第九章概率模型

1. 9.2 报童的诀窍

随机模型

- 确定性因素和随机性因素
- 随机因素可以忽略,随机因素影响可以简单地以平均值的作用出现⇒
- 确定性模型
- 随机因素影响必须考虑⇒
- 随机性模型
- 概率模型,统计回归模型,马氏链模型

报童的诀窍

- 报童售报： a (零售价1元)> b(购进价0.8元)> c(退回价0.75元)
- 售出一份赚a-b； 退回一份赔b-c
- 162天报纸需求量的调查199 136 214 195 219 224 197 213 187 187 ... 230 172 227 157 114 156
- 每天购进多少份可使收入最大？

问题分析

- 购进太多 $\longrightarrow$ 卖不完退回 $\longrightarrow$ 赔钱
- 购进太少 $\longrightarrow$ 不够销售 $\longrightarrow$ 赚钱少
- 存在一个合适的购进量
- 每天需求量是随机的
- 每天收入是随机的
- 优化问题的目标函数应是长期的日平均收入,等于每天收入的期望

建模

- 调查需求量的随机规律　　每天需求量为r 的概率f(r), r=0,1,2…
- 设每天购进n 份，日平均收入为G(n)
- 已知售出一份赚a-b；退回一份赔b-c
-
$$r \le n \Rightarrow (a-b)r$$
$$n-r \Rightarrow (b-c)(n-r)$$
-
$$G(n) = \sum_{r=0}^{n} [(a-b)r - (b-c)(n-r)]f(r) + \sum_{r=n+1}^{\infty} (a-b)nf(r)$$

求n 使G(n) 最大

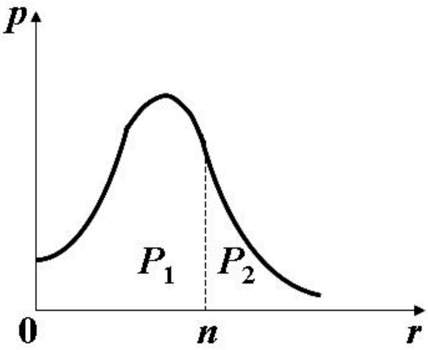
求解

- 将r视为连续变量$f(r) \Rightarrow p(r)$ (概率密度)
- $G(n) =$
  $\int_0^n [(a-b)r-(b-c)(n-r)]p(r)dr + \int_n^\infty (a-b)np(r)dr$
  $\frac{dG}{dn} = (a-b)np(n) - \int_0^n (b-c)p(r)dr$
- $-(a-b)np(n) + \int_n^\infty (a-b)p(r)dr$
  $= -(b-c)\int_0^n p(r)dr + (a-b)\int_n^\infty p(r)dr$
- $\frac{dG}{dn} = 0 \rightarrow \frac{\int_0^n p(r)dr}{\int_n^\infty p(r)dr} = \frac{a-b}{b-c}$
- $\frac{d^2G}{dn^2} < 0$ 说明得到的n是每天平均利润最大的最佳购进量

结果解释

- $\frac{\int_0^n p(r)dr}{\int_n^\infty p(r)dr} = \frac{a-b}{b-c}$
- $\int_0^n p(r)dr = P_1$, $\int_n^\infty p(r)dr = P_2$
- 取n使
  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{a-b}{b-c}$
- a-b：售出一份赚的钱，b-c：退回一份赔的钱
- $$(a-b)\uparrow \Rightarrow n\uparrow, (b-c)\uparrow \Rightarrow n\downarrow$$

Model



用MATLAB 统计工具箱求解报童模型

- 根据数据确定需求量的概率分布p(x)
- 由 $\int_{-\infty}^{n} p(x)dx = \frac{a-b}{a-c}$ 计算n
- x=load('baotongdata.txt');
- y=reshape(x,1,162);
- [n,z]=hist(y)

用MATLAB 统计工具箱求解报童模型

- hist(y)
- m=mean(y)
- s=std(y)
- h =jbtest(y)
- a=0.8;b=1;c=0.75;
- q=(b-a)/(b-c);
- n=norminv(q,m,s)