

# 基于 logistics 模型的中国人口增长预测

王志福, 管杰, 苏再兴

(渤海大学 数学系, 辽宁 锦州 121013)

**摘要:** 人口问题是个十分复杂的社会问题, 准确的人口预测能为国家制定有效的相关人口政策提供重要依据。利用改进的 logistics 模型在 2001 年到 2007 年人口统计数据基础上对中国人口进行预测, 结果显示在 2030 年国家的人口数量达到一个峰值, 通过与单纯 logistics 模型相比较, 优势明显。

**关键词:** 人口总数; 预测; logistics 模型; 改进

**中图分类号:** O211 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-0569(2010)04-0326-05

## 0 引言

中国是个人口大国, 人口问题一直是影响我国持续健康稳定发展重要因素。准确的人口预测对国家制定科学合理的人口政策有着不可替代的作用。近年来, 我国人口问题出现了一些新的特点, 老龄化问题、婴儿出生性别、城镇化建设加速等问题日益突出, 直接影响着我国人口的发展趋势。故在用 logistics 模型对我国人口进行预测时应考虑诸如此类的一些影响因子。

传统的 logistics 模型是由比利时数学家 Verhulst 在 1840 年修正马尔萨斯的人口模型基础上提出的, 他认为“人口的增长不能超过由其地域环境所决定最大容量”。但是随着人类社会化的急速发展, 很多社会因素对人口增长的影响越来越大。

## 1 logistics 模型

设时刻  $t$  的人口数为  $N(t)$ , 现以考察我国的人口为例, 设  $N(t)$  为一很大的整数。在短期内人口的变化可认为是连续的, 故  $N(t)$  为连续的可微函数, 设  $t = t_0$  时的人口为  $N_0$  (此处  $t_0$  为 2001 年, 则  $N_0$  为 2001 年我国人口总数), 人口自然增长率为  $k$ , 根据上述 logistics 模型的假设, 则在  $t$  到  $t + \Delta t$  时间内人口的增长量为:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = k(1 - \frac{N}{N_m})N \\ N(t_0) = N_0 \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2010-10-10.

基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目 (No: 20101001).

作者简介: 王志福 (1960-), 男, 教授, 硕士生导师, 从事概率统计教学科研工作.

其解为:

$$N(t) = \frac{N_m}{1 + (\frac{N_m}{N_0} - 1)e^{-k(t-t_0)}} \quad (2)$$

式(2)即为传统的 logistics 人口增长模型。

## 2 修正的 logistics 模型

### 2.1 影响因子

在实际社会中,影响人口变化情况的因素往往很多,像国家人口政策、国家人口性别比率、年龄结构等均对人口的变化情况有着显著的影响。

现假设这些诸多影响因子分别为  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , 这些因子是随着年份的变化而变化的,因而每个因子都可以拟合成一个形如  $x_i = at^2 + bt + c (i=1, 2, 3, \dots, n)$ , 关于时间的多项式。

### 2.2 牵制函数

此处引入牵制函数  $\phi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ , 牵制函数是一个关于影响因子的函数,该函数是对传统 logistics 模型的一个补充,这样就自然的将影响因子融合到人口预测模型中去了。

这样改进的 logistics 模型就可以表述成:

$$N(t) = \frac{N_m}{1 + (\frac{N_m}{N_0} - 1)e^{-k(t-t_0)}} + \phi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)。$$

通过牵制函数牵制  $N(t)$  的变化,形成对传统 logistics 模型的一个很好补充。

## 3 应用及实例

为了进一步说明改进的 logistics 模型,现在以我国人口变化为实例。根据国家统计局统计数据显示进入 2001 年以来,人口城镇化、婴儿性别比、全国老龄人口比重这三个因素对我国的人口变化影响较大,现以这三个因子为例结合上述模型对我国人口变化做短期预测。

表 1 为统计局关于三个影响因子的相关数据。

令城镇人口占全国人口比重为  $x_1$ , 婴儿出生性别比为  $x_2$ , 全国老龄人口占全国总人口比重为  $x_3$ , 全国总人口数记为  $y$ 。同时,记 2001 年为时刻 0, 2002 年为 1, 依次类推至 2005 年。

