

COMSOL Multiphysics에 의한 흐름포텐셜마당의 정문제풀이방법

김기성

위대한 령도자 김정일동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《우리는 현실발전의 요구에 맞게 나라의 과학기술을 빨리 발전시켜야 하겠습니다.》

(《김정일선집》 증보판 제11권 134페이지)

우리는 현재 광범히 리용되고있는 물리마당결합해석도구인 COMSOL Multiphysics를 리용하여 지하수흐름에 의하여 생기는 흐름포텐셜마당에 대한 정문제풀이를 진행하였다.

1. 지하수의 흐름속도마당과 흐름포텐셜마당의 관계

일반적으로 지하수가 지하매질을 통하여 흐를 때 고체상과 액체상의 상경계면에서의 화학적특성에 의하여 흐름포텐셜이라고 하는 자연전위가 형성된다.

지난 시기에는 지하수의 흐름에 의하여 산생되는 흐름포텐셜분포에 대하여 주로 정성적인 해석을 많이 진행하였다.[1]

최근에 지하수가 불균일등방성매질을 통하여 흐를 때 지하수의 흐름속도와 흐름포텐셜은 다음의 식들을 통하여 서로 련관성을 가진다는것이 밝혀졌다.[2]

$$\mathbf{j} = \sigma \nabla V - Q_V \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = -K \nabla H \quad (2)$$

$$C' = -Q_V K / \sigma \quad (3)$$

여기서 \mathbf{j} 는 전류밀도, σ 는 지하매질의 전기전도도, Q_V 는 파잉전하밀도, \mathbf{u} 는 다르씨속도, K 는 려과결수, H 는 수두변화이고 C' 는 수두에 관한 흐름포텐셜결합결수이다.

식 (1)을 전하의 련속방정식 $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ 에 넣으면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = Q_V \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla Q_V \cdot \mathbf{u} \quad (4)$$

정상조건에서 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ 이므로 식 (4)는 다음과 같이 표시할수 있다.

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = \nabla Q_V \cdot \mathbf{u} \quad (5)$$

식 (5)를 풀면 지하수의 흐름에 의하여 생겨나는 흐름포텐셜분포를 구할수 있다.

2. 매질이 균일한 경우의 해석적풀이

우리는 이 방법의 정확성을 해명하기 위하여 균일등방성매질인 경우 다음의 해석식을 리용하였다.

전류의 련속원리에 의하여 $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ 이고 $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} - Q_V \mathbf{u}$ 이므로

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = \nabla \cdot (Q_V \mathbf{u}) \quad (6)$$

그런데 $Q_V = -C'\sigma/K$ 이고 $u = -K\nabla H$ 이므로

$$\nabla \cdot (Q_V u) = \nabla \cdot \left[-\frac{C'\sigma}{K} (-K\nabla H) \right] = \nabla \cdot (C'\sigma \nabla H)$$

로부터 식 (6)은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = \nabla \cdot (-C'\sigma \nabla H) \quad (7)$$

지하매질의 비저항분포가 변하지 않는 경우 $\sigma \nabla^2 V = C'\sigma \nabla^2 H$ 이므로 $\nabla^2 V = C'\nabla^2 H$ 이다.

그런데 지하수의 류입원천이 존재하는 경우에는 $\nabla^2 H = -\frac{Q}{K}\delta(r)$ 이고 모형화구역의 웃경계면이 지표인 경우에는

$$\nabla^2 V = -2C'\frac{Q}{K}\delta(r) \quad (8)$$

로 된다. 여기서 Q 는 단위시간동안 지하수의 류입량이다.

매질이 균일한 경우 식 (8)의 해석적풀이는 다음과 같다.

$$V = -\frac{C\eta Q}{2\pi k} \quad (9)$$

여기서 $C = -\frac{C'k}{\eta K}$ 이며 r 는 고찰점으로부터 흐름포텐살원천까지의 거리이다.

지표로부터 지하로 지하수가 스며드는 경우 지표면근처에서는 상대적으로 《-》인 흐름포텐살원천이 존재하고 지하수가 빠져나간다고 볼수 있는 모형화구역의 하부경계에서는 상대적으로 《+》인 흐름포텐살원천이 존재한다고 볼수 있다. 따라서 지표면에서의 흐름포텐살값은 다음의 식으로 결정할수 있다.

$$V = V_+ + V_- = -\frac{C\eta Q}{2\pi k} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) \quad (10)$$

3. 모형계산결과

우리는 COMSOL Multiphysics에서 모형화구역을 지하수가 스며드는 통로를 포함하여 3개의 구역으로 분할하였다.

모형화구역의 수문지질학적 및 전기적특성은 표와 같다.

