

경사각변화에 기초한 선회비행자리길 결정방법

권성명, 한일

비행체가 선회비행할 때 기준자리길을 결정하기 위한 여러 방법들[2, 3]이 제안되었지만 비행조종의 특성에 맞게 비행경사각의 원활한 조종과 관련된 문제는 언급되지 못하였다.

선행연구들[1-3]에서는 비행체가 선회할 때 표준비행자리길로서 원형자리길, 지수-원형자리길, 지수-원형-지수자리길을 택하고 자동조종을 실현하였다. 이것은 자리길에서의 원활성을 보장하는 관점에서 출발한것이다. 원형, 지수-원형-지수곡선자리길을 따라 비행할 때 비행체의 경사각변화는 원활하지 못하고 비행경사각변화속도가 불편속인 결함이 있다. 또한 선회진입과 리탈부분에서 지수곡선을 리용하는 경우 지수곡선의 특성으로부터 직선항로와 완전히 접하지 못하는 부족점이 있다.

이로부터 논문에서는 비행체의 경사각변화가 원활한 곡선이 되도록 하는 선회비행자리길을 결정하는 한가지 문제를 설정하고 해결한다.

그림 1과 같이 비행체가 한 항로선(방향각 θ_1)을 따라 비행하다가 변침점 $E(\varphi, \lambda)$ 에서 다른 항로선(방향각 θ_2)으로 이행할 때의 선회비행자리길에 대한 요구조건은 다음과 같다.

① 비행체가 선회자리길을 따라 비행하는 시간은 항법상요구에 맞아야 한다. 즉 변침각에 따라 초기이행시간(선회진입자리길 $A-B$ 를 비행하는데 걸리는 시간) T_1 과 마감이행시간(선회리탈자리길 $C-D$ 를 비행하는데 걸리는 시간) T_2 가 미리 주어진다.(이행시간제한조건)

② 자리길들의 이행점 B 와 C 에서 곡선이 원활하고 곡률반경이 최소곡률반경과 같아야 한다.(이행점제한조건 1)

③ 직선자리길에서 곡선자리길로 이행하거나 곡선자리길에서 직선자리길로 이행할 때 이행점에서의 곡률반경은 무한대이어야 한다.(이행점제한조건 2)

문제는 먼저 비행체의 원활한 경사변화곡선을 수학적으로 모형화하고 그에 기초하여 위의 요구조건에 맞는 선회비행자리길을 결정하는것이다.

1. 선회비행자리길 결정

변침각 θ_{Δ} 에 따라 비행체의 경사각 β 가 결정되고 β 에 따라 선회이행시간 T_1 과 선회리탈시간 T_2 가 결정된다.[1]

한편 선회진입, 마감부분들에서 경사각은 시간에 따라 0부터 β 까지 시간에 따라 서서히 변화되어야 하는데 우리는 이것을 다음과 같이 모형화하였다.

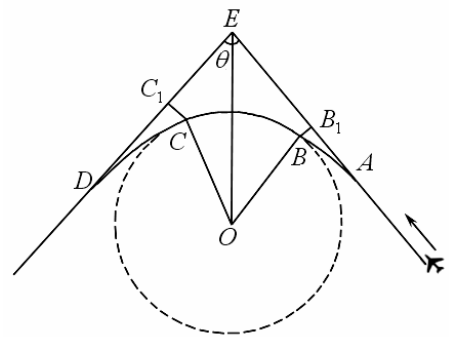


그림 1. 선회비행자리길구간

$$\begin{cases} \beta_1(t) = \left[1 + \cos\left(\pi + \pi \cdot \frac{t}{T_1}\right) \right] \cdot \frac{\beta_{\text{최}}}{2}, & 0 \leq t \leq T_1 \\ \beta_2(t) = \left[1 + \cos\left(\pi \cdot \frac{t}{T_2}\right) \right] \cdot \frac{\beta_{\text{최}}}{2}, & 0 \leq t \leq T_2 \end{cases} \quad (1)$$

여기서 $\beta_{\text{최}}$ 는 최대경사각, T_1, T_2 는 이행시간이다.

일반적으로 경사각과 선회반경사이에는 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$R(t) = v^2 / (g \cdot \tan \beta(t)) \quad (2)$$

여기서 v 는 비행체의 속도(m/s), g 는 중력가속도(9.8m/s^2)이다.

한편 직선허로선에서의 수직편차를 z 라고 할 때 z 곡선과 곡률반경사이에는 다음과 같은 식이 성립된다.[2]

$$R(t) = [1 + (\dot{z}(t))^2]^{3/2} / \ddot{z}(t) \quad (3)$$

여기서 z 는 선회곡선에서 직선허로선까지의 수직거리라고 볼수 있다.

식 (2), (3)으로부터 선회시작과 마감과정에 다음과 같은 식이 성립한다고 볼수 있다.

$$\frac{v^2}{g \cdot \tan \beta(t)} = \frac{(1 + \dot{z}^2)^{3/2}}{\ddot{z}} \quad (4)$$

이로부터 우리는 비선형미분방정식 (4)의 풀이로 되는 $z(t)$ 를 선회진입 및 마감부분에서의 기준자리길로 하였다.

