第4章　课堂习题

判断题

（1）图可以没有边，但不能没有顶点。（√）

（2）在无向图中，（V_1，V_2）与（V_2，V_1）是两条不同的边。（×）

（3）邻接表只能用于有向图的存储。（×）

（4）一个图的邻接矩阵表示是唯一的。（√）

（5）用邻接矩阵法存储一个图时，所占用的存储空间大小与图中顶点个数无关，而只与图的边数有关。（×）

（6）有向图不能进行广度优先遍历。（×）

（7）若一个无向图的以顶点V_1为起点进行深度优先遍历，所得的遍历序列唯一，则可以唯一确定该图。（√）

（8）存储无向图的邻接矩阵是对称的，因此只要存储邻接矩阵的上三角（或下三角）部分就可以了。（√）

（9）用邻接表法存储图时，占用的存储空间大小只与图中的边数有关，而与结点的个数无关。（×）

（10）若一个无向图中任一顶点出发，进行一次深度优先遍历，就可以访问图中所有的顶点，则该图一定是连通的。（√）

（11）一个有向图的邻接表和逆邻接表中的结点个数一定相等。 （√）

（12）用邻接矩阵存储图，所占用的存储空间大小只与图中顶点个数有关，而与图的边数无关。 （√）

（13）图G的生成树是该图的一个极小连通子图 （×）

（14）无向图的邻接矩阵一定是对称的，有向图的邻接矩阵一定是不对称的 （×）

（15）对任意一个图，从某顶点出发进行一次深度优先或广度优先遍历，可访问图的所有顶点。 （×）

（16）在一个有向图的拓扑序列中，若顶点a在顶点b之前，则图中必有一条弧。 （×）

（17）若一个有向图的邻接矩阵中对角线以下元素均为零，则该图的拓扑序列必定存在。 （×）

（18）在AOE网中一定只有一条关键路径? （×）

填空题

（1）有n条边的无向图邻接矩阵中，1的个数是 __$2n$__。

（2）n个顶点e条边的图若采用邻接矩阵存储，则空间复杂度为：__$O(n^2)$__。

（3）n个顶点e条边的图若采用邻接表存储，则空间复杂度为：__$O(n+e)$__。

（4）设有一稀疏图G，则G采用__邻接表__存储比较节省空间。

（5）设有一稠密图G，则G采用__邻接矩阵__存储比较节省空间。

（6）图的逆邻接表存储结构只适用于__有向图__。

（7）n个顶点的完全无向图有 __$n(n-1)/2$__ 条边。

（8）有向图的邻接表表示适于求顶点的__出度__。

（9）对于具有n个顶点的图，其生成树有且仅有__n-1__条边。

(10) 对n个顶点，e条弧的有向图，其邻接表表示中，需要__$n+e$__个结点。

(11) 无向图的邻接矩阵一定是__对称__矩阵。

(12) 一个连通网的最小生成树是该图所有生成树中__权之和__最小的生成树。

(13) 若要求一个稠密图G的最小生成树，最好用__*Prim*__算法来求解。

下列关于无向连通图特性的叙述中，正确的是

I. 所有顶点的度之和为偶数　　II. 边数大于顶点个数减 1

III. 至少有一个顶点的度为 1

A. 只有 I　　B. 只有 II　　C. I 和 II　　D. I 和 III

下列关于图的叙述中，正确的是

I. 回路是简单路径

II. 存储稀疏图，用邻接矩阵比邻接表更省空间

III. 若有向图中存在拓扑序列，则该图不存在回路

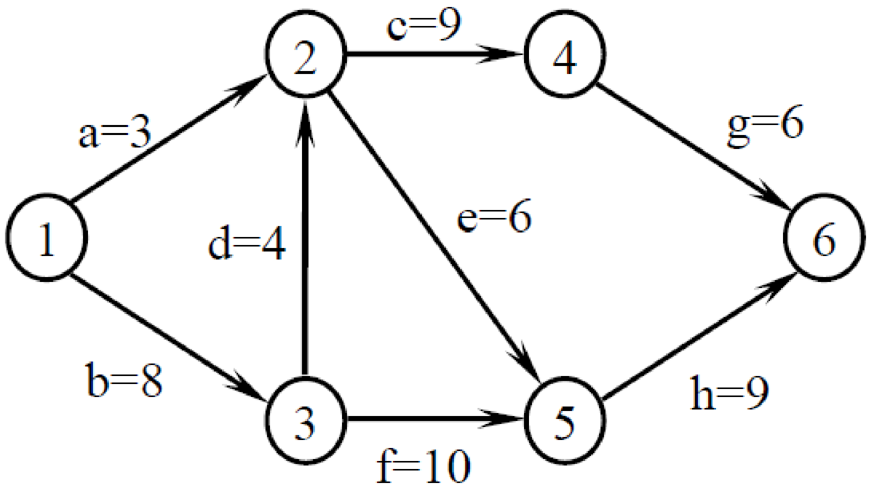
A. 仅 II　　B. 仅 I、II　　C. 仅 III　　D. 仅 I、III

