김일성종합대학학보 JOURNAL OF KIM IL SUNG UNIVERSITY
(자연과학) (NATURAL SCIENCE)
주체106(2017)년 제63권 제5호 Vol. 63 No. 5 JUCHE106(2017).

로바스트비행조종체계의 차원수축소를 위한 한가지 방법

최 성 일

위대한 수령 **김일성**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《과학자, 기술자들이 기계설계를 잘하도록 하여야 하겠습니다. 기계설계를 잘해야 질 좋고 능률 높은 기계를 만들수 있으며 기계공업을 빨리 발전시킬수 있습니다.》(《**김일성**전집》 제47권 434～435페지)

선행연구[1, 2]에서는 선형행렬부등식(LMI)에 기초한 H_∞설계법과 μ합성법을 리용한 로바스트비행조종체계설계방법에 대하여 론의하였다.

우리는 선행연구[1, 2]의 결과에 기초하여 로바스트횡요/방향조종체계를 설계하고 로바스트안정 및 성능여유에 의한 조종기의 차원수축소문제를 연구하였다.

론문에서 고찰하는 비행체의 파라메터들은 다음과 같다.

질량은 $M=990\,\mathrm{kg}$, 주날개면적은 $S=20\,\mathrm{m}^2$, 날개폭은 $b=9.8\,\mathrm{m}$, 날개평균현길이는 $c=0.56\,\mathrm{m}$, 관성모멘트는 $J_x=620\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $J_y=1\ 540\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $J_{xy}=-14\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, 무차원항공동적파라메터들은 $C_y^b=-0.337\ 9$, $C_{\delta_x}^{\beta}=-0.080\ 4$, $C_{\delta_x}^{\omega_x}=-0.347\ 0$, $C_{\delta_x}^{\omega_y}=-0.110\ 4$, $C_{\delta_y}^{\omega_x}=0.053\ 2$, $C_{\delta_y}^{\omega_y}=-0.057\ 7$이다.

로바스트조종체계를 설계하자면 비행체의 기준모형, 불확정성, 조종지령, 오차 등을 설정하여야 한다.

옆방향운동에 대한 기준모형은 상태방정식 $\dot{\boldsymbol{X}}=A\boldsymbol{X}+B\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{Y}=C\boldsymbol{X}+D\boldsymbol{u}$로 표시된다. 여기서 $\boldsymbol{X}=(\beta,\ \omega_x,\ \gamma,\ \omega_y,\ \psi)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{u}=(\delta_x,\ \delta_y)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{Y}=(\beta,\ \omega_x,\ \gamma,\ \omega_y,\ \psi)^{\mathrm{T}}$이고 β는 미끄럼각, ω_x는 횡요각속도, γ는 방향각, ω_y는 방향각속도, ψ는 방향각, δ_x는 보조날개편각, δ_y는 방향타각이다.

주어진 비행체에 대하여 행렬 A, B는 다음과 같이 얻어진다.

$$A=\begin{pmatrix} -0.448\ 2 & 0.052\ 3 & 0.243\ 1 & 0.998\ 6 & 0 \\ -29.655\ 9 & -3.320\ 7 & 0 & -1.050\ 4 & 0 \\ 0 & 1.000\ 0 & 0 & -0.052\ 4 & 0 \\ -9.930\ 2 & 0.234\ 6 & 0 & -0.212\ 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} 0 & -54.121\ 6 & 0 & 0.481\ 0 & 0 \\ -0.168\ 6 & -5.886\ 5 & 0 & -8.343\ 2 & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

불확정성의 모형화는 불확정성무게행렬을 도입하여 진행한다. 이때 실제의 전달함수모형은 $G=G_n(I+\Delta_G W_n)$으로 표시되는데 비행체의 모든 불확정성은 전달함수 Δ_G에 반영된다.

전달함수모형에서 W_n 은 $W_n = \begin{pmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{pmatrix}$ 로 표시되는 불확정성무게행렬이다. 여기서 W_1 과 W_2 는 각각 보조날개편각, 방향타각과 관련한 무게함수들이다.

조종체계의 설계목표는 $\|\Delta_G\|_\infty \le 1$ 인 모든 섭동 Δ_G 에 대하여 섭동을 받는 닫긴체계가 안정하며 성능전달함수들이 $\|\cdot\|_\infty \le 1$ 을 만족시키는 조종기 K를 설계하는것이다.

불확정성무게함수는 $W_1 = W_2 = 2k_m \dfrac{s+4}{s+160}$ 로 설정하였다. 이 무게함수는 $k_m = 1$ 일 때 저주파에서 모형의 오차가 5%에 도달할수 있다는것을 의미한다.

다음으로 조종입력과 추종입력의 모형화에 대하여 보자.

여기서는 새롭게 무게함수를 리용하여 조종입력을 모형화하였다.

