

数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science

gaocuiyun@hit.edu.cn

目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

多级门电路

前提：忽略输入端原、反变量的差别.

门的级数——

电路输入与输出之间串联的门的最大数值

□ 二级电路

AND-OR 电路（积之和）

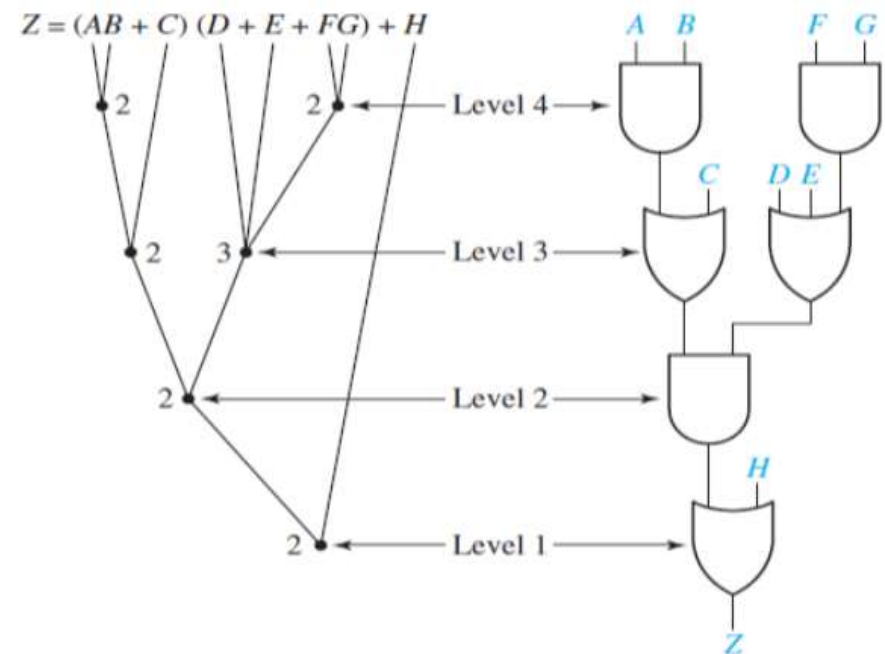
OR-AND 电路（和之积）

□ 三级电路

OR-AND-OR 电路

□ 各门没有特定的排列顺序

□ 输出门可以使与门也可以是或门



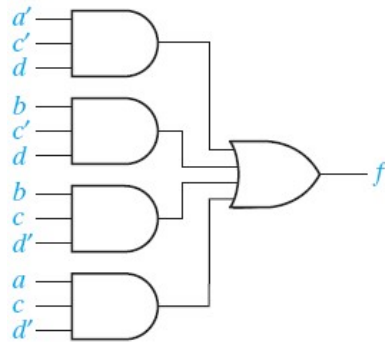
多级门电路

1. 二级电路

AND-OR 电路（积之和）

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

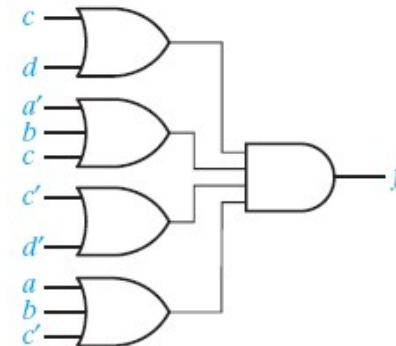
5个门, 16 个输入端



OR-AND 电路（和之积）

$$f = (c + d)(a' + b + c)(c' + d')(a + b + c')$$

5个门, 14 个输入端



		<i>ab</i>			
		00	01	11	10
<i>cd</i>	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	0
	11	0	0	0	0
	10	0	1	1	1