表 1 三个影响因子的相关数据

年份	时刻编号 $t$	城镇人口占 全国总人口 比重 $x_1$	婴儿出生性 别比 $x_2$ (男/女)	全国老龄人 口占全国总 人口比重 $x_3$ (%)	全国总人口 $y$ (十万)
2001	0	0.3717	1.1532	7.182	12767
2002	1	0.3871	1.1932	7.516	12845
2003	2	0.4124	1.1699	7.866	12923
2004	3	0.4118	1.1928	8.180	12999
2005	4	0.4484	1.1846	8.655	13077

应用 Matlab 对表 1 中数据进行拟合,可分别得到  $x_1, x_2, x_3$  关于  $t$  的函数:

$$\begin{cases} x_1 = 0.0012t^2 + 0.0131t + 0.373, \\ x_2 = -0.0036t^2 + 0.0206t + 1.1591, \\ x_3 = 0.0002t^2 + 0.00709t + 0.0719. \end{cases} \quad (3)$$

改进的 logistics 数学模型为:

$$N(t) = \frac{N_m}{1 + (\frac{N_m}{N_0} - 1)e^{-k(t-t_0)}} + \varphi(x_1, x_2, x_3) \quad (4)$$

即

$$N(t) - \frac{N_m}{1 + (\frac{N_m}{N_0} - 1)e^{-k(t-t_0)}} = \varphi(x_1, x_2, x_3) \quad (5)$$

整理后有:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3)|_i = N(t) - \frac{N_m}{1 + (\frac{N_m}{N_0} - 1)e^{-k(t-t_0)}}, i=0, 1, 2, 3 \dots \quad (6)$$

用传统 logistics 模型结合表 1 中 2001 年-2005 年的数据对  $r$  和  $N_m$  拟合得:我国人口饱和数为 14.897 亿(折合为 14897(单位:十万)),自然增长率  $r$  为 0.029。则式(5)可表示为:

$$f(t) = N(t) - \frac{14897}{1 + (\frac{14897}{12767} - 1)e^{-0.029t}} \quad (7)$$

根据表 1 中数据,当  $t=0, 1, 2, 3, 4$  时可求出  $\varphi(x_1, x_2, x_3)|_i$ 。

$$\varphi(x_1, x_2, x_3)|_0 = 0, \quad \varphi(x_1, x_2, x_3)|_1 = 23.4425$$

$$\varphi(x_1, x_2, x_3)|_2 = 46.9962, \quad \varphi(x_1, x_2, x_3)|_3 = 97.3891。$$

此时可得函数  $\varphi(x_1, x_2, x_3)$  与  $x_1, x_2, x_3$  的数据表 2

表 2  $\varphi(x_1, x_2, x_3)$  与  $x_1, x_2, x_3$  的数据

函数 $\varphi(x_1, x_2, x_3)$	城镇人口占全国总人口 比重 $x_1$	婴儿出生性别比 $x_2$ (男/女)	全国老龄人口占 全国总人口比重 $x_3/\%$
0.	0.3717	1.1532	7.182
23.4425	0.3871	1.1932	7.516
46.9962	0.4124	1.1699	7.866
97.3891	0.4118	1.1928	8.180

运用 Matlab 对表 2 中数据进行多元线形回归,得出:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = -348.1 - 18.5352x_1 + 35.1190x_2 + 4081.6x_3. \quad (8)$$

把式(3)中方程代入式(8),得:

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2, x_3) = & -348.1 - 18.5352(0.0012t^2 + 0.0131t + 0.373) + 35.1190 \\ & (-0.0036t^2 + 0.0206t + 1.1591) + 4081.6(0.0002t^2 + 0.00709t + 0.0719) \end{aligned} \quad (9)$$

