

Dec. 7, 2005. Open book. 70분

100점 만점. 각 문제당 20점

\* 만일 불확실한 것이 있다면 본인이 직접 가정을 하고 진행할 것. 합리적인 가정을 하는 것도 실력임.

1. Warshall의 Transitive Closure 알고리즘이다.

```

TransitiveClosure(G) // G=(V, E)
1   n = |V|;
2   for i = 1 to n
3       for j = 1 to n
4           if i=j or (i, j) ∈ E
5               then  $t_{ij}^{(0)} = 1$ ;
6               else  $t_{ij}^{(0)} = 0$ ;
7   for k = 1 to n
8       for i = 1 to n
9           for j = 1 to n
10               $t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \vee (t_{ik}^{(k-1)} \wedge t_{kj}^{(k-1)})$ ;
11  return  $T^{(n)}$ 
    
```

두 vertex  $u$ 와  $v$  사이에 경로가 있을 경우, 경로를 재현할 수 있도록 matrix  $T$ 를 사용한다.

1.1  $T$ 의 원소는 어떻게 표현하면 되는가? (4점)

1.2 Matrix  $T$ 는 총 몇 개나 유지할 필요가 있는가? (4점)

1.3 또 이  $T$ 를 사용하여 위의 TransitiveClosure를 수정하라. 일부만 수정이 필요하면 몇 번 라인을 어떻게 고친다는 식의 기술로 충분함. (12점)

2. String matching을 위해 수업시간에 배운 KMP 알고리즘에서 패턴 "abababca"를 위한 preprocessing의 결과로 만들어지는 array  $\pi[ ]$ 의 내용을 모두 적어라.

3. 행렬 곱셈을 위한 Strassen 알고리즘을 배웠다. 이제 Strassen처럼 4 개의  $n/2 * n/2$  행렬로 접근하지 않고, 16 개의  $n/4 * n/4$  행렬로 접근하려 한다. Strassen 알고리즘보다 asymptotic running time이 빠르려면  $n/4 * n/4$  행렬의 곱셈이 몇 번 이하로 유지되어야 하는가?

4. Minimum spanning tree를 위한 Kruskal 알고리즘에서 edge  $\{u, v\}$ 를 선택한 다음  $u$ 와  $v$ 가 서로 다른 집합에 속하는지를 알아보기 위해 수업시간에 배운 disjoint set operation들을 사용하지 않고 forest  $T$ 를 adjacent list로 나타내면서  $u$ 로부터 시작한 DFS가  $v$ 에 도달 가능한지를 확인하는 방법으로 할 경우 Kruskal 알고리즘의 running time은 어떻게 되는가? (질문 불허. 질문을 이해하는지를 보는 것도 평가에 포함됨.)

5. Degree 제한이 있는 spanning tree 문제는 아래와 같이 정의된다.

Input: 그래프  $G=(V,E)$ , 양의 정수  $K \leq |V|$

Question: Is there a spanning tree for  $G$  in which no vertex has degree larger than  $K$ ?

HAM-PATH가 NP-Complete임을 이용하여 위의 문제가 NP-Complete임을 증명하라.

(HAM-PATH: 주어진 그래프에서 모든 vertex를 한 번씩 방문하는 simple path가 존재하는지 알아보는 문제)