표. 모형화구역의 수문지질학적 및 전기적특성

| 특성량 | 값 |
|----------------------------------|----------------------|
| 전도도 $\delta/(S \cdot m^{-1})$ | 0.001 |
| 투과결수 k/m^2 | 10^{-9} |
| 류체의 동력학적점성결수 $\eta/(Pa \cdot s)$ | $8.9 \cdot 10^{-3}$ |
| 흐름포텐살결합결수 $C/(V \cdot Pa^{-1})$ | $-6.2 \cdot 10^{-7}$ |
| 류체의 밀도 $\rho/(kg \cdot m^{-3})$ | 1 000 |
| 지하수의 류입량 $Q/(s^{-1})$ | 1 |

모형화구역의 경계조건은 다음과 같이 설정하였다.

우선 전기마당의 경계조건으로서 내부 경계를 제외한 모든 경계에서 전류차폐조건을 리용하였다.

또한 지하수흐름마당의 경계조건으로서 상부 및 하부경계에서는 지하수가 중력의 작용만을 받으면서 $u = k\rho g/\eta$ 의 속도로 수직방향으로 류입 및 류출되며 측면경계

에서는 지하수의 류출 및 류입작용이 진행되지 않는다고 보았다.

COMSOL Multiphysics를 리용하여 얻은 모형화구역에서의 흐름포텐셜계산결과는 그림 1과 같다.

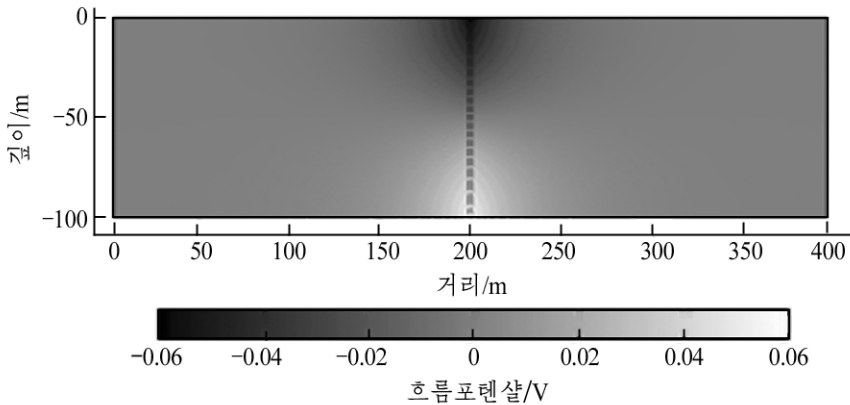


그림 1. 모형화구역에서의 흐름포텐셜계산결과

그림 1에서 보는바와 같이 지하수가 스며드는 모형화구역 상부경계의 200m근방에서는 부이상이 나타나고 반대로 지하수가 스며나가는 하부경계의 200m근방에서는 정이상이 나타났다.

또한 모형화구역의 상부경계에서 해석적풀이에 의한 계산결과와 COMSOL Multiphysics에 의한 모형계산결과는 잘 일치되었다.(그림 2)

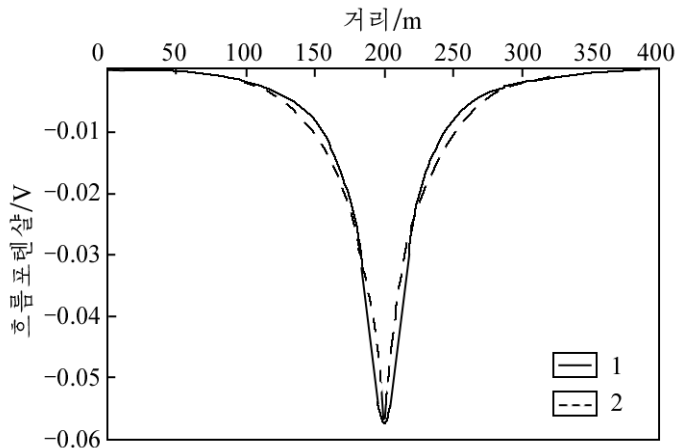


그림 2. 모형화구역 상부경계면에서 해석적풀이와 모형계산결과
1-해석적풀이, 2-모형계산

맺 는 말

흐름포텐셜마당은 지하수의 러과속도와 밀접한 련관이 있다.

물리마당결합해석프로그램인 COMSOL Multiphysics를 리용하여 지하수의 흐름포텐셜마당에 대한 정량해석을 진행할수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 리일경 등; 전기탐사학, 김일성종합대학출판사, 192~208, 주체100(2011).
- [2] A. Boleve et al.; Hydrol. Earth Syst. Sci., 11, 1661, 2007.

주체108(2019)년 7월 5일 원고접수

The Forward Modeling of the Streaming Potential Field Using COMSOL Multiphysics

Kim Ki Song

We performed the forward modeling of the streaming potential field caused by the flow of the underground water using COMSOL Multiphysics and confirmed the accuracy of this method with the analytical solution.

Key words: streaming potential, COMSOL Multiphysics