若用邻接矩阵存储有向图，矩阵中主对角线以下的元素均为零，则关于该图拓扑序列的结论是

A．存在，且唯一　　B．存在，且不唯一

C．存在，可能不唯一　　D．无法确定是否存在

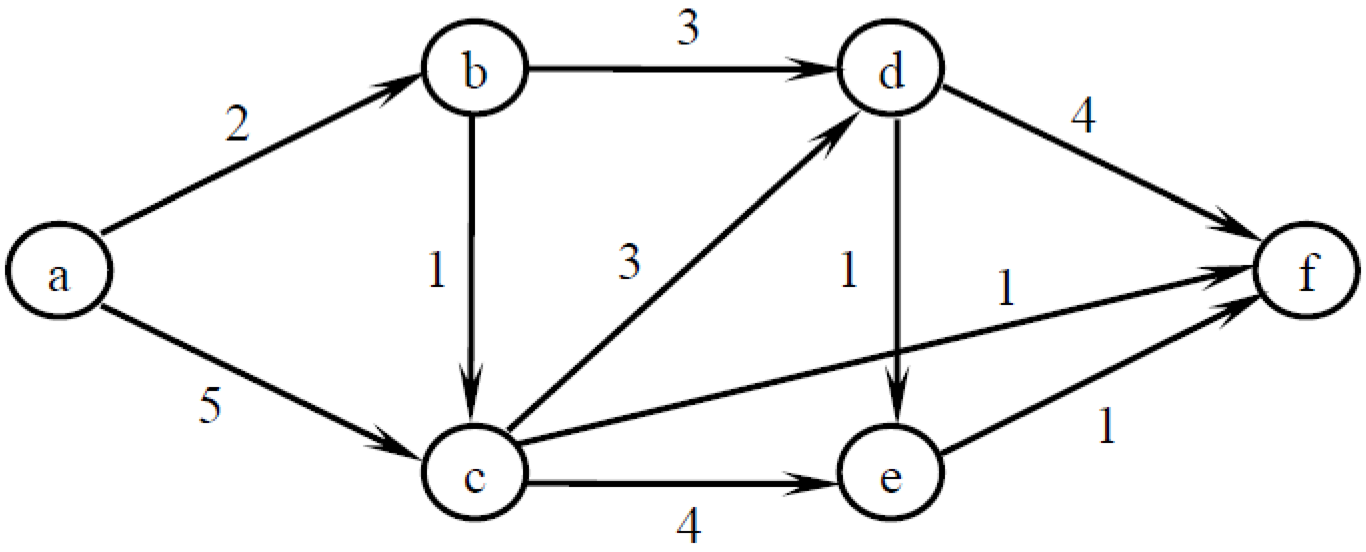
下列 AOE 网表示一项包含 8 个活动的工程。通过同时加快若干活动的进度，可以缩短整个工程的工期。下列选项中，加快其进度就可以缩短工程工期的是



A．c 和 e　　B．d 和 c

C．f 和 d　　D．f 和 h

对如下有向带权图，若采用迪杰斯特拉（Dijkstra）算法求从源点 a 到其他各顶点的最短路径，则得到的第一条最短路径的目标顶点是 b，第二条最短路径的目标顶点是 c，后续得到的其余各最短路径的目标顶点依次是



A．d, e, f　　B．e, d, f　　C．f, d, e　　D．f, e, d

简答题

1、已知有向图，请给出该图的:

