김일성종합대학학보 주체107(2018)년
물리학 제64권 제2호

헬름홀츠선륜에 의한 자기마당의 균일성

김주혁, 방철웅, 권은현

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《과학기술의 토대를 이루는 기초과학지식이 든든하여야 전문과학기술의 탑을 높이 쌓을수 있으며 전반적과학기술을 빨리 발전시킬수 있습니다.》(《**김정일**선집》 증보판 제18권 454페지)

헬름홀츠선륜(Helmholtz coil)은 가장 많이 리용되는 균일한 자기마당의 원천으로서 그것의 가장 간단한 선륜체계는 반경만 한 거리에 떨어져있는 2개의 선륜으로 구성된다.[1－3] 헬름홀츠선륜은 표준자기마당의 원천으로도 리용된다.

지금까지 헬름홀츠선륜에 대한 리론실천적연구는 많이 진행되였다. 특히 헬름홀츠선륜체계 또는 다른 형태의 설계에 의하여 얻어지는 자기마당의 균일성에 대한 연구[3]가 진행되였다. 또한 3쌍의 선륜들을 리용하여 0.01%미만의 오차를 가지고 자기마당의 균일성을 개선하기 위한 방법도 제기되였다. 그리고 자름면이 원형인 선륜쌍과 직4각형모양의 선륜쌍에 대하여 마당의 균일성에 대한 연구결과[1]도 제기되였다. 헬름홀츠선륜의 크기에 따르는 균일자기마당구역의 크기에 대한 연구도 진행되였다.

그러나 실천적으로 헬름홀츠선륜체계를 구성할 때에는 배치편차가 생기게 된다. 지금까지의 연구결과들은 대체로 리상적으로 설계배치된 헬름홀츠선륜들에 의하여 형성되는 자기마당에 대한 연구에 국한되였으며 배치에서의 오차를 고려한 연구도 부분적으로 진행되였다. 즉 현재까지의 연구들에서는 선륜사이의 거리와 중심축편차, 선륜사이의 각편차를 비롯하여 각이한 배치오차에 따르는 자기마당의 균일성에 대하여 전면적으로 취급하지 못하였다.

우리는 헬름홀츠선륜에 의하여 형성되는 자기마당분포에 대한 보다 일반적인 해석식을 유도하고 수값적분을 통하여 모의해석한 다음 각이한 배치오차(선륜들사이의 거리, 중심축편차, 각편차)들에 따르는 자기마당균일성의 변화에 대하여 연구하였다.

1. 헬름홀츠선륜에 의한 자기마당분포에 대한 리론적해석

임의의 전류가 그 주위에 만드는 자기마당의 분포는 비오－사바르법칙을 통하여 표시될수 있다.

요소전류 $I d\boldsymbol{l}$ 이 $\boldsymbol{r}$ 만큼 떨어진 점에 형성하는 자기유도 $d\boldsymbol{B}$ 는 다음과 같다.

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\boldsymbol{l} \times \hat{\boldsymbol{r}}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3} \tag{1}$$

여기서 $\hat{\boldsymbol{r}}$ 는 단위벡토르($\boldsymbol{r}/r$ 와 같다.)이며 r 는 $\boldsymbol{r}$ 의 절대값이다. μ_0 은 진공의 절대투자률로서 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \mathrm{T \cdot m/A}$ 이다.

따라서 순환전류에 의한 자기마당은 다음과 같이 표시된다.

$$\boldsymbol{B}=\oint d\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^2} \tag{2}$$

자리표계 $Oxyz$를 정하고 그림 1과 같이 배치된 원전류를 생각하자. 여기서 점 A는 xy평면에 놓이는 임의의 점이며 원전류는 yz평면에 놓인다.

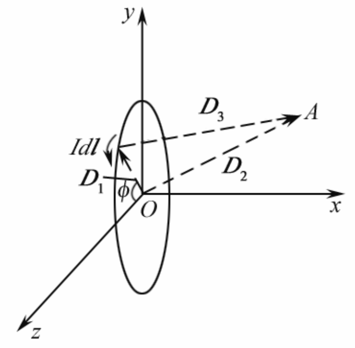

그림 1. 원전류

그림 1에서 $\boldsymbol{D}_1$은 선륜중심으로부터 요소전류까지 그은 벡토르, $\boldsymbol{D}_2$는 선륜중심으로부터 점 A까지 그은 벡토르이며 ϕ는 z축과 $\boldsymbol{D}_1$사이의 각이다. 또한 $\boldsymbol{D}_3$은 요소전류와 점 A까지 그은 벡토르이다. 점 A의 자리표를 $(x,\ y,\ 0)$이라고 하면 이때

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{D}_1&=R\cos\phi\cdot\boldsymbol{k}+R\sin\phi\cdot\boldsymbol{j}\\ \boldsymbol{D}_2&=x\cdot\boldsymbol{i}+y\cdot\boldsymbol{j}\\ \boldsymbol{D}_3&=\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_1\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

