

南华大学2018-2019第一学期《概率论与数理统计》

(考试时间：90分钟； 考试形式：闭卷)

(注意：请将答案填写在答题专用纸上，并注明题号。答案填写在试卷和草稿纸上无效)

一、单项选择题(本大题共20小题，每小题2分，共40分)

1、A, B为二事件，则 $\overline{A \cup B} = (\quad)$

- A、 AB B、 $\overline{A}\overline{B}$ C、 $A\overline{B}$ D、 $\overline{A} \cup \overline{B}$

2、设A, B, C表示三个事件，则 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 表示()

- A、A, B, C中有一个发生
B、A, B, C中恰有两个发生
C、A, B, C中不多于一个发生 D、A, B, C都不发生

3、A, B为两事件，若 $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A) = 0.2$, $P(\overline{B}) = 0.4$,

则()成立

- A、 $P(A\overline{B}) = 0.32$ B、 $P(\overline{A}\overline{B}) = 0.2$
C、 $P(B-A) = 0.4$ D、 $P(\overline{B}A) = 0.48$

4、设A, B为任二事件，则()

- A、 $P(A-B) = P(A)-P(B)$ B、 $P(A \cup B) = P(A)+P(B)$
C、 $P(AB) = P(A)P(B)$ D、 $P(A) = P(AB)+P(A\overline{B})$

5、设事件A与B相互独立，则下列说法错误的是()

- A、A与 \overline{B} 独立 B、 \overline{A} 与 \overline{B} 独立
C、 $P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B)$ D、A与B一定互斥

6、设离散型随机变量X的分布列为

X	0	1	2
P	0.3	0.5	0.2

其分布函数为 $F(x)$ ，则 $F(3) = (\quad)$

- A、0 B、0.3 C、0.8 D、1

7、设离散型随机变量X的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} cx^4, & x \in [0,1] \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，则常数 $c = (\quad)$

- A、 $\frac{1}{5}$ B、 $\frac{1}{4}$ C、4 D、5

8、设 $X \sim N(0,1)$, 密度函数 $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, 则 $\varphi(x)$ 的最大值是()

- A、0 B、1 C、 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ D、 $-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

9、设随机变量 X 可取无穷多个值 $0, 1, 2, \dots$, 其概率分布为 $p(k;3) = \frac{3^k}{k!} e^{-3}, k=0,1,2,\dots$, 则下式成立的是

- ()

- A、 $EX = DX = 3$ B、 $EX = DX = \frac{1}{3}$
 C、 $EX = 3, DX = \frac{1}{3}$ D、 $EX = \frac{1}{3}, DX = 9$

10、设 X 服从二项分布 $B(n, p)$, 则有()

- A、 $E(2X - 1) = 2np$ B、 $D(2X + 1) = 4np(1 - p) + 1$
 C、 $E(2X + 1) = 4np + 1$ D、 $D(2X - 1) = 4np(1 - p)$

11、独立随机变量 X, Y , 若 $X \sim N(1, 4)$, $Y \sim N(3, 16)$, 下式中不成立的是()

- A、 $E(X + Y) = 4$ B、 $E(XY) = 3$ C、 $D(X - Y) = 12$ D、 $E(Y + 2) = 16$

12、设随机变量 X 的分布列为:

X	1	2	3
p	1/2	c	1/4

- 则常数 $c = ()$
- A、0 B、1 C、 $\frac{1}{4}$ D、 $-\frac{1}{4}$

13、设 $X \sim N(0,1)$, 又常数 c 满足 $P\{X \geq c\} = P\{X < c\}$, 则 c 等于()

- A、1 B、0 C、 $\frac{1}{2}$ D、-1

14、已知 $EX = -1, DX = 3$, 则 $E[3(X^2 - 2)] = ()$

- A、9 B、6 C、30 D、36

15、当 X 服从()分布时, $EX = DX$ 。

- A、指数 B、泊松 C、正态 D、均匀

16、下列结论中, ()不是随机变量 X 与 Y 不相关的充要条件。

- A、 $E(XY) = E(X)E(Y)$ B、 $D(X + Y) = DX + DY$
 C、 $Cov(X, Y) = 0$ D、 X 与 Y 相互独立

