

# 직물강화복합재료의 열팽창결수결정을 위한 한가지 방법

안정범, 서영일

경애하는 김정은동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《지식경제시대인 오늘 과학기술은 사회경제발전을 규제하고 떠밀어나가는 결정적요인으로 되고있습니다.》

항공우주공업부문에서 광범히 리용되고있는 복합재료는 강한 열짐을 받는데 실례로 높은 속도로 운동하는 항공우주기구에서 일부분의 온도는 상온에서부터 짧은 시간동안에  $1\,000^{\circ}\text{C}$  가 넘는 높은 온도까지 증가한다.[2] 그러므로 복합재료 특히 현실에서 많이 리용되는 직물강화복합재료의 열팽창특성을 정확히 해석하는것은 매우 중요한 문제로 제기된다.

일반적으로 복합재료의 특성량들은 주로 해석적방법[2]과 수치적방법[1, 3]으로 계산하는데 대체로 복합재료의 유효탄성결수와 같은 특성량들을 결정하는데 많은 주의가 돌려지고있다. 열팽창결수와 같은 특성량들을 결정하는 문제에 대하여서는 한방향복합재료[3]와 같은 비교적 단순한 구조들에 국한되어있고 실험적으로 결정하는 방법[4]이 광범히 리용되며 직물강화복합재료에 대하여서는 수치방법을 많이 리용한다.

본문에서는 직물강화복합재료의 열팽창결수를 해석적으로 결정하기 위한 한가지 방법을 제기하고 수치모의를 통하여 그 타당성을 확정하였다.

## 1. 열팽창결수의 해석적결정

복합재료의 열팽창에서 응력과 변형사이의 관계와 직교이방성재료의 순수한 열팽창에서 온도변화로 인한 열변형을 다음의 식들로 표시할수 있다.[1]

$$\sigma^0 = C(\varepsilon^0 - \alpha^0 T) \quad (1)$$

$$\varepsilon_i^0 = \alpha_i^0 T, \quad i = x, y, z \quad (2)$$

여기서  $\sigma^0$ ,  $\varepsilon^0$  은 응력과 변형이고  $C$ 는 역세기행렬,  $\alpha_i^0$  은 열팽창결수,  $T$ 는 온도변화이다.

이로부터 열팽창결수를 결정하기 위해서는 고찰하는 구조에 일정한 온도를 가한 후 열변형을 결정하고 식 (2)를 리용하면 열팽창결수를 결정할수 있다.

이제 그림 1과 같은 직물강화복합재료의 열팽창결수를 결정하여보자. 씨실과 날실섬유는 서로 역세계 결합되어있으며 균일하게 배치되어있다고 가정한다. 또한 판형식의 직물강화복합재료의 가로자름면을 보여주는데 여기서 모체는 보여주지 않았다. 그림에서 점선으로 표시한 부분만 고찰하면 복합재료의 열팽창결수를 결정할수 있다.

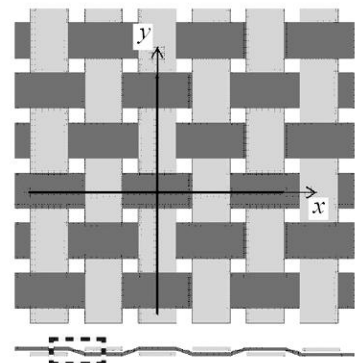


그림 1. 직물강화복합재료

그림 2에서 보여주는 대표요소에서 알수 있는바와 같이 씨실 및 날실섬유의 두께는  $t$ ,

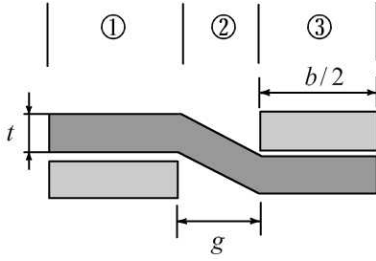


그림 2. 대표요소

씨실(날실)섬유들사이의 간격은  $g$ , 너비는  $b$ 이다. 씨실과 날실이 같은 재료이고 그림 1에서 점선으로 표시한 부분이 자유열팽창하는 경우에  $x, y$  방향의 열팽창결수는 같으므로  $x$  방향만 고찰하겠다. 자유열팽창인 경우 3개의 구역으로 나누면 구역 ①과 ③은 같으므로 1개만 고찰하면 된다.

자유열팽창으로 인한 구역 ①의 열팽창결수는 다음의 식으로부터 계산할수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}_{\Delta T=1} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}_{\Delta T=1} = ([A] - [B][D]^{-1}[B])^{-1} \left( \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \end{Bmatrix} - [B][D]^{-1} \begin{Bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} \right)_{\Delta T=1} \quad (3)$$

여기서

$$\{N^T\} = \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \end{Bmatrix} = \Delta T \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}_k (h_k - h_{k-1}) \quad (4)$$

$$\{M^T\} = \begin{Bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \Delta T \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k - h_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \end{aligned} \right\} (i, j = 1, 2, 6) \quad (6)$$

이며  $[\bar{Q}_{ij}]_k, \{\alpha\}_k$ 는  $k$ 번째 층의 변환된 환산역세기행렬 및 열팽창결수,  $h_{k-1}$ 은  $k$ 번째 층의 두께방향을 따라서 아래점의  $z$ 값,  $h_k$ 는 옷점의  $z$ 값들이다.

