

GM형팔스관랭동기의 열력학적분석

장 현 철

위대한 수령 김일성동지께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《세포공학, 유전자공학, 초고압물리학, 극저온물리학을 발전시키며 원자에너지, 태양에너지를 비롯한 새로운 에너지를 개발하며 레이자와 플라즈마를 깊이 연구하여 인민경제에 널리 리용하도록 하는데 힘을 넣어야 하겠습니다.》(《김일성전집》 제72권 292페이지)

선행연구[3]에서는 압축기로부터의 질량흐름이 축랭기로 흐른다고 보고 GM형팔스관랭동기의 열력학적계산을 진행하였다. 그러나 대다수 이론적연구들[1, 2]에서는 압축기로부터의 질량흐름이 축랭기와 2중입구발브로 흐른다고 보고있다.

우리는 압축기로부터의 질량흐름이 축랭기와 2중입구발브로 흐른다고 보고 열력학적 제1법칙과 제2법칙을 리용하여 쏘레노이드발브를 리용하는 GM형팔스관랭동기의 랭각능력과 압축일을 계산하였다.

랭각능력과 압축일을 계산하기 위한 GM형팔스관랭동기의 구성도는 그림과 같다.

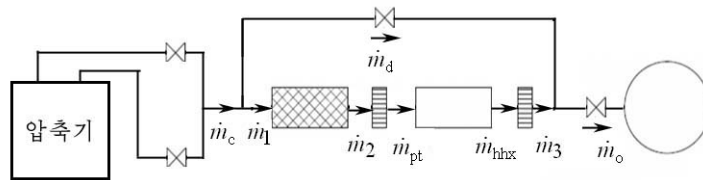


그림. GM형팔스관랭동기의 구성도

그림에서 \dot{m}_c , \dot{m}_d , \dot{m}_0 는 각각 고압발브, 2중입구발브, 오리피스발브를 통과하는 질량흐름속도, \dot{m}_1 과 \dot{m}_2 는 각각 축랭기의 입구와 출구에서 질량흐름속도, \dot{m}_{pt} 와 \dot{m}_{hhx} 는 각각 팔스관과 고온단열교환기의 입구에서 질량흐름속도, \dot{m}_3 은 고온단열교환기의 출구에서 질량흐름속도이다.

또한 작업기체는 헬륨이고 이상기체로 보았으며 랭동기에서 압력파형은 구형파로 보고 해석하였다.

축랭기안에서의 질량흐름속도는 다음과 같다.

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \frac{V_r}{RT_e} \frac{dP}{dt} \quad (1)$$

여기서 T_e 는 유효온도로서 $T_e = (T_h - T_c) / \ln(T_h / T_c)$ 이며 T_c 와 T_h 는 각각 랭동기의 저온단과 고온단의 온도이다.

이 식은 축랭기안에서 작업기체의 온도분포가 선형이며 매 위치에서의 온도변화가 매우 작다는 가정에 기초하고있다.

저온단 및 고온단 열교환기에서의 질량흐름속도는 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{m}_2 - \dot{m}_{pt} = \frac{V_{chx}}{RT_c} \frac{dP}{dt} \quad (2)$$

$$\dot{m}_{hhx} - \dot{m}_3 = \frac{V_{hhx}}{RT_h} \frac{dP}{dt}$$

팔스관벽이 단열이라면 팔스관안에서의 질량흐름속도는 다음과 같다.

$$\dot{m}_{pt} = \frac{V_{pt}}{\gamma RT_c} \frac{dP}{dt} + \frac{T_h}{T_c} \dot{m}_{hhx} \quad (3)$$

따라서 저온단열교환기입구에서 질량흐름속도는 다음과 같다.

$$\dot{m}_2 = \frac{V_{eq}}{RT_c} \frac{dP}{dt} + \frac{T_h}{T_c} \dot{m}_3 \quad (4)$$

여기서 V_{eq} 는 등가체적으로서 $V_{eq} = V_{chx} + \frac{1}{\gamma} V_{pt} + V_{hhx}$ 이며 첨수 chx, hhx, pt, r, h, c 는 각각 저온단열교환기, 고온단열교환기, 팔스관, 축랭기, 고온 및 저온을 의미한다.

오리피스발브에서의 질량흐름속도는 팔스관고온단과 2중입구발브에서의 질량흐름속도의 합이므로 다음과 같다.

$$\dot{m}_o = \dot{m}_3 + \dot{m}_d \quad (5)$$

한편 2중입구발브에서의 질량흐름속도는 다음과 같다.

$$\dot{m}_d = -\frac{\alpha V_{eq}}{RT_h} \frac{dP}{dt} + \beta \dot{m}_o \left(\frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \right) \quad (6)$$

오리피스발브의 완전저항을 Z 라고 하면 $\dot{m}_o = (P - P_0)/Z$ 이다.

