

《基础找规律练习题》解题报告

杭州第二中学 陈威宇

算法一

手玩。

算法二

搜索。

算法三

随机化：爬山算法，模拟退火算法。

算法四

考虑最简单的构造。将 1 与 2 匹配, 3 与 4 匹配, 5 与 6 匹配……匹配对数为 $O(n/4)$ 。

算法五

将 1 与 $n-1$ 匹配, 2 与 $n-3$ 匹配, 3 与 $n-5$ 匹配……这样可以构造出的匹配对数为 $O(n/3)$ 。

算法六

假设匹配了 k 对, 将 1 与 $k+1$ 匹配, 2 与 $k+2$ 匹配, 3 与 $k+3$ 匹配……这样可以构造出的匹配对数为 $O(n/3)$ 。

算法七

我们考虑对匹配对数的上界进行分析。

设匹配的 $2k$ 个数的和为 sum 。

易知 $(1+2+\dots+2k) \leq sum \leq (n+(n-1)+(n-2)+\dots+(n-k+1))$ ①

所以 $k \leq (2n-1)/5$

观察发现一定能构造出解匹配的对数为 $ans=(2n-1)/5$, 即约 $0.4n$ 。

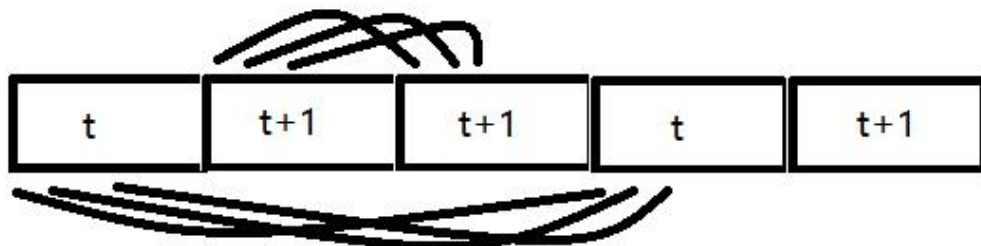
也就是说, 对于 n 从 1 到大, 答案分别为 $0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, \dots$

所以只要对 $n \% 5 = 1$ 的情况和 $n \% 5 = 3$ 的情况构造解即可。

当 k 取到最大值时, 由①可知匹配的数是前 $O(2k)$ 个, 每对的和分别为 $n, n-1, n-2, \dots$

因此可以想到如下构造。

$$n=5t+3$$



$$n=5t+1$$

