김일성종합대학학보 JOURNAL OF **KIM IL SUNG** UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체103(2014)년 제60권 제6호 Vol. 60 No. 6 JUCHE103(2014).

련속웨블레트변환에 기초한 간섭무늬의 국부대조도에 대한 연구

정광혁, 김철수

광학간섭법은 정밀가공면들의 결면형태와 변형 및 변위, 각이한 투명매질들의 굴절률 등 물리적량들을 비접촉, 비파괴법으로 측정하는데 널리 리용되고있다.[1]

우리는 간섭측정에서 중요한 문제의 하나로 제기되고있는 간섭무늬의 국부대조도분포를 련속웨블레트변환을 리용하여 얻을수 있는 한가지 방법을 제기하였다.

1. 리론적고찰

간섭측정에서 고찰하는 물리적량은 간섭무늬의 세기분포에 의하여 표시된다.

$$I = I_0[1+\gamma\cos(\phi(x, y))] \tag{1}$$

여기서 I는 간섭무늬의 세기, I_0은 배경세기, γ는 무늬대조도, ϕ는 측정하려는 물리적량과 관련되는 위상항이다.

식 (1)로부터 알수 있는것처럼 간섭측정에서는 주어진 간섭무늬의 위상정보뿐아니라 대조도분포를 밝혀내는것도 역시 중요한 문제로 제기된다. 특히 간섭무늬의 대조도분포는 현실적인 간섭무늬들에서 나타나는 잡음을 고려한 위상풀기방법들에서 중요한 문제로 제기된다. 이러한 간섭무늬의 대조도를 평가하는 방법에는 여러가지가 있으며 그중에서 푸리에변환을 리용한 공간무늬해석방법[1]이 많이 리용되고있다. 이 방법에서는 우선 간섭무늬의 세기분포를 푸리에변환하여 필요한 유효신호성분을 려파한 다음 다시 역변환을 실시하고 그로부터 위상정보를 얻어내고있다. 하지만 간섭무늬의 주기나 방향이 급격하게 변하는 경우 이 부위의 주파수스펙트르는 잡음으로부터 유효신호를 분리하는 대역려파를 방해하는 작용을 하게 되며 결국 무늬해석정확도를 떨구는 결과를 가져온다.

따라서 푸리에변환 하나만을 가지고서는 무늬세기분포와 주파수(주기)사이의 1대1 대응관계를 밝혀낼수 없으며 령주파수구역과 잡음스펙트르를 유효스펙트르와 정확하게 분리할수 없으므로 무늬의 국부구역에 대한 해석을 할수 없다. 이 문제를 해결하기 위한 1가지 방도로서 창문푸리에변환법[2]이 제기되였다. 이 방법에서는 창문의 크기가 고정되여있으므로 무늬밀도가 전화상구역에 걸쳐 상대적으로 일정할 때에는 비교적 정확한 결과를 얻을수 있으나 무늬밀도가 급격하게 변할 때에는 해석정확도가 낮아지는 결함이 있다.

창문의 크기를 변화시키면서(척도변화) 전체 무늬구역을 주사(밀기연산)하는 웨블레트변환을 리용하면 창문푸리에변환의 부족점을 극복할수 있다. 웨블레트변환을 리용하면 무늬화상위치와 무늬주기사이의 관계를 알수 있고 그것에 기초하여 무늬의 유효스펙트르를 배경과 잡음으로부터 분리할수 있으며 국부적인 구역에서의 무늬해석을 할수 있다.

2. 련속웨블레트변환(CWT)에 의한 국부대조도결정원리

CWT는 주어진 신호와 웨블레트함수들의 상관연산으로 표현된다.

$$W_\psi f(a,\, b) = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)dx \tag{2}$$

여기서 $W_\psi f(a,\, b)$ 는 CWT결수행렬, a 와 b 는 각각 척도 및 밀기파라메터이며 $f(x)$ 는 신호, $\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ 는 웨블레트토대함수 $\psi(x)$ 로부터 얻어지는 웨블레트함수이다.

