ACMM第一次周练题解

黄梓轩

T1:

将点乘的公式写出来，我们发现：一个向量，只有自己乘自己的时候最大。

T2:

这道题是一道简单的博弈论题目，总所周知，数学归纳法是个好方法，我们可以用数学归纳法来解决。

那么我们先来看看k=1的情况：k=1时，只剩一道菜的时候，先手必赢，两道菜的时候先手必输，以此类推……

k=1时，我们还看不太出来，那么继续。当k=2时，若剩一道或两道的时候，先手必赢，而若只剩3道菜的时候，我们可以知道先手必输，这样我们就找到了三个边界条件，那么继续往后，当还剩4或者5道菜的时候，我们总是可以吃剩3道菜让后手必输以此达到先手必赢，而若剩下了六道菜，无论先手如何吃，都吃不到一个后手必输的状态，所以当剩6道菜时，先手必输。以此类推，我们就会发现，若剩下n道菜时，只有n%3==0时，先手必输，别的情况下都是先手必赢。

其实到现在我们已经找到了规律，将k一般化，我们发现，若剩下的菜为n，当n<=k时，先手必赢，而若n==k+1时，先手必输，往后推广，那么就只有n%(k+1) == 0时，先手必输，剩下所有情况下都是先手必赢，这便是这道题的正解。

T3:

看完题目不难发现其实这道题的本质是错排公式，就每一个物品编号都与他的位置相不匹配的所有摆放方法，那么我们的任务便是要找到它的递推式。

当我们有n件物品时，我们可以这样来理解：首先，我们把n号物品随便放在一个位置上，不妨设把它放在1号位置上，那么我们现在再考虑1号物品，它有两个选择：

第一种选择：1号物品放在n号位置上，那么我们现在来看，实际上就是1号物品与n号物品相互占据了各自的位置，那么剩下n-2个物品的摆放有多少种可能呢？其实就是f[n-2]。

第二种选择：1号物品不放在n号位置上，一个物品不能放在一个位置上，这不就是我们题目要求的吗？而这时候又没有了1号位置，那么1号物品就只不能放在n号位置上，那么这时候剩下的n-2件物品加上1号物品有多少种摆放可能呢？是的，就是f[n-1]。

回过头来看，n号物品能摆几个位置呢？能摆n-1个位置，那么这个递推式便写出来了：

f[n] = (n-1)\*(f[n-1]+f[n-2]) 最后记得确定边界条件f[1]=0,f[2]=1;

T4:

这题咋一看挺难的，但实际上我们当把a和b的表达式写出来的时候，这道题就迎刃而解了，令f[n]为n的约数， ，,我们注意到b是可以化简的，，然后我们就会发现ab=n，那么这问题就解决了。

T5:

这道题刚拿到时无从下手，表述有点奇怪，那么我们这样考虑，一次只做一次实验，最少要做几次实验。

而对于第i次实验，一瓶试剂只有两个状态，被检测了与没有被检测，而一次实验也只有两种状态，沉淀了与没沉淀。那么当所有的实验组合起来时，若每一瓶试剂的被检测的顺序和次数合起来时是独一无二的，那么若一瓶试剂每一次有它的实验都有沉淀，而每一次没有它的实验都没有沉淀，因为试剂的状态是独一无二的，所以我们可以确定就是这瓶试剂混有Na2So4。

抽象出来，把被检测看成1，没有检测看成0，一次实验就是一位数，其实就是让每一瓶试剂都拥有一个独一无二的二进制表示方法，值得注意的是00000也是一种状态，所以这道题目我们要真正要找的便是十进制的n-1在二进制下有几位数。