把式(9)回代式(7)中整理得:

$$\begin{aligned} N(t) - \frac{14897}{1 + (\frac{14897}{12767} - 1)e^{-0.029t}} = & -348.1 - 18.5352(0.0012t^2 + 0.0131t + 0.373) + \\ & 35.1190(-0.0036t^2 + 0.0206t + 1.1591) + 4081.6(0.0002t^2 + 0.00709t + 0.0719). \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)即为运用修正 logistics 模型结合我国的实际情况得出的人口预测数学模型,该模型描述了我国人口总数与时间的关系。通过模型我们计算出 2006 年全国人口总数为 13.131 亿,根据国家统计局的统计数据,我国 2006 年的人口总数为 13.1448 亿,模型误差为 0.105%,符合实际情况。通过 Mat-

lab 编程我们预测出我国 2001 年到 2050 年间的人口总数并描出人口总数走势图 1。

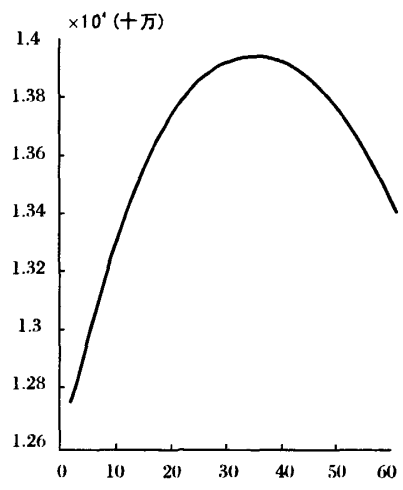


图 1 2001 年到 2050 年我国人口总数趋势

表 3 根据“修正 logistics 模型”预测我国 2031 年 14 亿人口峰值

年份	人口总数 (十亿)	年份	人口总数 (十亿)	年份	人口总数 (十亿)
2001	1.2746	2014	1.3592	2027	1.3951
2002	1.2829	2015	1.3636	2028	1.3960
2003	1.2909	2016	1.3678	2029	1.3965
2004	1.2986	2017	1.3717	2030	1.3969
2005	1.3060	2018	1.3753	2031	1.3969
2006	1.3131	2019	1.3786	2032	1.3967
2007	1.3199	2020	1.3816	2033	1.3962
2008	1.3264	2021	1.3844	2034	1.3955
2009	1.3326	2022	1.3868	2035	1.3945
2010	1.3385	2023	1.3890	2036	1.3933
2011	1.3441	2024	1.3910	2037	1.3918
2012	1.3494	2025	1.3926	2038	1.3900
2013	1.3544	2026	1.3940	2039	1.3880

4 结论

本文通过对中国人口发展现状的分析,充分考虑了在中国影响人口发展趋势的客观存在因素。特别是社会存在因子对预测的影响得到了科学的处理,就人口城镇化、婴儿性别比、全国老龄人口比重三个主要影响因素结合 logistics 模型,引用统计学知识对我国人口进行了短期的预测。改进的模型通过结合社会因素在 logistics 模型的基础上实现了复合回归扰动,增强了模型的现实意义。我们取 2010 前中国人口数据作为检测集发现模型的平均误差控制在 2% 一下,表示模型的可行有效的。通过结果数据我们可以看出在 2030 左右我国将到达一个人口的高峰期,预计将达到 14 亿,随后人口将出现下降。根据现实结果国家在制定人口政策时应该根据不同的时间段进行有效的调整,在 2030 前应该是控制人口的过快增长,提高出生婴儿的质量,积极做好老龄化的工作;在 2030 后应该考虑后老龄化时代,积极做好应对“421”(四个老人,一对夫妻,一个小孩)年龄结构的改变,此时应适当鼓励生育,做好优生优育。

5 附录

```
(1)用 sas 编程进行 logistics 回归
data xx;
input x1 x2 x3 y@@;
cards;
0.3717 1.1532 0.07182 0
0.3871 1.1932 0.07516 23.4425
0.4124 1.1699 0.07866 46.9962
0.4118 1.1928 0.0818 71.6491
0.4484 1.1846 0.08655 97.38917;
proc logistics descending;
model y = x1 - x3;
run;
```

(2)用 matlab 编程(求人口预测值)