$\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ 에서 척도파라메터 a 는 무늬주기(주파수)를 의미하며 b 는 상관연산때 국부화된 웨블레트함수의 공간(시간)자리표밀림을 진행하는 밀기파라메터이다.

척도파라메터에 의하여 웨블레트토대로부터 무늬주기특성을 반영하는 신호가 형성되며 이 신호는 밀기파라메터를 변수로 하여 해석하려는 신호와 상관연산을 하는 방식으로 변환된다. 따라서 매 척도와 밀기파라메터에 의하여 CWT결수가 결정되게 되며 CWT는 공간구역(시간구역)의 신호를 척도(주기)와 공간(시간)을 각각 세로축, 가로축으로 하는 공간(시간)－척도(주기)구역으로 넘기는 변환으로 된다.

CWT는 상관연산과정이므로 어떤 웨블레트토대를 선정하는가에 따라 무늬해석정확도가 크게 달라진다. 식 (1)에서 볼수 있는것처럼 간섭무늬세기는 코시누스형식이므로 웨블레트토대함수도 이러한 모양을 가지도록 선정하는것이 중요하다.

여기서는 간섭무늬의 세기분포특성을 고려하여 웨블레트토대함수로서 복소모를레트함수를 선택하였다.

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\exp(i\omega_0 x) \tag{3}$$

식 (3)에서 첫항은 가우스함수로서 웨블레트함수의 국부적인 성질을 반영하고있으며 둘째 항은 시누스특성을 반영한 복소수함수이다.

식 (1)에서 보여준 간섭무늬의 세기분포를 국부공간주파수 ω_{sx}, ω_{sy} 에 의하여 표시하면 다음과 같다.

$$I = I_0[1+\gamma\cdot\cos(\varpi_{sx}x+\varpi_{sy}y)] \tag{4}$$

식 (4)를 식 (3)의 복소모를레트함수를 리용하여 웨블레트변환한 해석적인 결과는 1차원의 경우 다음과 같다.

$$W_\psi f(a,\, b) = \sqrt{2\pi}I_0\exp\left(-\frac{{\omega_0}^2}{2}\right) + \frac{\sqrt{a}}{2}I_0\gamma\exp\left[-\frac{a^2}{2}\left(\omega_s-\frac{\omega_0}{a}\right)^2\right]\exp(i\omega_s b) \tag{5}$$

웨블레트변환결수는 상관결수이므로 이 값이 클수록 신호와 웨블레트는 근사한것으로 되며 따라서 매 주사위치에서 상관결수가 최대로 되는 척도값이 무늬마당의 해당한 위치에서 무늬의 주기로 된다. 또한 그때의 웨블레트변환결수값에 간섭무늬의 대조도값이 그대로 반영되여있는것으로 하여 간섭무늬의 대조도분포를 정확히 얻을수 있다.

식 (5)에서 알수 있는것처럼 $\omega_s - \frac{\omega_0}{a} = 0$ 인 때 웨블레트변환결수가 최대로 되며 이때의 척도를 a_r 라고 하면

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = \frac{\omega_0}{a_r} \tag{6}$$

이다.

식 (6)에서 ω_0 은 a_r 와 T_s 사이에 정확한 대응관계 즉 $T_s = a_r$ 를 얻기 위하여 2π 로 놓는다.

실천에서는 임의의 형태의 간섭무늬가 주어지므로 상관결수가 최대로 되는 위치와 이때의 상관결수값을 해석적으로 밝혀내는것은 불가능하다. 이 문제는 매 주사위치에서 웨블레트변환의 척도파라메터(무늬주기파라메터)를 일정한 간격으로 변화시키면서 척도에 따르는 결수분포를 얻고 그가운데서 최대값을 찾는 수자화상처리방식으로 해결할수 있다.

콤퓨터로 모의한 간섭무늬의 세기분포와 웨블레트토대함수를 리용하여 얻은 무늬대조도분포는 그림 1과 같다.

