

数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science

gaocuiyun@hit.edu.cn

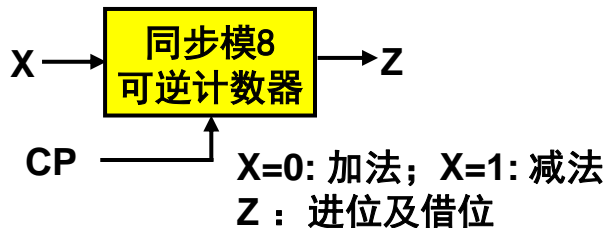
用触发器设计同步时序逻辑—实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

利用触发器设计同步时序逻辑_例1

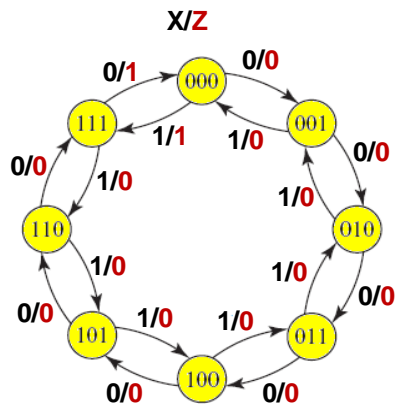
例1：利用T触发器设计一个同步模8可逆计数器

确定 T_3 : 看 $Q_3^n \rightarrow Q_3^{n+1}$
确定 T_2 : 看 $Q_2^n \rightarrow Q_2^{n+1}$
确定 T_1 : 看 $Q_1^n \rightarrow Q_1^{n+1}$



1. 原始状态图及状态表

需要3个T触发器



T触发器驱动表

输入端T	次态 Q_{n+1}
0	Q_n
1	\bar{Q}_n

2. 状态转换真值表

输入 现态				次态			输入 输出			
X	Q_3^n	Q_2^n	Q_1^n	Q_3^{n+1}	Q_2^{n+1}	Q_1^{n+1}	T_3	T_2	T_1	Z
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0

利用触发器设计同步时序逻辑_例1

3. 卡诺图化简

$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	0

$$T_3 = \overline{X}Q_2^n Q_1^n + X\overline{Q_2^n} \overline{Q_1^n}$$

$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

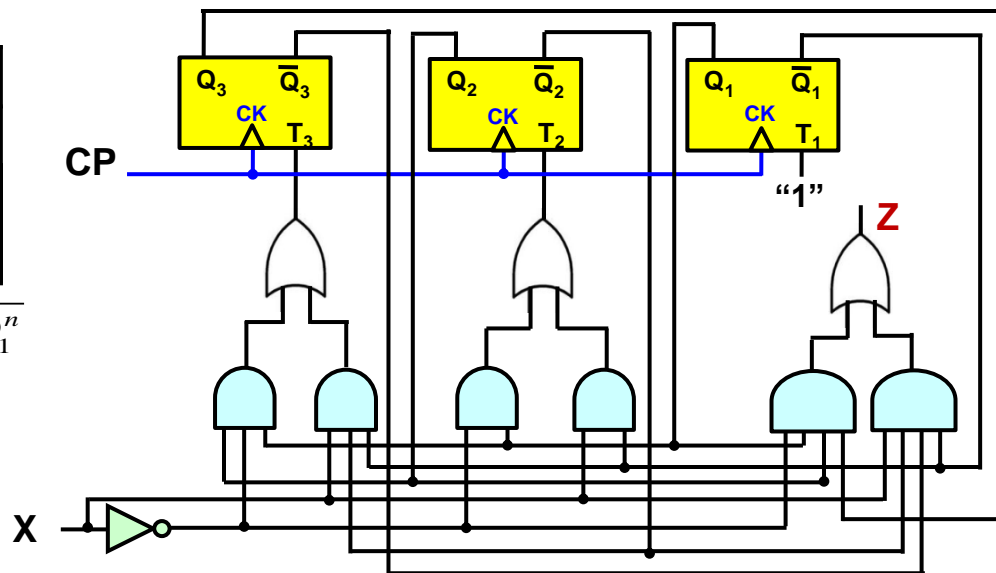
$$T_2 = \overline{X}Q_1^n + X\overline{Q_1^n}$$

$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	0

$$T_1 = 1$$

$$Z = X\overline{Q_3^n} \overline{Q_2^n} \overline{Q_1^n} + \overline{X}Q_3^n Q_2^n Q_1^n$$

4. 电路实现



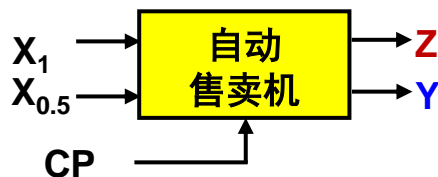
用触发器设计同步时序逻辑—实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

例2：利用D触发器设计一个自动售卖机

- 只接收硬币： 0.5 ¥ , 1 ¥
- 每次投币只接收一枚硬币
- 机器收到1.5 ¥，给出一瓶饮料
- 机器收到2.0 ¥，给出一瓶饮料，找回0.5 ¥



$X_1 X_{0.5} = 00$: 0 ¥

$X_1 X_{0.5} = 01$: 0.5 ¥

$X_1 X_{0.5} = 10$: 1 ¥

$Y=1/0$: 给/不给 饮料

$Z=1/0$: 找零/不找零

1. 原始状态图及状态表

① 状态设定

S_0 —初始状态，无投币

S_1 —机器收到0.5 ¥

S_2 —机器收到1.0 ¥ (2个 0.5 ¥, or 1个1.0 ¥)

if (机器又收到1个0.5 ¥)

then $Y=1$, 且 $Z=0$, 回到 S_0

Else If (机器又收到1个1 ¥)

then $Y=1$, 且 $Z=1$, 回到 S_0

Solution 1:

Mealy circuit

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

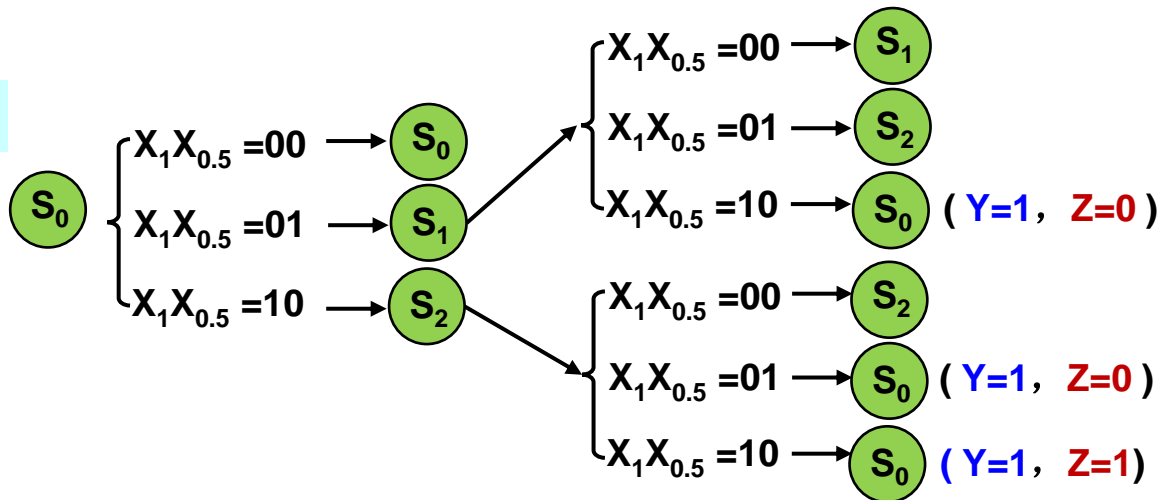
② 状态转换分析

Solution 1: Mealy circuit

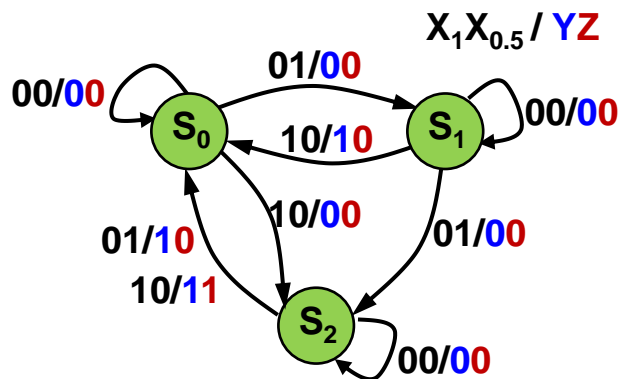
S_0 —无投币

S_1 —0.5 ¥

S_2 —机器收到1.0 ¥



③ Mealy 状态图



④ 状态表

现态 S^n	S^{n+1} / Z			
	$X_1X_{0.5}=00$	$X_1X_{0.5}=01$	$X_1X_{0.5}=10$	$X_1X_{0.5}=11$
S_0	$S_0 / 00$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	X / XX
S_1	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	X / XX
S_2	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$S_0 / 11$	X / XX

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

确定 D_2 : 看 Q_2^{n+1}
确定 D_1 : 看 Q_1^{n+1}

④ 状态表

现态 S^n	S^{n+1} / Z			
	$X_1 X_{0.5}=00$	$X_1 X_{0.5}=01$	$X_1 X_{0.5}=10$	$X_1 X_{0.5}=11$
S_0	$S_0 / 00$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	X / XX
S_1	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	X / XX
S_2	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$S_0 / 11$	X / XX

2. 状态化简

3. 状态分配

S_0 — 00
 S_1 — 01
 S_2 — 10

	0	1
0	S_0	S_1
1	S_2	

需要2个D触发器

4. 状态转换真值

输入		现态		次态		输入		输出	
X_1	$X_{0.5}$	Q_2^n	Q_1^n	Q_2^{n+1}	Q_1^{n+1}	D_2	D_1	Y	Z
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	X	X	X	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	X	X	X	X	X	X
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	X	X	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

