d1t2 题解

算法一

暴力枚举 0 ~ n 中每个数是否在集合里，并判断即可。

时间复杂度 O(2^n*n) 期望得分 15 分

算法二

很容易想到此题中，每一个符合要求的集合 S 代表着一个线性空间，我们可以用线性基来表示它。我们需要用高斯-若而当消元后的线性基，才能唯一地表示这个线性空间。

当 n=2^k-1 时，我们可以清楚地知道线性基的维数，所以相当于不用考虑 n 的限制。我们可以从高位到低位枚举线性基的每一维，每一维可以有两种选择：向线性基中加入一个向量，使得这一维是这个向量的最高位，这种情况下，其他向量这一位必须是 0；否则我们就需要把这一位的 1 填给当前已经在线性基中的向量。如果当前线性基中有 k 个向量，那么就有 2^k 种方法。f[i][j]表示填到第 i 位，已经插入 j 个基向量的方法数。按上述方法转移即可。

时间复杂度 O(log^2(n)) 结合算法一可得到 40 分。

对于 n 的限制，我们考虑在转移过程中维护当前线性基中的最大异或和 M。对于刚才的转移，我们如果插入了一个新的向量，那么在 M 的这一位必定是 1。否则，假设当前线性基中没有向量，那么 M 的这一位一定是 0。不然的话，由于我们的线性基是高斯-若而当消元后的线性基，我们的 M 一定是通过把所有的基向量取出来求异或的结果。所以当我们在前 k 个向量中填了奇数个 1 时，M 中这一位就是 1，否则就是 0。即我们有 2^k-1 种方法使得 M 的这一位是 1，2^k-1 种方法使得 M 的这一位是 0。转移时用 f[i][j][0/1]表示当前填到第 i 位，已经插入了 j 个基向量，最大异或和的最高 i 位小于(第三维状态是 0)或等于(第三维状态是 1)n 的限制的线性基的数量。

时间复杂度 O(log^2(n)) 期望得分 100 分。