17、设 $X \sim b(n, p)$ 且 $EX = 6, DX = 3.6$, 则有()

A、 $n=10, p=0.6$ B、 $n=20, p=0.3$

C、 $n=15, p=0.4$ D、 $n=12, p=0.5$

18、设 $p(x, y)$, $p_\xi(x)$, $p_\eta(y)$ 分别是二维随机变量 (ξ, η) 的联合密度函数及边缘密度函数, 则()是 ξ 与 η 独立的充要条件。

A、 $E(\xi + \eta) = E\xi + E\eta$ B、 $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$

C、 ξ 与 η 不相关 D、对 $\forall x, y$, 有 $p(x, y) = p_\xi(x)p_\eta(y)$

19、设是二维离散型随机变量, 则 X 与 Y 独立的充要条件是()

A、 $E(XY) = EXEY$ B、 $D(X+Y) = DX+DY$ C、 X 与 Y 不相关

D、对 (X, Y) 的任何可能取值 (x_i, y_j) $P_{ij} = P_{i\cdot}P_{\cdot j}$

20、设 (X, Y) 的联合密度为 $p(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

若 $F(x, y)$ 为分布函数, 则 $F(0.5, 2) = ()$

A、0 B、 $\frac{1}{4}$ C、 $\frac{1}{2}$ D、1

二、计算题(本大题共 6 小题, 每小题 7 分, 共 42 分)

1、若事件 A 与 B 相互独立, $P(A) = 0.8$ $P(B) = 0.6$ 。求: $P(A+B)$ 和 $P\{\bar{A}|(A+B)\}$

2、设随机变量 $X \sim N(2, 4)$, 且 $\Phi(1.65) = 0.95$ 。求 $P(X \geq 5.3)$

3、已知连续型随机变量 ξ 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$ ，求 $E\xi$ 和 $D\xi$ 。

4、设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = A + B \arctg x \quad -\infty < x < +\infty$

求：
 (1) 常数 A 和 B ；
 (2) X 落入 $(-1, 1)$ 的概率；
 (3) X 的密度函数 $f(x)$

5、某射手有 3 发子弹，射一次命中的概率为 $\frac{2}{3}$ ，如果命中了就停止射击，
 否则一直独立射到子弹用尽。

求：(1) 耗用子弹数 X 的分布列；(2) EX ；(3) DX

6、设 (ξ, η) 的联合密度为 $p(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

求：(1) 边际密度函数 $p_\xi(x), p_\eta(y)$ ；(2) $E\xi, E\eta$ ；(3) ξ 与 η 是否独立

三、解答题(本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分)

1、设 X_1, X_2 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的样本，下列

三个估计量是不是参数 μ 的无偏估计量，若是无偏
估计量，试判断哪一个较优？

$$\hat{\mu}_1 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2, \quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2.$$

2、设 $\xi \sim f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (\theta > 0)$ x_1, x_2, \dots, x_n 为 ξ 的一组观察值，求 θ 的极大似然估计。

概率论与数理统计试卷答案及评分标准

一、单项选择题(本大题共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	C	D	D	D	C	A	D	
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	C	B	B	B	D	C	D	D	B

二、计算题(本大题共 6 小题, 每小题 7 分, 共 42 分)

1、解: $\because A$ 与 B 相互独立

$$\therefore P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$= 0.8 + 0.6 - 0.8 \times 0.6$$

$$= 0.92 \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{又 } P(\bar{A}|A+B) = \frac{P[\bar{A}(A+B)]}{P(A+B)} \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$= \frac{P(\bar{A}B)}{P(A+B)} = \frac{P(\bar{A})P(B)}{P(A+B)} \quad \dots \quad (2 \text{ 分})$$

$$= 0.13 \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$2、\text{解: } P(X \geq 5.3) = 1 - \Phi\left(\frac{5.3 - 2}{2}\right) \quad \dots \quad (5 \text{ 分})$$

$$= 1 - \Phi(1.65) = 1 - 0.95 = 0.05 \quad \dots \quad (2 \text{ 分})$$

3、解: 由已知有 $\xi \sim U(0, 4)$ $\dots \quad (3 \text{ 分})$

$$\text{则: } E\xi = \frac{a+b}{2} = 2 \quad \dots \quad (2 \text{ 分})$$

$$D\xi = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{4}{3} \quad \dots \quad (2 \text{ 分})$$