따라서 구역 ①에서  $x$ 축방향길이변화는 다음과 같다.

$$\Delta l_1 = \alpha_x T \frac{b}{2} \quad (7)$$

한편 구역 ②에서는

$$\Delta l_2 = \alpha_{xy} T g \quad (8)$$

이고 구역 ③에서는 구역 ①에서와 같은 값을 가진다. 여기서  $\alpha_x$ 는 구역 ①, ③의  $x$ 방향 열팽창결수이고  $\alpha_{xy}$ 는 구역 ② 즉 섬유의 길이방향열팽창결수이다.

따라서 자유열팽창으로 인한 전체 길이변화는

$$\Delta l = 2\Delta l_1 + \Delta l_2 = (\alpha_x b + \alpha_{xy} g) T \quad (9)$$

이다. 즉 식 (2)로부터 직물강화복합재료의 열팽창결수는 다음과 같다.

$$\alpha_x^0 = \frac{\alpha_x b + \alpha_{xf} g}{b + g} \quad (10)$$

## 2. 수치 모 의

해석식의 결과를 확증하기 위하여 수치모의를 진행하자.

수치모의에 리용된 재료의 력학적 및 기하학적특성량은 다음과 같다.

$$E_1=181\text{GPa}, E_2=10.3\text{GPa}, E_3=10.3\text{GPa}, \nu_{12}=0.28$$

$$\nu_{23}=0.6, \nu_{13}=0.28, G_{12}=7.17\text{GPa}, G_{23}=3\text{GPa}, G_{13}=7.17\text{GPa}$$

$$\alpha_1=0.02 \times 10^{-6} \text{K}, \alpha_2=22.5 \times 10^{-6} \text{K}, \alpha_3=22.5 \times 10^{-6} \text{K}$$

$$b=1\text{mm}, t=0.25\text{mm}, g=0.4\text{mm}$$

우선 논문에서 제기한 방법을 리용하여 열팽창결수를 해석적으로 구하자.

식 (4)–(6)을 리용하면 구역 ①, ③에서의 열팽창결수를 다음과 같이 구할수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} 4.803 \ 9 & 0.144 \ 8 & 0 \\ 0.144 \ 8 & 4.803 \ 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0.358 \ 5 \end{bmatrix} \times 10^7, \quad B = \begin{bmatrix} -5.358 \ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5.358 \ 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^3$$

$$D = \begin{bmatrix} 1.000 \ 8 & 0.030 \ 2 & 0 \\ 0.030 \ 2 & 1.000 \ 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.074 \ 7 \end{bmatrix}$$

$$\{N^T\} = \begin{Bmatrix} 75.415 \ 9 \\ 75.415 \ 9 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{M^T\} = \begin{Bmatrix} 0.005 \ 1 \\ -0.005 \ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.21 \\ 5.21 \\ 0 \end{Bmatrix} \times 10^{-6}$$

따라서 식 (10)으로부터 직물강화복합재료의 열팽창결수는 다음과 같다.

$$\alpha_x^0 = \frac{\alpha_x b + \alpha_{xf} g}{b + g} = \frac{5.21 \times 10^{-6} \times 10^{-3} + 0.02 \times 10^{-6} \times 0.4 \times 10^{-3}}{1.4 \times 10^{-3}} = 3.727 \ 1 \times 10^{-6}$$

다음으로 공학해석프로그램 Ansys를 리용하여 직물강화복합재료의 열변형을 결정하고 그로부터 열팽창결수를 구해보자. 해석에 리용한 재료의 력학적 및 기하학적특성량은 앞의 경우와 같고 Plane183요소를 리용하였는데 유한요소해석모형을 그림 3에서 보여주었다.

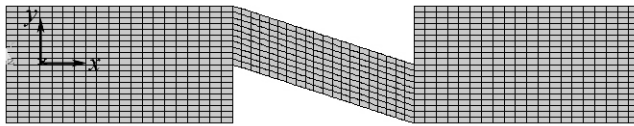


그림 3. 유한요소해석모형

해석모형의 왼쪽변두리에 대칭경계조건을 설정하고 모든 마디점들에 단위온도짐을 작용시켰을 때 그에 따르는 복합재료의 x방향변위를 결정하면 평균값이  $3.57 \times 10^{-6} \text{m}$ 라는 것을 알수 있다. 이것을 해석적방법으로 얻은  $3.727 \ 1 \times 10^{-6} \text{m}$ 와 비교하면 오차는 3%미만으로서 그리 크지 않다.

## 참 고 문 헌

- [1] Jian-Jun Gou et al.; Composite Structures, 195, 99, 2018.
- [2] V. V. Vasiliev et al.; Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures, Elsevier, 300~310, 2018.
- [3] M. K. Hassanzadeh-Aghdam et al.; Composites, A96, 110, 2017.
- [4] Taixin Liang et al.; Composites, B166, 428, 2019.

주체109(2020)년 12월 5일 원고접수

### **A Method for Determination of Thermal Expansion Coefficients of Textile Reinforced Composites**

*An Jong Bom, So Yong Il*

In this paper, a method for determination of thermal expansion coefficients of textile reinforced composites is developed.

The approach developed in this paper is validated by comparing with numerical analysis, and it can be applied to some thermal expansion studies of textile reinforced composites.

Keywords: thermal expansion coefficient, textile reinforced composite