

IOI2019国家集训队第一阶段作业

单场总结

南京外国语学校 吴思扬

安徽师范大学附属中学 贾昊瑞

安徽师范大学附属中学 曾致远

2018 年 10 月

1 网友小P

本题由安徽师范大学附属中学曾致远命制。

本题给了多档部分分，前 5 个subtask难度都不高，可以轻松解决。对于满分做法，从一个暴力的想法——枚举 T 入手、然后进行dp，观察到关键的性质：dp的转移只和 T 的border集合有关，很自然地想到暴力枚举 T 的border集合直接dp，同时用容斥计算满足条件的 T 的方案数。这题一个很重要的关键点，就是当 $|T|$ 较小时，合法的border集合数量并不多，可以直接爆搜枚举，这是近几年在一些题目中出现的trick，还是比较有意思的。

本题作为一道简单题。思路新颖，实现简单，解法比较自然，并留下了一定的拓展空间。你可以利用这一道题目，为你的集训队胡策之旅，画上一个完美的转折。

2 画家小P

本题由南京外国语学校吴思扬命制。

本题首先考察了选手对 $m = 0$ 问题的求解。这一部分需要选手观察并利用 \oplus 这一位运算的性质，以及从最大数的最高位这一特别位置的角度入手，再结合所填数的范围，对具体数值情况加以分析讨论。这种技巧不是很为常见，打破了以往用数位动态规划解决类似问题的常规套路。

在此基础上，本题借鉴了近几年开始出现的所填数字有不相等限制这类问题，并由此深入，对容斥系数之间的关系进行了探索、分析之后得到了两种较为优秀的容斥系数计算方法。这两种算法从不同角度入手，经过一些推导可以发现本质一样，给予了选手发挥的空间。其中将容斥系数从划分、集合幂级数的角度来思考较有启发意义。

在最后计算答案时用动态规划算法优化了枚举划分的过程，并提出了可以用集合幂级数对此算法进一步优化，得到理论复杂度更低的算法，给本题留下了拓展空间。

本题作为一道中档题，从总体上来说，正解的过程并不多，代码量不大，但思维难度不低，考察范围较广，深度较深，需要选手熟练掌握计数问题解决方法。作为一道OI题，在部分分的设计上鼓励了多种方法解决此问题。希望本题能起到抛砖引玉的作用，引发大家对于容斥、集合幂级数等算法的思考。

3 观众小P

本题由安徽师范大学附属中学贾昊瑞命制。

本题为改编题，在本场中的难度定位为签到题。

本题中，通过对于题目性质的挖掘，以及对于原题的不同种做法分析和整合，再利用类似自动机的结构，将复杂度从指数级优化到了多项式级别。并对算法的各个部分分别进行针对性优化，将指数从2优化到了1。并且出题人为解法的继续优化提供了一个方向，展现了题目优良的扩展性。

本题作为一道简单题。思路新颖，实现简单，解法自然，并留下了一定的想象空间。你可以利用这一道题目，为你的集训队胡策之旅，画上一个完美的转折。

4 总结

从总体上来说，本场比赛难度较为均衡，略高于 **NOI** 难度。知识面覆盖较广，考察了字符串、容斥原理、动态规划、搜索、集合幂级数、自动机、高精度等算法。三道题代码量不高，但思维难度不低，需要选手对问题加以足够分析。希望本场比赛能为选手提供有力的帮助。