4、解: (1) 由 $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$

$$\text{有: } \begin{cases} A - \frac{\pi}{2}B = 0 \\ A + \frac{\pi}{2}B = 1 \end{cases}$$

$$\text{解之有: } A = \frac{1}{2}, \quad B = \frac{1}{\pi} \quad \dots \quad (3 \text{ 分})$$

$$(2) P(-1 < X < 1) = F(1) - F(-1) = \frac{1}{2} \quad \dots \dots \dots \text{(2 分)}$$

$$(3) f(x) = F'(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad \dots \dots \dots \text{(2 分)}$$

5、解：(1)

	X	1	2	3	
	P	2/3	2/9	1/9	

(3 分)

$$(2) EX = \sum_{i=1}^3 x_i p_i = 1 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{2}{9} + 3 \times \frac{1}{9} = \frac{13}{9} \quad \dots \dots \dots \text{(2 分)}$$

$$(3) \because EX^2 = \sum_{i=1}^3 x_i^2 p_i = 1^2 \times \frac{2}{3} + 2^2 \times \frac{2}{9} + 3^2 \times \frac{1}{9} = \frac{23}{9}$$

$$\therefore DX = EX^2 - (EX)^2 = \frac{23}{9} - (\frac{13}{9})^2 = \frac{38}{81} \quad \dots \dots \dots \text{(2 分)}$$

$$6、解：(1) \because p_\xi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) dy = \int_0^1 4xy dy = 2x$$

$$\therefore p_\xi(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$\text{同理: } p_\eta(x) = \begin{cases} 2y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad \dots \dots \dots \text{(3 分)}$$

$$(2) E\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} xp_\xi(x) dx = \int_0^1 2x^2 dx = \frac{2}{3}$$

$$\text{同理: } E\eta = \frac{2}{3} \quad \dots \dots \dots \text{(2 分)}$$

$$(3) \because p(x, y) = p_\xi(x)p_\eta(y)$$

$\therefore \xi$ 与 η 独立 $\dots \dots \dots \text{(2 分)}$

三、应用题(本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分)

$$1、解: \because E\hat{\mu}_1 = E(\frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2) = \mu$$

$$\text{同理: } E\hat{\mu}_2 = E\hat{\mu}_3 = \mu$$

$\therefore \hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$ 为参数 μ 的无偏估计量 $\dots \dots \dots \text{(3 分)}$

$$\text{又} \because D\hat{\mu}_1 = D(\frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2) = \frac{4}{9}DX_1 + \frac{1}{9}DX_2 = \frac{5}{9}\sigma^2$$

$$\text{同理: } D\hat{\mu}_2 = \frac{10}{16}\sigma^2, \quad D\hat{\mu}_3 = \frac{2}{4}\sigma^2$$

且 $D\hat{\mu}_3 < D\hat{\mu}_1 < D\hat{\mu}_2$

$$\therefore \hat{\mu}_3 \text{ 较优} \quad \dots \dots \dots \text{ (6 分)}$$

2、解： x_1, x_2, \dots, x_n 的似然函数为：

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x_i}{\theta}} = \frac{1}{\theta^n} e^{-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i} \quad \dots \dots \text{ (3 分)}$$

$$\ln(L) = -n \ln \theta - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{d \ln(L)}{d \theta} = -\frac{n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\text{解之有: } \hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{X} \quad \dots \dots \text{ (6 分)}$$

一、(共 30 分,每题 5 分)

1、设事件 A 与 B 相互独立， $P(A) = 0.5, P(A \cup B) = 0.8$ ，求 $P(A\bar{B})$ 。

解：因为事件 A 与 B 相互独立，所以

$$P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

由 $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.8$, 得 $P(B) = 0.6$ 2分

2、三人独立地去破译一份密码，他们译出的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$.

求能将此密码译出的概率.

$$\text{解: } P = 1 - \left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{5} \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

3、设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
p	0.125	0.25	0.25	0.375

求 $Y = X^2 + 1$ 的分布律，并计算 $P(1 \leq X < 3)$.

解.

