김일성종합대학학보 물리학 주체108(2019)년 제65권 제3호

MC방법에 의한 중성자수송방정식의 풀이방법

박철순, 최명신, 김만호

매질속으로의 중성자투과는 확률과정이 뚜렷한 립자수송과정으로서 볼츠만방정식으로 모형화할수 있다.[1, 2] MC방법은 우연량들의 모의에 의하여 자연확률모형으로 정의할수 있는 문제들을 일정한 정확도로 푸는 방법이며 우연수렬을 리용하여 물리적과정을 묘사하고 우연수렬의 거동으로부터 그 물리적과정의 매 특성량들을 추정한다. 그러나 MC방법은 확률과정이 뚜렷하지 않은 선형방정식, 미분방정식과 적분방정식의 풀이에도 적용할수 있다.[3]

론문에서는 MC방법을 리용하여 매질속에서 중성자수송방정식을 높은 정확도로 푸는 방법을 고찰하였다.

1. 선형적분형식의 비정상상태방정식

일반적으로 다체계에 대한 볼츠만방정식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}, t) = &\int_{\tau_s}^{t} d\tau \left\{ \int d\boldsymbol{u}_1 \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_2 \,|\, \boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2 \,|\, \sigma_j(|\, \boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2 \,|) \cdot \right. \\
&\cdot f_i[\boldsymbol{r} - (t-\tau)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_1, \tau] f_j[\boldsymbol{r} - (t-\tau)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_2, \tau] T_j(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u})] \cdot \\
&\left. \cdot \exp\left[-\int_{\tau}^{t} dq \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_2 \,|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_2 \,|\, \sigma_j(|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_2 \,|) f_j[\boldsymbol{r} - (t-q)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_2, q] \right] \right\} + \\
&+ |\, \boldsymbol{u}_n \,|^{-1} \int_{(\boldsymbol{u}_1)_n \le 0} d\boldsymbol{u}_1 \left\{ f_i(r_s, \boldsymbol{u}_1, \tau_s) \,|\, (\boldsymbol{u}_1)_n \,|\, \bar{T}(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{n}, \theta) \cdot \right. \\
&\left. \cdot \exp\left[-\int_{\tau_s}^{t} dq \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_2 \,|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_2 \,|\, \sigma_j(|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_2 \,|) f_j[\boldsymbol{r} - (t-q)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_2, q] \right] \right\} + \\
&+ \int_{\tau_s}^{t} d\tau \left\{ f_i^{(0)}[\boldsymbol{r} - (t-\tau)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}, \tau] \,|\, \boldsymbol{u} \,|\, \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_1 \sigma_j(|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_1 \,|) f_j[\boldsymbol{r} - (t-\tau)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_1, \tau] \cdot \right. \\
&\left. \cdot \exp\left[-\int_{\tau}^{t} dq \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_1' \,|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_1' \,|\, \sigma_j(|\, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_1' \,|) f_j[\boldsymbol{r} - (t-q)\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_1', q] \right] \right\}
\end{aligned} \tag{1}$$

여기서 오른변의 세번째 항은 원천항으로서 충돌이 없이 고찰구역 $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}+d\boldsymbol{u}; \boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}+d\boldsymbol{r})$에로 들어오는 립자를 의미하며 둘째 항은 겉면벽에서의 반사를 의미한다. 그리고 f_i는 i째 성분의 분포함수, N은 요소수, $\boldsymbol{r}$는 위치벡토르, $\boldsymbol{u}$는 속도벡토르, t, q, z는 시간변수, θ는 겉면수직벡토르 $\boldsymbol{n}$에 대한 각이다. 또한 $T(\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{u}_2,\ \boldsymbol{u})$는 속도가 $\boldsymbol{u}_1$인 고찰하는

요소가 속도가 $\boldsymbol{u}_2$ 인 매질립자와 충돌하여 속도가 u 로 될 확률, $\overline{T}(u_1, u_2, n, \theta)$ 는 속도가 $\boldsymbol{u}_1$ 인 립자가 걸면에 부딪쳐 속도 $\boldsymbol{u}_2$ 로 반사될 확률, σ_j 는 고찰하는 요소와 걸면사이의 충돌자름면적, τ_s 는 원천의 발생시간이다.