5. 卡诺图化简

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	1	
01	0	1	X	0	
11	X	X	X	X	
10	1	0	X	0	

$$D_2 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n + Q_1^n X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	1	X	0	
01	1	0	X	0	
11	X	X	X	X	
10	0	0	X	0	

$$D_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_1^n + X_{0.5} \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	0	X	1	
11	X	X	X	X	
10	0	1	X	1	

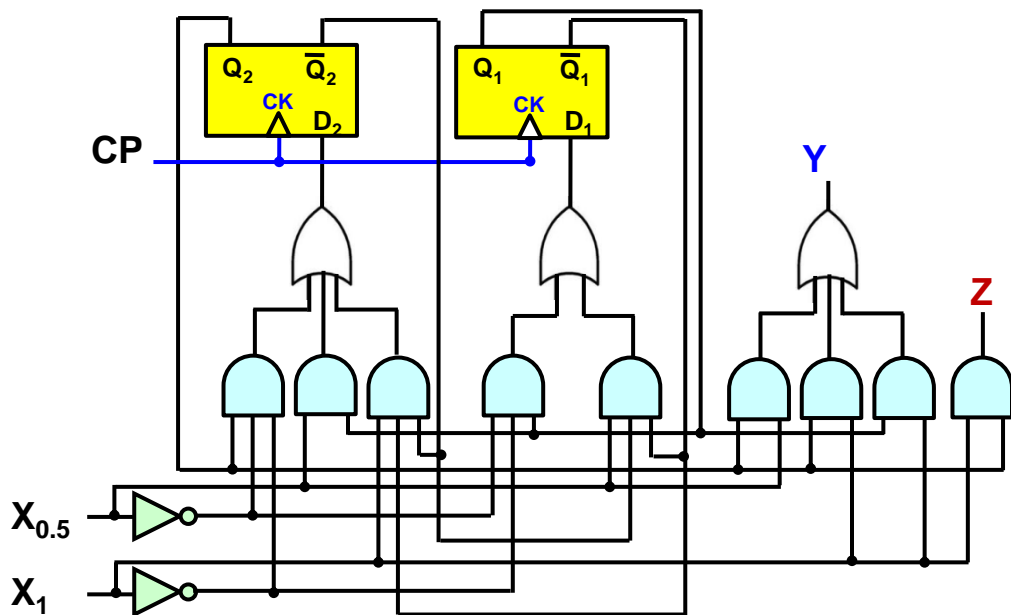
$$Y = Q_2^n X_{0.5} + Q_2^n X_1 + X_1 Q_1^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	0	X	0	
11	X	X	X	X	
10	0	0	X	1	

$$Z = X_1 Q_2^n$$

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

6. 电路实现



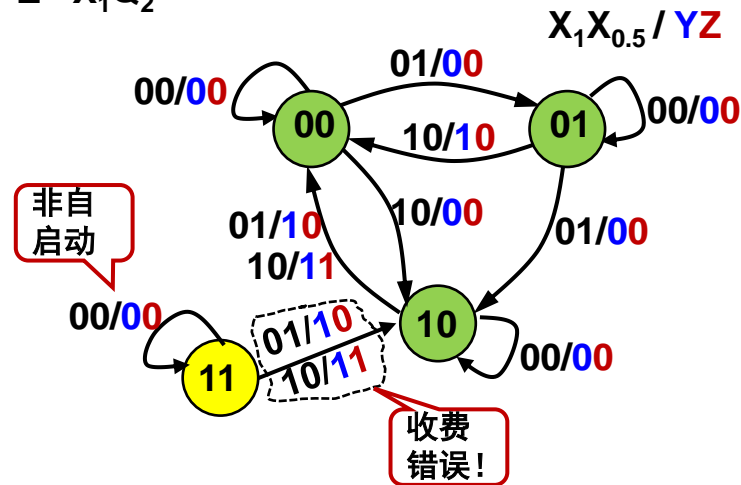
! 电路需要预置

7. 检查无关项

无关状态: $Q_2^n Q_1^n = 11$

$X_1 X_{0.5}$ 分别为 00, 01, 10 时, 带入计算

$$\begin{cases} Q_2^{n+1} = D_2 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_1^n + Q_1 X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \\ Q_1^{n+1} = D_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n + X_{0.5} \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \\ Y = Q_2^n X_{0.5} + Q_2^n X_1 + X_1 Q_1^n \\ Z = X_1 Q_2^n \end{cases}$$



利用触发器设计同步时序逻辑_例2

1. 原始状态图及状态表

① 状态设定（标记收到的钱数）

S_0 —初始状态，机器收到0¥

S_1 —机器收到0.5¥

S_2 —机器收到1.0¥

S_3 —机器收到1.5¥

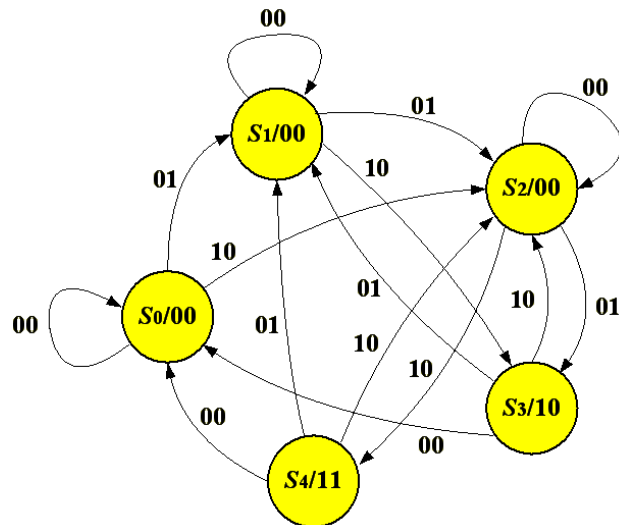
S_4 —机器收到2.0¥

Solution 2:
Moor circuit

③ Moor 状态表

现态 S_n	次态 S_{n+1}			输出 YZ
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 10$	
S_0	S_0	S_1	S_2	00
S_1	S_1	S_2	S_3	00
S_2	S_2	S_3	S_4	00
S_3	S_0	S_1	S_2	10
S_4	S_0	S_1	S_2	11

② Moor 状态图



2. 状态化简

3. 状态分配

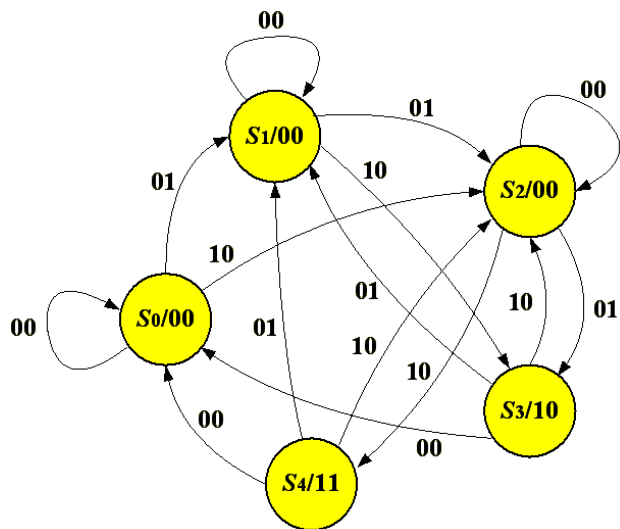
需要3个D触发器

$Q_2^n Q_1^n$	Q_3^n			
	00	01	11	10
0	S_0	S_3		S_1
1	S_4			S_2

S_0 — 000
 S_1 — 010
 S_2 — 110
 S_3 — 001
 S_4 — 100

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

4. 状态转换真值表



S_0 — 000
 S_1 — 010
 S_2 — 110
 S_3 — 001
 S_4 — 100

输入		现态					次态			输入			输出	
X_1	$X_{0.5}$	Q_3^n	Q_2^n	Q_1^n			Q_3^{n+1}	Q_2^{n+1}	Q_1^{n+1}	D_3	D_2	D_1	Y	Z
0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1			0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0			0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0			0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0			1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0			0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0			0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0			1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1			0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0			0	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0			1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0			0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0			1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1			1	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0			1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	X	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

5. 卡诺图化简

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=0$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	0
	01	0	X	X	1
	11	0	X	X	0
	10	0	0	X	1

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=0$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	1
	01	0	X	X	1
	11	1	X	X	0
	10	1	1	X	1

		$X_1=0$			
		$Q_2^n Q_1^n$	00	01	11
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	0
	01	0	X	X	0
	11	0	X	X	1
	10	0	0	X	0

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	1	1	X	0
	01	1	X	X	1
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	1	1	X	0
	01	1	X	X	0
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	1
	01	0	X	X	0
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

$$D_3 = \bar{X}_{0.5} Q_3^n Q_2^n + \bar{Q}_3^n X_{0.5} Q_2^n + X_1 \bar{Q}_2^n$$

$$D_2 = \bar{X}_{0.5} Q_3^n + \bar{Q}_2^n X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_2^n + \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n$$

$$D_1 = X_{0.5} Q_3^n Q_2^n + \bar{Q}_3^n X_1 Q_2^n$$

利用触发器设计同步时序逻辑_例2

$X_1=0$

$Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$				
00	0	1	X	0
01	1	X	X	0
11	1	X	X	0
10	0	1	X	1

$X_1=1$

$Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$				
00	0	1	X	0
01	1	X	X	0
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$Y = \overline{Q_2^n} Q_3^n + Q_1^n$$

