

알고리즘 H/W #3

2015. 11. 2

Due: 11/20(금), 11:50am

제출: 302-313-2(최적화및금융공학 연구실)

조교: 이상엽(880-1851)

1. 수업 시간에 배운 topological sorting algorithm(DFS를 변형한 버전)이 제대로 결과를 낸다는 것을 증명하라.

2. Tree를 이용한 집합의 표현에서 Path-Compression을 이용한 Find-Set 알고리즘은 아래와 같다. 이를 recursion을 사용하지 않는 버전으로 바꾸어 보아라.

```
Find-Set(x)
{
    if (p[x] ≠ x) then p[x] ← Find-Set(p[x]);
    return p[x];
}
```

3. 그래프 $G=(V, E)$ 의 edge들의 weight이 (1, 100)의 범위에서 uniform distribution을 이룬다. 당신이라면 minimum spanning tree를 찾기 위해 어떤 알고리즘을 사용하겠는가? 당신의 답에 대한 이유도 같이 설명하라.

4. Weighted directed graph $G=(V, E)$ 가 적어도 하나의 negative weight cycle을 갖고 있다. 이 그래프에서 임의의 negative weight cycle을 하나 찾아 그 cycle에 속하는 vertex들을 나열하는 알고리즘을 기술하고, 그 복잡도를 밝히라. 또 이 알고리즘이 제대로 작동한다는 것을 증명하라.

5. Dijkstra algorithm을 가장 짧은 경로는 물론 두 번째로 짧은 경로의 길이까지 같이 구할 수 있도록 변형해 보아라. 당신의 알고리즘이 제대로 작동한다는 것을 설명하라.(informal한 설명도 okay) 수행시간도 밝히라.

6. Weighted directed graph의 모든 edge weight이 $\{1, 2, \dots, W\}$ 에 속할 때 single-source shortest path problem을 위한 Dijkstra's algorithm은 $O((|V|+|E|)\log W)$ time에 해결될 수 있음을 보여라.