이제 새 변수

$$\boldsymbol{r}' = (t-\tau)\boldsymbol{u} \tag{2}$$

를 도입하면 다음식이 성립한다.

$$\int d\tau G[\boldsymbol{r}-(t-\tau)\boldsymbol{u}, \tau] = \int d\tau \int d\boldsymbol{r}' \delta[\boldsymbol{r}'-(t-\tau)\boldsymbol{u}] G(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}', \tau) = \int d\boldsymbol{r}' \int d\tau \delta[\boldsymbol{r}'-(t-\tau)\boldsymbol{u}] G(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}', \tau)$$

만일 δ 함수를 $\delta[|\boldsymbol{r}'|-(t-\tau)|\boldsymbol{u}|]\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}'}-\Omega_{\boldsymbol{u}})$ 로 변환하면 웃식은 다음과 같이 된다.

$$\int d\tau G[\boldsymbol{r}-(t-\tau)\boldsymbol{u}, \tau] = \int d\boldsymbol{r}' \int d\tau \frac{\delta[\boldsymbol{r}'-(t-\tau)\boldsymbol{u}]}{\boldsymbol{r}'^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}'}-\Omega_{\boldsymbol{u}}) G(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}', \tau) =$$

$$= \int d\boldsymbol{r}' \int d\tau \frac{\delta[\tau-(t-\boldsymbol{r}'/\boldsymbol{u})]}{\boldsymbol{r}'^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}'}-\Omega_{\boldsymbol{u}}) G(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}', \tau)$$

자리표변환 $\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{r}_1$, $d\boldsymbol{r}'=-d\boldsymbol{r}_1$ 을 하면 웃식은 다음과 같이 된다.

$$\int d\tau G[\boldsymbol{r}-(t-\tau)\boldsymbol{u}, \tau] = -\int d\boldsymbol{r}_1 \int d\tau \frac{\delta\left[\tau-\left(t-\dfrac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1}{\boldsymbol{u}}\right)\right]}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1|^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1}-\Omega_{\boldsymbol{u}}) G(\boldsymbol{r}_1, \tau) \tag{3}$$

방정식 (1)의 적분변수 τ 와 q 의 값구역을

$$\tau_s \le \tau \le t \tag{4}$$

$$\tau_s \le q \le t \tag{5}$$

와 같이 제한하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s| \le \boldsymbol{r}_1 \le |\boldsymbol{r}| \\ \Omega_{\boldsymbol{r}'}=\Omega_{\boldsymbol{u}}, \Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}=\Omega_{\boldsymbol{u}} \end{aligned} \tag{6}$$

이제 식

$$\int_{r_1}^{r_2} dr \left[r^2 \int_{-1}^{1} d\cos\theta \int_{0}^{2\pi} d\varphi \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}}-\Omega_{\boldsymbol{r}_0}) \right] = \int_{r_1}^{r_2} d\boldsymbol{r} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}}-\Omega_{\boldsymbol{r}_0})$$

을 도입하고 적분구간을 변화시킨다면 방정식 (1)은 다음과 같이 변형된다.

$$\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}, t) = \int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1 \int d\tau \frac{\delta[\tau-(t-|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1|\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1|^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}}-\Omega_{\boldsymbol{r}_0}) \cdot \left\{ \int d\boldsymbol{u}_1 \cdot \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_2 |\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{u}_2| \sigma_j(|\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{u}_2|) \cdot \right.$$

$$\cdot f_i(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_1, \tau) f_j(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_2, \tau) T_j(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}) \cdot \exp\left[-\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1' \int dq \frac{\delta[q-(t-|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'|\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'|^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'}-\Omega_{\boldsymbol{u}}) \right] \cdot$$

$$\left. \cdot \sum_{j=1}^{N} \int d\boldsymbol{u}_2 |\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_2| \sigma_j(|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_2|) f_j(\boldsymbol{r}_1', \boldsymbol{u}_2, q) \right\} + |\boldsymbol{u}_n|^{-1} \cdot$$