$X_1=0$

$Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$				
00	0	0	X	0
01	1	X	X	0
11	1	X	X	0
10	0	0	X	0

$X_1=1$

$Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$				
00	0	0	X	0
01	1	X	X	0
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$Z = \overline{Q_2^n} Q_3^n$$

$$\begin{cases} D_3 = \overline{X_{0.5}} Q_3^n Q_2^n + \overline{Q_3^n} X_{0.5} Q_2^n + X_1 \overline{Q_2^n} \\ D_2 = \overline{X_{0.5}} Q_3^n + \overline{Q_2^n} X_{0.5} + X_1 \overline{Q_2^n} + \overline{X_1} \overline{X_{0.5}} Q_2^n \\ D_1 = X_{0.5} Q_3^n Q_2^n + \overline{Q_3^n} X_1 Q_2^n \\ Y = \overline{Q_2^n} Q_3^n + Q_1^n \\ Z = \overline{Q_2^n} Q_3^n \end{cases}$$

6. 电路实现(略)

7. 检查无关项(略)

Moor型电路与Mealy型电路比较

- Moor型电路中的状态总数相对要多一些，需要使用较多的触发器资源。
- Moor型电路的输出只与状态有关，输出没有毛刺。

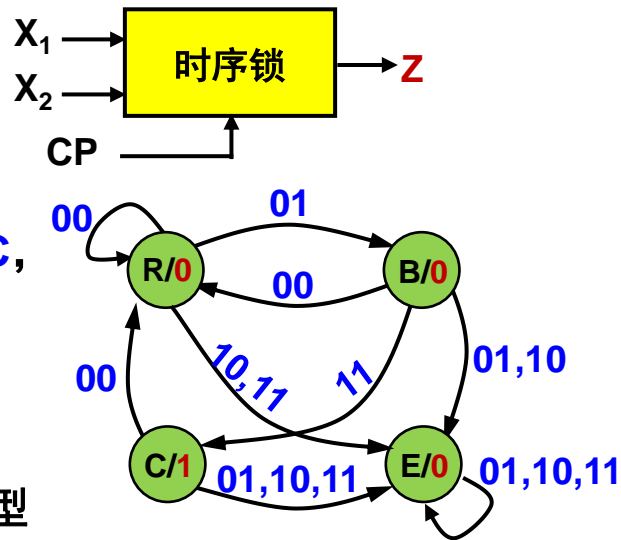
用触发器设计同步时序逻辑—实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

利用触发器设计同步时序逻辑_例3

例3：利用JK触发器设计一个时序锁

- 输入: X_1X_2 , 输出: Z
- 该锁内部有四个状态 R 、 B 、 C 、 E
- 依次输入00、01、11, 时序锁从状态 $R \rightarrow B \rightarrow C$, 并开锁 ($Z=1$)
- 不是上述序列, 进入状态 E (error)
- 任何时候只要输入00, 都将返回状态 R



摩尔型

1. 原始状态图及状态表

① 状态设定

R —初始状态, 输入00

B —输入00后, 再输入01

C —输入00、01后, 再输入11, 且 $Z=1$

E —错误状态

现态 S_n	次态 S_{n+1}				输出 Z
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 11$	$X_1X_2 = 10$	
R	R	B	E	E	0
B	R	E	C	E	0
C	R	E	E	E	1
E	R	E	E	E	0

利用触发器设计同步时序逻辑_例3

现态 S_n	次态 S_{n+1}				输出 Z
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 11$	$X_1X_2 = 10$	
R	R	B	E	E	0
B	R	E	C	E	0
C	R	E	E	E	1
E	R	E	E	E	0

2. 状态化简

3. 状态分配

需要2个JK触发器

R: 00, B: 01

E: 10, C: 11

	0	1
0	R	B
1	E	C

4. 状态转换真值表

$J_2 K_2$: 看 $Q_2^n \rightarrow Q_2^{n+1}$

$J_1 K_1$: 看 $Q_1^n \rightarrow Q_1^{n+1}$

输入		现态		次态		输入				输出
X_1	X_2	Q_2^n	Q_1^n	Q_2^{n+1}	Q_1^{n+1}	J_2	K_2	J_1	K_1	Z
0	0	0	0	0	0	0	X	0	X	0
0	0	0	1	0	0	0	X	X	1	0
0	0	1	0	0	0	X	1	0	X	0
0	0	1	1	0	0	X	1	X	1	1
0	1	0	0	0	1	0	X	1	X	0
0	1	0	1	1	0	1	X	X	1	0
0	1	1	0	1	0	X	0	0	X	0
0	1	1	1	1	0	X	0	X	1	1
1	0	0	0	1	0	1	X	0	X	0
1	0	0	1	1	0	1	X	X	1	0
1	0	1	0	1	0	X	0	0	X	0
1	0	1	1	1	0	X	0	X	1	1
1	1	0	0	1	0	1	X	0	X	0
1	1	0	1	1	1	1	X	X	0	0
1	1	1	0	1	0	X	0	0	X	0
1	1	1	1	1	0	X	0	X	1	1

利用触发器设计同步时序逻辑_例3

5. 卡诺图化简

X_1X_2		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00		0	0	X	X
01		0	1	X	X
11		1	1	X	X
10		1	1	X	X

$$J_2 = X_2Q_1^n + X_1$$

X_1X_2		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00		X	X	1	1
01		X	X	0	0
11		X	X	0	0
10		X	X	0	0

$$K_2 = \bar{X}_2\bar{X}_1$$

X_1X_2		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00		0	X	X	0
01		1	X	X	0
11		0	X	X	0
10		0	X	X	0

$$J_1 = \bar{X}_1X_2\bar{Q}_2^n$$

X_1X_2		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00		X	1	1	X
01		X	1	1	X
11		X	0	1	X
10		X	1	1	X

$$K_1 = Q_2^n + \bar{X}_2 + \bar{X}_1$$

X_1Q_2		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00		0	0	1	0
01		0	0	1	0
11		0	0	1	0
10		0	0	1	0

$$Z = Q_2^nQ_1^n$$

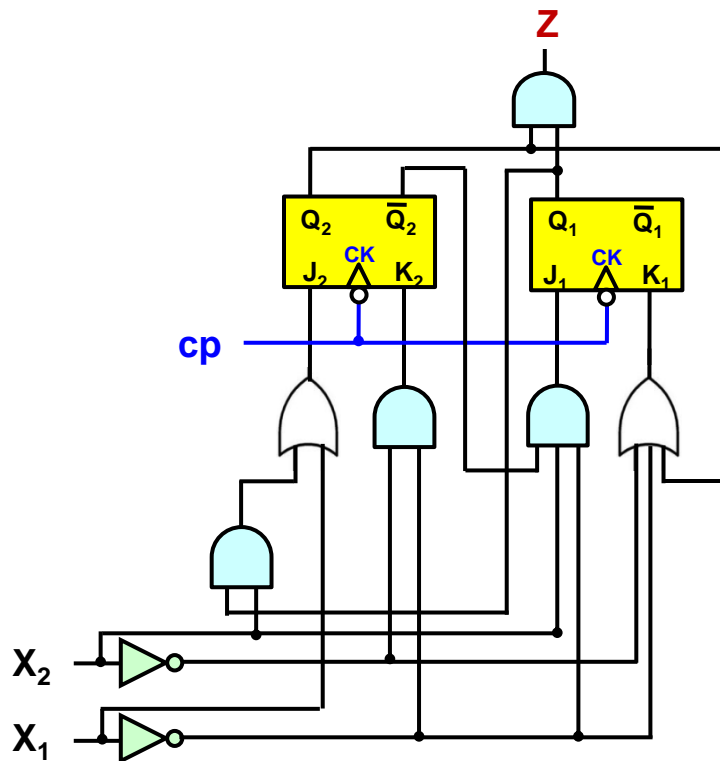
利用触发器设计同步时序逻辑_例3

6. 电路实现

$$\begin{cases} J_2 = X_2 Q_1^n + X_1 \\ K_2 = \overline{X_2} \overline{X_1} \\ J_1 = \overline{X_1} X_2 \overline{Q_2}^n \\ K_1 = Q_2^n + \overline{X_2} + \overline{X_1} \\ Z = Q_2^n Q_1^n \end{cases}$$

密码锁

- 一维开锁：密码正确
- 二维开锁：有限时间+密码正确
- 三维开锁：
有限时间+有限按键次数+密码正确



用触发器设计同步时序逻辑—实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

利用触发器设计同步时序逻辑_例4

例4：利用JK触发器设计一个同步二进制串行加法器



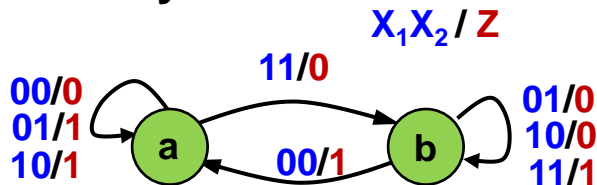
1. 原始状态图及状态表

① 设加法器内部状态

a—— 无进位

b—— 有进位

② Mealy 状态图



③ Mealy 状态表

现态 Q^n	Q^{n+1} / Z			
	$X_1X_2=00$	$X_1X_2=01$	$X_1X_2=10$	$X_1X_2=11$
a	a / 0	a / 1	a / 1	b / 0
b	a / 1	b / 0	b / 0	b / 1

2. 状态化简 3. 状态分配 a=0, b=1

4. 状态转换真值表

输入 现态			次态	输入 输出		
X ₁	X ₂	Q ⁿ	Q ⁿ⁺¹	J	K	Z
0	0	0	0	0	X	0
0	0	1	0	X	1	1
0	1	0	0	0	X	1
0	1	1	1	X	0	0
1	0	0	0	0	X	1
1	0	1	1	X	0	0
1	1	0	1	1	X	0
1	1	1	1	X	0	1