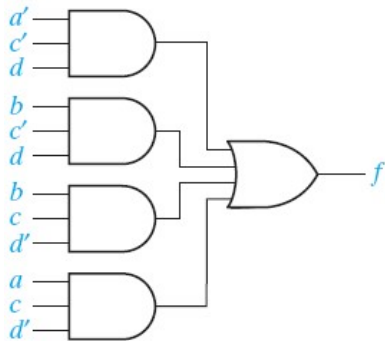
多级门电路

1. 二级电路

AND-OR 电路（积之和）

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

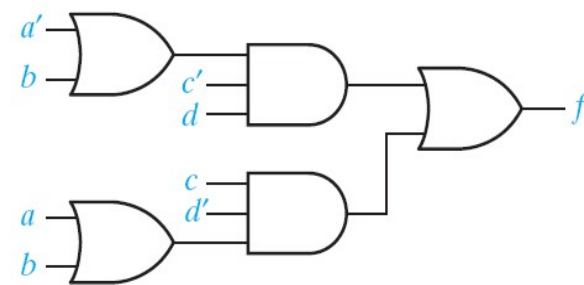


2. 三级电路

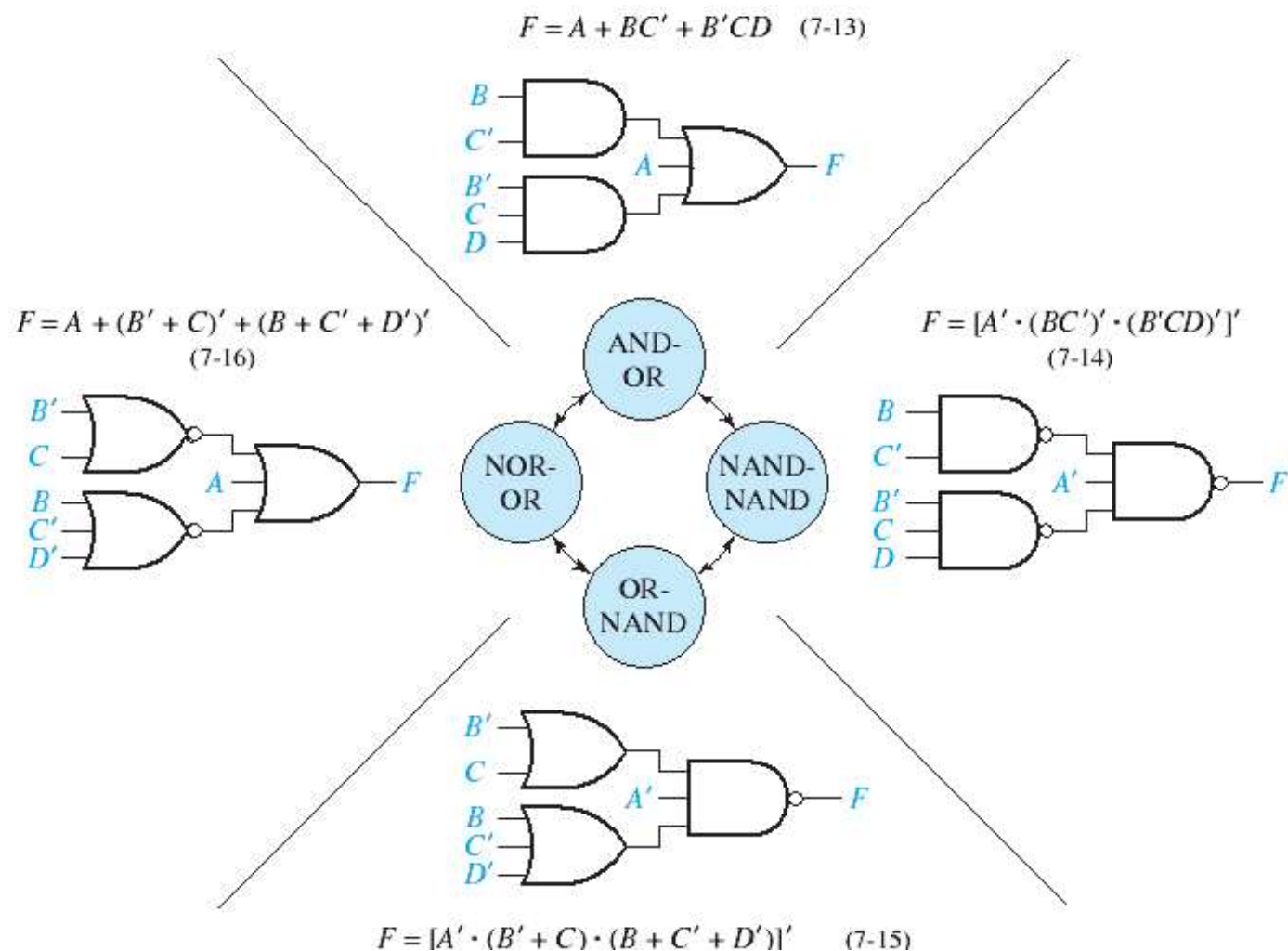
OR-AND-OR 电路

$$f = c'd(a' + b) + cd'(a + b)$$

5个门, 12 个输入端

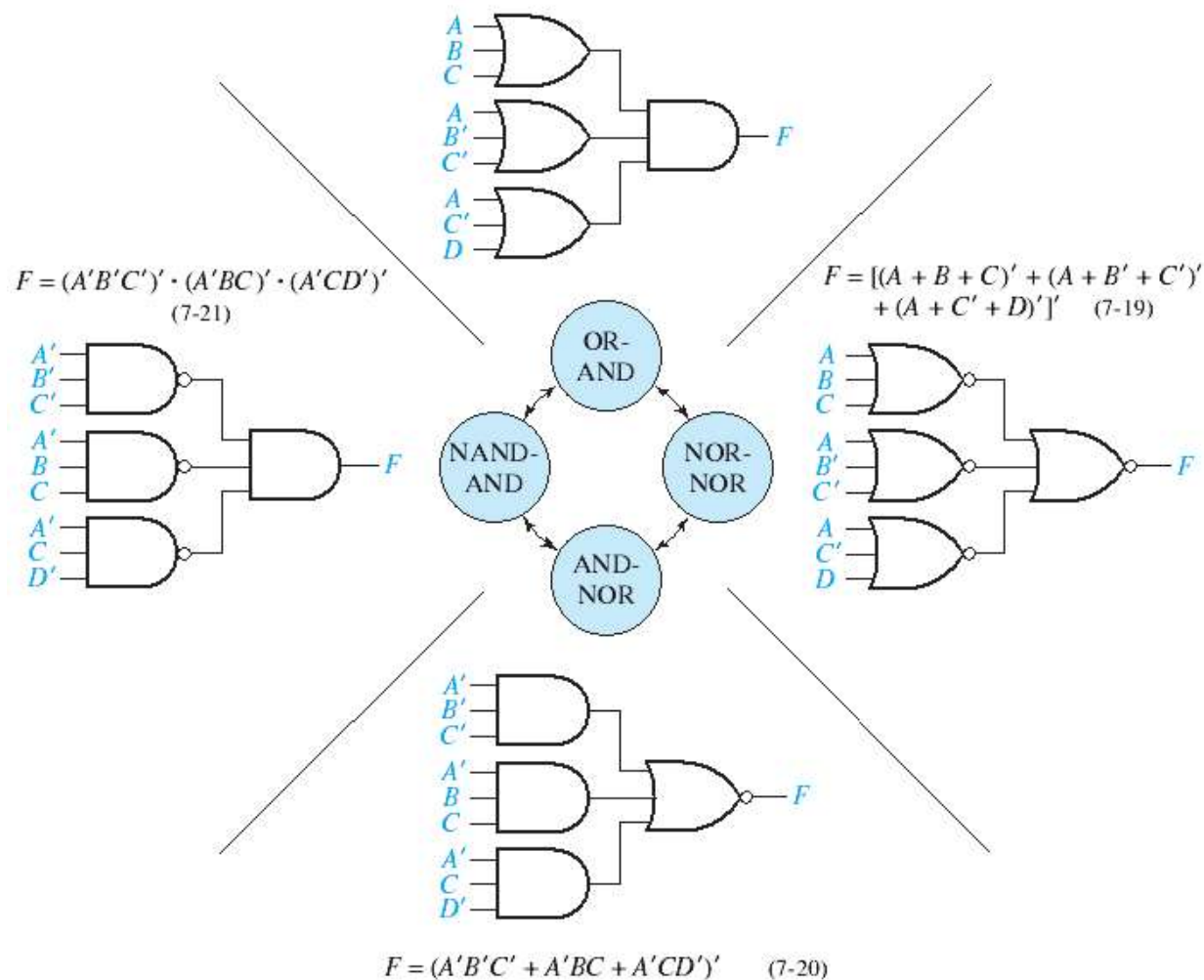


二级门电路的8种基本形式——1



二级门电路的8种基本形式——2

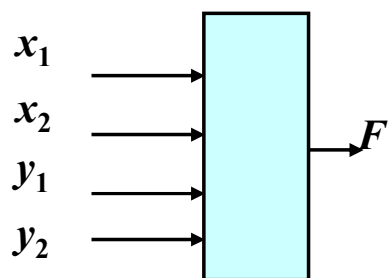