$$\cdot \int_{(u_1)_n \le 0} d\boldsymbol{u}_1 \left\{ f_i(\boldsymbol{r}_s, \boldsymbol{u}_1, \tau_s) |(\boldsymbol{u}_1)_n| \overline{T}(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, n, \theta) \exp\left[-\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1' \int dq \frac{\delta[q-(t-|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'|\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'|^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'}-\Omega_{\boldsymbol{u}}) \right] \cdot \right.$$

$$\cdot\sum_{j=1}^{N}\int d\boldsymbol{u}_2\,|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_2\,|\,\sigma_j(|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_2\,|)f_j(\boldsymbol{r}_1',\boldsymbol{u}_2,q)\Bigg\}+$$

$$+\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{r}_1\int d\tau\frac{\delta[\tau-(t-|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1\,|\,\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1\,|^2}\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1}-\Omega_{\boldsymbol{u}})\Bigg\{f_i^{(0)}(\boldsymbol{r}_1,\ \boldsymbol{u},\ \tau)\,|\,\boldsymbol{u}\,|\cdot$$

$$\cdot\sum_{j=1}^{N}\int d\boldsymbol{u}_1\sigma_j(|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_1\,|)f_j(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u}_1,\tau)]\exp\left[-\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{r}_1'\int dq\frac{\delta[q-(t-|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'\,|\,\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'\,|^2}\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'}-\Omega_{\boldsymbol{u}})\right]\cdot$$

$$\cdot\sum_{j=1}^{N}\int d\boldsymbol{u}_1'\,|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_1'\,|\,\sigma_j(|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_1'\,|)f_j[\boldsymbol{r}_1',\boldsymbol{u}_1',q]\Bigg\}\tag{7}$$

벽에서의 효과와 자체충돌을 무시하면 식 (7)의 두번째 항을 무시할수 있다. 여기서 $f_i=f$ 는 수송립자분포, f_j 는 수송립자외의 매질핵립자분포, N 은 수송립자외의 요소수이다. 그러면 매질립자의 속도분포는 다음과 같다.

$$\int d\boldsymbol{u}_2\sigma_j(|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_2\,|)f_j(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u}_2,\tau)=\Sigma_j(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u}_1,\tau)\tag{8}$$

여기서 σ_j 는 매질립자에 의한 j 째 요소의 거시자름면적이다. 마지막항은 매질상태가 시간에 따라 변하지 않는다는 가정에 기초하고있다. 이제

$$\sum_{j=1}^{N}\Sigma_j(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{u}_1,\ t)=\Sigma_t(\boldsymbol{r},\boldsymbol{u}_1)\tag{9}$$

로 놓으면 식 (1)은 다음과 같이 변형할수 있다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{u},t)=&\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{r}_1\int d\tau\frac{\delta[\tau-(t-|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1\,|\,\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1\,|^2}\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1'}-\Omega_{\boldsymbol{u}})\cdot\\&\cdot\Bigg\{\int d\boldsymbol{u}_1[f(r_1,\boldsymbol{u}_1,\tau)T(r_1,\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u})]\phi(r,\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u})+\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{r}_1\cdot\\&\cdot\int d\tau\frac{\delta[\tau-(t-|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1\,|\,\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1\,|^2}\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1}-\Omega_{\boldsymbol{u}})f^{(0)}(r_1,\boldsymbol{u},\tau)\phi(r,\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u})\Bigg\}\end{aligned}\tag{10}$$

여기서

$$\begin{aligned}T(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u})&=\sum_{j=1}^{N}\int d\boldsymbol{u}_2\frac{|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_2\,|}{|\,\boldsymbol{u}_1\,|}\sigma_j(|\,\boldsymbol{u}_1-\boldsymbol{u}_2\,|)f_j(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u}_2,\tau)T_j(\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{u})/\Sigma_t(\boldsymbol{r},\boldsymbol{u}_1)=\\&=\sum_{j=1}^{N}\int d\boldsymbol{u}_2P_j(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\tau)T_j(\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{u})\end{aligned}\tag{11}$$

$$\phi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{u})=\Sigma_t(\boldsymbol{r},\boldsymbol{u})\exp\left\{-\int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{r}''\int d\tau\frac{\delta[\tau-(t-|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}''\,|\,\boldsymbol{u}^{-1})]}{|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}''\,|^2}\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}''}-\Omega_{\boldsymbol{u}})\Sigma_t(\boldsymbol{r}'',\boldsymbol{u})\right\}\tag{12}$$