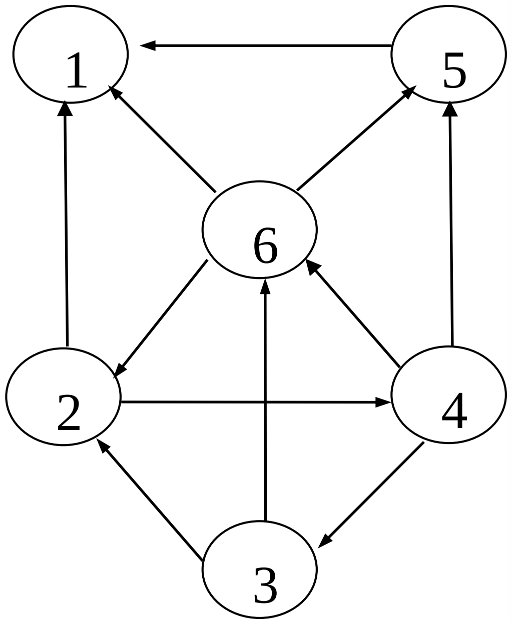
（1）每个顶点的入/出度；

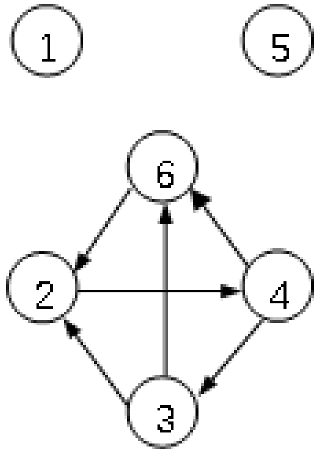
（2）邻接距阵；

（3）邻接表；

（4）逆邻接表；

（5）强连通分量。





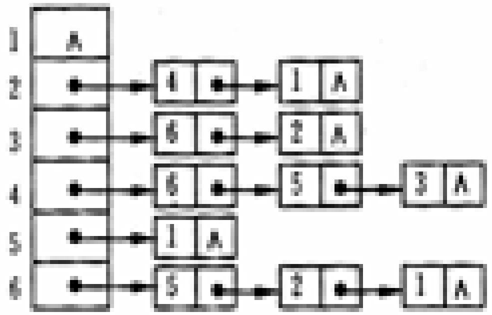
(1)

顶点	1	2	3	4	5	6
入度	3	2	1	1	2	2
出度	0	2	2	3	1	3

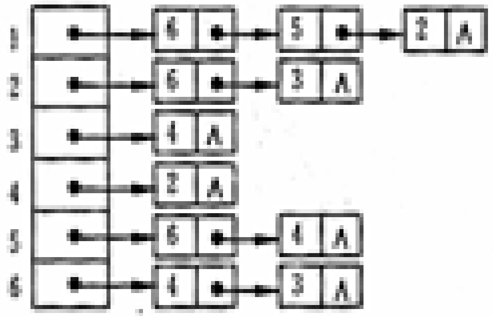
(2) 邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) 邻接表

