

《多组数据》解题报告

长沙市雅礼中学 郭特

2018 年 10 月 29 日

1 题目大意

给出 $1 * |S|$ 的棋盘，两人轮流操作。每次移动己方的一个棋子向前一步，进入空格或吃掉对手的棋。询问胜负。

2 算法 1

暴力搜索整棵决策树，可通过 Subtask 1。

3 算法 2

使用状态压缩 dp，或者记忆化搜索，可通过 Subtask 2。

4 算法 3

双方均只有一颗棋子时，可以按照唯一的一种决策模拟游戏过程，可通过 Subtask 3。

5 算法 4

将 W 出现的位置从大到小记为 $\{p_1, p_2, \dots, p_{|p|}\}$ ，将 B 出现的位置从小到大记为 $\{p'_1, p'_2, \dots, p'_{|p'|}\}$

定义 $D = |p_1 - p'_1|$ ，也就是双方最近棋子的距离。

定义 $S = \sum_{i=1}^{|p|} |p_1 - p_i| - i + 1$ ，也就是不考虑对方的影响，在不移动 p_1 的情况下，最多走多少步。 S' 类似。

假设当前 W 将进行操作。

5.1 两种特殊情形

- 特殊情形 1: $S = 0, D = 2$, 那么 W 只能移动 p_1 , 然后 B 可以立刻移动 p'_1 吃掉 p_1 , 持续这样的过程, W 败。
- 特殊情形 2: $S = 0, D = 1, |p'_2 - p'_1| = 1$, 那么 W 只能移动 p_1 , B 可以吃掉 p_1 , 转化成特殊情形 1, W 败。

并不意味着以上两种情形需要进行特判。

5.2 局面 a, $D > 1$

最优策略: 当 $D > 2$ 时, 移动 p_1 ; 当 $D = 2$ 时, 移动一个非 p_1 的棋子, 若只能操作 p_1 ($S = 0$), 按照特殊情形 1 处理, W 败。

当 $D = 2$ 时, 每次操作非 p_1 棋子, 让 S 减小 1, 那么 S 较大者获胜。

当 $D > 2$ 时, 移动 p_1 是唯一可以增加 S 、降低 S' 的增长上限的方法。

若 $D = 2$ 时对方不按照上述策略操作 (移动了 p'_1 , 使 $D = 1$), 移动 p_1 吃掉 p'_1 , 当局面再次满足 $D = 2$ 时, S 会更大, S' 将更小或保持不变。所以上述策略最优。

5.3 局面 b, $D = 1, |p_1 - p_2| = |p'_1 - p'_2| = 1$

与局面 a 类似。

最优策略: 每次移动一个非 p_1 的棋子, 若只能操作 p_1 ($S = 0$), 按照特殊情形 2 处理, W 败。

每次移动一个非 p_1 棋子, 会使 S 减小 1, S 较大者获胜。

若对方不按照上述策略操作 (移动 p'_1 吃掉 p_1), 移动 p_2 吃掉 p'_1 , 转化成局面 a, 此时 S 增大, S' 不变。所以上述策略最优。

5.4 局面 c, $D = 1, |p'| = 1$ 或者 $|p'_2 - p'_1| > 1$

等价于 $D = 2$ 时对方未按照最优策略操作, 移动 p_1 吃掉 p'_1 会对己方有利, 继续按照局面 a 处理。

5.5 局面 d, $D = 1, |p'_1 - p'_2| = 1, |p| = 1$ 或者 $|p_2 - p_1| > 1$

考虑两种决策: 移动 p_1 , 然后按照局面 c 处理。移动 p_2 , 然后按照局面 b 或 c 处理。

可以证明移动 $p_i (i > 2)$ 一定不比移动 p_2 优:

- $|p_1 - p_2| = 2$ 时: 若移动 p_2 , 使 S 减小 1, 直接转化为局面 b; 若移动 p_i , 使 S 减小 1, 然后对手吃掉 p_1 , 转化为局面 a, 这一步中, S 减小, S' 增加。

- $|p_1 - p_2| > 2$ 时：无论移动 p_2 还是 p_i ，B 接着都会移动 p'_1 吃掉 p_1 ，转化为局面 a，要最大化此时的 S ，应当移动 p_2 。

5.6 得分

正确考虑局面 a 中 $D = 2$ 的情况，可通过 Subtask 5；正确考虑局面 a 中 $D > 2$ 的情况，可通过 Subtask 6；全部情况均正确处理，通过所有 Subtask。

时间复杂度与输入同阶。