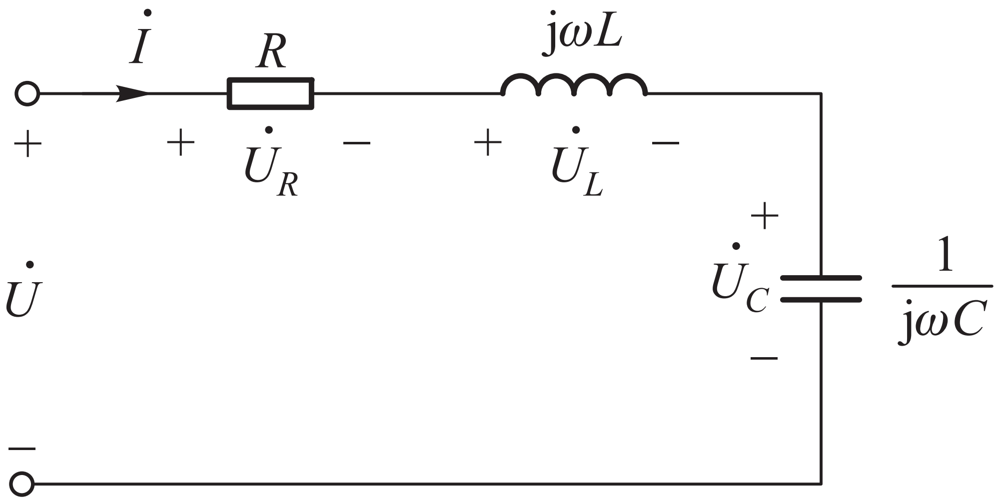
3.8 正弦交流电路中的串联谐振

在含有储能元件的正弦交流电路中，当电路的端口电压和端口电流在相位上同相位时，我们称这种工作现象为谐振。谐振按电路的连接形式分为串联谐振和并联谐振。

本节只介绍串联谐振。

1. 串联谐振的条件



谐振条件：

$$\boxed{\omega L = \frac{1}{\omega C}}$$

$$Z = R + \mathrm{j}X = R + \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

当电路发生谐振时，谐振角频率为

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \qquad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