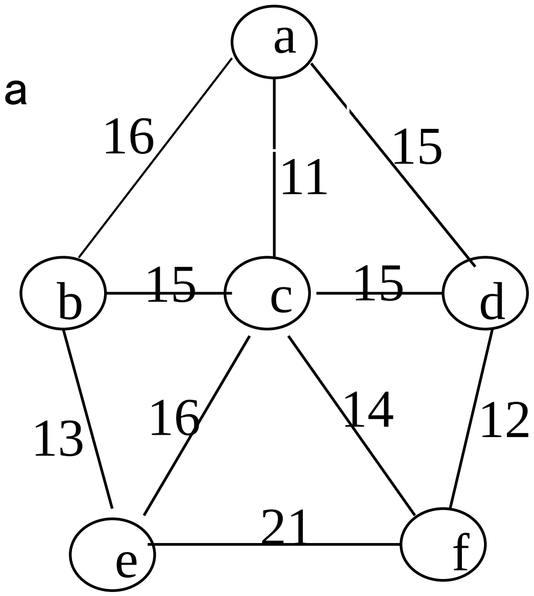


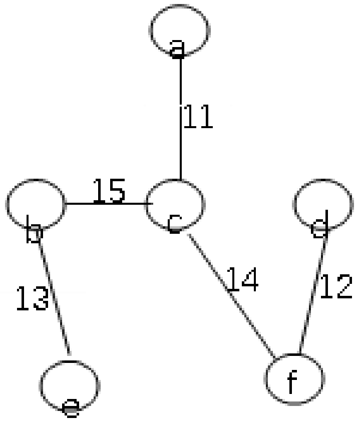
(4) 逆邻接表



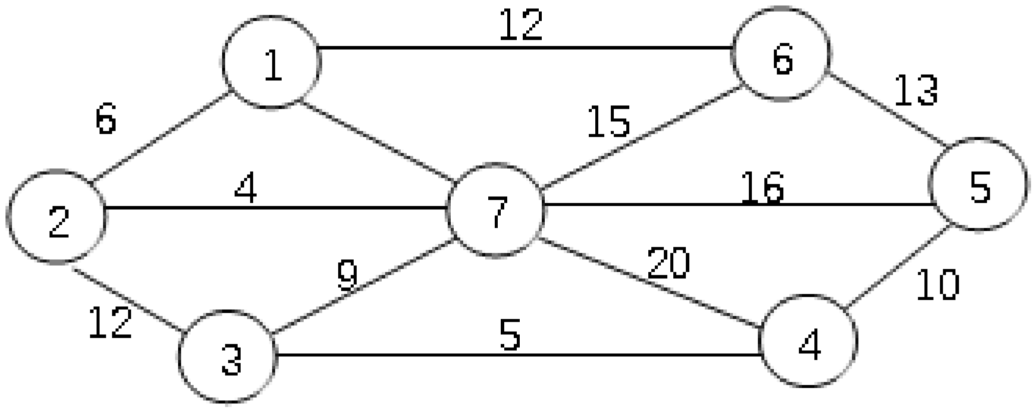
2、请用克鲁斯卡尔和普里姆两种算法分别为图a、图b构造最小生成树。

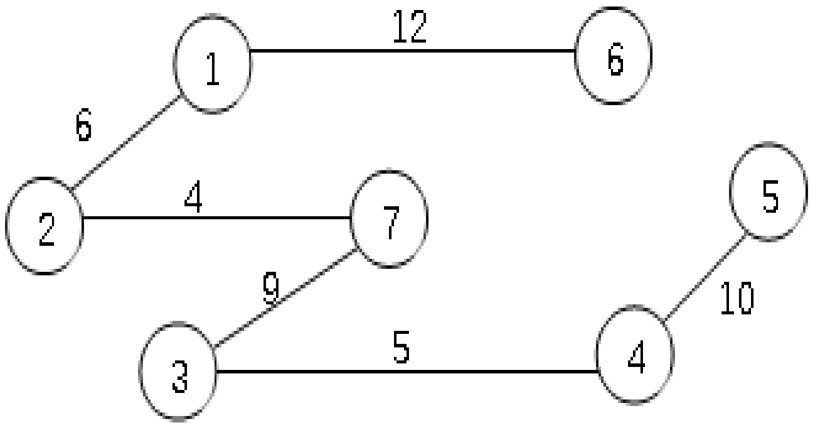