利用触发器设计同步时序逻辑_例4

5. 卡诺图化简

X_1	$X_2 Q^n$			
	00	01	11	10
0	0	X	X	0
1	0	X	X	1

$$J = X_1 X_2$$

X_1	$X_2 Q^n$			
	00	01	11	10
0	X	1	0	X
1	X	0	0	X

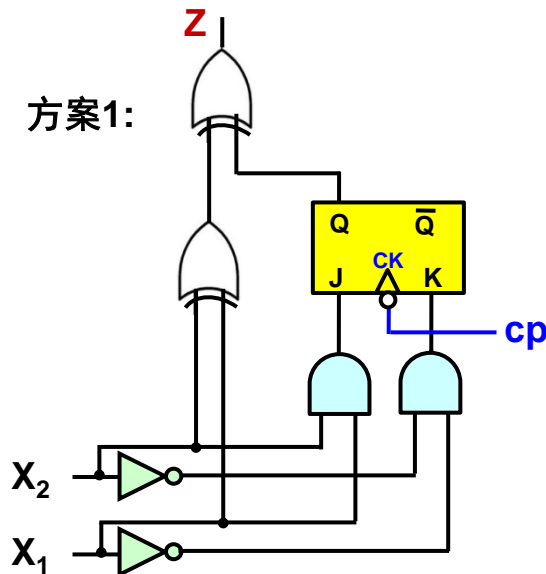
$$K = \bar{X}_1 \bar{X}_2$$

X_1	$X_2 Q^n$			
	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

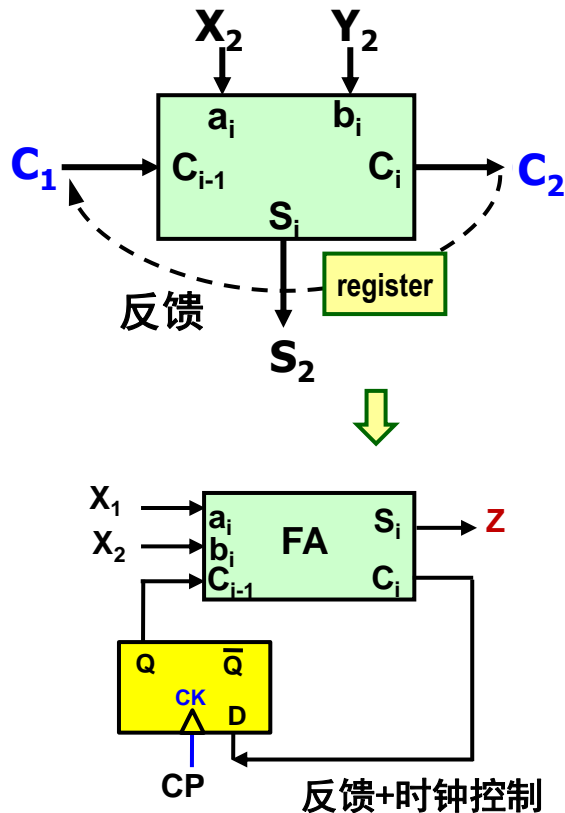
$$Z = X_1 \oplus X_2 \oplus Q^n$$

6. 电路实现

方案1:



方案2: 如何用一位全加器实现?



用触发器设计同步时序逻辑—实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

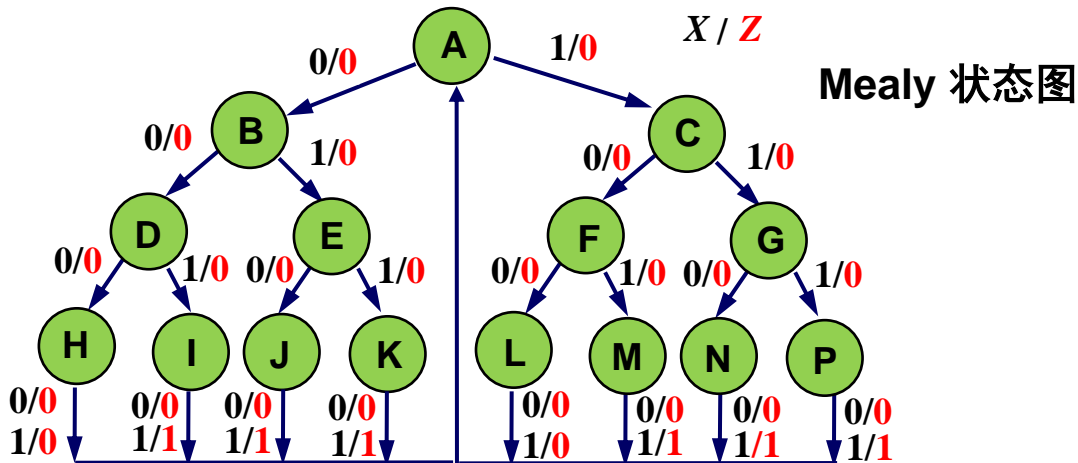
利用触发器设计同步时序逻辑_例5

例5：用D触发器设计一个串行输入的8421BCD码误码检测器

要求：

- 8421BCD码**低位在前**、**高位在后**串行地加到检测器的输入端。
- 电路每接收一组代码，即在收到第4位代码时判断。若是错误代码，则输出为1，否则输出为0，电路又回到初始状态并开始接收下一组代码。

1. 原始状态图及状态表



利用触发器设计同步时序逻辑_例5

2. 状态化简

现态 Q^n	Q^{n+1}/Z	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	F/0	G/0
D	H/0	I/0
E	J/0	K/0
F	L/0	M/0
G	N/0	P/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1
J	A/0	A/1
K	A/0	A/1
L	A/0	A/0
M	A/0	A/1
N	A/0	A/1
P	A/0	A/1



现态 Q^n	Q^{n+1}/Z	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	F/0	G/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
F	H/0	I/0
G	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1




现态 Q^n	Q^{n+1}/Z	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	D/0	E/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1

利用触发器设计同步时序逻辑_例5

2. 状态化简

现态 Q^n	Q^{n+1}/Z	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	D/0	E/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1



现态 Q^n	Q^{n+1}/Z	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	B/0
B	D/0	E/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1

3. 状态分配

规则1: 次态相同, 现态编码应相邻


HI, DE 应相邻

规则2: 同一现态对应的次态应给予相邻编码

DE, HI 应相邻

规则3: 输出相同, 现态编码应相邻

ABDEH 应相邻



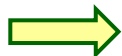
Q_3^n	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H

A: 000; B: 001
D: 011; I: 010
E: 111; H: 110

确定 D_3 : 看 Q_3^{n+1}
 确定 D_2 : 看 Q_2^{n+1}
 确定 D_1 : 看 Q_1^{n+1}

4. 状态转换真值表

Q_3^n	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H



现态 Q^n	Q^{n+1} / Z	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	B / 0
B	D / 0	E / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

输入及现态				次态			输入 输出			
X	Q_3^n	Q_2^n	Q_1^n	Q_3^{n+1}	Q_2^{n+1}	Q_1^{n+1}	D_3	D_2	D_1	Z
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
0	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0

利用触发器设计同步时序逻辑_例5

5. 卡诺图化简

XQ_3^n	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	X	X	0	0
11	X	X	0	0
10	0	1	0	0

XQ_3^n	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	X	1	0
11	x	x	1	0
10	0	1	1	0

$$D_3 = \overline{Q_3^n} Q_2^n Q_1^n \overline{X} + X \overline{Q_2^n} Q_1^n$$

$$D_2 = Q_1^n$$

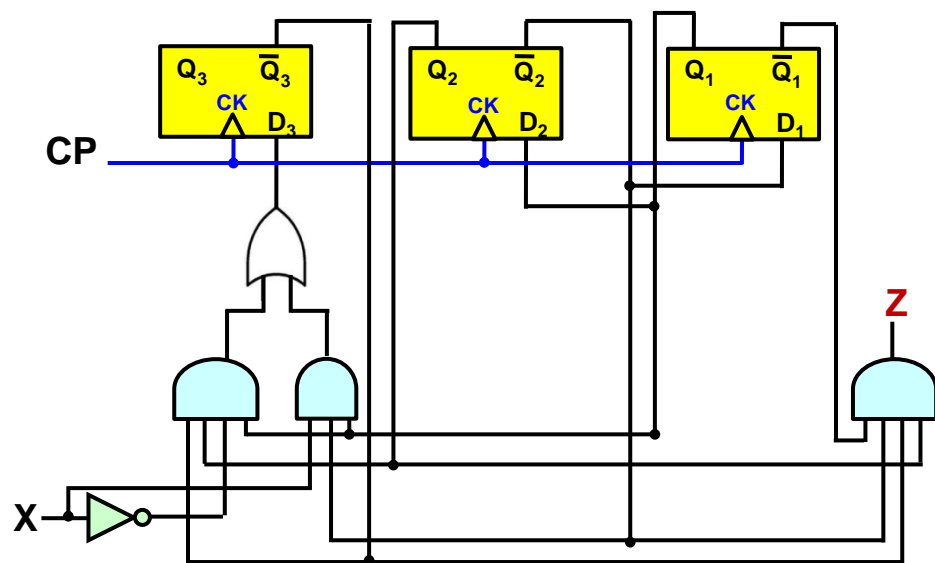
XQ_3^n	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	x	x	0	0
11	x	x	0	0
10	1	1	0	0

