김일성종합대학학보 주체108(2019)년
수 학 제65권 제1호

큰 변위를 고려한 아치구조의 내력계산방법

리 경 희

건설에서 습식공법에 비한 건식공법의 리용률이 높아지는데 따라 철근콩크리트에 비해 견고하고 가벼우며 내진성능이 좋은 강철구조를 널리 리용하고있다. 그러나 아치구조가 기하학적, 물리학적 2중비선형특성을 가지고있는것으로 하여 계산은 리론적으로 일정하게 어려운 문제들을 가지고있으므로 아치구조에서 내력계산에 대한 정확한 방법을 확정하지 못하고있다.[1, 3]

선행연구[2]에서는 아치구조지붕설계시에 비선형해석을 진행하는 경우 힘작용의 독립성의 원리를 리용하여 개별적하중들에 대하여 계산을 진행하였는데 이로부터 비선형내력을 계산하는것은 실지 일상태의 정확한 반영으로 되지 못한다.

론문에서는 큰 변위를 고려한 아치구조의 내력계산방법을 확립하고 구부림모멘트증대결수결정방법을 제기하여 내력계산에서 보다 높은 정확성과 믿음성을 보장하였다.

1. 추 력 계 산

포물선아치의 임의의 한점에 집중힘 $P=1$이 작용한다고 하자.(그림 1)

이때 추력은 다음과 같이 계산한다.

$$H=\frac{5}{8}\frac{Pl}{f}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1+\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]\frac{1}{1+\nu} \tag{1}$$

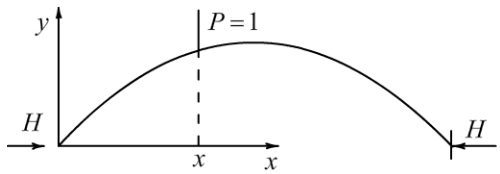

그림 1. 포물선아치구조의 추력

여기서 l은 아치구조의 경간이고 f는 아치구조의 높이이며 ν는 아치의 세기지수이다.

식 (1)은 다음과 같이 근사시킬수 있다.

$$H=\frac{3}{4}\frac{Pl}{f}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) \tag{2}$$

식 (1), (2)에서

$$\partial_1=\frac{3}{4}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right),\ \partial_2=\frac{5}{8}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1+\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]$$

이며 ∂_1과 ∂_2사이의 오차는 표 1과 같다.

표 1. ∂_1과 ∂_2사이의 오차

x/l	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
∂_1	0.068	0.120	0.158	0.180	0.188	0.180	0.158	0.120	0.068	0
∂_2	0.0613	0.116	0.159	0.186	0.195	0.186	0.159	0.116	0.061	0
오차/%	10.1	3.4	−0.8	−3.2	-4.0	−3.2	−0.8	3.4	10.1	0

표 1에서 보는바와 같이 오차는 주로 지점근방에서 크며 경간에서는 3.4%미만이다.

따라서 x지점에 단위힘 P=1이 작용할 때 추력계산의 근사식을 식 (2)와 같이 쓸수 있다.

2. 변형에 의한 2차효과를 고려할 때의 내력계산과 응용

아치구조계산에서 변형에 의한 2차효과를 고려하면 다음의 식이 성립된다.

$$M(x) = M^0(x) + N^0(x)y(x)\frac{1}{\sqrt{1+y'^2(x)}} \tag{3}$$

$$y(x)\frac{1}{EI}\int_0^l M(\xi)\overline{M}(x\xi)d\xi\sqrt{1+y'^2(\xi)} \tag{4}$$

여기서 $\overline{M}(x\xi)$는 $A(x, y)$자름면에 y방향으로 단위힘 P=1인 하중을 작용시킬 때 추력과 반력, 단위하중에 의하여 ξ자름면에 생기는 모멘트, $M(x)$, $M(\xi)$는 큰 변위를 고려할 때 생기는 x, ξ자름면에서의 2차모멘트, $M^0(x)$는 선형계산으로 얻어지는 아치구조의 1차모멘트, $N^0(x)$는 선형계산으로 얻어지는 아치구조의 축방향힘이다.

풀이를 얻기 위하여 식 (3)을 다음과 같이 가정하자.

① 큰 변위계산을 진행할 때 축방향힘 $N^0(x)$는 변하지 않는다.

② 아치구조를 포물선으로 가정한다.