$$F = (A + B + C)(A + B' + C')(A + C' + D) \quad (7-18)$$



多级门电路设计实例

- 设计组合电路，对输入的2个二进制数 $X=X_1X_2$ 和 $Y=Y_1Y_2$ 比较，当 $X>Y$ ，输出 $F=1$ ；否则， $F=0$ 。

① 确定输入输出



② 真值表

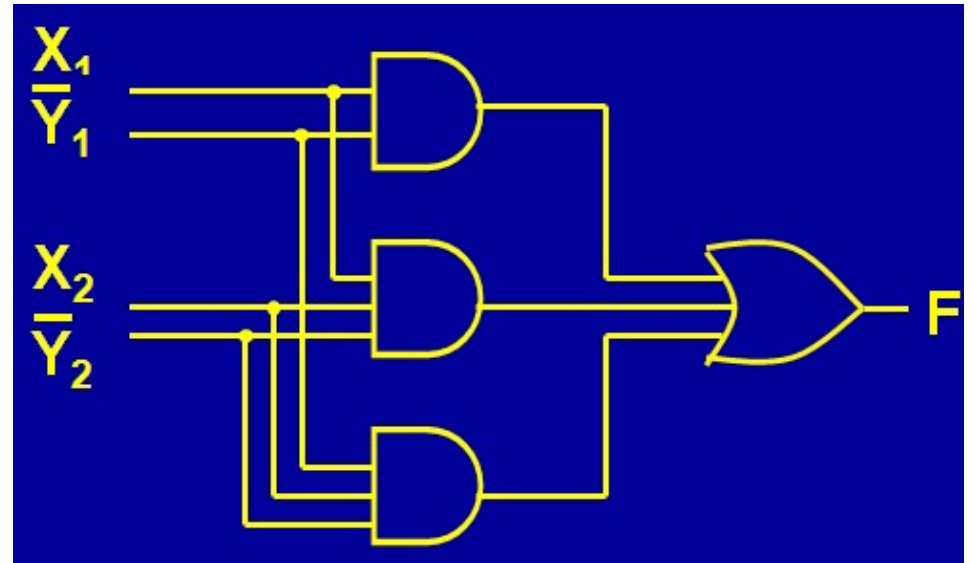
$X_1 X_2 Y_1 Y_2$	F	$X_1 X_2 Y_1 Y_2$	F
0 0 0 0	0	1 0 0 0	1
0 0 0 1	0	1 0 0 1	1
0 0 1 0	0	1 0 1 0	0
0 0 1 1	0	1 0 1 1	0
0 1 0 0	1	1 1 0 0	1
0 1 0 1	0	1 1 0 1	1
0 1 1 0	0	1 1 1 0	1
0 1 1 1	0	1 1 1 1	0

