

# strings

## 题意

给定 $q$ 个包含通配符 $?$ ，长为 $n$ 的“0/1/?”模板串，问有多少长为 $n$ 的01串符合至少一个模板串的形式。  
 $n \leq 30, q \leq 100$ 。

## 算法1

考虑求出每个串是否合法，对于每个模板串暴力dfs更新那些匹配到的串。

时间复杂度 $O(2^n * q)$

期望得分3分

## 算法2

要求的是**至少满足一个模板串的形式**，那么可以对模板串容斥，求出所有模板串集合限制的交即可。 $O(2^q * n)$

期望得分15分

## 算法3

对序列分块（划分），分成左边和右边两部分，左边某个定值的数组里存的是右边部分可行的答案。对于每个模板串挂在对应左边部分的数组里，更新一个后面若干位的模板串。而一个模板串相当于一些01串的并，考虑bitset。对于后面若干位，每个模板串预处理出bitset，对于每个前面部分询问答案时，bitset取or即可。

时间复杂度  $O(2^n * q/32)$

由于常数很小，期望得分14 – 59分

## 算法4

同样使用分块，不妨假设左边长度 $a$ ，右边长度 $b$  ( $a + b = n$ )，在 $q$ 不大的时候，发现左边虽然有 $2^a$ 个数，但是其对应的 $q$ 个模板串集合只有 $2^q$ 种，模板串集合即前 $a$ 位符合条件的那些。利用这个性质，可以对 $2^q$ 个子集都预处理出bitset的or值，这样对于左边的 $2^a$ 个位置的每个，只需要对于每个模板串求出是否匹配，可以dfs的同时更新。总复杂度 $O(2^q * 2^b/32 + 2^a * q)$ ，在 $n = 30$ 时，选择 $a = 20, b = 10$ 较优，时间复杂度可做到 $O(2^q * 32 + 2^{20} * q)$

期望得分15分

## 算法5

基于算法3，复杂度中 $2^n/32$ 已不能省略，考虑把 $q$ 拿掉。算法4在 $q$ 很小的时候表现十分优秀，能否尝试减小 $q$ 的范围呢？我们发现可以同时分块！

将 $q$ 分成每块大小为 $Q$ 的若干块，每一块可以处理出 $2^a$ 个位置中每个的bitset，这个复杂度是

$O(2^Q * 2^b/32 + 2^a * Q + 2^a * 2^b/32)$ 。有 $q/Q$ 次合并操作，因此总复杂度为 $O$

$(2^Q * 2^b/32 + 2^a * Q + 2^n/32 * q/Q)$ ，极限情况下大致取 $Q = \frac{q}{6}, a = \frac{2n}{3}, b = \frac{n}{3}$ ，这样复杂度为

$O(2^{\frac{q}{3} + \frac{n}{3}}/32 + 2^{\frac{2n}{3}} * q + 2^n/32)$ ，可以通过微调块大小来获得更优的复杂度。

期望得分100分