XQ_3^n	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	x	x	0	0
11	x	x	0	0
10	0	0	0	1

$$D_1 = \overline{Q_2^n}$$

$$Z = X \overline{Q_3^n} Q_2^n \overline{Q_1^n}$$

6. 电路实现

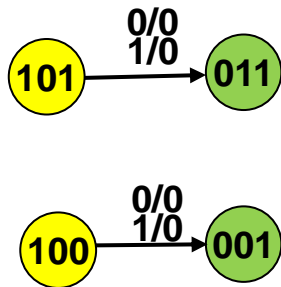


利用触发器设计同步时序逻辑_例5

7. 无关项检查

$Q_2^n Q_1^n$					
		00	01	11	10
Q_3^n	0	A	B	D	I
	1			E	H

将无关状态 $Q_3^n Q_2^n Q_1^n = 100$ 和 101 分别代入次态方程和输出方程计算



电路可以自启动

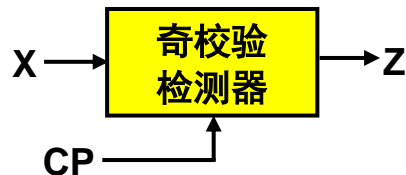
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{n+1} = D_i \\ D_3 = \overline{Q_3^n} Q_2^n Q_1^n \overline{X} + X \overline{Q_2^n} Q_1^n \\ D_2 = Q_1^n \\ D_1 = \overline{Q_2^n} \\ Z = X \overline{Q_3^n} Q_2^n \overline{Q_1^n} \end{array} \right.$$

利用触发器设计时序逻辑——实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

利用触发器设计同步时序逻辑_例6

例6：利用T触发器设计一个串行输入的奇校验检测器



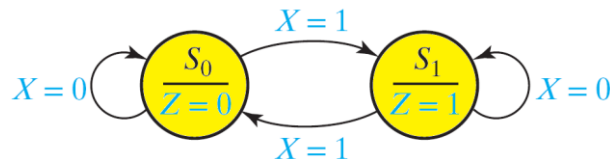
1. 原始状态图及状态表

① 状态设定

S_0 ——表示收到偶数个“1”，初始为0个“1”

S_1 ——表示收到奇数个“1”

② Moor 状态图



③ 状态表

现态 Q^n	次态 Q^{n+1}		输出 Z
	$X=0$	$X=1$	
S_0	S_0	S_1	0
S_1	S_1	S_0	1

2. 状态化简

3. 状态分配 $S_0: 0; S_1: 1$

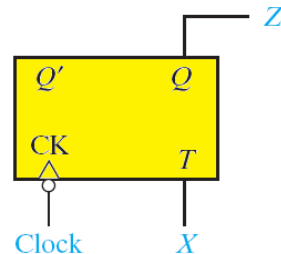
4. 状态转换真值表

输入 现态		次态	输入 输出	
X	Q^n	Q^{n+1}	T	Z
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1

5. 卡诺图化简

$$T=X; Z=Q^n$$

6. 电路实现



用触发器设计同步时序逻辑—实例

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计

更复杂的同步时序设计_例7

例7：利用D触发器设计一个同步时序的码制转换器，将串行输入的8421BCD码转换为余3码。

- 转换器的输入和输出都是最低位优先



X Input (BCD)				Z Output (excess-3)			
t_3	t_2	t_1	t_0	t_3	t_2	t_1	t_0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0

□ t_0 时刻:

输入为0, 输出为1

输入为1, 输出为0

□ $t_1 \sim t_3$ 时刻:

单纯看没有规律,
要联合前一时刻的
输入一同来看

更复杂的同步时序设计_例7

- t_0 时刻: 输入为0, 输出为1; 输入为1, 输出为0
- $t_1 \sim t_3$ 时刻: 单纯看没有规律, 要联合前一时刻的输入一同来看

$t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_1 t_0$ 时刻 输出
00	11
01	00
10	01
11	10

$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
000	011
001	100
010	101
011	110
100	111
101	000
110	001
111	010

$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
0000	0011
0001	0100
0010	0101
0011	0110
0100	0111
0101	1000
0110	1001
0111	1010
1000	1011
1001	1100

X Input (BCD)				Z Output (excess-3)			
t_3	t_2	t_1	t_0	t_3	t_2	t_1	t_0
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0

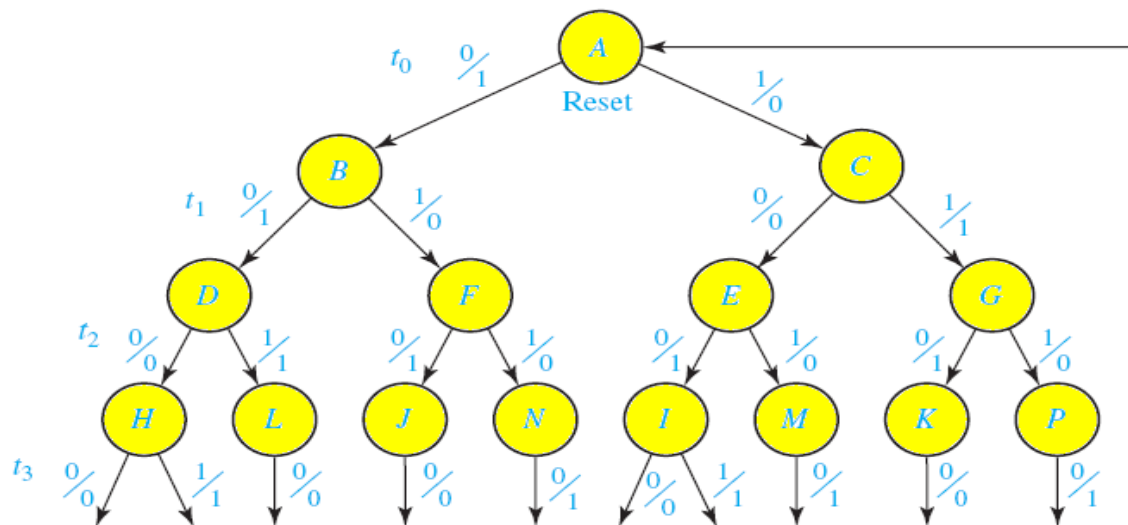
更复杂的同步时序设计_例7

1. 原始状态图及状态表

- t_0 时刻: 输入为0, 输出为1; 输入为1, 输出为0
- $t_1 \sim t_3$ 时刻: 单纯看没有规律, 要联合前一时刻的输入一同来看

$t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_1 t_0$ 时刻 输出
00	11
01	00
10	01
11	10

$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
000	011
001	100
010	101
011	110
100	111
101	000
110	001
111	010



$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
0000	0011
0001	0100
0010	0101
0011	0110
0100	0111
0101	1000
0110	1001
0111	1010
1000	1011
1001	1100

更复杂的同步时序设计_例7

2. 状态化简

Time	Input Sequence Received (Least Significant Bit First)	Present State	Next State		Present Output (Z)	
			X = 0	1	X = 0	1
t_0	reset	A	B	C	1	0
t_1	0	B	D	F	1	0
	1	C	E	G	0	1
t_2	00	D	H	L	0	1
	01	E	I	M	1	0
	10	F	J	N	1	0
	11	G	K	P	1	0
t_3	000	H	A	A	0	1
	001	I	A	A	0	1
	010	J	A	—	0	—
	011	K	A	—	0	—
	100	L	A	—	0	—
	101	M	A	—	1	—
	110	N	A	—	1	—
	111	P	A	—	1	—



Time	Present State	Next State		Present Output (Z)	
		X = 0	1	X = 0	1
t_0	A	B	C	1	0
t_1	B	D	E	1	0
	C	E	E	0	1
t_2	D	H	H	0	1
	E	H	M	1	0
t_3	H	A	A	0	1
	M	A	—	1	—

更复杂的同步时序设计_例7

3. 状态分配

Time	Present State	Next State		Present Output (Z)	
		X = 0	1	X = 0	1
t_0	A	B	C	1	0
t_1	B	D	E	1	0
	C	E	E	0	1
t_2	D	H	H	0	1
	E	H	M	1	0
t_3	H	A	A	0	1
	M	A	—	1	—



4. 状态转换真值表

		$Q_1^+Q_2^+Q_3^+$		Z	
$Q_1Q_2Q_3$		$X = 0$	$X = 1$	$X = 0$	$X = 1$
A	000	100	101	1	0
B	100	111	110	1	0
C	101	110	110	0	1
D	111	011	011	0	1
E	110	011	010	1	0
H	011	000	000	0	1
M	010	000	x x x	1	x
—	001	x x x	x x x	x	x



Q_3	$Q_2 Q_1$			
	00	01	11	10
0	A	B	E	M
1		C	D	H



更复杂的同步时序设计_例7

4. 状态转换真值表

		$Q_1^+ Q_2^+ Q_3^+$		Z	
		$X=0$	$X=1$	$X=0$	$X=1$
A	000	100	101	1	0
B	100	111	110	1	0
C	101	110	110	0	1
D	111	011	011	0	1
E	110	011	010	1	0
H	011	000	000	0	1
M	010	000	x x x	1	x
-	001	x x x	x x x	x	x

5. 卡诺图化简

$Q_2 Q_3$	XQ_1			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	X	1	1	X
11	0	0	0	0
10	0	0	0	X

$$D_1 = Q_1^+ = Q_2'$$

$Q_2 Q_3$	XQ_1			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	1	1	X
11	0	1	1	0
10	0	1	1	X

$$D_2 = Q_2^+ = Q_1$$

$Q_2 Q_3$	XQ_1			
	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	X	0	0	X
11	0	1	1	0
10	0	1	0	X

