를 가지면 임의의 $A\in\mathbf{F}_2(X)$에 대하여 $\omega(A,\ \hat{f})$은 $\mathbf{F}_2(X)$의 비지 않은 닫긴부분모임이다.

주의 1 보조정리 1로부터 $A\in\mathbf{F}_2^2(X)$에 대하여 만일 $B\in\omega(A,\ \hat{f})$이면 $[B]^1\in\omega([A]^1,\ \bar{f})$이다. 이 사실과 우의 명제 2로부터 알수 있는바와 같이 임의의 $b\in\omega([A]^1,\ \bar{f})$에 대하여 $[B]^1=b$로 되는 $B\in\omega(A,\ \hat{f})$이 늘 존재하며 기껏해서 유한개이다. 더우기 $\omega(A,\ \hat{f})$은 정확히 명제 2에서 구성된 원소들만으로 이루어진다.

정리 3 $(X,\ f)$는 콤팍트리산동력학계, f는 약열린사상이라고 하자. 만일 f가 혼

합정규주기분해를 가지면 임의의 $A \in \mathbf{F}_1(X)$ 에 대하여 $\omega(A,\ \hat{f})$ 은 빈모임이다.

주의 2 $(X,\ f)$ 는 콤팍트리산동력학계, f 는 혼합정규주기분해를 가지는 약열린사상이라고 하자. 우의 결과들을 요약하면 다음과 같다.

임의의 $A \in \mathcal{F}_c^1(X)$ 에 대하여

① $A \in \mathbf{F}_i(X)\ (i \in \{0,\ 2\})$이면 $\omega(A,\ \hat{f})$ 은 $\mathbf{F}_i(X)$ 의 비지 않은 부분모임이다.

② $A \in \mathbf{F}_1(X)$ 이면 $\omega(A,\ \hat{f})$ 은 빈모임이다.

따름 $(G,\ f)$ 가 위상이행적그라프리산동력학계라고 하자. 이때 다음의 두 명제중 하나만이 성립한다.

① $\hat{f}$ 은 원둘레 S^1 의 어느 한 무리회전 R_β 의 자데확장 $\hat{R}_\beta$ 에 위상공액이고 $\hat{R}_\beta$ 는 $\mathcal{F}_c^1(S^1)$ 우의 등거리동형이다.

② 임의의 $A \in \mathcal{F}_c^1(G)$ 에 대하여

ㄱ) 만일 $A \in \mathbf{F}_i(G)\ (i \in \{0,\ 2\})$이면 $\omega(A,\ \hat{f})$ 은 $\mathbf{F}_i(G)$ 의 비지 않은 부분모임이다.

ㄴ) 만일 $A \in \mathbf{F}_1(G)$ 이면 $\omega(A,\ \hat{f})$ 은 빈모임이다.

증명 $(G,\ f)$ 가 위상이행적이므로 선행연구[2]의 정리 26의 두가지 명제중 하나만이 성립한다. 먼저 첫번째 명제가 성립한다고 가정하자. f 가 무리회전 R_β 에 위상공액이므로 $\hat{f}$ 이 어느 한 무리회전 $\hat{R}_\beta$ 에 위상공액이라는것은 명백하다. 또한 $A,\ B \in \mathcal{F}_c^1(S^1)$ 에 대하여

$$d_\infty(\hat{R}_\beta(A),\ \hat{R}_\beta(B)) = \sup_{\alpha \in (0,1]} DH_{S^1}(\overline{R}_\beta([A]^\alpha),\ \overline{R}_\beta([B]^\alpha)) = \sup_{\alpha \in (0,1]} DH_{S^1}([A]^\alpha,\ [B]^\alpha) = d_\infty(A,\ B)$$

이고 따라서 $\hat{R}_\beta$ 은 $\mathcal{F}_c^1(S^1)$ 우의 등거리동형이다.

만일 두번째 명제가 성립한다면 임의의 그라프사상은 약열린사상이므로 따름의 결과가 성립한다는것은 분명하다.(증명끝)

참 고 문 헌

[1] L. Alsedà et al.; J. Math. Anal. Appl., 232, 359, 1999.

[2] D. Kwietniak et al.; Chaos Solitons and Fractals, 33, 76, 2007.

[3] J. S. Cánovas et al.; Kupka Fuzzy Sets Syst., 257, 132, 2014.

주체108(2019)년 9월 15일 원고접수

Dynamics of a Class of Extended Fuzzy Discrete Dynamical Systems

Kim Chol San, Ju Hyon Hui

In this paper, by splitting the space of fuzzy numbers, we describe the complete dynamics of the fuzzy systems extended from a class of compact crisp systems.

Keywords: discrete dynamical system, fuzzy discrete dynamical system