포물선의 형태가 $y(\xi) = 4f\frac{\xi}{l}\left(1-\frac{\xi}{l}\right)$일 때 식 (2)를 적용하면

$$I(x\xi) = y(\xi)H = 3l\frac{\xi}{l}\left(1-\frac{\xi}{l}\right)\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) \tag{6}$$

이다. 한편 식 (3)에 (4)를 대입하여 변형하면 다음의 식이 얻어진다.

$$y(x) = y^0(x) + \frac{ql}{EI}\int_0^l \sqrt{\frac{N^0(x)}{ql}}\sqrt{\frac{N^0(\xi)}{ql}}\overline{M}(x\xi)y(\xi)d\xi \tag{7}$$

식 (7)은 프레드홀름의 비동차방정식이다. 식 (7)에서

$$G(x\xi) = \int_0^l \sqrt{\frac{N^0(x)}{ql}\sqrt{\frac{N^0(\xi)}{ql}}\overline{M}(x\xi)}$$

를 핵이라고 할 때 핵의 고유값은 반드시 존재하며 서로 다른 고유값에 대한 고유함수는 서로 직교한다. 이 고유함수를 ψ_n, 고유값을 ν_n이라고 하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\psi_n(x) = \nu_n\int_0^l G(x\xi)\psi_n(\xi)d\xi \tag{8}$$

따라서 식 (7)의 풀이는 다음과 같다.

$$y(x) = y^0(x) + \sum_{n=1}^{3}\frac{\lambda g_n}{\nu_n - \lambda}\psi_n(x) \tag{9}$$

여기서 $\lambda = ql/EI$이며 g_n은 $\psi_n(x)$전개결수이다.

큰 변위문제 즉 기하학적비선형문제에서는 힘의 독립성의 원리가 성립하지 않으므로

비선형구부림모멘트를 구하는것은 실지 상태를 정확히 반영하지 못한것으로 된다.

론문에서는 하중조합으로 구부림모멘트증대결수를 구하고 이로부터 아치구조의 내력을 결정하여 계산결과를 대비분석해보았다. 이때 비선형계산과 선형계산을 진행하였다.

비선형계산과 선형계산에 의한 내력결과를 대비분석하기 위하여 형박판아치형지붕의 절반구간에 균등분포눈하중이 실리는 경우를 실례를 들어 보았다.

아치형지붕경간의 절반구간에 균등분포눈하중이 작용할 때 선형계산과 론문에서 제기한 비선형계산방법으로 아치형지붕의 모멘트와 변위계산결과를 분석하였다.(표 2)

표 2. 반경간균등분포눈하중이 작용할 때의 내력결과분석

해석경우	M_{max}/(kN·m)	$\overline{M}_{max}$/(kN·m)	N_{max}/kN	f_{max}/cm	σ_{max}/MPa
선형해석	15.16	14.28	16.74	22.51	244.93
비선형해석	18.12	18.31	16.63	30.67	296.94
오차/%	22.80	28.20	−0.70	36.30	21.20

표 2에서 보는바와 같이 반경간균등분포눈하중이 작용하는 경우에 축방향힘은 거의 변화가 없지만 모멘트값에서는 거의 25%이상, 변위값에서는 30%이상의 차이가 생기므로 실제상 큰 변위에 의한 이 내력증가값은 무시할수 없다. 이것은 선형해석만으로는 아치구조의 내력을 정확히 계산할수 없으며 반드시 변형에 의한 비선형해석을 진행하여야 한다는것을 보여준다.

맺 는 말

비선형계산방법을 리용하여 하중조합을 진행함으로써 아치구조의 내력을 보다 정확히 계산할수 있다.

참 고 문 헌

[1] 리희균 등; 건물구조력학, 평양건축종합대학출판사, 151～163, 주체102(2013).
[2] 刘锡良; 建筑结构学扳, 22, 20, 1996.
[3] 杨洋; 工程力学, 29, 45, 2012.

주체107(2018)년 9월 8일 원고접수

A Calculating Method of Internal Forces of the Arch Structure Considering a Large Displacement

Ri Kyong Hui

We suggested the non-linear calculating method to compute more exact internal forces of the arch structure by means of load combination. We calculated the final internal forces of the arch structure using the bending moment enhancement coefficient.

Key words: non-linear calculating method, arch structure, load combination