鼠鼠定量分析-第一版

作者：白塔

2023 年 11 月 6 日

记 T_n 是有 n 只鼬仆时一轮孤独幸存者的平均游戏天数，a_0 是与拾荒加成无关的平均游戏天数，a_s 是与拾荒加成有关的平均游戏天数，t_s 是鼬仆出现时的游戏天数，$t_0 = T_0 - a_0$；p 是一天内出现鼬仆的概率，$q = 1 - p$；α 是单只鼬仆的拾荒加成。则 T_n 有如下关系：

$$
\begin{aligned}
T_n &= a_0 + a_s \\
&\approx a_0 + \sum_{t_s=0}^{t_0} pq^{t_s}\left(t_s + \frac{t_0 - t_s}{1+\alpha n}\right) + \sum_{t_s=t_0+1}^{\infty} pq^{t_s} t_0 \\
&= a_0 + \sum_{t_s=0}^{t_0} pq^{t_s} \frac{t_0 + t_s \alpha n}{1+\alpha n} + t_0 q^{t_0+1} \\
&= a_0 + \frac{pt_0}{1+\alpha n}\sum_{t_s=0}^{t_0} q^{t_s} + \frac{p\alpha n}{1+\alpha n}\sum_{t_s=0}^{t_0} t_s q^{t_s} + t_0 q^{t_0+1} \\
&= a_0 + \frac{t_0}{1+\alpha n}\left(1 - q^{t_0+1}\right) + \frac{\alpha n}{1+\alpha n}\frac{q - (t_0+1)q^{t_0+1} + t_0 q^{t_0+2}}{p} + t_0 q^{t_0+1}
\end{aligned}
$$

令 $t_0 > 800, p = 0.04$，则

$$
\begin{aligned}
T_n &\approx a_0 + \frac{t_0}{1+\alpha n} + \frac{\alpha n}{1+\alpha n} \times 24 \\
&= a_0 + 24 + \frac{t_0 - 24}{1+\alpha n}
\end{aligned}
$$

记 $a_1 = a_0 + 24, t_1 = t_0 - 24$，则

$$
T_n = a_1 + \frac{t_1}{1+\alpha n}
$$

记 $S(N)$ 为从 0 鼬仆到 N 鼬仆的平均游戏天数，则

$$
\begin{aligned}
S(N) &= \sum_{n=0}^{N} T_n \\
&= a_1(N+1) + t_1 \sum_{n=0}^{N} \frac{1}{1+\alpha n}
\end{aligned}
$$

由于

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{n=0}^{N} \frac{1}{1+\alpha n} > \int_{0}^{N+1} \frac{1}{1+\alpha n} = \frac{1}{\alpha} \ln\left[1+\alpha(N+1)\right] \\ \displaystyle\sum_{n=0}^{N} \frac{1}{1+\alpha n} < \int_{-1}^{N} \frac{1}{1+\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1+\alpha N}{1-\alpha} \end{cases}$$

当 N 足够大时

$$S(N) \approx a_1(N+1) + \frac{t_1}{\alpha} \ln(1+\alpha N)$$

令 $a_1 = 70, t_1 = 1050, \alpha = 0.0012$

$$S(N) = 70(N+1) + 875000 \ln(1+0.0012N)$$

则

$$\begin{aligned} S(1000) &\approx 759,970(\text{游戏天}) \\ &\approx 44(\text{现实天}) \\ S(10000) &\approx 2,944,401(\text{游戏天}) \\ &\approx 170(\text{现实天}) \end{aligned}$$