또한 축랭기입구에서 질량흐름속도는

$$\dot{m}_1 = \left[\frac{\varphi V_{reg}}{RT_c} + (1 + \alpha) \frac{V_{eq}}{RT_c} \right] \frac{dP}{dt} + \frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \frac{P - P_0}{Z} \quad (7)$$

이며 $r_v \equiv (\varphi V_{reg} / V_{eq}) / (T_c / T_h)$ 라고 하면 다음과 같다.

$$\dot{m}_1 = (1 + \alpha + r_v) \frac{V_{eq}}{RT_c} \frac{dP}{dt} + \frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \frac{P - P_0}{Z} \quad (8)$$

저온단열교환기입구에서 질량흐름속도는

$$\dot{m}_2 = (1 + \alpha) \frac{V_{eq}}{RT_c} \frac{dP}{dt} + \frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \frac{P - P_0}{Z} \quad (9)$$

팔스관의 저온단에서 질량흐름속도는

$$\dot{m}_{pt} = \frac{(1 + \alpha)V_{eq} - V_{chx}}{RT_c} \frac{dP}{dt} + \dot{m}_o \frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \quad (10)$$

이며 총질량흐름속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_c &= \dot{m}_1 + \dot{m}_d = \\ &= \left[1 + r_v + \left(1 - \frac{T_c}{T_h} \right) \alpha \right] \frac{V_{eq}}{RT_c} \frac{dP}{dt} + (1 + \beta) \frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \frac{P - P_0}{Z} \end{aligned} \quad (11)$$

2중입구발브와 축랭기를 통과하는 질량흐름속도의 비는 다음과 같다.

$$\frac{\dot{m}_d}{m_1} = \frac{-\frac{\alpha V_{eq}}{RT_n} \frac{dP}{dt} + \frac{\beta T_h}{T_c + \beta T_h} \frac{P - P_0}{Z}}{(1 + \alpha + r_v) \frac{V_{eq}}{RT_c} \frac{dP}{dt} + \frac{T_h}{T_c + \beta T_h} \frac{P - P_0}{Z}} \quad (12)$$

발브가 열리는 순간과 닫기는 순간에 식 (12)에서 dP/dt 가 우세하므로 식 (11)은 다음과 같다.

$$\left(\frac{\dot{m}_d}{m_1} \right)_{dP/dt \neq 0} \cong \frac{-\frac{\alpha V_{eq}}{RT_h}}{(1 + \alpha + r_v) \frac{V_{eq}}{RT_c}} \quad (13)$$

압력이 변하지 않는 동안에는 $dP/dt = 0$ 이므로 $(\dot{m}_d/m_1)_{dP/dt=0} = \beta$ 로 된다. 축랭기와 2중입구발브는 같은 압력차에서 동작하기때문에 그것들의 질량흐름속도의 비는 정확히 그것들의 흐름저항의 비의 거꿀수와 같다. 축랭기 또는 2중입구발브의 흐름저항은 기하학적특징을 가지며 시간에 대해서 일정하다고 보면 2중입구발브와 축랭기질량흐름속도의 비는 압력변화시간에서와 압력지속시간에서 같아야 하므로 다음 식이 성립한다.

$$\frac{-\frac{\alpha V_{eq}}{RT_h}}{(1 + \alpha + r_v) \frac{V_{eq}}{RT_c}} = \beta \quad (14)$$

따라서 식 (14)로부터 다음과 같은 α 와 β 사이의 관계를 얻을수 있다.

$$\beta = \frac{-\alpha}{1 + \alpha + r_v} \frac{T_c}{T_h} \quad (15)$$

한편 GM형 팄스판랭 동기인 경우 축랭기입구에서의 엔탈피흐름은 다음과 같다.

$$H_1 = f \oint \dot{m}_1 h_1 dt \quad (16)$$

식 (16)은 팄스판인 경우에도 적용된다.

에네르기보존의 법칙에 의하면 축랭기입구에서 엔탈피흐름은 저온단열교환기입구에서의 엔탈피흐름과 같아야 한다. 즉 $H_1 = H_2 = f \oint \dot{m}_2 h_2 dt$ 이다.