이다. 이제 직각자리표계 $Oxyz$에서 선륜의 임의의 배치상태에 대한 식을 얻기 위해 선륜면이 z축주위로 각 α만큼 회전하고 중심의 자리표가 $(x_0,\ y_0)$이라면 우의 식은 자리표변환을 통하여 다음과 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{D}_1''&=R\sin\alpha\sin\phi\cdot\boldsymbol{i}+R\cos\alpha\sin\phi\cdot\boldsymbol{j}+R\cos\phi\cdot\boldsymbol{k}\\ \boldsymbol{D}_2'&=(x-x_0)\cdot\boldsymbol{i}+(y-y_0)\cdot\boldsymbol{j}\\ \boldsymbol{D}_3'&=\boldsymbol{D}_2'-\boldsymbol{D}_1''=(x-x_0-R\sin\alpha\sin\phi)\cdot\boldsymbol{i}+(y-y_0-R\cos\alpha\sin\phi)\cdot\boldsymbol{j}-R\cos\phi\cdot\boldsymbol{k}\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

한편

$$d\boldsymbol{l}=-d\boldsymbol{D}_1''=-\frac{d\boldsymbol{D}_1''}{d\phi}d\phi=(-R\sin\alpha\cos\phi\cdot\boldsymbol{i}-R\cos\alpha\cos\phi\cdot\boldsymbol{j}+R\sin\phi\cdot\boldsymbol{k})d\phi\,. \tag{5}$$

따라서 A점에서 마당의 x성분과 y성분은 다음과 같다.

$$B_x=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{[R^2\cos\alpha-(y-y_0)R\sin\phi]\cdot d\phi}{[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+R^2-2R(x-x_0)\sin\alpha\sin\phi-2R(y-y_0)\cos\alpha\sin\phi]^{3/2}} \tag{6}$$

$$B_y=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{[(x-x_0)R\sin\phi-R^2\sin\alpha]\cdot d\phi}{[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+R^2-2R(x-x_0)\sin\alpha\sin\phi-2R(y-y_0)\cos\alpha\sin\phi]^{3/2}} \tag{7}$$

이때 z성분은 령으로 된다. 한쌍의 선륜들로 구성된 헬름홀츠선륜체계인 경우에는 임의의 점에서의 자기마당이 매 선륜에 의하여 형성되는 자기마당의 벡토르합으로 구해진다.

2. 헬름홀츠선륜에 의한 자기마당분포특성

식 (6), (7)에 대한 수값적분을 통하여 리상적으로 배치된 헬름홀츠선륜에 의한 자기마당분포를 모의하였다. 계산파라메터로는 선륜의 반경 $R=0.1\mathrm{m}$, 전류의 세기 $I=1\mathrm{A}$, 권회수 $n=50$, 선륜사이 거리 $L=R$이다.

헬름홀츠선륜에 의한 자기마당분포는 그림 2와 같다.

그림 2에서 보는바와 같이 선륜들사이의 중심구역에서는 자기마당의 크기와 방향이 거의 일정하다.

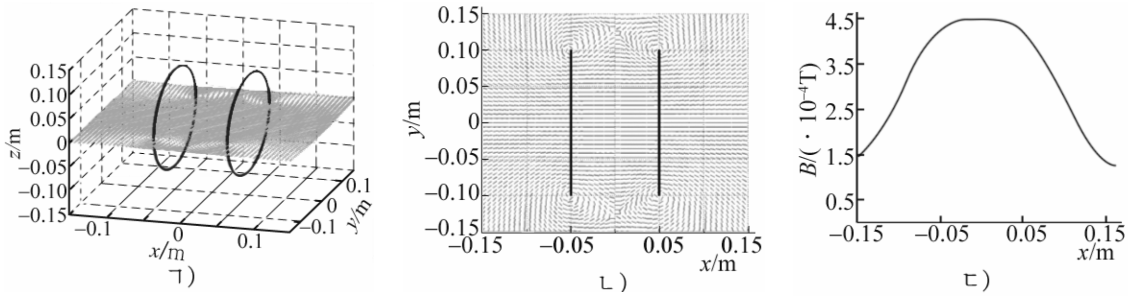

그림 2. 헬름홀츠선륜에 의한 자기마당분포
ㄱ) 헬름홀츠선륜의 배치상태, ㄴ) *xy*평면에서 자기마당분포,
ㄷ) y=0인 위치들에서 자기마당크기분포

이것은 리론계산결과[1]와 높은 정확도로 일치한다. 따라서 헬름홀츠선륜에 의한 자기마당분포에 대한 모의계산이 정확하다는것을 확증해준다.

3. 배치편차에 따르는 헬름홀츠선륜에 의한 자기마당의 균일성

중심으로부터 x=±0.03m만큼 떨어진 구역에서 중심축들의 편차와 선륜들사이의 각편차에 의한 자기마당의 불균일성에 대하여 론의하였다. 중심축편차와 선륜들사이의 각편차는 자기마당의 크기와 방향에서 각각 편차를 가져온다.

선륜들사이의 중심축편차가 0.025m일 때 자기마당분포는 그림 3과 같다.

