

- 1 椅子在不平的地面上放稳吗
- 2 如何预报人口的增长
- 3 人口问题的Matlab实验
- 4 本章其他部分的说明

第一章建立数学模型

① 1 椅子在不平的地面上放稳吗

② 2 如何预报人口的增长

③ 3 人口问题的Matlab实验

④ 4 本章其他部分的说明

椅子放稳模型建设

- 通常 三只脚着地
- 放稳 四只脚着地
- 四条腿一样长，椅脚与地面点接触，四脚连线呈正方形；
- 地面高度连续变化，可视为数学上的连续曲面；
- 地面相对平坦，使椅子在任意位置至少三只脚同时着地。
- 这个例子说明数学模型的一个特点：大胆合理的假设。

背景

- 世界人口增长概况

年	1625	1830	1939	1960	1974	1987	1999
人口(亿)	5	10	20	30	40	50	60

- 研究人口变化规律
- 控制人口过快增长
- 初等模型。今年人口 x_0 , 年增长率 r
- k 年后人口 $x_k = x_0(1 + r)^k$

指数增长模型

马尔萨斯提出(1798)

- 基本假设: 人口(相对)增长率 r 是常数
- $x(t)$ 时刻 t 的人口

$$\frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{x(t)} = r\Delta t$$

$$\frac{dx}{dt} = rx, \quad x(0) = x_0$$

$$x(t) = x_0(e^r)^t \approx x_0(1 + r)^t$$

- 随着时间增加, 人口按指数规律无限增长

指数增长模型的应用及局限性

- 与19世纪以前欧洲一些地区人口统计数据吻合
- 适用于19世纪后迁往加拿大的欧洲移民后代
- 可用于短期人口增长预测
- 不符合19世纪后多数地区人口增长规律
- 不能预测较长期的人口增长过程。
- 为什么？
- 19世纪后人口增长率 r 不是常数(逐渐下降)

阻滞增长模型(Logistic模型)

- 人口增长到一定数量后, 增长率下降的原因:
- 资源、环境等因素对人口增长的阻滞作用
且阻滞作用随人口数量增加而变大
- r 是 x 的减函数
- 假设: $r(x) = r - sx (r, s > 0)$ r 固有增长率(x 很小时)
- x_m 人口容量 (资源、环境能容纳的最大数量)
- $r(x_m) = 0$
- $\implies s = \frac{r}{x_m}$
- $\implies r(x) = r(1 - \frac{x}{x_m})$

阻滞增长模型(Logistic模型)

- $\frac{dx}{dt} = rx$
- $\implies \frac{dx}{dt} = r(x)x \implies \frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{x_m})$
- 大家可以手工解，也可以用Matlab求解。
- 看上去Logistic模型会比指数模型合理，我们必须用实际的例子去验证这种想法。
- 下面我们练习一下Matlab,完整的做完模型，包括初等模型，指数增长模型，Logistic模型。数据我们可以用世界人口，中国人口，美国人口。

- 1 椅子在不平的地面上放稳吗
- 2 如何预报人口的增长
- 3 人口问题的Matlab实验
- 4 本章其他部分的说明

Logistic 模型

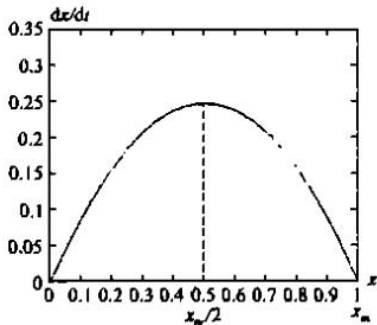


图5 Logistic 模型 $\frac{dx}{dt} \sim x$ 曲线

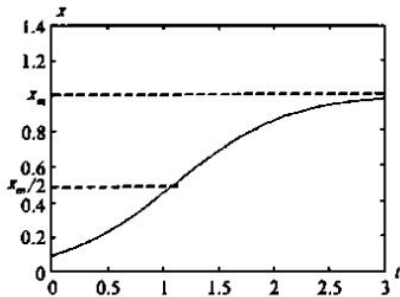


图6 Logistic 模型 $x \sim t$ 曲线

- 1 椅子在不平的地面上放稳吗
- 2 如何预报人口的增长
- 3 人口问题的Matlab实验
- 4 本章其他部分的说明

本章其他部分的说明

- 1.1,1.2,1.6,1.7,1.8仁者见仁。阅读一遍就可以了。
- 1.4 商人安全过河问题。初看类似于智力题。
- 不能老用初等数学的思路去想问题。