实现谐振的方法：

(1) 电路参数L、C一定，调电源频率f，使$f=f_0$

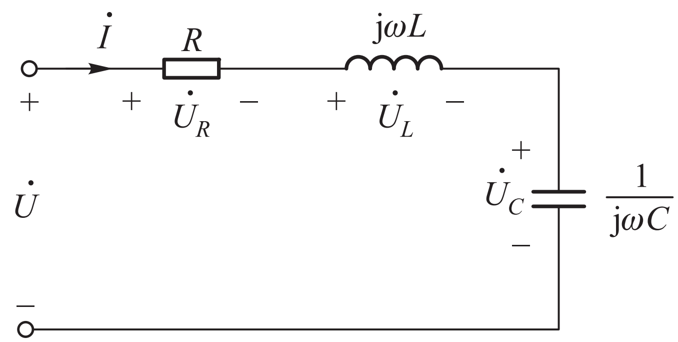
(2) 电源频率f一定，调参数L、C，使$f_0=f$

2. 串联谐振的主要特征

(1) 电压 $\dot{U}$、电流 $\dot{I}$ 同相, $\varphi = 0$ ，电路呈电阻性。

(2) 电路的阻抗最小，即

$$Z = R + \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R$$



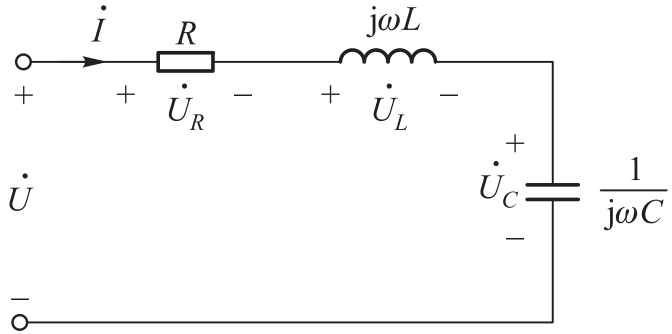
(3) 电路中的电流最大，即

$$\boxed{\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{R}}$$

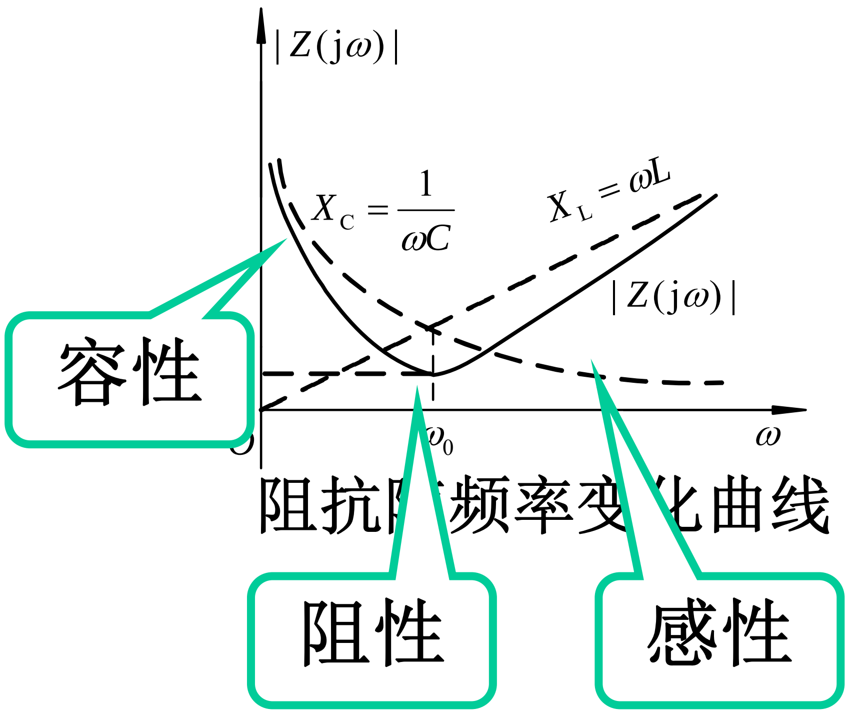
(4) 电感、电容上的电压为 $U_\mathrm{L} = U_\mathrm{C} >> U$

(5) 品质因数 $$Q = \frac{U_\mathrm{L}}{U} = \frac{U_\mathrm{C}}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

（6）电流谐振曲线和阻抗谐振曲线

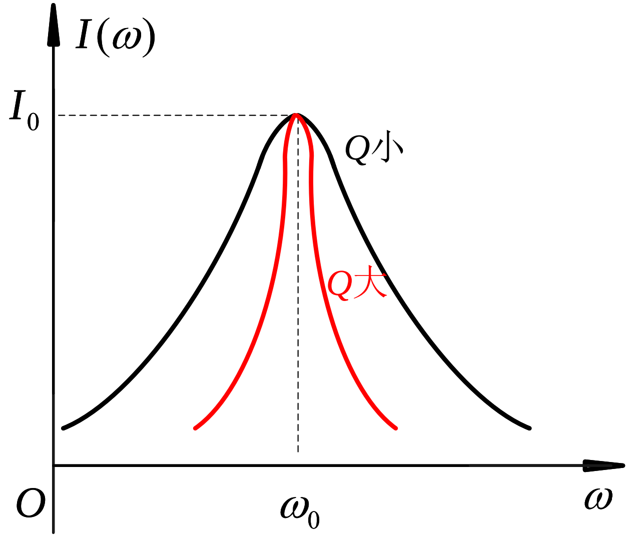


$$|Z(j\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$



阻抗随频率变化曲线

$$|I(j\omega)| = \frac{U}{|Z(j\omega)|}$$



电流随频率变化曲线

谐振曲线越尖锐

电路的选择性越好

抗干扰能力越强

【例3.8.1】某接收机的输入回路如图所示。已知电感线圈的电阻 $R=2\Omega$，$L=300\mu\text{H}$。今需接收一个频率为600kHz，电压有效值为1mV的信号。求：