图a



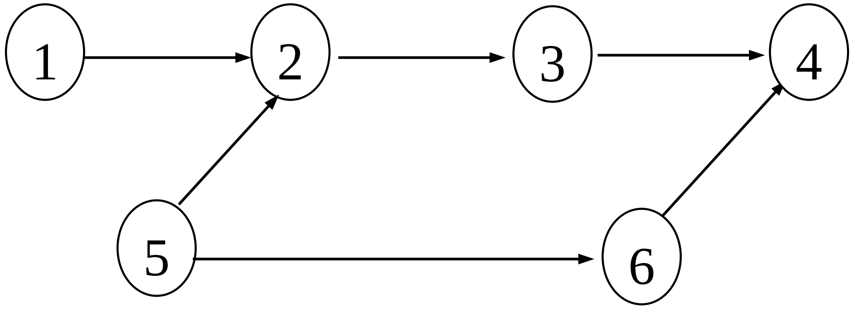


图b





3、试列出全部的拓扑排序序列。



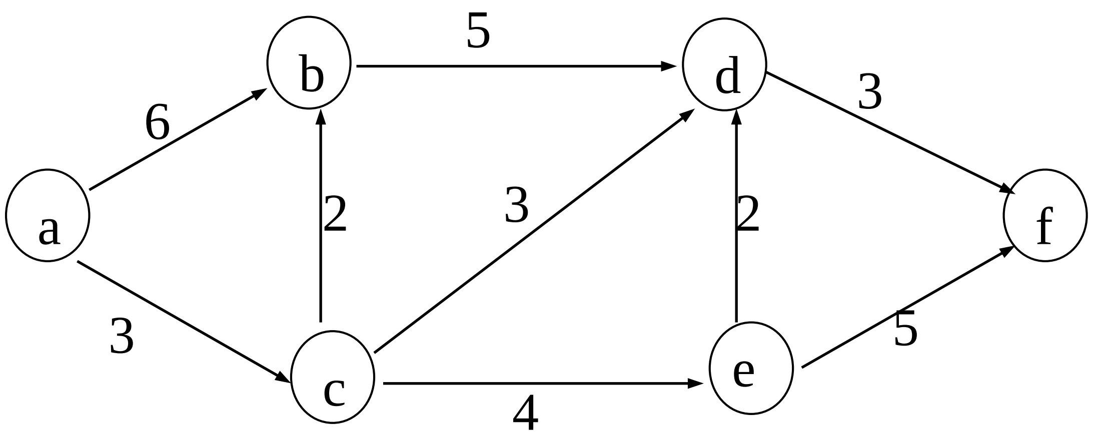
1 5 2 3 6 4
1 5 2 6 3 4
1 5 6 2 3 4
5 6 1 2 3 4
5 1 6 2 3 4
5 1 2 6 3 4
5 1 2 3 6 4

