**第十四次习题课讨论题参考解答 幂级数**

1. 求级数的收敛域.

**解:** 的收敛半径，在发散，在收敛. 因此的收敛域为.求解不等式,得到级数的收敛域为或。

2. 设幂级数在点条件收敛,则该幂级数在点的收敛情况是( )

(A)；(B)；(C)；(D)。

**解**：案答为（C）。理由：首先题中两个幂级数的收敛半径均为1.由在点条件收敛，可知点位于它的收敛区间的端点，即 。于是。因此在点处发散。

3.级数在收敛，试讨论实参数的取值范围。

**解:** 显然幂级数的收敛半径，且收敛域为 。

由于级数在收敛，则有 ，因此应有。

4. 假设级数在处条件收敛，判断级数的收敛性：( )

1. 绝对收敛，（B）条件收敛 ，（C）发散 ，（D）不定。

**解:**答案为[A]。由在处条件收敛可知，位于收敛区间的端点。因此幂级数的收敛半径为2，其收敛区间为。点位于收敛开区间的内部。因此幂级数在点绝对收敛，此即级数绝对收敛。

5.记幂级数的收敛半径为，并假设幂级数的收敛半径为，问以下哪个结论正确？( )

(A)；(B)；(C)。

**解**：结论(C)正确。因为幂级数和的收敛半径均为1.根据幂级数的四则运算可知，它们的和的收敛半径至少是1，即。半径大于1是可能的。 例：，，则的收敛半径为1，而的收敛半径。另一个极端例子: 取 ，则的收敛半径。

6.求级数的和.

**解:** 记。不难确定其收敛域为(-1,1).在收敛域内,我们可以逐项求导。于是。再两边积分得。

7．求的和函数.

**解:** 设, 则



。

于是 。

由此得 。

8.设参数，求的和.

**解：**记，则.考虑积分

。于是

。于是.