한편 축랭기입구에서 엔탈피흐름은 축랭기의 효율에 관계된다.

$$1 - \eta_{축} = 1 - \frac{\text{실지열전달}}{\text{가능한 최대열전달}} \cong \frac{H_1}{\dot{m}_1 C_p (T_h - T_c)} \quad (17)$$

저온단열교환기는 랭각대상으로부터 열부하 Q_c 를 받기때문에 팄스판입구에서 엔탈피흐름은 다음과 같다.

$$H_2 + Q_c = H_{pt} = f \oint \dot{m}_{pt} h_{pt} dt \quad (18)$$

팄스판입구에서 엔탈피흐름은 팄스판이 단열되었다고 가정하면 고온단열교환기입구에서 엔탈피흐름과 같아야 한다. 즉 $H_{pt} = H_{hhx} = f \oint \dot{m}_{hhx} h_{hhx} dt$ 이다.

또한 팔스관입구에서의 엔트로피흐름은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_{pt} &= f \oint \dot{m}_{pt} s_{pt} dt = \frac{f}{T_c} \oint \dot{m}_{pt} h_{pt} dt - \frac{f v_c}{T_c} \oint \dot{m}_{pt} P dt = \\ &= \frac{H_{pt}}{T_c} - \frac{f v_c}{T_c} \oint \dot{m}_{pt} P dt \end{aligned} \quad (19)$$

팔스관에서의 팽창과정이 이상적인 경우에는 엔트로피생성이 없어야 한다. 이때 $S_{pt} = 0$ 이므로 $H_{pt} = f v_c \oint \dot{m}_{pt} P dt$ 으로 된다. 그러나 팽창과정에 불가피하게 엔트로피가 생긴다.

팽창효를 η 를 도입하면 팔스관입구에서 엔탈피흐름은 다음과 같다.

$$H_{pt, i} = \eta f v_c \oint \dot{m}_{pt} P dt \quad (20)$$

따라서 팔스관입구에서 엔트로피흐름은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_{pt} &= -(1-\eta) \frac{f v_c}{T_c} \oint \dot{m}_{pt} P dt \\ S_{pt} &= -(1-\eta) \frac{f \delta V_{eq}}{1-\beta} \frac{(P_H - P_L)}{T_c + \beta T_h} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 P_H, P_L, δ 는 무분량이다.[3]

외부적인 열부하 Q_c 가 저온단열교환기에서 흡수되므로 엔트로피 역시 저온단열교환기에서 작업기체에 전달되고 저온단열교환기에서 작업기체에 전달되는 엔트로피 S_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_2 &= S_{pt} - \frac{Q_c}{T_c} = \\ &= \frac{(1-\varepsilon) \dot{m}_1 C_p (T_h - T_c)}{T_c} - \frac{\delta V_{eq}}{1-\beta} \frac{(P_H - P_L)}{T_c + \beta T_h} \end{aligned} \quad (22)$$

리론적해석으로부터 팔스관팽동기의 팽각능력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{Q}_c &= \eta \frac{T_c}{T_c + \beta T_h} \frac{\delta V_{eq}}{(1-\beta)} (P_H - P_L) - (1-\varepsilon) C_p (T_h - T_c) \frac{f V_{eq}}{R T_c} \cdot \\ &\cdot \left[(1 + \alpha + r_v)(P_H - P_L) + \frac{T_c}{T_c + \beta T_h} \frac{\delta}{1-\beta} \frac{P_H + P_L}{2} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

또한 작업기체를 압축하는데 드는 압축일은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{W}_c &= \overline{\dot{m}}_c C_p T_h \left[\left(\frac{P_H}{P_L} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = \\ &= \frac{f V_{eq}}{R T_c} \left\{ \left[1 + r_v + \left(1 - \frac{T_c}{T_h} \right) \alpha \right] (P_H - P_L) + \delta \frac{1+\beta}{1-\beta} \frac{T_c}{T_c + \beta T_h} \frac{P_H + P_L}{2} \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

식 (23), (24)로부터 팽각능력과 압축일은 팔스관의 설계변수들인 $f, V_{eq}, P_H, P_L, \alpha, \beta$ 의 함수이라는데 알 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] P. C. T. de Boer; Cryogenics, **43**, 379, 2003.
- [2] A. R. Ghahremani et al.; Cryogenics, **51**, 173, 2011.
- [3] J. Jung et al.; Cryogenics, **47**, 510, 2007.

주체103(2014)년 8월 5일 원고접수

Thermodynamic Analysis of GM-Type Pulse Tube Cooler

Jang Hyon Chol

The theoretical refrigeration power and coefficient of performance of GM-type pulse tube cooler are discussed by using the first and second laws of thermodynamics in this paper. The results of these analysis provide a simple tool for designing an optimized pulse tube for a specific cooling capacity.

Key word: GM-type pulse tube cooler