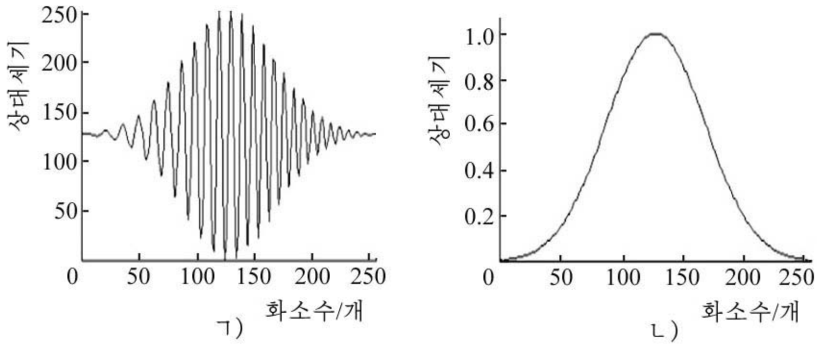

그림 1. 간섭무늬의 세기분포(ㄱ)와 무늬대조도분포(ㄴ)

그림 1의 ㄱ)에서 보는바와 같이 무늬공간주기는 왼쪽에서부터 오른쪽으로 가면서 점점 작아진다는것을 알수 있다.

간섭무늬의 공간주파수(공간주기)의 변화정도를 고려하여 웨블레트변환연산에서는 척도변화구간을 $a = 1 \sim 50$ 으로 정하였으며 밀기는 무늬세기자료의 오른쪽에서 시작하여 1개 화소씩 주사하면서($b = 1 \sim 256$) 웨블레트함수들과 신호사이의 상관결수를 구하였다. 웨블레트함수가 복소수함수이므로 얻어지는 결수들도 복소수이며 이것의 절대값이 신호의 공간(시간)−척도(주기)특성을 나타내게 된다.

이로부터 매 주사위치에서 상관결수가 최대로 되는 척도값이 무늬마당의 해당한 위치에서 무늬의 주기로 되며 그때의 최대상관결수가 바로 무늬의 대조도를 반영하게 된다는것을 알수 있다. 즉 CWT결수화상의 극대선에 해당한 웨블레트변환결수값은 간섭무늬의 국부대조도분포를 의미한다.

우의 방법을 리용하여 콤퓨터로 모의한 2차원간섭무늬화상과 그로부터 얻어진 국부대조도분포는 그림 2와 같다.

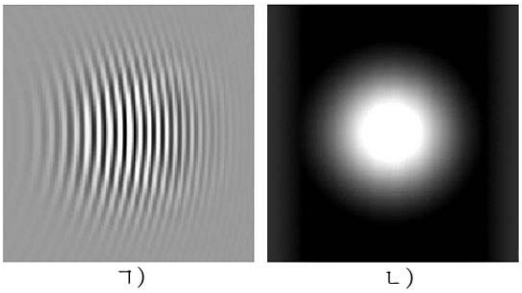

그림 2. 2차원간섭무늬(ㄱ)와 국부대조도분포(ㄴ)

맺 는 말

간섭무늬의 세기분포를 웨블레트변환하면 척도(무늬주기)와 밀기(무늬위치)파라메터를 축으로 하는 웨블레트변환결수화상이 얻어지며 이 화상의 극대선 즉 신호와 웨블레트사이의 상관결수가 최대로 되는 위치에서의 웨블레트변환결수값이 국부대조도로 된다.

참 고 문 헌

[1] A. L. Vadnjal et al.; Appl. Opt., 52, 1805, 2013.
[2] J. G. Zhong et al.; Appl. Opt., 46, 2670, 2007.

주체103(2014)년 2월 5일 원고접수

The Local Contrast of the Fringe Pattern by the Continuous Wavelet Transform(CWT)

Jong Kwang Hyok, Kim Chol Su

We considered a method for determining the local contrast of the fringe-pattern by the continuous wavelet transform(CWT).

By the CWT of the intensity distribution of the fringe pattern, CWT coefficient image is obtained with axes of the scale(fringe period) and the shift(fringe position), and in the ridge of this image, which has the maximum value of the correlation coefficient between the signal and the wavelet, the wavelet transform coefficient is the local contrast.

Key words: continuous wavelet transform(CWT), local contrast