비선형미분방정식 (4)의 풀이를 구하기 위하여 떠엄시간구간을 Δt , $z(i \cdot \Delta t) = z_i$ 로 놓고 다음과 같은 계차방정식의 풀이로 근사시킬수 있다.

$$\dot{z}(i \cdot \Delta t) \approx \frac{z_i - z_{i-1}}{\Delta t}, \quad \ddot{z}(i \cdot \Delta t) \approx \frac{z_{i+1} - 2 \cdot z_i + z_{i-1}}{\Delta t^2} \quad (5)$$

웃식들을 비선형미분방정식 (5)에 대입하고 정돈하면

$$z_{i+1} = \Delta t^2 \cdot \frac{g \cdot \tan \beta_i}{v^2} \left[1 + \left(\frac{z_i - z_{i-1}}{\Delta t} \right)^2 \right]^{3/2} + 2 \cdot z_i - z_{i-1} \quad (6)$$

여기서 $\beta_i = \beta(i \cdot \Delta t)$ 이다. 이때 초기조건은 $z_0 = z_1 = 0$ 으로 준다.

일단 최대경사각에 도달하면 이 경사각에 대응하는 반경의 원형자리길을 그리면 된다.

2. 선회기준자리길결정알고리즘

두 항로선의 방향각(θ_1, θ_2), 변침점 $E(\varphi, \lambda)$ 에서 비행체의 속도 v 를 입력으로 하고 선회자리길(중심점, 이행점, 진입과 마감자리길)을 출력으로 하는 선회기준자리길결정 알고리즘은 다음과 같다.

① 변침각 θ_Δ 에 따르는 경사각 β 와 선회시작시간과 마감시간 T_1, T_2 를 정한다.[1]

② 이행시간과 선회마감시간구간들에서 부분시간구간의 길이 Δt 에 의한 자리길점들을 다음과 같이 계산한다.

매 시점 $i \cdot \Delta t$ 들에서 식 (1)에 의해 $\beta(t)$ 들을 계산한다. 다음 식 (3)으로부터 매 점에서의 선회반경 $R(t)$ 들을 구한다. 그리고 계차방정식 (5)를 리용하여 이행시간과 선회마감

시간구간들에서 부분시간구간의 길이 Δt 에 의한 자리길점 z 들을 계산한다.

③ 선회이행끝점과 선회마감시작점들에서의 z 의 최대값 $z_1^{\text{최}}$, $z_2^{\text{최}}$ 들을 고려하여 직선헤로선들로부터 같은 거리에 놓이고 최대선회경사각에 대응하는 반경을 가진 원형자리길 $B-C$ 를 그린다.

④ B , C 점들로부터 ②에서 구한 z 자리길점들을 연결하여 선회시작자리길 $A-B$ 와 선회마감자리길 $B-C$ 들을 그린다.

⑤ 선회시작, 마감자리길의 최대편차 z 와 선회곡률반경에 기초하여 이행점 B , C 와 선회원호의 중심 O 및 이행점 A , D 의 좌표들을 계산한다.[2]

이상의 알고리즘에 기초하여 결정되는 선회경사각변화속도곡선은 다음과 같이 된다.

$$\dot{\beta}(t) = -\frac{\beta}{2} \cdot \frac{\pi}{T_i} \cdot \sin(\pi + \pi \cdot \frac{t}{T_i}), \quad i=1, 2 \quad (7)$$

또한 이로부터 구해지는 경사각변화곡선은 그림 2와 같다.

식 (7)로부터 알수 있는바와 같이 최대경사각변화속도는 최대선회경사각이 작을수록, 이행시간이 길수록 작아진다.

제안된 선회자리길은 그림 2와 같은 선회경사각변화속도의 불연속이 없는 원활한 자리길로서 실시간 선회비행조종에 편리하다

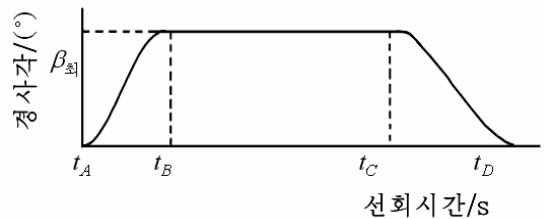


그림 2. 제안된 선회자리길에서 경사각변화

참 고 문 헌

- [1] 엄철남 등; 전기, 자동화공학, 3, 21, 주체101(2012).
- [2] J. Arthur Krener et al.; SIAM Journal on Control and Optimization, 42, 1, 155, 2003.
- [3] M. V. Cook; Flight Dynamics Principles, Elsevier, 468, 2007.

주체106(2017)년 8월 5일 원고접수

Determination of a Turning Flight Path based on Inclined Angle Variance

Kwon Song Myong, Han Il

We proposed a method for determining a turning flight path based on inclined angle variance.

Key words: aircraft, turning flight path