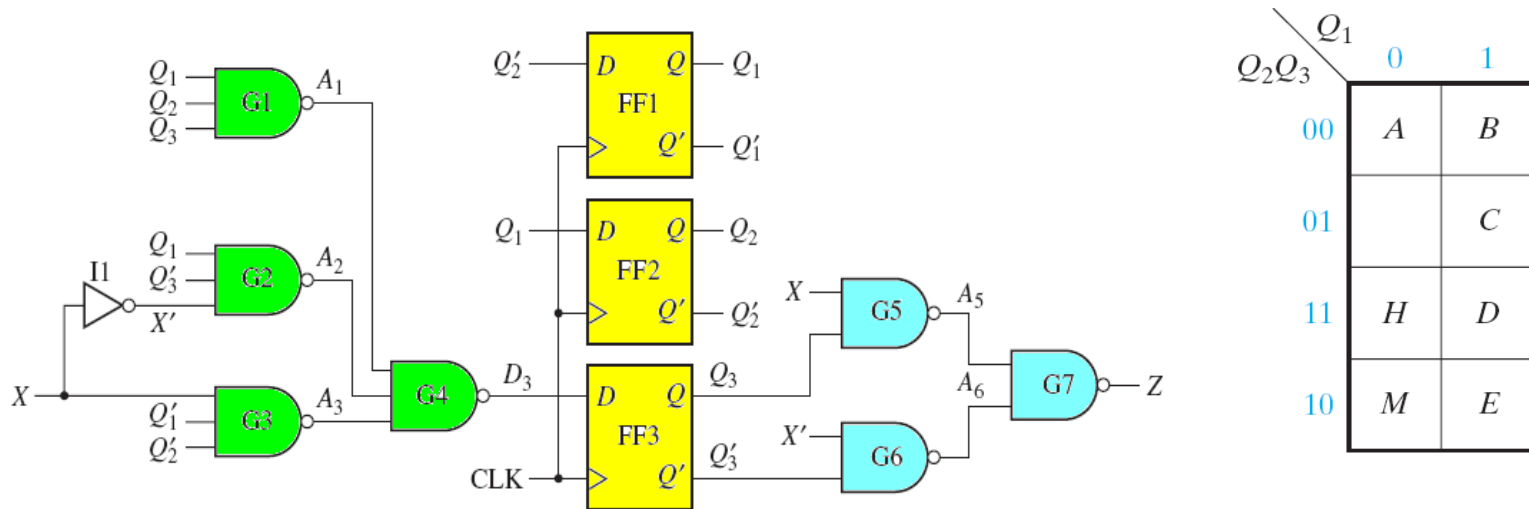
$$D_3 = Q_3^+ = Q_1 Q_2 Q_3 + X' Q_1 Q_3' + X Q_1' Q_2'$$

$Q_2 Q_3$	XQ_1			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	X	0	1	X
11	0	0	1	1
10	1	1	0	X

$$Z = X' Q_3' + X Q_3$$

更复杂的同步时序设计_例7

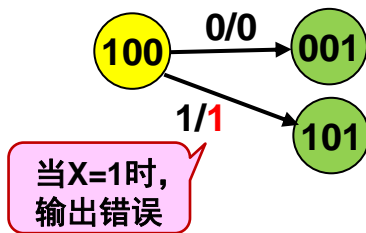
6. 电路实现



7. 无关项检查

将无关状态 $Q_3 Q_2 Q_1 = 100$ 代入次态方程和输出方程计算

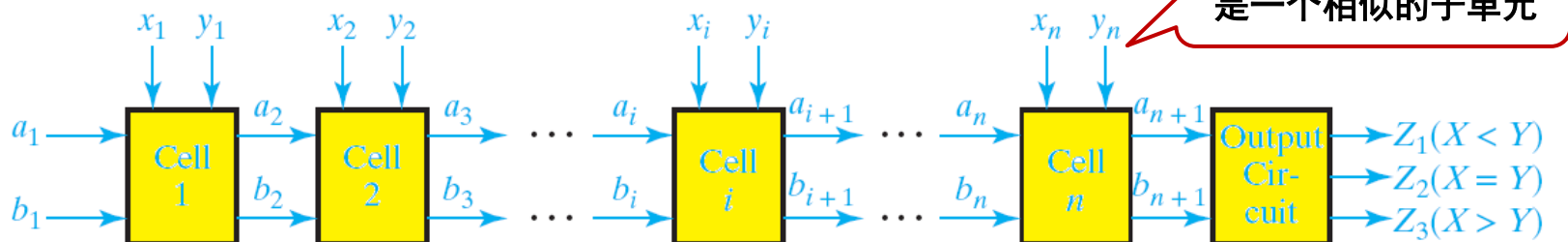
$$\begin{cases} D_1 = Q_1^+ = Q_2' \\ D_2 = Q_2^+ = Q_1 \\ D_3 = Q_3^+ = Q_1 Q_2 Q_3 + X' Q_1 Q_3' + X Q_1' Q_2' \\ Z = X' Q_3' + X Q_3 \end{cases}$$



电路可以自启动

更复杂的同步时序设计_例8

例8：迭代电路设计——利用D触发器设计一个比较器，能对两个 n 位二进制数进行比较。



1. 原始状态图及状态表

对于第 i 个单元，设状态——

S_0 : $X = Y$ 时

S_1 : $X > Y$ 时

S_2 : $X < Y$ 时

Z_2 、 Z_3 、 Z_1 分别取值为1

- 由 n 个比较子单元 (cell) 构成
- 从高位到低位，逐位对应比较，并将前一位比较的结果传送给下一位
- 第 i 个单元的比较结果: $X = Y$, $X > Y$, or $X < Y$.

更复杂的同步时序设计_例8

1. 原始状态图及状态表

	S_i	S_{i+1}				$Z_1 Z_2 Z_3$
		$x_i y_i = 00$	01	11	10	
$X = Y$	S_0	S_0	S_2	S_0	S_1	0 1 0
$X > Y$	S_1	S_1	S_1	S_1	S_1	0 0 1
$X < Y$	S_2	S_2	S_2	S_2	S_2	1 0 0

在第*i*个（前一个）单元有比较结果的前提下，根据输入取值，可以确定第*i+1*个单元的比较结果

对于第*i*个单元，设状态——
 S_0 : $X = Y$ 时
 S_1 : $X > Y$ 时
 S_2 : $X < Y$ 时
 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 分别取值为1

2. 状态化简

3. 状态分配

S_0 : 00

S_1 : 01

S_2 : 10

需要两个触发器，
用 a,b来表示

4. 状态转换真值表

$a_i b_i$	$a_{i+1} b_{i+1}$				$Z_1 Z_2 Z_3$
	$x_i y_i = 00$	01	11	10	
0 0	00	10	00	01	0 1 0
0 1	01	01	01	01	0 0 1
1 0	10	10	10	10	1 0 0

更复杂的同步时序设计_例8

5. 卡诺图化简

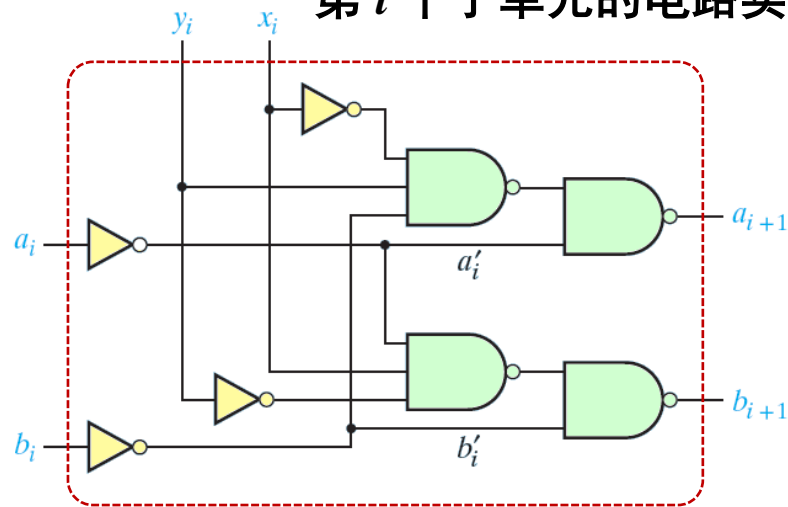
$x_i y_i$		00	01	11	10
$a_i b_i$	00	0	1	0	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	1	1	1	1

$$a_{i+1} = a_i + x'_i y_i b'_i$$

$x_i y_i$		00	01	11	10
$a_i b_i$	00	0	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	X	X	X	X
	10	0	0	0	0

