

알고리즘 중간고사, Nov. 2, 2011

Open book, 70분

<기출문제>

1. (20점) 최악의 경우 linear time에 수행되는 selection 알고리즘에서 각 그룹을 5개로 나누는 대신 6개로 나눈 경우의 worst-case running time upper bound를 밝히고 증명하라.

<Dynamic programming>

2. (25점)  $n$ 개의 연속된 정수  $1, 2, 3, \dots, n$ 으로 binary search tree를 만들려고 한다. 만들 수 있는 가능한 binary search tree의 총 수를 세는 dynamic programming algorithm을 작성하고 복잡도를 밝히라.  $C_i$ 를  $1, 2, \dots, i$ 로 만들 수 있는 binary search tree의 총 수라 할 때  $C_n$ 을 구하는 것이다. 예를 들어,  $C_1 = 1, C_2 = 2, C_3 = 5$ 이다. (Optimal substructure: 15점, 복잡도: 5점, algorithm pseudo-code: 5점)
3. (20점) HW#2에서 폰 palindrome 문제를 조금 바꾸어본다.  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 로 이루어진 임의의 string에서 모든 substring 중 아래의 규칙에 따른 점수의 합을 최대로 하는 substring의 점수를 구하는 dynamic programming algorithm을 작성하고 복잡도를 밝히라. (Optimal substructure: 15점, 복잡도: 3점, algorithm pseudo-code: 2점)

substring  $x_1x_2\dots x_k$ 에서

- a.  $x_i$ 와  $x_{k-i+1}$ 이 같은 수이면 점수에  $x_i$  만큼 더한다
- b.  $x_i$ 와  $x_{k-i+1}$ 이 서로 다른 수이면 점수에  $\max\{x_i, x_{k-i+1}\} - 2 \cdot \min\{x_i, x_{k-i+1}\}$  만큼 더한다

<복잡도 분석>

4. (20점) 아래 알고리즘의 running time의 worst-case asymptotic upper bound를 구하고 증명하라. (Recurrence relation 8점, 나머지 12점)

```
integer algorithmB (A[ ], n)
// A[p...r]을 대상으로 함
{
    if (n < 10)
        then return 1;
    else {
        tmp1 ← half_maximum(A, n);
        tmp2 ← algorithmB (A, 2*n/5);
        tmp3 ← algorithmB (A, 3*n/5);
        return tmp1*tmp2*tmp3;
    }
}
```

```
}
```

```
integer half_maximum(A[ ], n)
```

```
{
```

```
    A[1...n]에서 임의로 n/2개의 원소를 뽑아 그 중 maximum을 return 한다.
```

```
}
```

<Red-Black Tree>

5. (15점) 어떤 red-black tree에서 노드  $x$ 를 방금 삽입했는데, red 색을 칠해놓고 나니 문제가 생겼다. 그래서 수업 시간에 배운 방식으로 red-black tree의 성질을 만족하도록 수선을 했다. 만일 root에서  $x$ 에 이르는 경로의 길이가 9라면 (즉, root를 떠나고 나서 9번째 만나는 노드가  $x$ 이다. Root는 하나로 세지 않음.) 수선 과정에서 색깔이 바뀌는 노드는 최대 몇 개인가? (정답 여부 8점, 설명 7점. 정답이 틀려도 설명의 타당성이 있으면 부분 점수 있음.)