多级门电路

③ 最简二级与或电路

$$F = X_1\bar{Y}_1 + X_2\bar{Y}_1\bar{Y}_2 + X_1X_2\bar{Y}_2$$

		Y ₁ Y ₂			
		00	01	11	10
X ₁ X ₂	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	1	1	0	1
	10	1	1	0	0

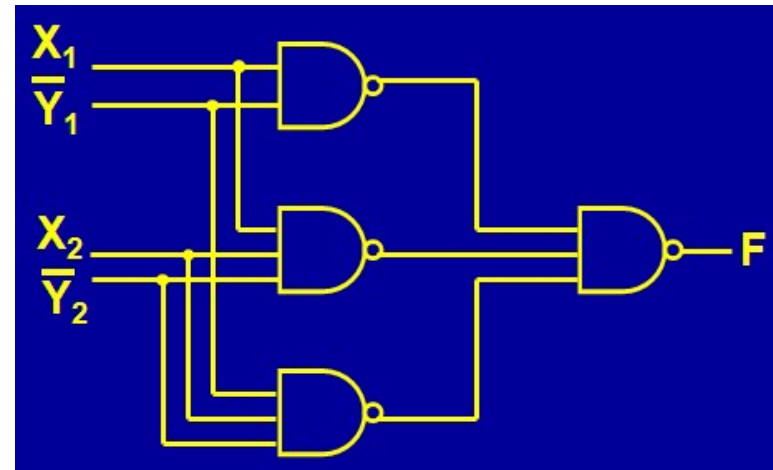
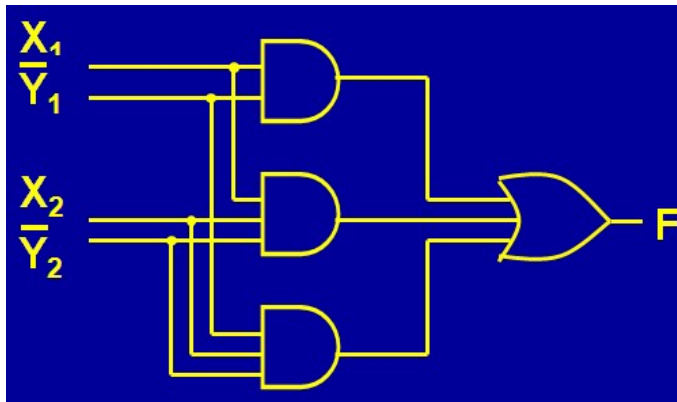


多级门电路

④ 采用单一逻辑门(与非门)设计

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2$$

$$= \overline{\overline{(X_1 \bar{Y}_1)} \overline{(X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2)} \overline{(X_1 X_2 \bar{Y}_2)}}$$



目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

二级门电路的设计

任何逻辑都可以用二级门电路实现

$$F(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (1,6,7) = \prod_{XYZ} (0,2,3,4,5)$$

$$F'(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (0,2,3,4,5) = \prod_{XYZ} (1,6,7)$$

NAND and **NOR** gates:

相比与门、或门——速度更快；价格便宜；使用的器件更少

二级门电路的设计方法

1. 使用单一逻辑门（与非门）设计最简二级电路

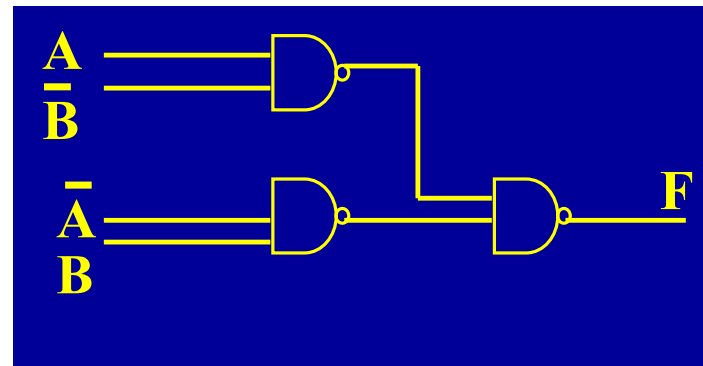
给定：最简与或式

Method 1: $(F')'$

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$\overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$

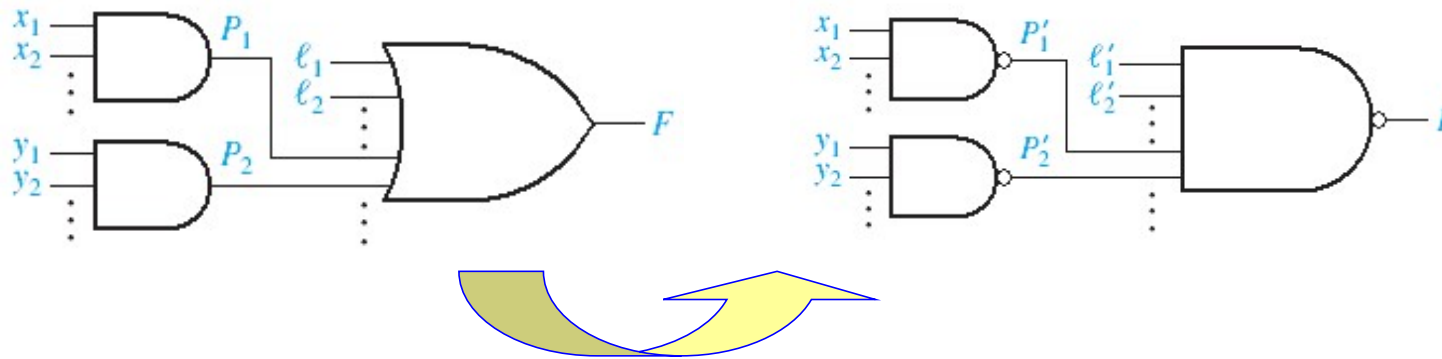
$$\overline{\overline{\bar{A}B} \cdot \overline{A\bar{B}}}$$