建立 M 文件

```
function y = fun9(i)
```

```
y = 15000.0 * (1 + (15000.0/12767.0 - 1) * exp(-0.029 * i)). ^(-1) - 348.1 - 18.5352 *  
(0.0012 * i * i + 0.0131 * i + 0.373) + 35.119 * (-0.0036 * i * i + 0.0206 * i + 1.1591) +  
4081.6 * (-0.0002 * i * i + 0.00709 * i + 0.0719)
```

运行 matlab,解上述方程,并画图。

```
i = ([0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20;21;22;23;24;25;26;27;28;29;  
30;31;32;33;34;35;36;37;38;39;40;41;42;43;44;45;46;47;48;49;50;51;52;53;54;55;56;57;58;  
59])  
plot(fun9(i), ' - ')
```

## 参考文献:

- [1]王济川,郭志刚. Logistic 回归模型——方法与应用[M]. 北京:高等教育出版社,2001.9.
- [2]朱煌民,周宇虹,译. 微分方程模型[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1988.
- [3]王立剑,刘 佳. 统筹城乡的人口预测模型构建与应用——以陕西省城乡人口分年龄预测为例[J]. 西北人口,2009(3).
- [4]李永胜. 人口预测中的模型选择与参数认定[J]. 财经科学,2004,(2).
- [5]刘 铮,邬沧萍,查瑞传. 人口统计学[M]. 中国人民大学出版社. 1980.
- [6]李 凯,赫 秦. 中国高龄老人健康预期寿命的研究[J]. 中国老年学杂志,2004,24(10):915-916.

# Prediction of China's population increase based on logistics model

WANG Zhi - fu, GUAN Jie, SU Zai - xing

(Department of Mathematics, Bohai University, Jinzhou 121013, China.)

**Abstract:** Population problem is a complicated social problem, and an accurate population prediction may provide important reference for national population policies. On the basis of population statistics from 2001 to 2007, the improved logistics model is used to predict China's population, and the result shows that by 2030 China's population will have reached a peak value. In comparison with the original logistics model, the above prediction is better.

**Key words:** total population; prediction; logistics model; improve

作者: [王志福](#), [管杰](#), [苏再兴](#), [WANG Zhi-fu](#), [GUAN Jie](#), [SU Zai-xing](#)  
作者单位: [渤海大学, 数学系, 辽宁, 锦州, 121013](#)  
刊名: [渤海大学学报 \(自然科学版\)](#)  
英文刊名: [JOURNAL OF BOHAI UNIVERSITY \(NATURAL SCIENCE EDITION\)](#)  
年, 卷(期): 2010, 31(4)

## 参考文献(12条)

1. [李凯;赫秦](#) [中国高龄老人健康预期寿命的研究](#)[期刊论文]-[中国老年学杂志](#) 2004(10)
2. [王济川;郭志刚](#) [Logistic回归模型—方法与应用](#) 2001
3. [刘铮;邬沧萍;查瑞传](#) [人口统计学](#) 1980
4. [朱煌民;周宇虹](#) [微分方程模型](#) 1988
5. [李永胜](#) [人口预测中的模型选择与参数认定](#)[期刊论文]-[财经科学](#) 2004(02)
6. [王立剑;刘佳](#) [统筹城乡的人口预测模型构建与应用—以陕西省城乡人口分年龄预测为例](#) 2009(3)
7. [王立剑;刘佳](#) [统筹城乡的人口预测模型构建与应用—以陕西省城乡人口分年龄预测为例](#) 2009(03)
8. [李永胜](#) [人口预测中的模型选择与参数认定](#) 2004(2)
9. [朱煌民;周宇虹](#) [微分方程模型](#) 1988
10. [刘铮;邬沧萍;查瑞传](#) [人口统计学](#) 1980
11. [王济川;郭志刚](#) [Logistic回归模型—方法与应用](#) 2001
12. [李凯;郝秦](#) [中国高龄老人健康预期寿命的研究](#) 2004(10)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_jzsfxyxb201004004.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_jzsfxyxb201004004.aspx)