

南华大学《离散数学》2023-2024学年第一学期期末试卷

一、选择题 (2×9%)

1、设命题公式 $G=I(P \rightarrow Q), H=P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$, 则 G 与 H 的关系是 ()

- A. $G \rightarrow H$ B. $H \rightarrow G$ C. 可满足 D. 以上都不是

2、设 $G=\exists x P(x), H=\forall x P(x)$, 则 $G \rightarrow H$ 是 ()

- A. 永真的 B. 永假的 C. 可满足的 D. 以上都不是

3、以下系统是代数系统的是 ()

A、 $\langle \mathbb{Z}, - \rangle$, 其中 \mathbb{Z} 是正整数集, $-$ 是数的减法运算

B、 $\langle A, * \rangle$, 其中 $A = \{a, b\}$, $*$ 运算定义为:

C、 $\langle \mathbb{Z}, \div \rangle$, 其中 \mathbb{Z} 为整数集, \div 是数的除法运算

D、 $\langle \mathbb{R}, \div \rangle$, 其中 \mathbb{R} 为实数集, \div 是数的除法运算

4、设 $A = \{a, \{a\}\}$, 下列式子中正确的有 ()。

- A. $\{a\} \in p(A)$ B. $a \in p(A)$ C. $\{a\} \in p(A)$ D. 以上都不是

5、设 R, S 是集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的两个关系, 其中

$R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$, $S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$ 。则 S 是 R 的 () 闭包。

- A. 自反 B. 对称 C. 传递 D. 以上都不是

6、设集合 $A = \{1, 2, 3, \dots\}$, A 上的关系 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle\}$, 则 R 不具有 () 性质。

- A. 自反性 B. 对称性 C. 传递性 D. 反对称性

7、设集合 $A = \{a, b\}$, A 上的关系 $R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle\}$, 则 R 是 ()

- A. 是等价关系但不是偏序关系 B. 是偏序关系但不是等价关系
C. 既是等价关系又是偏序关系 D. 既不是等价关系又不是偏序关系

8、G是连通的平面图，有5个结点，6个面，则G的边数为()

- A.6 B.5 C.11 D.9

9、设集合 $A=\{1,2,3\}$, $R=\{<1,2>\}$, 下列正确的有()

- A. $rt(R)$ 是等价关系 B. $R^0=\varnothing$ C. $r(R)$ 是偏序关系 D. $tsr(R)$ 是良序关系

10、设集合 $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, 则从A到B的函数 $f=\{<a,2>,<b,1>,<c,3>,<d,2>\}$ 是()。

- A. f 是双射函数 B. f 是入射函数
C. f 是满射函数 D. f 即不是满射又不是入射函数

二、填充题(2×8%)

1、已知集合 $A=\{\emptyset, 1, 2\}$, 则 A 的幂集为_____

2、已知命题公式 $G=(P \rightarrow Q) \wedge R$, 则 G 的主合取范式是_____。

3、已知序偶 $\langle x-2, 18 \rangle = \langle 9, 2x-y \rangle$, 则 $x=$ _____; $y=$ _____。

4、设图G的邻接矩阵为 则G的可达性矩阵为

5、一个无向树中有6条边，则它有 个结点。

6、设 $A=\{0,2,3,4,5,8\}$, $B=\{10,12,13,14,15,16\}$, 则 A 到 B 的一个双射函数为_____

7、无孤立结点的有限有向图是欧拉图的充要条件是_____

8、具有16个结点的完全图有向图其边数一定为_____

三、求解

1、设集合 $A=\{a,b,c\}$, 试写出 A 上的所有等价关系。(5%)

2、求 $\exists x (\forall y P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x)))$ 的前束范式(5%)

3、设 $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, R 是整除关系, ①画出 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图, ②写出子集 $B=\{1, 2, 3, 6\}$ 的最大元、最小元、上界、下界。 (6%)

4、是否可以分别画出一个图, 使各点的度与下面给出的序列一致。如可能, 画出符合条件的图, 如不可能, 说明原因。 (6%)

(1) 3, 3, 3, 3, 3, 3

(2) 3, 4, 7, 7, 7, 7

(3) 1, 2, 3, 4, 5, 5

四、证明题

1、证明 $P \rightarrow Q = (PAQ) \vee (\neg PA \wedge Q)$ (5%)

2、证明: $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S, R \rightarrow \neg P \wedge \neg Q \rightarrow S$ (5%)

3、设函数 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C, f, g$ 都是双射。求证 $(gof)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ (6%)

4、设 A, B, C 是任意四个集合, 证明:

$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$ (6%)

5、给定一个集合A,R 是上的关系，对于所有的 $a,b,c \in A$, 如果 aRb, bRc 意味着 cRa ， 则称是循环关系。试证明当且仅当R是一个等价关系， R才是自反的和循环的。 (8%)

6、设R是集合A上的二元关系， 证明： $ts(R) \supseteq st(R)$ (8%)

7、设有向图 $G=(V,E)$ 如图所示， 试求：

- (1)每个结点的引入次数与引出次数；
- (2)它的邻接矩阵 M_p ；
- (3)求从 v_1 到 v_3 长度小于或等于3的通路数。