만일 다음의 식

$$\bar{\phi}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) = \frac{\delta[\tau - (t - |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1| \boldsymbol{u}^{-1})]}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1|^2} \delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1} - \Omega_{\boldsymbol{u}}) \phi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) \tag{13}$$

를 도입하면 식 (10)을 아래와 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}, t) = & \int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1 \int d\tau \int d\boldsymbol{u}_1 f(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_1, \tau) T(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}) \bar{\phi}(r, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) + \\ & + \int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1 \int d\tau f^{(0)}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}, \tau) \bar{\phi}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) \end{aligned} \tag{14}$$

τ 에 대하여 적분하면

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}, t) = & \int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1 \int d\boldsymbol{u}_1 \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_1, t - \frac{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1|}{u}\right) \cdot T(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}) \cdot \overline{\phi'}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) + \\ & + \int_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s}^{\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r}_1 f^{(0)}\left(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}_1, t - \frac{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1|}{u}\right) \cdot \overline{\phi'}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) \end{aligned} \tag{15}$$

이다. 여기서

$$\overline{\phi'}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u}) = \frac{\delta(\Omega_{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1} - \Omega_{\boldsymbol{u}})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1|^2} \phi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{u})$$

이다.

식 (11)에서

$$T_j(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}) = \sum_{k=1}^{n} P_k(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}) T_{k,j}(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u})$$

이며 P_k 는 k 째 반응확률, $T_{k,j}$ 는 j 째 핵과의 충돌후 k 째 반응이 일어나 속도가 $\boldsymbol{u}$ 로 될 확률이다. 따라서

$$T(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}) = \sum_{j,k} \int d\boldsymbol{u}_2 P_j(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \tau) P_k(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}) T_{k,j}(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}) \tag{16}$$

이제 $x = (r, u, t)$, $k(x, y) = T(x, t)\phi(x, y)$ 를 리용하면 식 (14)는 다음과 같이 된다.

$$\varphi(x) = \int_g k(x, y)\varphi(y) + f(x) \tag{17}$$

적분변수 g 는 위치와 속도벡토르를 나타낸다. 식 (17)은 프레드홀름형으로 변형할수 있다. 식 (17)을 다항식전개하고 매 마디점들에서 τ 와 위치벡토르의 각부분에 대하여 적분하면 7차원적분은 4차원공간 $(\boldsymbol{u}_1, l)$ 에 대한 적분으로 된다. 그러므로 식 (15)는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{u}, t) = & \int dl \int d\boldsymbol{u}_1 f\left(\boldsymbol{r} - l\Omega_u,\ \boldsymbol{u},\ t - \frac{l}{u}\right) \cdot T(\boldsymbol{r} - l\Omega_u, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}) \cdot \phi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r} - l\Omega_u, \boldsymbol{u}) + \\ & + \int dl f^{(0)}\left(\boldsymbol{r} - l\Omega_u,\ \boldsymbol{u},\ t - \frac{l}{u}\right) \cdot \phi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r} - l\Omega_u, \boldsymbol{u}) \end{aligned} \tag{18}$$

$$l = |\boldsymbol{r}'| = |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1|$$

2. 확 률 모 형

식 (17)은 다음과 같이 전개할수 있다.

$$\varphi(x)=f(x)+R_\lambda f(\lambda)$$

수송과정에 대한 모든 정량적인 추정은

$$I_h(\varphi, h)=\int_g \varphi(x)h(x)dx, \quad h\in x(g)$$

에 의하여 결정된다. 이와 같은 추정에서 우연량은 ξ_i로 표시되며 우연량의 기대값은

$$M\xi_i=(k^l f, h_i) \tag{19}$$

이다. 여기서 $f(x)$는 원천의 분포를 나타낸다.