二级门电路设计

给定：最简与或式

- Method 2:**
1. 找出F的最简积之和式。
 2. 画出二级与或电路（**AND-OR**）。
 3. 用与非门替换所有逻辑门。
 4. 将连接输出门的所有单个变量取反



二级门电路设计

2. 使用单一逻辑门（或非门）设计最简二级电路

给定：最简与或式

Method 1: $(F^D)^D$

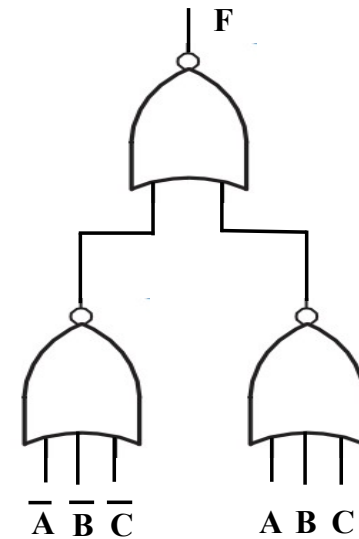
$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

$$F^D = (A + \bar{B}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + C)$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}} \cdot \overline{\overline{ABC}}$$

$$F = (F^D)^D = \overline{\overline{(A+B+C)} + \overline{\overline{(A+\bar{B}+\bar{C})}}}$$



二级门电路设计

给定：最简与或式

Method 2:

1. 找出F的最简和之积式.
2. 画出二级或与电路（**OR-AND**）.
3. 用或非门替换所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有单个变量取反

二级门电路设计

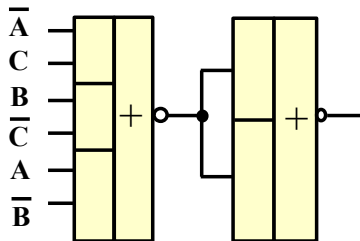
3. 使用单一逻辑门（与或非门）设计最简二级电路

给定：最简与或式

• Method : $(F')'$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

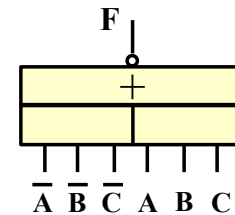
$$F = \overline{\overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}}$$



$$\bar{F} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$F = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC}$$