선행연구들에서는 조종입력을 무게함수가 없이 그대로 주었는데 무게함수가 없이 조종입력을 주면 주파수특성을 정확히 반영할수 없게 된다.

따라서 우리는 조종입력에 무게함수를 주고 무게함수에 들어있는 파라메터들을 변화시키도록 하였다. 그렇게 되면 조종입력의 주파수특성은 보존하면서도 무게함수를 변화시키면서 최량인 조종기를 설계할수 있다.

조종입력은 횡요와 방향각지령이며 각각 $\gamma_{\text{cmd}} = W_{\gamma\,\text{cmd}}\eta_{\gamma\,\text{cmd}}$, $\psi_{\text{cmd}} = W_{\psi\,\text{cmd}}\eta_{\psi\,\text{cmd}}$ 로 모형화된다. 여기서 $\gamma_{\text{cmd}}, \psi_{\text{cmd}}$ 는 조종지령입력들이고 $W_{\gamma\,\text{cmd}}, W_{\psi\,\text{cmd}}$ 는 무게함수들이며 $\eta_{\gamma\,\text{cmd}}$, $\eta_{\psi\,\text{cmd}}$ 는 $\|\eta_{\gamma\,\text{cmd}}\|_\infty \le 1$, $\|\eta_{\psi\,\text{cmd}}\|_\infty \le 1$ 인 신호들이다.

반복모의결과로부터 조종입력에 대한 무게함수 $W_{\gamma\,\text{cmd}}, W_{\psi\,\text{cmd}}$ 와 추종오차에 대한 무게함수 W_γ, W_ψ 들은 각각

$$W_{\gamma\,\text{cmd}} = \frac{0.087\,3}{k_1}\frac{0.05s+10}{s+10},\quad W_{\psi\,\text{cmd}} = \frac{0.087\,3}{k_2}\frac{0.05s+10}{s+10},$$

$$W_\gamma = \frac{573}{k_3}\frac{s+1}{0.01s+1},\quad W_\psi = \frac{573}{k_4}\frac{s+1}{0.01s+1}$$

로 설정하였다. 조종입력에 대한 무게함수 $W_{\gamma\,\text{cmd}}, W_{\psi\,\text{cmd}}$ 는 $k_1 = 1,\ k_2 = 1$ 일 때 저주파에서 조종입력이 각각 5° 라는것을 의미하고 추종오차에 대한 무게함수 W_γ, W_ψ 는 $k_3 = 1,\ k_4 = 1$ 일 때 저주파에서 추종오차가 각각 0.1° 이하로 되여야 한다는 요구를 나타낸다.

k_1, k_2, k_3, k_4 를 변화시키는 방법으로 무게함수들을 변화시키면서 H_∞ 노름이나 μ 값이 1보다 작아지도록 조종기를 설계하였다.

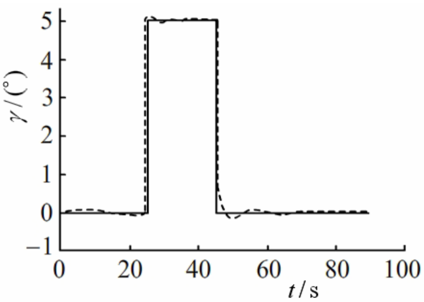

그림 1. 횡요각에 대한 시간응답
실선은 임풀스신호, 점선은 응답곡선

$k_m = 1$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$, $k_3 = 8$, $k_4 = 9$ 이고 려파기에서 ω 가 $2\pi \times 10$ 일 때 H_∞ 노름과 μ 값은 각각 0.254 7, 0.861 8로 된다.

H_∞ 설계법과 μ 설계법에 의하여 설계된 조종기는 각각 상태공간모형으로 얻어진다.

우와 같은 조종기를 가진 체계의 횡요각에 대한 시간응답결과는 그림 1과 같다.

그림 1에서 보는바와 같이 설계된 조종기는 초과조절과 진동이 거의 없이 정상상태로 넘어가며 목표값을 정확히 추종하였다.

H_∞ 및 μ설계법에 의하여 얻어지는 조종기는 46차행렬로 표시된다. 조종기의 차원수가 크면 계산량이 증가하면서 계산시간이 길어지게 된다. 조종기의 차원수를 줄이면 조종체계의 성능은 거의 변화시키지 않으면서도 조종법칙의 복잡성을 크게 줄일수 있다.

오차는 전주파수범위에서의 최대증폭결수(H_∞노름)에 의하여 측정되며 오차한계들은 항켈특이값들의 함수이다. 조종리론에서 고유값은 계의 안정성을 나타내고 항켈특이값은 계에서 매 상태의 에네르기를 규정한다. 계의 큰 에네르기상태들을 보존하면 안정성, 주파수 및 시간응답에 관하여 계의 대다수의 특성을 유지할수 있다.

