算法作业4

1. 构造图灵机接受｛0^n1^m | n>=1, m>=1｝。

构造思路：

00、、、0 11、、、1 BBB、、、

最初带上为： **n个0 m个1**

1. 当 `n >= m` 时，用 `X` 替换 `M` 最左边的 `0` ，再右移至最左边的 `1` 用 `y` 替换之，左移寻找最右的 `X` ，然后右移一单元到最左的 `0` ，重复循环。
    a. 当在搜寻 `1` 时， `M` 找到了空白符 `B` ，则 `M` 停止，不接受该串。此时 `0` 的个数多余 `1` 。
    b. 当将 `1` 改为 `y` 后，
        i. 如果左边还有 `(n – m)` 个 `0` 且右边再无 `1` ，接受；
        ii. 若 `0` 的个数不为 `(n – m)` 个，不接受。
2. 当 `n < m` 时，构造一个长为 `(n + m)` 的带：11、、、1 `(n+m个1)` 与图灵机的带相加。
    则相加后带上为：11、、、1 00、、、0 BBBB、、、

    n个1 m个0

    用 `X` 替换 `M` 最左边的 `1` ，再右移至最左边的 `0` 用 `y` 替换之，左移寻找最右的 `X` ，然后右移一单元到最左的 `1` ，重复循环。

    a. 当在搜寻 `0` 时， `M` 找到了空白符 `B` ，则 `M` 停止，不接受该串。此时 `0` 的个数多余 `1` 。

    b. 当将 `0` 改为 `y` 后，

    i. 如果右边还有 `(m – n)` 个 `0` 且在左边再无 `1` ，接受；

    ii.若 `0` 的个数不为 `(m – n)` 个，不接受。

2. 尝试将顶点覆盖问题规约到集合覆盖问题。

集合覆盖问题描述：
给定一个集合$S=\{s_1,s_2,\ldots,s_n\}$，C=$\{c_1,c_2,\ldots,c_m\}$,其中$\forall c_i, c_i\subseteq S$，正整数k。
问：是否存在C的子集C'，使得$|C'|\le k$, 且$\bigcup_{c\in C'} c = S$。

1.证明集合覆盖是NP问题。
证书为一个集合C'，我们要验证C'是否为C的子集，且$|C'|\le k$, 且$\bigcup_{c\in C'} c = S$,
很显然多项式时间能验证。

2.规约如下：
顶点覆盖的实例：G=(V,E)，k，我们要转化为S，C，k。
S=E,
对于每个点$v_i\in V$,与v_i相关联的边集为c_i，因此这些组成了集合C，k直接用即可。
很显然，规约时间是多项式。

3.假设有一个大小至少为k的顶点覆盖A，则A的每个顶点都会对应到C中的元素，
组成了集合C'，因为A是顶点覆盖，因此他覆盖了所有边，因此$\bigcup_{c\in C'} c = S$，且$|C'|\le k$。
4.假设有C的子集C'，且$|C'|\le k$, 且$\bigcup_{c\in C'} c = S$，则因为C'的每个元素代表了G中某个顶点所关联的边，
因此C'元素对应顶点组成了集合A，一定能够覆盖G中全部的边，又因为$|C'|\le k$，因此A是G的至多为k的顶点覆盖。