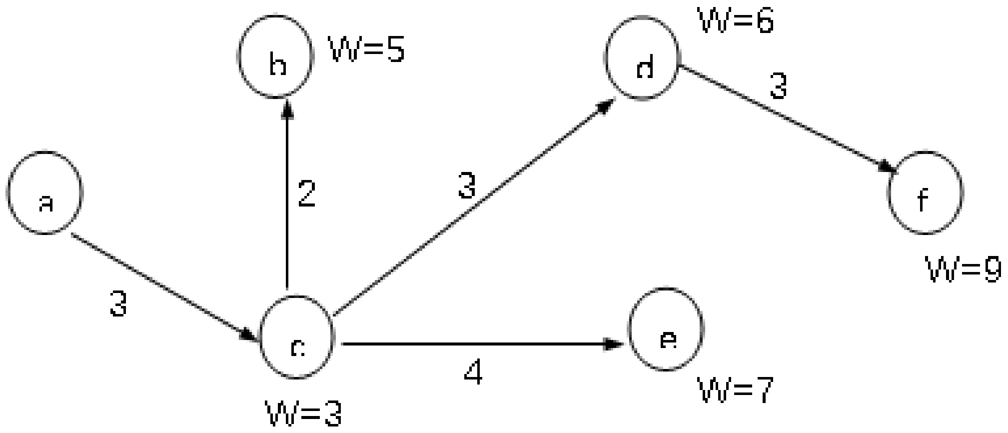
4、G是一个非连通无向图，共有28条边，则该图至少有多少个顶点。

n个顶点的无向图中，边数$e \le n(n-1)/2$，将$e=28$代入，有$n \ge 8$，

现已知无向图非连通，则$n=9$。

5、请用图示说明顶点a到其余各顶点之间的最短路径。





6、已知AOE网有9个结点：V1，V2，V3，V4，V5，V6，V7，V8，V9，其邻接矩阵如下：

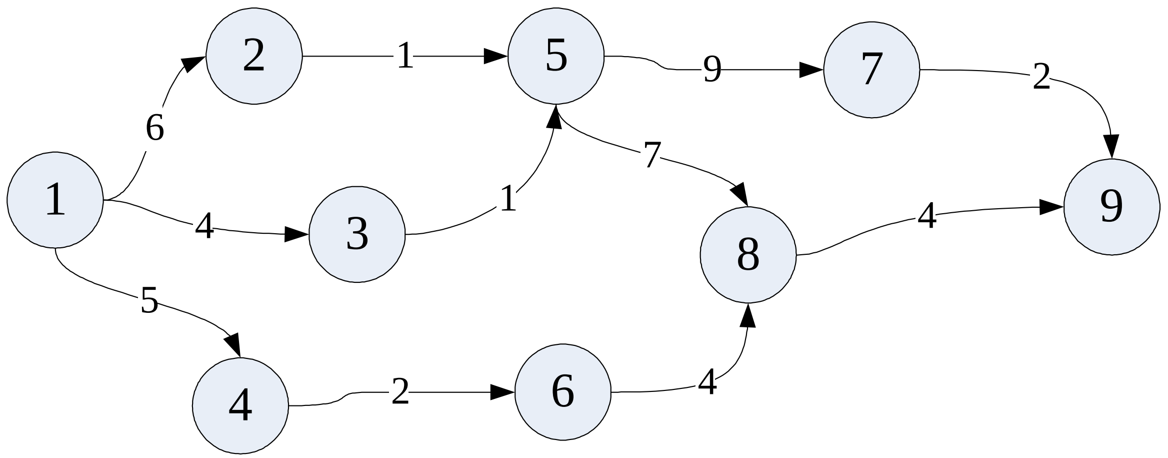
(1)请画出该AOE图。

(2)计算完成整个计划需要的时间。

(3)求出该AOE网的关键路径。

∝	6	4	5	∝	∝	∝	∝	∝
∝	∝	∝	∝	1	∝	∝	∝	∝
∝	∝	∝	∝	1	∝	∝	∝	∝
∝	∝	∝	∝	∝	2	∝	∝	∝
∝	∝	∝	∝	∝	∝	9	7	∝
∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	4	∝
∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	2
∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	4
∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝

(1)



(2)完成整个计划需要18天。

(3)关键路径为：

（V1，V2，V5，V7，V9）

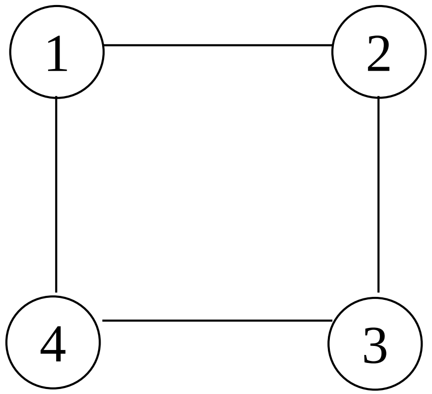
（V1，V2， V5，V8，V9）

7、已知某图G的邻接矩阵如图：

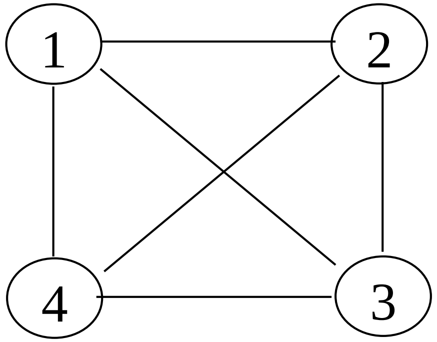
- 画出相应的图；
- 要使此图为完全图需要增加几条边。

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

（1）



（2）完全无向图应具有的边数为：
n*(n-1)1/2=4*(4-1)/2=6
所以还要增加2条边（如下图）。



8、证明：生成树中最长路径的起点和终点的度均为 1 。

用反证法证明。

设$v_1, v_2, \ldots, v_k$是生成树的一条最长路径，其中，v_1为起点，v_k为终点。

若v_k的度为2，取v_k的另一个邻接点v，由于生成树中无回路，所以，v在最长路径上，显然$v_1, v_2, \ldots, v_k$, v的路径最长，与假设矛盾。

所以生成树中最长路径的终点的度为1。 同理可证起点v1的度不能大于1，只能为1。

9、最小生成树指的是（ ） 。

A 由连通网所得到的边数最少的生成树

B 由连通网所得到的顶点数相对较少的生成树

C 连通网中所有生成树中权值之和为最小的生成树

D 连通网的极小连通子图

10、带权图（权值非负，表示边连接的两顶点间的距离）的最短路径问题是找出从初始顶点到目标顶点之间的一条最短路径。假设从初始顶点到目标顶点之间存在路径，现有一种解决该问题的方法：