$$b_{i+1} = b_i + x_i y'_i a'_i$$

第 i 个子单元的电路实现



a_{n+1}		0	1
b_{n+1}	0		1
	1		X

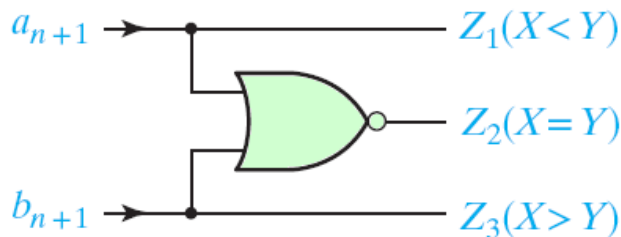
$$Z_1 = a_{n+1}$$

a_{n+1}		0	1
b_{n+1}	0	1	
	1		X

$$Z_2 = a'_{n+1} b'_{n+1}$$

a_{n+1}		0	1
b_{n+1}	0		
	1	1	X

$$Z_3 = b_{n+1}$$

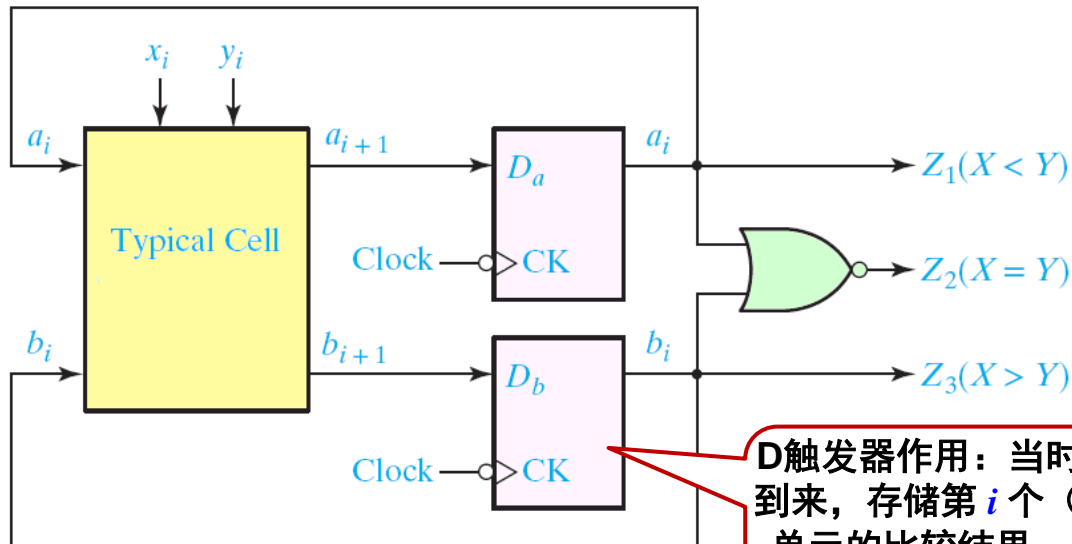


更复杂的同步时序设计_例8

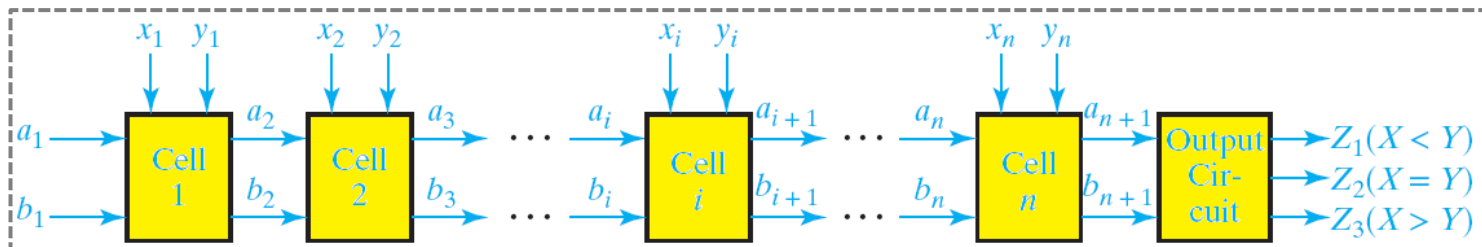
6. 电路实现

7. 无关项检查

(略)

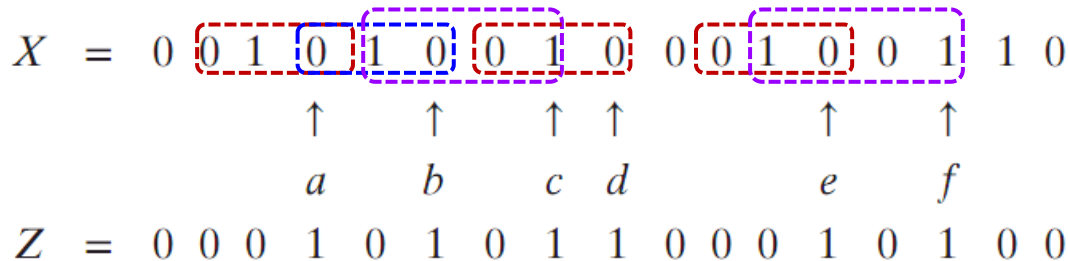


D触发器作用：当时钟信号到来，存储第 i 个（前一个）单元的比较结果，并产生第 $i+1$ 个单元的比较结果



更复杂的同步时序设计_例9

例9: 利用D触发器设计一个同步时序电路, 当输入序列以010或1001结尾时 (允许重叠检测), 输出Z为1, 否则Z=0.



1. Mealy型原始状态图构建

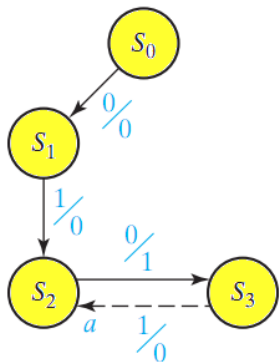
(1) 子序列010检测的状态设定

S_0 ——初始复位状态, 表示没有任何输入

S_1 ——表示序列以“0”结束

S_2 ——表示序列以“10”结束

S_3 ——表示序列以“010”结束, 此时输出标志 $Z=1$ 。



(1) 010检测的局部状态图

更复杂的同步时序设计_例9

(2) 子序列1001检测的状态设定

S_0 ——初始复位状态，表示没有任何输入

S₁——表示序列以“0”结束

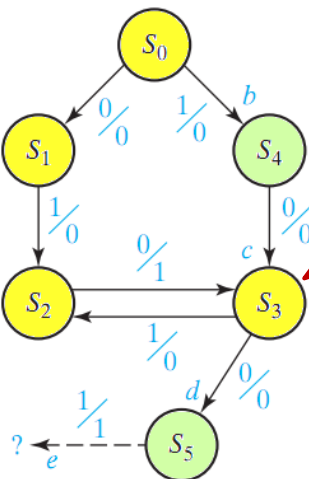
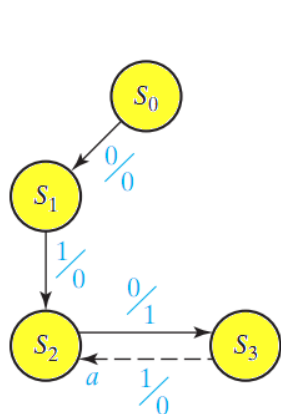
S₂——表示序列以“10”结束

S₃——表示序列以“010”结束，此时输出标志 Z=1。

S₄——表示接收到1001序列的第一个“1”

S₅——表示序列以“100”结束。

**重叠检测：010中的10
可以被1001检测重用**



(2) 1001检测的局部状态图

**重叠检测：010中的10
可以被1001检测重用**

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 X & = & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \underline{1} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & \uparrow & & & \uparrow & & & \uparrow & & \\
 & & & & & a & & b & & c & d & & & e & & & f & & \\
 Z & = & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array}$$

更复杂的同步时序设计_例9

(2) 子序列1001检测的状态设定

S_0 ——初始复位状态，表示没有任何输入

S_1 ——表示序列以“0”结束

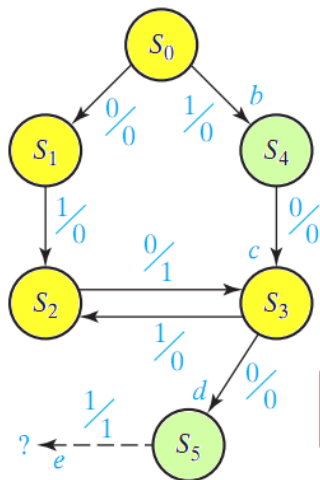
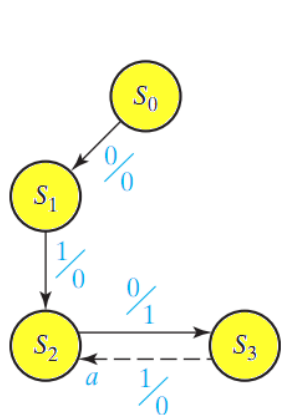
S_2 ——表示序列以“10”结束

S_3 ——表示序列以“010”结束，此时输出标志 $Z=1$ 。

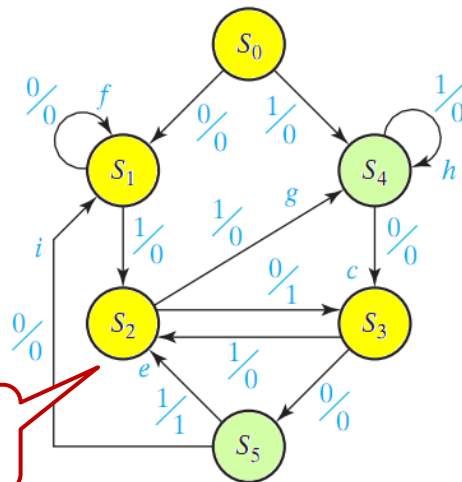
S_4 ——表示接收到1001序列的第一个“1”

S_5 ——表示序列以“100”结束。

重叠检测：010中的10
可以被1001检测重用



重叠检测：1001中的
01可以被010检测重用



2. 状态化简 (略)

3. 状态分配 (略)

4. 状态转换真值表 (略)