$(k-1)$째 마디점까지의 이행확률에 대하여서는 다음의 식이 성립한다.

$$P(x_{k-1}, x_k)=T'(x_{k-1}, x_k)[1-\xi(x_{k-1})] \tag{20}$$

여기서 $T'(x_{k-1},\ x_k)$는 탄성, 비탄성, 립자발생부분을 제외한 몫으로서 다음과 같다.

$$T'=\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{m}\int d\boldsymbol{u}_2 P_k P_j T_{j,k} \tag{21}$$

여기서 m은 가능한 통로들에서 우의 조건들이 고려되는 반응통로들이다.

N째 마디점들에서 이행확률을

$$P(x_{N-1},\ x_N)=1 \tag{22}$$

로 취하고 $\{\bar{x}_k\}_{k=0}^{\infty}$와 같은 마르꼬브과정을 나타낸다고 하자.

다음과 같은 우연량

$$\begin{aligned} &Q_0=f(x_0),\\ &Q_k=Q_{k-1}\frac{K(x_{k-1},\ x_k)}{P(x_{k-1},\ x_k)},\\ &\overline{Q}_k=Q_{k-1}K(x_{k-1}, x_k)\end{aligned} \tag{23}$$

를 도입하면 $\{\bar{x}_k\}_{k=0}^{\infty}$에 대하여 량

$$\zeta_k=\sum_{k=0}^{N}\overline{Q}_k h(x_k) \tag{24}$$

는 기대값으로 되며 이때 추정값 ζ_k의 발산은 항상 ξ_k보다 작다.

3. 수치모의와 결과분석

직경이 10mm인 천연우라니움구를 두께가 1mm인 금으로 피복한 계에서 중성자흐름을 계산하고 MCNP-5의 계산결과와 비교하였다.(표) 이때 중성자원천의 방출률은 10^{24}개/$(\mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{sr}\cdot\mathrm{s})$이고 중성자의 에네르기는 14.1MeV로 하였다.

계산결과는 직접모의에 의해서가 아니라 MC방법을 리용하여 매질속에서 중성자수송방정식을 높은 정확도로 풀수 있다는것을 보여준다.

표. 구경계면에서의 중성자묶음세기

ΔE /MeV	중성자묶음세기 /(개·s^{-1})	
	계산값	MCNP-5계산값
0～0.7	$8.24 \cdot 10^{24}$	$8.28 \cdot 10^{24}$
0.7～10.0	$1.90 \cdot 10^{24}$	$1.93 \cdot 10^{24}$
10.0～14.0	$6.69 \cdot 10^{25}$	$6.72 \cdot 10^{25}$
14.0～14.1	$3.86 \cdot 10^{25}$	$3.87 \cdot 10^{25}$

맺 는 말

1) 비정상볼츠만적분방정식을 립자수송모형화에 적용할수 있도록 전개하였다.

2) 볼츠만방정식의 선형적분형식에 기초하여 MC모의에 적용할수 있는 수송과정모형을 개발하였다.

3) 계산실험을 통하여 직접모의가 아니라 MC방법을 리용하여 매질속에서 중성자수송방정식을 높은 정확도로 풀수 있다는것을 확증하였다.

참 고 문 헌

[1] J. Biersack et al.; Nucl. Inst. Meth., 174, 257, 1999.

[2] M. Kalos; Methods in Monte Carlo Solution of The Radiation Transport Equation, NDL-TR-36, 2012.

[3] D. B. Mac Millian; Nucl. Sci. Eng., 48, 219, 2006.

주체108(2019)년 3월 5일 원고접수

Solution Method of Neutron Transport Equation by MC Method

Pak Chol Sun, *Choe Myong Sin* and *Kim Man Ho*

We developed the transport course model in MC simulation, based on the linear integration form of the Boltzman equation. And through the calculation experiment, we confirmed that the neutron transport equation in medium could be solved with a high accuracy, by using MC method, not the direct simulation.

Key words: neutron transport equation, MC Method