①设最短路径初始时仅包含初始顶点，令当前顶点*u*为初始顶点；

②选择离*u*最近且尚未在最短路径中的一个顶点*v*，加入到最短路径中，修改当前顶点*u*=*v*；

③重复步骤②，直到*u*是目标顶点时为止。

请问上述方法能否求得最短路径？若该方法可行，请证明之；否则，请举例说明。

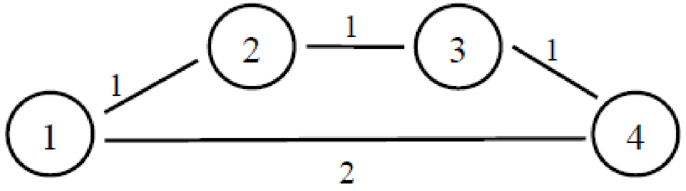


图 a

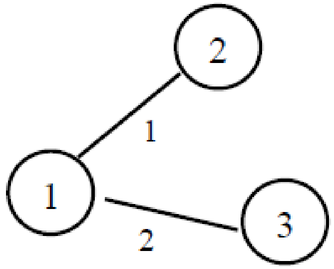


图 b

图a中，设初始顶点为1，目标顶点为4，欲求从顶点1到顶点4之间的最短路径。显然这两点之间的最短路径长度为2。但利用给定方法求得的路径长度为3，这条路径并不是这两点之间的最短路径。

图b中，设初始顶点为1，目标顶点为3，欲求从顶点1到顶点3之间的最短路径。利用给定的方法，无法求出顶点1到顶点3的路径。

11、已知有6个顶点（顶点编号为0~5）的有向带权图G，其邻接矩阵A为上三角矩阵，按行为主序（行优先）保存在如下的一维数组中。

4	6	∞	∞	∞	5	∞	∞	∞	4	3	∞	∞	3	3

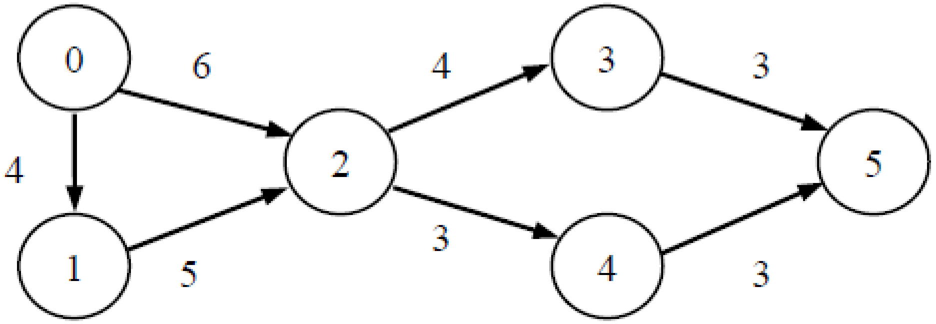
要求：

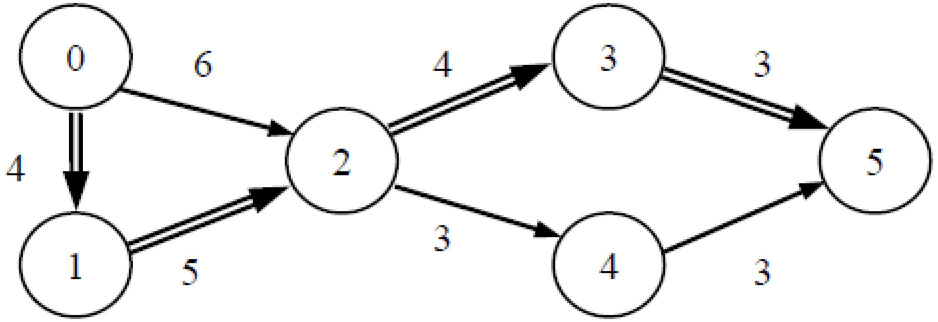
（1）写出图G的邻接矩阵A。

（2）画出有向带权图G。

（3）求图G的关键路径，并计算该关键路径的长度。

$$
\begin{bmatrix}
0 & 4 & 6 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 0 & 5 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 0 & 4 & 3 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 0 & \infty & 3 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & 0 & 3 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0
\end{bmatrix}
$$





证明：只要适当地排列顶点的次序，就能使有向无环图的邻接矩阵中主对角线以下的元素全部为0。

任意n个结点的有向无环图都可以得到一个拓扑序列。设拓扑序列为$v_0v_1v_2...v_{n-1}$，只需证明此时的邻接矩阵A为上三角矩阵。

证明采用反证法。

假设此时的邻接矩阵不是上三角矩阵，那么，存在下标i和j（$i>j$），使得A[i][j]不等于零，即图中存在从v_i到v_j的一条有向边。由拓扑序列的定义可知，在任意拓扑序列中，v_i的位置一定在v_j之前，而在上述拓扑序列$v_0v_1v_2...v_{n-1}$中，由于$i>j$，即v_i的位置在v_j之后，导致矛盾。因此命题正确。