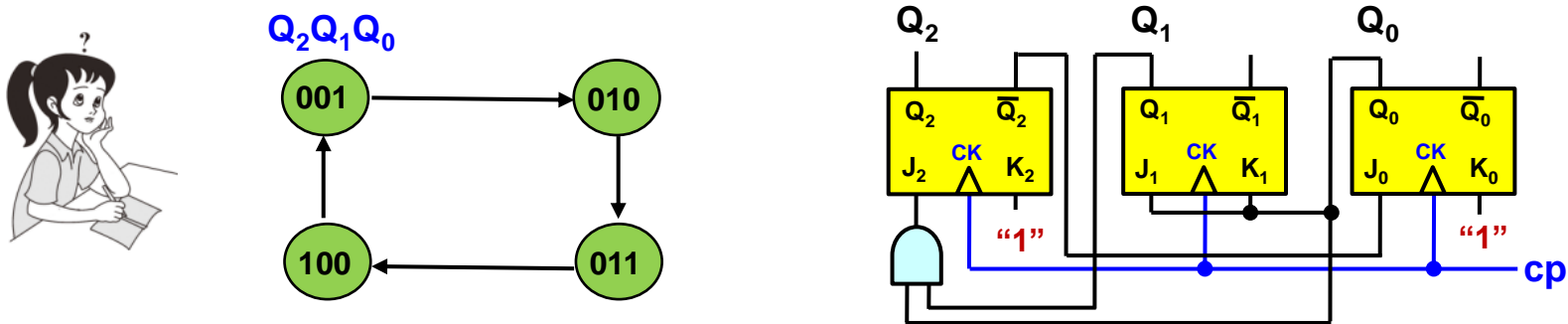
5. 卡诺图化简 (略)

6. 电路实现 (略)

(3) 010及1001检测的完整状态图

更复杂的同步时序设计_例10

例10: 某同步时序电路如下所示, 按图接线后, 试验得到如下的循环状态。经检查: 触发器工作正常, 试分析故障所在。



1. 获得正确状态图

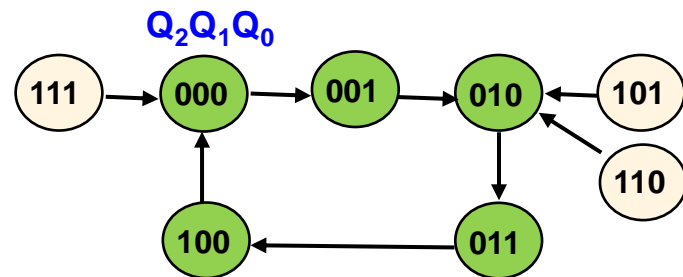
① 输入方程

$$\begin{aligned} J_0 &= \overline{Q_2}^n, \quad K_0 = 1 \\ J_1 &= K_1 = Q_0^n \\ J_2 &= Q_0^n Q_1^n, \quad K_2 = 1 \end{aligned}$$

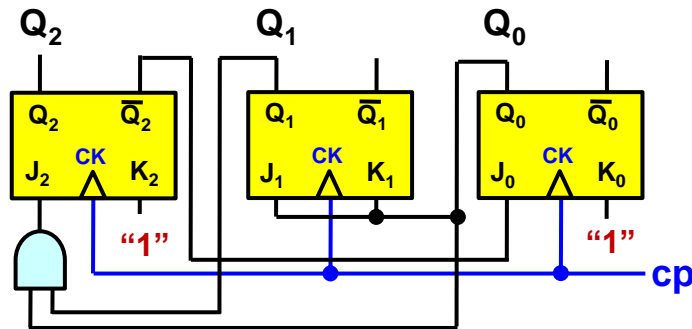
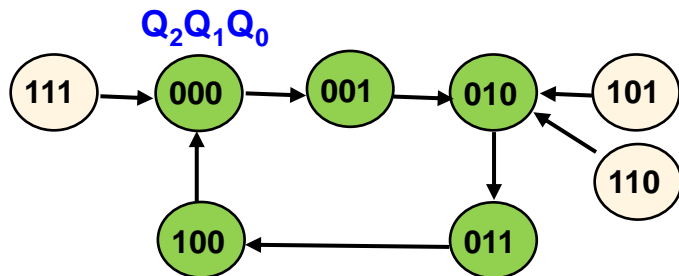
② 次态方程

$$\begin{aligned} Q_0^{n+1} &= \overline{Q_0}^n \overline{Q_2}^n \\ Q_1^{n+1} &= Q_1^n \oplus Q_0^n \\ Q_2^{n+1} &= Q_0^n Q_1^n \overline{Q_2}^n \end{aligned}$$

③ 正确的状态转换图



更复杂的同步时序设计_例10



④ 电路功能：模5加法计数器，可自启动

2. 故障分析

① 触发器工作正常：说明——电源和地线接触良好、时钟信号CP正常送入
故障只可能在进位链或驱动回路中

② 分析各触发器状态：

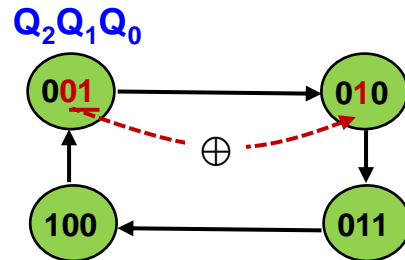
次态方程

$$Q_0^{n+1} = \overline{Q_0}^n \overline{Q_2}^n$$

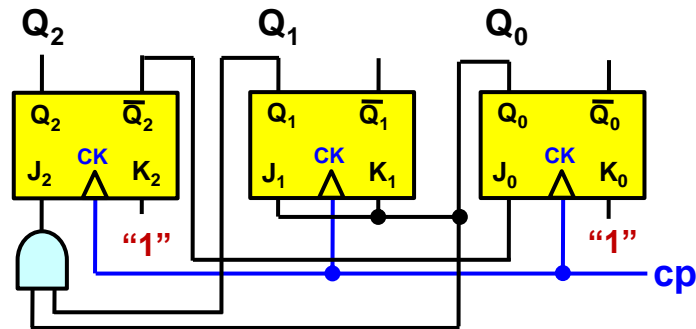
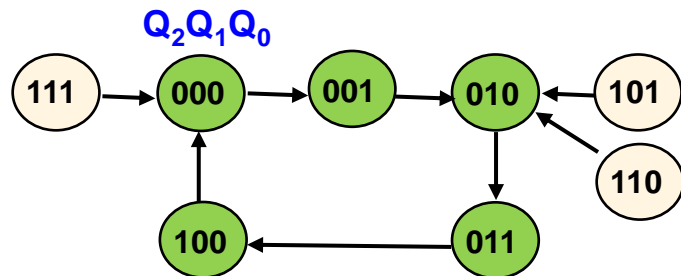
$$Q_1^{n+1} = Q_1^n \oplus Q_0^n$$

$$Q_2^{n+1} = Q_0^n Q_1^n \overline{Q_2}^n$$

触发器FF1
没有问题

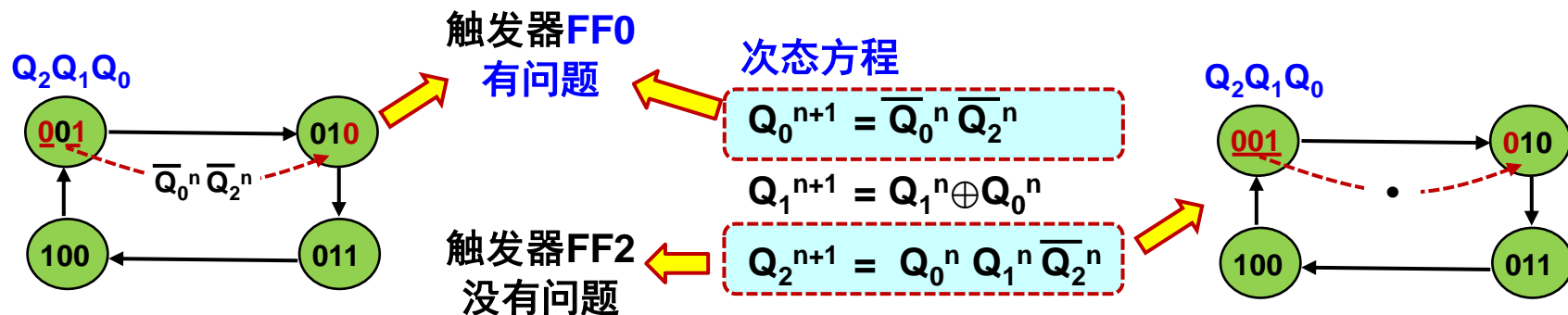


更复杂的同步时序设计_例10

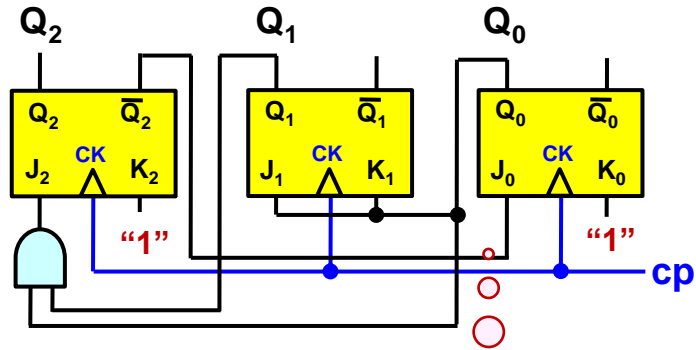
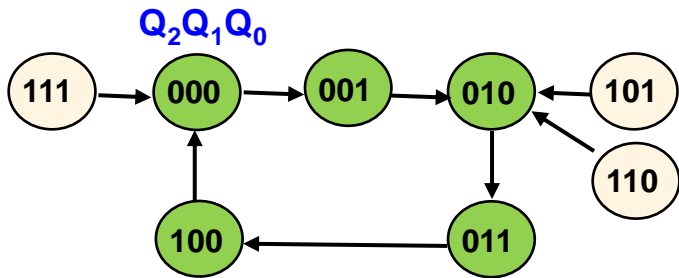


2. 故障分析

② 分析各触发器状态:



更复杂的同步时序设计_例10



2. 故障分析

③ 针对触发器0分析:



K₀接触不良?

TTL电路管脚悬空 等效为高电平1



K₀没问题

J₀接触不良?

\overline{Q}_2 没有接入, J_0 悬空等效为高电平1



触发器变成T',符合故障现象

结论: \bar{Q}_2 没有接入, J_0 悬空

