

南华大学《离散数学》2023-2024学年第一学期期末试卷

一、选择题 (2×9%)

1、设命题公式 $G = (P \rightarrow Q), H = P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$, 则 G 与 H 的关系是 ()

A. $G \rightarrow H$ B. $H \rightarrow G$ C. 可满足 D. 以上都不是

2、设 $G = \exists x P(x), H = \forall x P(x)$, 则 $G \rightarrow H$ 是 ()

A. 永真的 B. 永假的 C. 可满足的 D. 以上都不是

3、以下系统是代数系统的是 ()

A. $\langle \mathbb{Z}, - \rangle$, 其中 \mathbb{Z} 是正整数集, $-$ 是数的减法运算

B. $\langle A, * \rangle$, 其中 $A = \{a, b\}$, $*$ 运算定义为:

C. $\langle \mathbb{Z}, \div \rangle$, 其中 \mathbb{Z} 为整数集, \div 是数的除法运算

D. $\langle \mathbb{R}, \div \rangle$, 其中 \mathbb{R} 为实数集, \div 是数的除法运算

4、设 $A = \{a, \{a\}\}$, 下列式子中正确的有 ()。

A. $\{a\} \in p(A)$ B. $a \in p(A)$ C. $\{a\} \in p(A)$ D. 以上都不是

5、设 R, S 是集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的两个关系, 其中

$R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}, S = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$ 。 则 S 是 R 的 ()

闭包。

A. 自反 B. 对称 C. 传递 D. 以上都不是

6、设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, A 上的关系 $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle \}$, 则 R 不具有 () 性质。

A. 自反性 B. 对称性 C. 传递性 D. 反对称性

7、设集合 $A = \{a, b\}$, A 上的关系 $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle \}$, 则 R 是 ()

A. 是等价关系但不是偏序关系 B. 是偏序关系但不是等价关系

C. 既是等价关系又是偏序关系 D. 既不是等价关系又不是偏序关系

8、G是连通的平面图，有5个结点，6个面，则G的边数为()

- A.6 B.5 C.11 D.9

9、设集合 $A=\{1,2,3\}$, $R=\{<1,2>\}$, 下列正确的有()

- A. $rt(R)$ 是等价关系 B. $R^0=\varnothing$ C. $r(R)$ 是偏序关系 D. $tsr(R)$ 是良序关系

10、设集合 $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, 则从A到 B的函数 $f=\{<a,2>,<b,1>,<c,3>,<d,2>\}$ 是()。

- A.f 是双射函数 B.f 是入射函数
C. f 是满射函数 D. f 即不是满射又不是入射函数

二、填充题(2×8%)

1、 已知集合 $A=\{\phi, 1, 2\}$, 则 A 的幂集为_____。

2、 已知命题公式 $G=(P\rightarrow Q)AR$, 则 G的主合取范式是_____。

3、 已知序偶 $<x-2, 18>=<9, 2x-y>$, 则 $x=$ _____; $y=$ _____。

4、设图G的邻接矩阵为 A 则G的可达性矩阵为 R

5、一个无向树中有6条边，则它有 7 个结点.

6、 设 $A=\{0,2,3,4,5,8\}$, $B=\{10,12,13,14,15,16\}$, 则 A到 B 的一个双射函数为_____

7、 无孤立结点的有限有向图是欧拉图的充要条件是_____

8、 具有16个结点的完全图有向图其边数一定为_____

三、求解

1、 设集合 $A=\{a,b,c\}$, 试写出A上的所有等价关系。(5%)

2、 求 $\exists x(V)yP(x,y) \rightarrow (\exists zQ(z) \rightarrow R(x))$ 的前束范式(5%)

3、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, R 是整除关系, ①画出 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图, ②写出子集 $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 的最大元、最小元、上界、下界。(6%)

4、是否可以分别画出一个图, 使各点的度与下面给出的序列一致。如可能, 画出符合条件的图, 如不可能, 说明原因。(6%)

(1) 3, 3, 3, 3, 3, 3

(2) 3, 4, 7, 7, 7, 7

(3) 1, 2, 3, 4, 5, 5

四、证明题

1、证明 $P \rightarrow Q = (PA \vee Q) \vee (\neg PA \wedge \neg Q)$ (5%)

2、证明: $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S, R \rightarrow \neg P \vdash Q \rightarrow S$ (5%)

3、设函数 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$, f, g 都是双射。求证 $(g \circ f) = f' \circ g^{-1}$ (6%)

4、设 A, B, C 是任意四个集合, 证明:

$$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C) \quad (6\%)$$

5、给定一个集合A,R 是上的关系, 对于所有的 $a,b,c \in A$, 如果 aRb, bRc 意味着 cRa , 则称是循环关系。试证明当且仅当R是一个等价关系, R才是自反的和循环的。 (8%)

6、设R是集合A上的二元关系, 证明: $ts(R) \subseteq st(R)$ (8%)

7、设有向图 $G=(V,E)$ 如图所示, 试求:

- (1) 每个结点的引入次数与引出次数;
- (2) 它的邻接矩阵 M_p ;
- (3) 求从 v_1 到 v_3 长度小于或等于3的通路数。