正逻辑与负逻辑

- 客观：只要电路组成一定，其输入与输出的电位关系就唯一被确定下来
- 主观：输入与输出的高低电位被赋予什么逻辑值是人为规定的

例：某电路

真值表

A	B	F
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

与门

真值表

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

或门

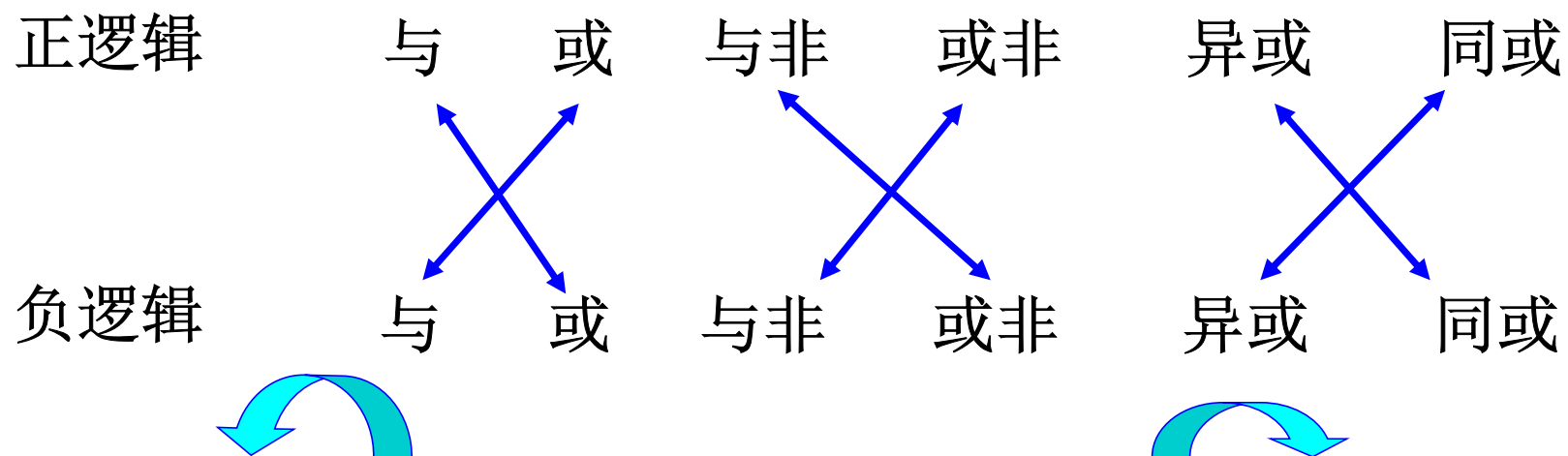
正逻辑

负逻辑

正逻辑与负逻辑

对于同一电路

- 可以采用正逻辑，也可以采用负逻辑
- 它不会影响电路结构，但是会影响电路逻辑功能。



A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

与非门

正混合逻辑

输入: H=1

L=0

输出: H=0

L=1

负混合逻辑

输入: H=0

L=1

输出: H=1

L=0

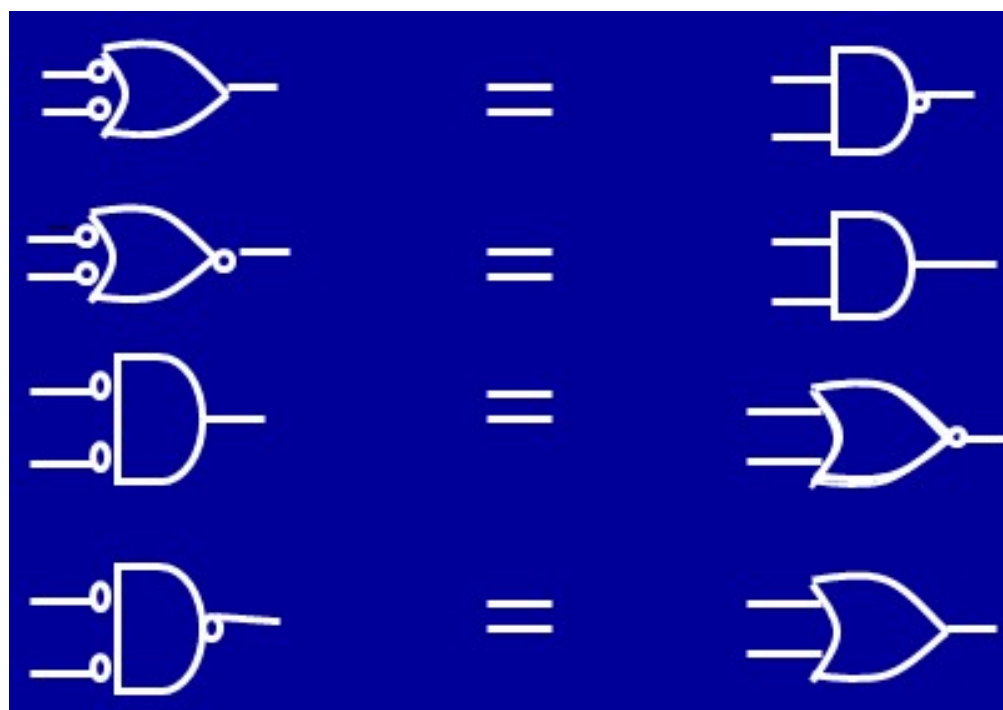
A	B	F
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