그림 3의 ㄴ)에서 가는 선은 리상적인 배치일 때의 자기마당방향을 보여주며 굵은 선은 중심축이 편차되였을 때 자기마당방향을 보여준다.

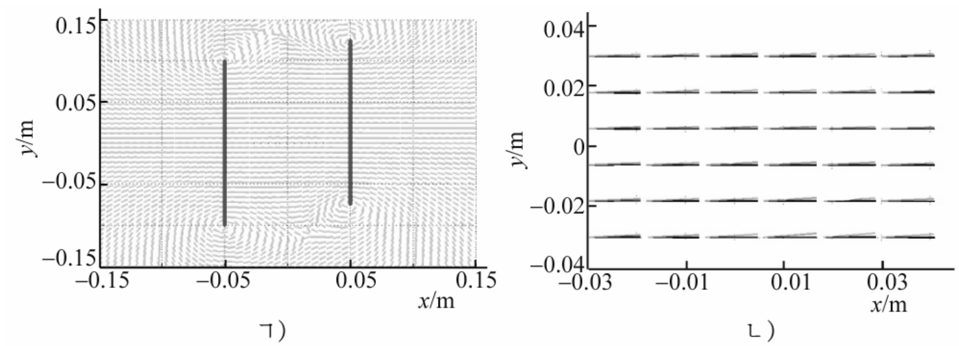

그림 3. 선륜들사이의 중심축편차가 0.025m일 때 자기마당분포
ㄱ) 편차된 선륜주위의 자기마당분포, ㄴ) 주목하는 구역에서의 자기마당방향편차

그림 3에서 보는바와 같이 선륜들사이의 중심축들이 편차되였을 때에는 자기마당방향이 편차된다. 중심축이 0.025m만큼 편차되였을 때 y=0인 위치들에서의 자기마당의 크기변화와 방향편차각(표)은 리상적인 배치의 경우보다 크다.(리상적인 배치의 경우 방향편차각은 거의 령이다.)

중심축은 서로 일치하며 선륜들사이의 각편차가 존재하는 경우에도 자기마당방향편차가 존재하며 위치에 따라 다르다. 즉 리상적인 배치의 경우보다 자기마당이 균일하지 못하다.

중심축편차와 함께 선륜들사이의 각편차가 동시에 존재하는 경우에도 우와 같은 방법으로 고찰할수 있다. 이때 주어진 파라메터를 가지는 헬름홀츠선륜체계에서 주목하는

구역의 자기마당의 방향정확도를 1° 미만으로 유지하자면 적어도 선륜들사이의 각을 1.5° 미만, 중심축편차는 1mm이하로 보장하여야 한다. 그러나 다른 파라메터를 가지는 선륜체계에서는 다시 계산하여야 한다.

표. 중심축이 0.025m 편차된 경우 y=0인 위치들에서 자기마당의 크기변화와 방향편차각

x/m	크기/($\times 10^{-4}$T)	상대편차/%	방향편차각/(°)
−0.030	4.423 9	1.817 4	3.564 0
−0.024	4.449 1	1.257 8	3.815 4
−0.018	4.465 7	0.890 5	4.056 2
−0.012	4.478 3	0.610 6	4.267 5
−0.006	4.490 8	1.817 4	4.426 7
0	4.505 8	0	4.508 2
0.006	4.523 9	0.402 4	4.485 9
0.012	4.544 0	0.847 5	4.335 8
0.018	4.562 8	1.264 4	4.039 1
0.024	4.575 4	1.544 0	3.584 9
0.030	4.575 7	1.550 4	2.972 4

맺 는 말

헬름홀츠선륜체계의 배치관계들을 고려하여 자기마당분포를 얻어낼수 있는 보다 더 일반화된 해석식을 유도하고 수값적분을 리용하여 모의해석할수 있는 체계를 세웠다. 또한 모의해석결과와 리론적인 계산결과들과의 비교를 통하여 그 정확성을 확증하였으며 구체적인 파라메터를 가지는 헬름홀츠선륜체계의 자기마당균일성에 대하여 론의하였다. 이 리론적해석과 모의체계는 앞으로 3축헬름홀츠선륜체계를 비롯한 더 복잡하고 현실적인 체계들을 구성하는데 응용될수 있다.

참 고 문 헌

[1] S. Tumanski; HandBook of Magnetic Measurements, CRC Press, 85～88, 2011.
[2] Vyacheslav Popov et al.; Physics Procedia, 71, 127, 2015.
[3] Jian Wang et al.; Review of Scientific Instruments, 73, 5, 2175, 2002.

주체106(2017)년 12월 5일 원고접수

On the Uniformity of the Magnetic Field Provided by the Helmholtz Coil

Kim Ju Hyok, Pang Chol Ung and *Kwon Un Hyon*

We derived the equation for the magnetic field provided by the Helmholtz coil system with the alignment error and simulated the magnetic field by using the numerical integral.

Key words: Helmholtz coil, magnetic field, uniformity, alignment error