모형축소를 위한 쏘프트웨어들은 대체로 계의 항켈특이값들에 기초하며 계의 특성을 유지하는 축소차원모형을 얻을수 있게 한다. 모형축소방법들은 축소된 모형과 원래의 모형과의 오차가 어떤 오차척도에 의하여 제한되는가에 따라서 크게 가수오차방법과 승수오차방법으로 나눈다. 가수오차방법에 비하여 승수오차방법이 일부 측면에서 우월하므로 승수오차방법에 의한 모형축소에 대하여 고찰한다.

Matlab를 리용하여 모형을 축소하자면 축소되는 모형의 차수 또는 최대오차를 지정해주어야 한다. 그러나 지금까지 그것을 설정하는 일반적인 방법론은 제기되지 않았다.

론문에서는 축소되는 모형의 차원수에 따르는 로바스트안정여유와 로바스트성능여유의 변화가 그 설정을 위한 한가지 척도로 될수 있다고 보고 그에 대하여 고찰하였다.

로바스트안정여유와 로바스트성능여유가 클수록 조종체계의 안정성은 좋아지게 된다.

설계된 조종기에 대하여 차원수에 따르는 로바스트안정여유와 로바스트성능여유의 변화는 그림 2와 같다.

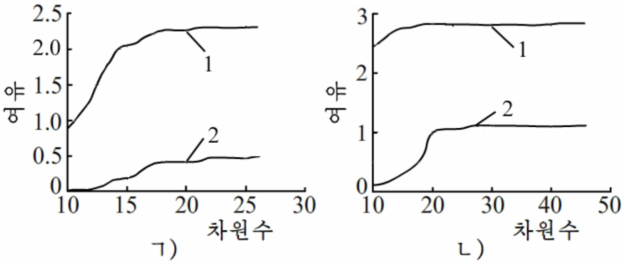

그림 2. 모형의 차원수에 따르는 로바스트안정여유와 로바스트성능여유의 변화
ㄱ) H_∞조종기, ㄴ) μ조종기; 1—안정여유, 2—성능여유

H_∞조종기에 대하여 로바스트안정 및 성능여유곡선들을 보면 15차이상부터 곡선의 증가가 완만해지며 22차부터는 비교적 안정된 상태로 되였다. μ조종기에 대하여서는 20차이상부터 곡선의 증가가 완만해지며 26차부터는 비교적 안정된 상태로 되였다. 결국 비행체의 로바스트횡요/방향에 대한 H_∞ 및 μ조종기에 대하여 축소되는 조종기모형의 차원수가 각각 22, 26이면 안정 및 성능여유값들은 원래의 모형과 같아진다는것을 알수 있다.

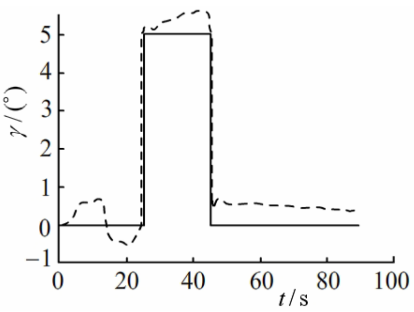

그림 3. 축소차원조종기를 가진 계의 횡요각에 대한 시간응답
실선은 임풀스신호, 점선은 응답곡선

26차로 축소된 μ조종기에서의 횡요각에 대한 시간응답결과는 그림 3과 같다.

그림 3에서 보는바와 같이 축소차원조종기는 원래의 조종기에 비하여 추종오차가 크지만 기본적인 특성은 원만히 반영하고있다.

그러나 H_∞조종기에 대해서는 원래의 조종기와 일정한 차이를 가진다. 그것은 H_∞조종이 불확정성을 원만히 반영하지 못하기때문이다.

축소되는 모형의 차원수를 보다 정확히 결정하자면 항켈특이값선도뿐아니라 로바스트안정 및 성능여유곡선, 주파수 및 시간응답특성을 종합적으로 고찰하여야 한다.

맺 는 말

로바스트비행조종체계의 차원수를 축소할 때 로바스트안정 및 성능여유를 리용하면 조종체계의 성능은 거의 변화시키지 않으면서도 조종법칙의 복잡성을 크게 줄일수 있다.

참 고 문 헌

[1] 李一波 等; 飞行力学, 29, 2, 1, 2011.
[2] 袁锁中 等; 飞行力学, 21, 1, 36, 2003.

주체106(2017)년 1월 5일 원고접수

A Method of Dimension Reduction of Robust Unmanned Aerial Vehicle(UAV) Control System

Choe Song Il

We reduced the dimension of robust UAV control system by the robust stability and robust performance margin.

We also designed the robust lateral/directional control system by LMI-based H_∞ control method and μ synthesis method, and investigated the time response of closed system with reduced dimension.

Key words: robust control, robust stability margin