（1）需要多大的电容？（2）谐振电流；

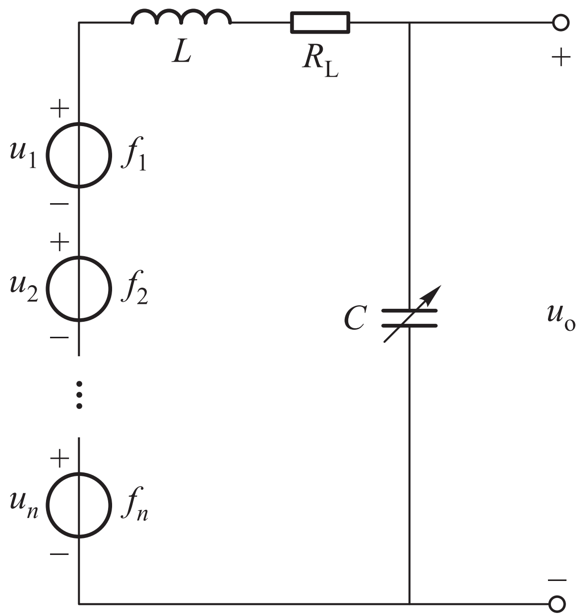
（3）电容两端电压；（4）电路的品质因数。

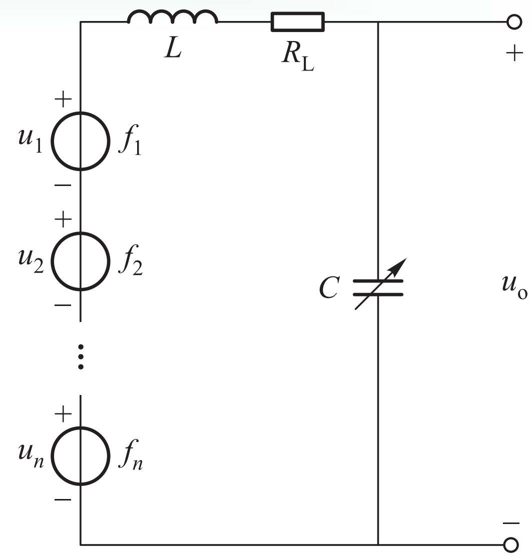
【解】（1）

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=f=600\times10^3\,\text{Hz}$$

$$C=\frac{1}{(2\pi f_0)^2L}=\frac{1}{(2\pi\times600\times10^3)^2\times300\times10^{-6}}$$

$$=235\text{pF}$$





（2）谐振电流

$$I_0=\frac{U}{R}=\frac{1\times10^{-3}}{2}=0.5\times10^{-3}\,\mathrm{A}=0.5\mathrm{mA}$$

（3）电容电压

$$U_C=I_0X_C=I_0\omega_0L=I_0 2\pi f_0L$$
$$=0.5\times10^{-3}\times6.28\times600\times10^{3}\times300\times10^{-6}$$
$$=565\mathrm{mV}$$

$L=300\mu\mathrm{H}$

$f_0=600\mathrm{kHz}$

$U=1\mathrm{mV}$

（4）品质因数为 $Q=\frac{U_C}{U}=\frac{565\mathrm{mV}}{1\mathrm{mV}}=565$

可见，电路发生串联谐振时，输入信号放大了**565**倍。

第 3 章

结 束

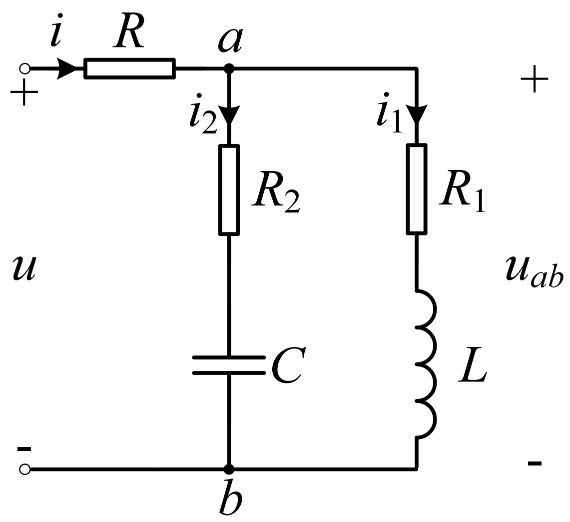
测试题：

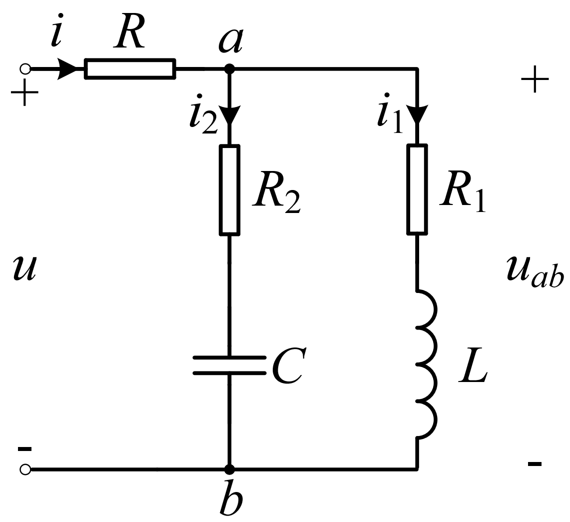
在图示电路中，已知

$R = R_1 = R_2 = X_L = X_C = 10\Omega, \dot{U} = 10\angle 0^{\circ}\,\text{V}$ 。**试求：**

（1）端电压 $\dot{U}_{ab}$ ；

（2）电路的有功功率、无功功率及功率因数。





$$\dot{U}_a = \frac{\dfrac{\dot{U}}{R}}{\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R_2 + \dfrac{1}{j\omega C}} + \dfrac{1}{R_1 + j\omega L}}$$

针对线性直流电路提出的各种分析方法、定理、公式和等效变换可推广用于正弦交流电路的相量模型。