或非门

正逻辑——高电平有效

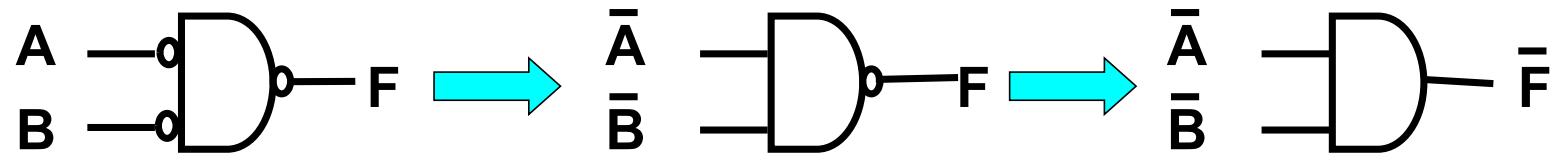
负逻辑——低电平有效

- **逻辑符号——用带小圆圈的门符号表示**

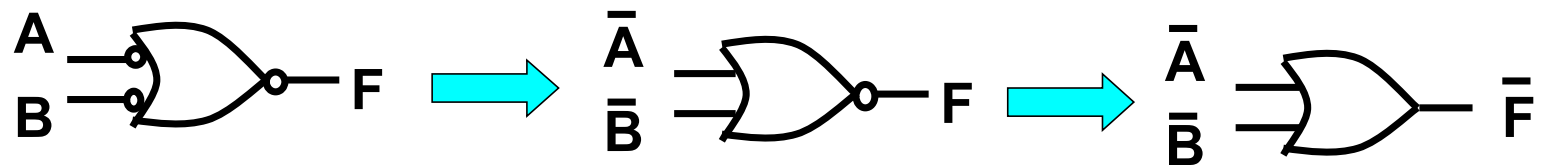


正、负逻辑的变换定理

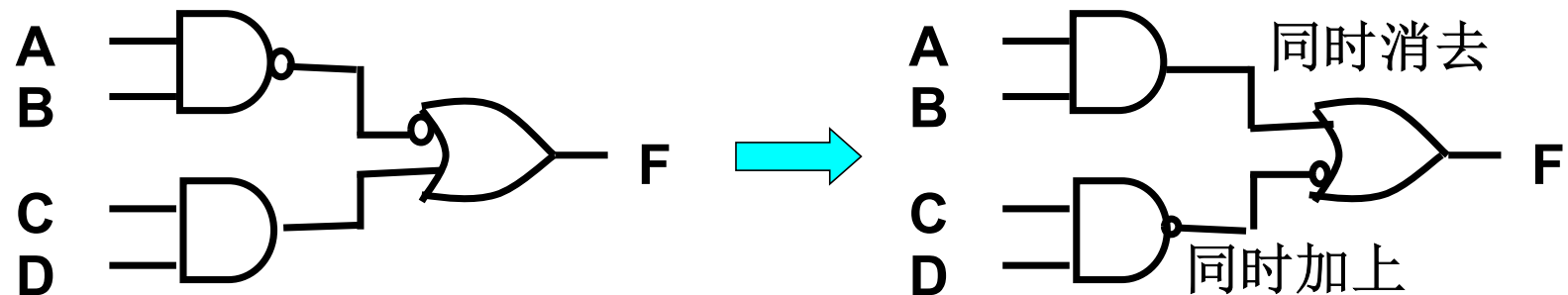
定理1:



定理2:



定理3:

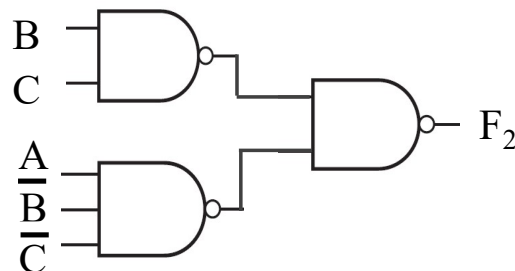
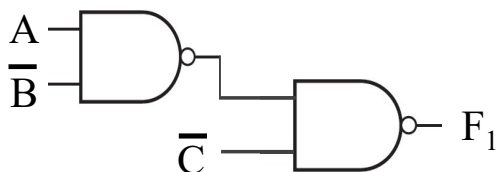


目 录

- 多级门电路（Multi-Level Circuits）
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

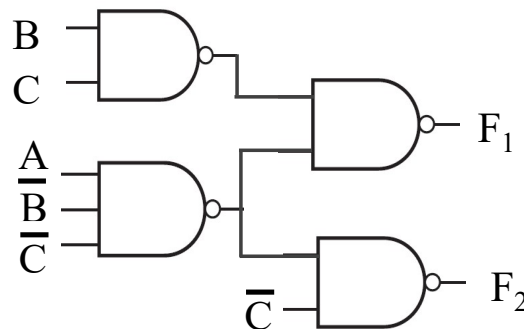
多输出电路的设计--代数法

利用与非门设计二级电路： $F_1 = C + A\bar{B}$, $F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$



关键：寻找共享项，追求整体最简

$$\begin{aligned} F_1 &= C + A\bar{B} \\ &= C + A\bar{B} (C + \bar{C}) \\ &= \textcolor{red}{C} + A\bar{B}\textcolor{red}{C} + A\bar{B}\bar{C} \\ &= C + A\bar{B}\bar{C} \end{aligned}$$



多输出电路的设计—卡诺图法

F_1

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$$F_1 = C + A\bar{B}\bar{C}$$

F_2

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	1	0

$$F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$$

关键：寻找共享项，追求整体最简

多输出电路的设计—卡诺图法

F_1

		AB			
	C	00	01	11	10
0		1	0	0	0
1		1	1	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$$

F_2

		AB			
	C	00	01	11	10
0		0	0	1	0
1		0	1	1	0

$$F_2 = AB + BC$$

F_1

		AB			
	C	00	01	11	10
0		1	0	0	0
1		1	1	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}BC$$

F_2

		AB			
	C	00	01	11	10
0		0	0	1	0
1		0	1	1	0

$$F_2 = AB + \bar{A}BC$$

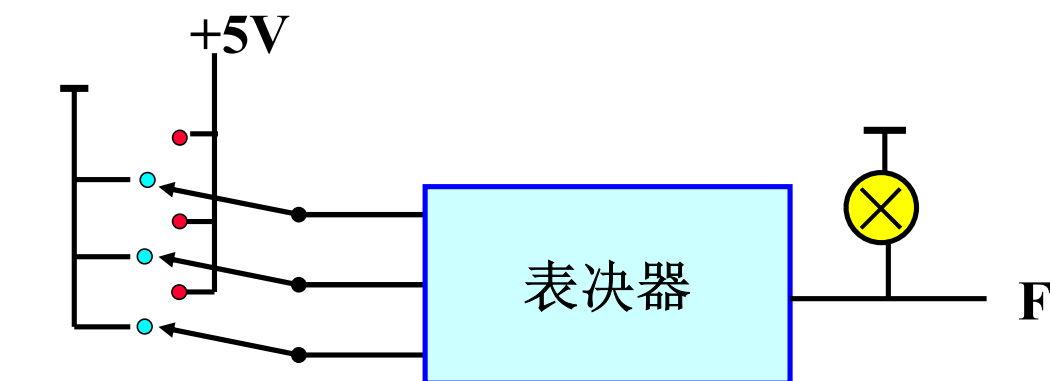
目 录

- 多级门电路（Multi-Level Circuits）
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

