Algorithm Games Challenge
İkinci Etap Soruları

17 Nisan

https://agc.yildizskylab.com
https://eacikkaynak.com
https://discord.gg/9Jr7U99DGe

Algoritmalar

Çözümler: algoritma@yildizskylab.com

Dosya Tipi: .rar .zip

İsimlendirme : isim_soyisim_algoritma_etap2.rar

SORU 4

Bir uzay gemisinde olduğunuzu varsayın, yaşadığınız evrende toplamda N kadar gezegen bulunmakta. Bu gezegenler arasında yolculuk ise sadece solucan delikleri ile mümkün. Geminizde çalışan haritacınız size bir kağıt veriyor ve bu kağıt üstünde bir matris çizili ($\mathbf{A}$ matrisi). Bu matris $N \times N$'lik 0 ve 1'lerden oluşan bir matris.

x ve y gezegeleri arasında solucan deliği varsa eğer, $\mathbf{A}[x][y] = 1$ olacaktır, aksi takdirde solucan deliği yoksa $\mathbf{A}[x][y] = 0$ olacaktır. ($\mathbf{A}[x][y] = \mathbf{A}[x][y]$, ve $\mathbf{A}[x][y] = 0$ eğer $x = y$ ise).

Kullanıcıya $\mathbf{A}$ gezegen-yol matrisi ve (x, y) gezegen çifti veriyor. Bu iki gezegen arasında yolculuk yaparken en fazla 1 gezegene uğranabildiğine göre, x gezegeninden y gezenenine toplamda kaç farklı yoldan gidilebileceğini hesaplayan programın kodunu yazınız.

	Gezegen 1	Gezegen 2	Gezegen 3	Gezegen 4
Gezegen 1	0	1	1	1
Gezegen 2	1	0	1	0
Gezegen 3	1	1	0	1
Gezegen 4	1	0	1	0

Figure 4: örnek
x=2 y=4 arasında 2 farklı yol izlenebilir (2,1,4 ve 2,3,4)
x=1 y=4 arasında 2 farklı yol izlenebilir (1,4 ve 1,3,4)

Kısıtlamalar

- Kodunuzda if, while ve switch **kullanamazsınız**.
- Kodunuz matris almak dışında (matris alma otomatik $O(N^2)$, o yüzden saymıyoruz) $O(N)$ karmaşıklığa sahip olmalı.

Uyarılar

- Kodunuzda kullanıcı matris girebilecek.
- x ve y ikililerini de sizler vereceksiniz.
- Hangi yollar olduğunu bastırmayınız, yol sayısı yeterli.

Format

- N'i giriniz: ...
  matrisi alınız: ...
  x ve y'yi giriniz: ...
  çıktı: toplam yol sayısı ... kadar.

Soru 5

Fibonacci serisini hepimiz bilmekteyiz (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...), ve formal recursive tanımı ise şu şekilde yapılmakta

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ where } F_0 = 0,\ F_1 = 1$$

Fibonacci serisi aynı zamanda matris çarpımı/üssü şeklinde de yazılabilmektedir (lütfen kafanızda oturtabilmek için elinizle birkaç terimi deneyiniz):

$$\begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n+1} + F_n \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix}$$

Aynı formülü F_{n+3} ve F_{n+2} için yazabiliriz:

$$\begin{bmatrix} F_{n+3} \\ F_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n+2} + F_{n+1} \\ F_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix}$$

Bunlara bakarak ise Fibonacci serisinin tam tanımını matrisler ile yapabiliriz:

$$\begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n \times \begin{bmatrix} F_2 \\ F_1 \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki son formüle dayanarak girilen n değerine göre n. Fibonacci sayısını matris üssü/çarpımı işlemleri ile bulunuz (F_n).

Uyarılar & Kısıtlamalar

- Formülde tanımlanan matrix üssü hızlı bir şekilde hesaplanabilir

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n/2} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n/2} & \text{, if n is even} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{(n-1)/2} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{(n-1)/2} & \text{, if n is odd} \end{cases}$$

  Bu recursive tanıma göre matris üssü hesaplamanız $O(\log n)$ olacaktır. (**BONUS**: Bu maddedeki gibi matris üssünü recursive hesaplayanlara ek puan verilecektir.)

- Matris işlemlerinin hazırda olduğu kütüphanelerin kullanımı yasaktır (numpy, scipy etc.).

- Matris çarpımının time complexity'si $O(n^3)$'tür. Yarışmadan bağımsız, daha efektif çarpım algoritmaları var mıdır araştırabilirsiniz.

Format

- n'i giriniz: ...
  çıktı: ...

SORU 6

Kullanıcıdan *X* adet *N* elemanlı vektör alınacaktır. Kullanıcıdan alınan *A* sayısı kadar random vektör seçilecek, seçilen vektörler seçilme sırasına göre *K* matrisinin satırları olarak kabul edilecektir. Geriye kalan vektörler *L* matrisinin satırları olarak kabul edilecektir. Eğer matrisler çarpılabiliyorsa matrislerin çarpımı ekrana yazdırılacaktır. Eğer matrisler çarpılamıyorsa ekrana **?** yazdırılacaktır.

Format
X'i giriniz: …
N'yi giriniz: ...
X adet vektör için; i. vektörü giriniz: …
A sayısını giriniz:
Çıktı:

Matematik

Çözümler: matematik@yildizskylab.com

Dosya Tipi: .rar .zip

İsimlendirme : isim_soyisim_matematik_etap2.rar

Soru 4

$$\begin{bmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{bmatrix}$$

Determinantını, determinant özelliklerini kullanarak çarpanlara ayırınız. (sârrus yöntemi kullanılmayacak)

Soru 5

- “n” herhangi bir pozitif tam sayı olsun.
- “ $\frac{21n+4}{14n+3}$ ” kesirli sayısını ele alalım.

Herhangi bir n tam sayısı için bu kesirli sayının sadeleşmeyeceğini, yani asal sayı olduğunu gösteriniz.

Soru 6

$$\left.\frac{d_y}{d_x}\right|_{x=0} \quad y = \frac{\sqrt{x^2+1} \times e^{\cos x} \times (\cos x)^e}{(1 + x \sin x)^2 \times 2^{3^x}}$$

Çözüm yolu ile birlikte sonucunu bulunuz.