Y	1	2	5
p	0.25	0.375	0.375

.....3 分

4、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)] = 1$ 求 λ .

解： $E(X) = D(X) = \lambda$,2 分

$$\begin{aligned} E[(X-1)(X-2)] &= E(X^2 - 3X + 2) \\ &= D(X) + [E(X)]^2 - 3E(X) + 2 = 1 \end{aligned}$$
2 分

所以 $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$, 得 $\lambda = 1$1 分

5、为检查某食用动物含某种重金属的水平，假设重金属的水平服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ 均未知，现抽取容量为 25 的一个样本，测得样本均值为 186，样本标准差为 10，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

解：总体均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$(\bar{X} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{0.025}(n-1))$$
2 分

即 $(186 \pm \frac{10}{5} \times 2.0639)$ 2 分

所求置信区间为 $(181.8722, 190.1278)$ 1 分

6、某车间用一台包装机包装葡萄糖.包得的袋装糖重量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 当机器正常时，其均值 $\mu = 0.5$ 公斤，标准差 $\sigma = 0.015$ 公斤.某日开工后为检验包装机是否正常，随机地抽取它所包装的糖 9 袋，称得平均重量为 0.511 公斤，问这天包装机工作是否正常？（取显著水平 $\alpha = 0.05$ ）

解：由题意设 $H_0: \mu = 0.5; H_1: \mu \neq 0.5$ 1 分

拒绝域为 $|\frac{\bar{X} - 0.5}{\sigma/\sqrt{n}}| \geq z_{0.025}$ 1 分

由于 $|\frac{\bar{X} - 0.5}{\sigma/\sqrt{n}}| = |\frac{0.511 - 0.5}{0.015/\sqrt{9}}| = 2.2$, $z_{0.025} = 1.96$,2 分

即 $2.2 > 1.96$, 拒绝原假设，认为这天包装机工作不正常.1 分

二、(共 18 分,每题 6 分)

1、设随机变量 X 和 Y 相互独立, 概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases}$$

求: (1) $E(2X - 3Y)$; (2) $D(2X - 3Y)$; (3) ρ_{XY} .

解: (1) $E(2X - 3Y) = 2E(X) - 3E(Y) = 2 \times \frac{1}{2} - 3 \times \frac{1}{3} = 0$;2 分

(2) $D(2X - 3Y) = 4D(X) + 9D(Y) = 4 \times \frac{1}{4} + 9 \times \frac{1}{9} = 2$;2 分

(3) 因为量 X 和 Y 相互独立, 所以 $\rho_{XY} = 0$2 分

学号

2、已知随机变量 $X \sim N(1, 25), Y \sim N(2, 36)$, $\rho_{XY} = 0.4$,

求: $U = 3X + 2Y$ 与 $V = X - 3Y$ 的协方差.

解: $Cov(U, V) = Cov(3X + 2Y, X - 3Y)$

$$= 3D(X) - 9Cov(X, Y) + 2Cov(X, Y) - 6D(Y)3 \text{ 分}$$

$$= 3D(X) - 7\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)} - 6D(Y)$$

$$= 3 \times 25 - 7 \times 0.4 \times 5 \times 6 - 6 \times 36 = -2253 \text{ 分}$$

3、设 X_1, X_2, \dots, X_{13} 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的一个样本, 且已知随

班 级 机变量 $Y = a(\sum_{i=1}^4 X_i)^2 + b(\sum_{i=5}^{13} X_i)^2$ 服从自由度为 2 的 χ^2 分布,

求 a, b 的值.

解: 因为 $X_i \sim N(0,1)$ 且相互独立, $i = 1, 2, \dots, 13$.

所以, $\sum_{i=1}^4 X_i \sim N(0, 4)$, $\sum_{i=5}^{13} X_i \sim N(0, 9)$,2 分

$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 X_i \sim N(0, 1)$, $\frac{1}{3} \sum_{i=5}^{13} X_i \sim N(0, 1)$, 且相互独立.2 分

姓名

统计与数理统计

概率论与数理统计

三、(共 18 分,每题 6 分)

1、设总体 $X \sim N(52, 6^2)$, 现随机抽取容量为 36 的一个样本, 求样本均值 \bar{X} 落入(50.8, 53.8) 之间的概率.