三人表决器设计

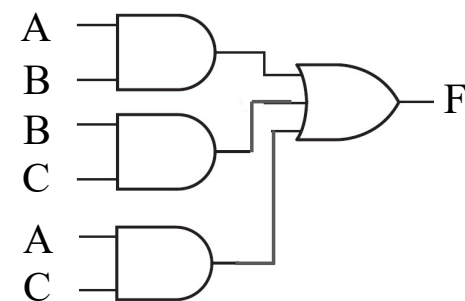
- 少数服从多数
真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



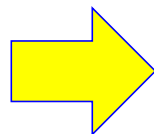
BC	00	01	11	10
A				
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$F=AB+AC+BC$$



举重比赛裁判电路设计

- 一个主裁判，两个副裁判
- 比赛结果用红、绿两只灯显示



- 两灯都亮：成功
- 只有红灯亮：需讨论
- 其他：未成功

规则

1. 红绿两只灯都亮：

- 三个裁判均按下自己的按钮；
- 两个裁判（其中有一个是主裁判）按下自己的按钮；

2. 只红灯亮：

- 两个裁判（均是副裁判）；
- 只有一个主裁判按下自己的按钮；

3. 其它情况，红绿灯都灭

真值表

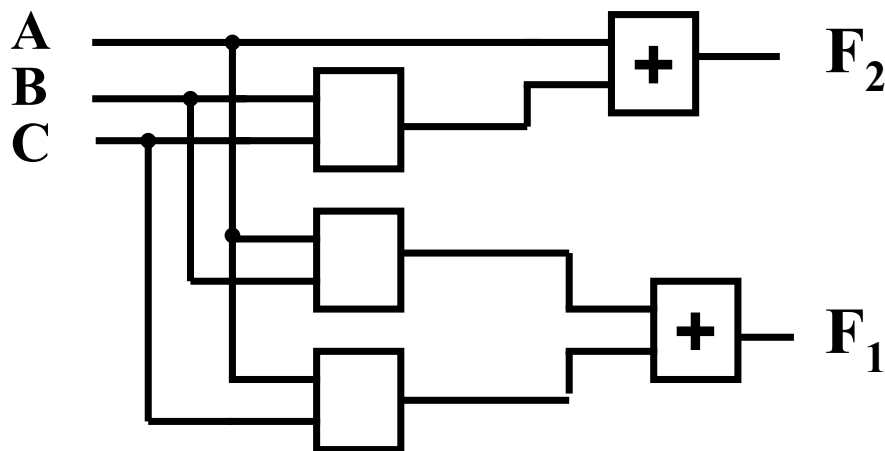
A B C	F_2	F_1
主付付	红	绿
0 0 0	0	0
0 0 1	0	0
0 1 0	0	0
0 1 1	1	0
1 0 0	1	0
1 0 1	1	1
1 1 0	1	1
1 1 1	1	1

BC	00	01	11	10
A				
0	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$$F_2 = A + BC$$

BC	00	01	11	10
A				
0	0	0	0	0
1	0	1	1	1

$$F_1 = AB + AC$$

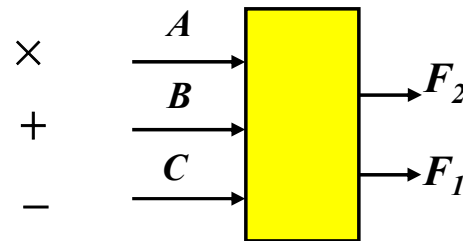


操作码生成器

Truth Table

A B C	F_2	F_1
$\times + -$		
0 0 0	0	0
0 0 1	1	1
0 1 0	1	0
0 1 1	\times	\times
1 0 0	0	1
1 0 1	\times	\times
1 1 0	\times	\times
1 1 1	\times	\times

- 用与或非门设计一个操作码形成器，当按下 \times 、 $+$ 、 $-$ 各个操作键时，要求分别产生乘法、加法、减法的操作码01、10和11



Constraint: $AB=0$

$BC=0$

$AC=0$



$\bar{A}BC=0$

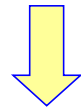
$A\bar{B}C=0$

$AB\bar{C}=0$

$ABC=0$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	×	1
1	0	×	×	×

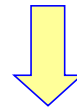
$$F_2 = B + C$$



$$F_2 = (B'C')'$$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	×	0
1	1	×	×	×

$$F_1 = A + C$$



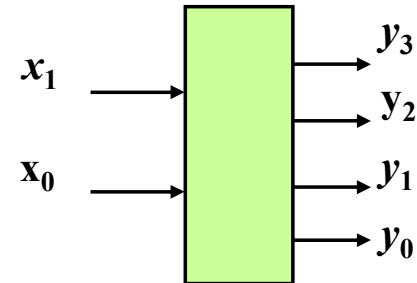
$$F_1 = (A'C')'$$

$$Y = X * X$$

X is 2-bit binary, Design a circuit to realize $Y=X^2$

真值表

x_1	x_0	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1



$$\left\{ \begin{array}{l} y_3 = x_1 x_0 \\ y_2 = x_1 \bar{x}_0 \\ y_1 = 0 \\ y_0 = x_0 \end{array} \right.$$