解: $\bar{X} \sim N(52, 1)$,2 分

$$P\{50.8 < \bar{X} < 53.8\} = \Phi(53.8 - 52) - \Phi(50.8 - 52)$$

$$= \Phi(1.8) - \Phi(-1.2) = 0.9641 - 1 + 0.8849 \text{3 分}$$

$$= 0.849 \text{1 分}$$

2、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} Ae^x, & x \leq 0, \\ B, & 0 < x \leq 1, \\ 1 - Ae^{-(x-1)}, & x > 1. \end{cases}$

求: (1) A, B 的值; (2) $P\{X > \frac{1}{3}\}$.

解: (1) 由连续型随机变量分布函数的连续性, 得

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} F(x) = F(0), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = F(1),$$

$$\text{即 } \begin{cases} A = B \\ B = 1 - A \end{cases} \quad \text{解得 } A = B = 0.5 \text{3 分}$$

$$(2) P\{X > \frac{1}{3}\} = 1 - F(\frac{1}{3}) = 1 - 0.5 = 0.5 \text{3 分}$$

3、箱子中有一号袋1个，二号袋2个.一号袋中装1个红球，2个黄球，二号袋中装2个红球，1个黄球，今从箱子中任取一袋，从中任取一球，结果为红球，求这个红球是从一号袋中取得的概率.

解：设 $A_i = \{\text{从箱子中取到 } i \text{ 号袋}\}, \quad i=1,2$

$B=\{\text{抽出的是红球}\}$

四、(8分) 设随机变量 X 具有密度函数 $f(x)=\begin{cases} Ax, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

求 (1) 常数 A ; (2) X 的分布函数.

(1) 因为 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ 2分

$$(2) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \int_0^x 2x dx, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

五、(8分) 某箱装有100件产品，其中一、二、三等品分别为60、30、10件，现从中随机抽取一件，记

$X_i = \begin{cases} 1, & \text{若抽到 } i \text{ 等品,} \\ 0, & \text{没有抽到 } i \text{ 等品.} \end{cases}$ 求 X_1, X_2 的联合分布律.

解：设 A_1, A_2, A_3 分别表示抽到一、二、三等品，

$$P(X_1 = 0, X_2 = 0) = P(A_3) = 0.1, \quad P(X_1 = 1, X_2 = 0) = P(A_1) = 0.6$$

$$P(X_1 = 0, X_2 = 1) = P(A_2) = 0.3, \quad P(X_1 = 1, X_2 = 1) = 0$$

X_1, X_2 的联合分布律为

	X_2	0	1
X_1			
0		0.1	0.3
1		0.6	0.0

.....8分（每个2分）

六、(10分) 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} 15x^2y, & 0 < x < y < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

(1) 求边缘概率密度; (2) 判断随机变量 X 和 Y 是否独立.

(2) 因为 $f(x,y) \neq f_X(x)f_Y(y)$, 所以随机变量 X 和 Y 不独立.

.....4 分

七、(8分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的一个样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为一相对应的样本观测值, 总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

求参数 θ 的矩估计和极大似然估计.

解: (1) 矩估计 $E(X) = \int_0^1 x \theta x^{\theta-1} dx = \frac{\theta}{\theta+1}$,2分

由 $A_1 = \mu_1$ 得 $\frac{\theta}{\theta+1} = \bar{X} \Rightarrow \hat{\theta} = \frac{\bar{X}}{1-\bar{X}}$ 2分

(2) 似然函数 $L(\theta) = \prod_{i=1}^n \theta x_i^{\theta-1} = \theta^n \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\theta-1}$

对数似然函数 $\ln L(\theta) = n \ln \theta + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i$ 2分

令 $\frac{d \ln L(\theta)}{d \theta} = 0$, 得 $\frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0 \Rightarrow \hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$

参数 θ 的极大似然估计量为 $\hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$ 2分

附 $\Phi(1.8) = 0.9641$, $\Phi(1.2) = 0.8849$, $\Phi(1.5) = 0.9332$, $\Phi(2.2) = 0.9861$,

$Z_{0.025} = 1.96$, $Z_{0.05} = 1.645$, $t_{0.025}(24) = 2.0639$, $t_{0.025}(25) = 2.0595$