

第八章 排队模型*

8.1 概 述

交通工程师要求的目标,就是作出对使用者减至最少的阻滞时间的设计和运行设施,由于拥挤而产生的延滞是同各种交通问题有关的一个普遍现象。车辆在匝道出口列队等候进入高速公路的机会;行人在人行横道线前期待道路交通中的间隙、或者在过往车站旋转式栅栏门口排队等候。左转弯候车道必须要有适当的长度,以便容纳等候左转弯信号的预计最大车辆数。

使用者要等候多久?列队等候的有多少?或者设施不起作用的时间(例如,一个汽车停车场闲着)比例是多少?应用概率和统计法的排队模型提供了一个方法,使我们能预测某些延滞的特征。

排队理论首先是在 20 世纪初为解决电话转换问题发展起来的。第二次世界大战之后,排队理论在很大范围内被采用。1936 年亚当²用以考虑未设置交通信号交叉口的行人延滞问题。1951 年唐纳³将其推广到行人问题。1954 年伊迪⁴在收费亭应用排队模型对他们的操作进行了分析,用以估计延滞。同年在摩斯柯维茨⁵的报告中,将其应用于车辆等候交通流间隙的实验研究。

这一章的目的是提出交通延滞概率模型研究的某些结果,节 8.2 介绍了排队或停车线等候理论的某些要点。在该节中所举实例都是指的使用者通过单一通道的控制点,例如一个左转弯车道或一个车库的单一出口通道所发生的延滞问题。

在节 8.3 中,把分析扩大到考虑几个服务通道。例如,几个平行的收费亭或者一个停车设施的不同停车处。在这一节中,一

* 作者在准备这一章时大量地采用了克利夫兰和卡培尔的材料,对该材料的引用当时已为世人所公认。注上特殊符号只不过说明在本文中使用了。

个使用者得不到服务的情况也考虑到了。例如一个驾驶员在不曾找到停车场后又继续开到另一个目的地。

城市许多交通工程都涉及到对城市道路交叉口的管理问题。为了使现有的和规划中的运输系统发挥最大的效果。就必须明白这些交叉口对交通的延滞。在节 8.5 中从无信号控制的交叉口开始，考虑了对道路交叉口延滞的分析。在这一节里也讲了更复杂的道路交叉口管制的排队模型，如行人管理或交通信号控制。

排队理论的最后一个应用，即对于车行道上延滞的处理，将在节 8.6 中说明。除对节 8.2 中几个公式的详细推导外，本章不作详细的数学推导，但着重叙述了理论家的设想和一些有趣的结果。对于单一通道服务的模型，介绍较为详细，因为它说明了排队的特性与概率论理论之间的关系。对于排队模型进一步的理论发展感兴趣的读者，可以参阅诸如，海脱⁶，卜拉布⁷，科克斯和史密斯⁸或纽厄尔⁹等人的服本。

8.2 排队理论的基本原理

排队理论大量地汲取了概率论的原理。为了从数学上预告一个排队系统的特性，就必须说明系统的下列特性和参数：

A. 到达型特性：(1) 平均到达率及 (2) 每次到达之间的时间间隔在统计上的分布；

B. 服务设施的特性：(1) 服务时间的平均比率及其分布，和 (2) 可同时得到服务的顾客数，或者可供利用的通道数。

C. 排队纪律的特性：例如选择下一个服务对象的方式。如“先来先服务”或“最有利的先服务”。

为了便于查阅这些特性起见，采用 $a/b/c$ 形式的简短符号。在这个符号中用一个表示到达类型的字母代替 a ，用一个表示服务类型的字母代替 b ，用一个表示服务通道数的数字代替 c 。填在 a 、 b 处的符号表示如下：

M = 到达时距或服务时间的指数分布（即随机的），

D = 确定的或固定的到达时距或服务时间;

G = 服务次数的一般分布;

GI = 到达时距次数的一般分布;

E_k = 采用爱尔朗参数 k 的到达时距或服务次数的 爱尔朗 分布。

这样, $M/G/1$ 表示一个随机到达的队列, 一般服务分布和一个服务通道。

在有些论述中, 认为最好能将排队长度的限制和排队规则也表示出来。对于这样目的, 使用符号: $M/M/1; (L/Disc)$, 式中 L 代以许可长度的最大值, 在 $Disc$ 处填采用的排队纪律符号。一般的排队纪律如下:

$FIFO$ = 先进先出 (即按到达顺序服务);

$SIRO$ = 按随机顺序服务;

$LIFO$ = 后进先出。

这样, $E_k/D/2 (\infty/FIFO)$ 表示一个具有爱尔朗到达, 固定的服务, 两个服务通道, 排队的长度不限 (即排队长度不受限制) 及先到先服务规则的系统。

8.2.1 $M/M/1$ 系统的状态

表示排队特征的基本数量是系统的状态, 如该系统恰好包含 n 个项目 (包括所有正在服务的项目和等候服务的项目), 那就说它处于 n 状态。 n 值可以是零或某个正整数。

如平均到达率为 λ , 则两次到达之间的平均间隔为 $1/\lambda$ 。如系统的服务率为 μ , 则平均服务时间为 $1/\mu$ 。比率 $\rho = \lambda/\mu$, 有时叫作交通强度或者称为利用系数, 可确定各种状态的性质。如果 $\rho < 1$ (即 $\lambda < \mu$) 并且时间充分, 每个状态将会循环出现。这意味着, 在任何 n 状态中的排队都有一个有限的概率。当 $\rho \geq 1$, 每个状态是不稳定的, 而排队的长度 (系统中的数目) 将会变得越来越长, 没有限制。这一基本定理表明, 只有 $\rho < 1$ 时, 排队才会平衡。

从简单的事件可以了解到排队系统的特性。研究一个单一通

道的排队系统情况，其平均泊松随机到达率为：在每单位时间内有 λ 个顾客，该系统的服务次数是独立的，具有平均率 μ 的指数分布。设 $p_n(t)$ 为排队系统在 t 时间内有 n 个项目的概率。考虑在时间 $t + \Delta t$ 的情况，此处 Δt 很短促，以致在这段时间里只能有一个可以到达或者离开这个系统。

这样，在 Δt 期间的概率可以表述如下：

$\lambda \Delta t$ = 有一个单位进入系统的概率；

$1 - \lambda \Delta t$ = 没有任何单位进入系统的概率；

$\mu \Delta t$ = 有一个单位离开系统的概率；

$1 - \mu \Delta t$ = 没有任何单位离开系统的概率。

在 $(t + \Delta t)$ 时间里，该系统有三种方式可以到达 n 状态(当 $n > 0$ 时)；

1. 在时刻 t ，系统处于 n 状态，在 Δt 时间内没有顾客到达或离去。(在 Δt 时间内，同时到达和离去的概率认为是零。)

2. 在时刻 t ，系统处于 $n - 1$ 状态，而在 Δt 时间内有一位顾客到达。

3. 在时刻 t ，系统处于 $n + 1$ 状态，而在 Δt 时间内有一位顾客离去。

在 $(t + \Delta t)$ 时刻，系统处于 n 状态的概率为：

当 $n \geq 1$ ，

$$P_n(t + \Delta t) = P_n(t)[(1 - \lambda \Delta t)(1 - \mu \Delta t)] + P_{n-1}(t)[(\lambda \Delta t) \times (1 - \mu \Delta t)] + P_{n+1}(t)[(1 - \lambda \Delta t)(\mu \Delta t)] \quad (8.1)$$

展开并合并同类项得，

$$P_n(t + \Delta t) - P_n(t) = -P_n(t)(\mu + \lambda)\Delta t + P_{n-1}(t)\lambda\Delta t + P_{n+1}(t)\mu\Delta t + \mu\lambda(\Delta t)^2[P_n(t) - P_{n-1}(t) - P_{n+1}(t)]$$

略去二阶无穷小项，并除以 Δt ，

$$\frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \lambda P_{n-1}(t) - (\mu + \lambda)P_n(t) + \mu P_{n+1}(t)$$

设 $\Delta t \rightarrow 0$,

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \lambda P_{n-1}(t) - (\mu + \lambda) P_n(t) + \mu P_{n+1}(t) \quad (8.2)$$

式中 $n = 1, 2, 3$ 。

在 $(t + \Delta t)$ 时刻, 使系统处于零状态的概率, 可以有两种方式: (1) 在 t 时刻没有一个单位在停车线等候, 并且在 Δt 间隔内没有到达的; 或 (2) 在 t 时刻有一个单位在停车线上, 在 Δt 间隔内有一个单位离去, 而没有到达的。用概率表示这些关系式:

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t)(1 - \lambda \Delta t) + P_1(t)[(\mu \Delta t)(1 - \lambda \Delta t)]$$

展开并合并同类项, (略去二阶无穷小量的各项) 并除以 Δt :

$$\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = \mu P_1(t) - \lambda P_0(t)$$

设 $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = \mu P_1(t) - \lambda P_0(t) \quad (8.3)$$

当论及系统的稳定状态 (即当一定状态的概率, 不随时间变化时) 时, 结果如下:

在时刻 t 的所有 n 值,

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = 0 \quad (8.4)$$

因此, 根据方程 8.2, 8.3 和 8.4 可能建立一些适合于各种稳定状态的差分微分方程系统, 得到方程的形式为:

当 $n > 0$,

$$\mu P_{n+1} + \lambda P_{n-1} = (\lambda + \mu) P_n$$

当 $n = 0$,

$$\mu P_1 = \lambda P_0 \quad (8.5)$$

式中 P_n 是当 $t \rightarrow \infty$ 时 $P_n(t)$ 的值。

前面的几个方程可整理如下:

$$\lambda P_0 = \mu P_1 \quad (8.6)$$

$$\lambda P_n + \mu P_2 = (\lambda + \mu) P_1 \quad (8.7)$$

$$\lambda P_1 + \mu P_3 = (\lambda + \mu) P_2 \quad (8.8)$$

联系到 $\rho = \lambda/\mu$ (根据式8.6), 于是有 $P_1 = \rho P_0$, 代入方程8.7和8.8, 得:

$$P_2 = (\rho + 1) P_1 - \rho P_0 = \rho^2 P_0 \quad (8.9)$$

$$P_3 = (\rho + 1) P_2 - \rho P_1 = \rho^3 P_0 \quad (8.10)$$

.....

当 $n \geq 0$,

$$P_n = \rho^n P_0 \quad (8.11)$$

因为所有概率的总和为1,

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} P_n = 1$$

当 $\rho < 1$,

$$\begin{aligned} 1 &= P_0 + \rho P_0 + \rho^2 P_0 + \dots \\ &= P_0 (1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots) \\ &= P_0 \left(\frac{1}{1 - \rho} \right) \end{aligned}$$

当 $\rho < 1$,

$$P_0 = 1 - \rho \quad (8.12)$$

所以方程8.11可以写成 $P_n = \rho^n (1 - \rho)$ 。

交通强度 ρ 可以理解为系统使用着的那部分时间 (P_0 为系统轮空的概率, 而 $1 - P_0$ 则为使用该系统的概率)。

8.2.2 系统 ($M/M/1$) 中单位数 (顾客数) 的平均值和方差

系统中顾客数的平均值为:

当 $\rho < 1$ 时,

$$\begin{aligned} E(n) &= \sum_{n=0}^{n=\infty} n P_n \\ &= 0 + P_1 + 2P_2 + 3P_3 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= P_0(\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots) \\
 &= (1 - \rho) \left[\frac{\rho}{(1 - \rho)^2} \right] = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad (8.13)
 \end{aligned}$$

图 8.1 上面的那条曲线说明这种关系式。当交通强度 ρ 约超过 0.8，拥挤（系统中的数量）迅速增加。

在系统中数量的方差为：

$$V_{nr}(n) = \sum_{n=0}^{\infty} [n - E(n)]^2 P_n = \frac{\rho}{(1 - \rho)^2} \quad (8.14)$$

该关系式绘于图 8.2，这个表达式的推导可以在有关排队论的一般课本中找到。

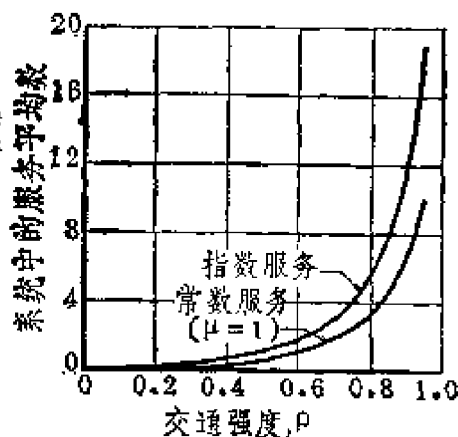


图8.1 系统中的服务平均数作为交通强度的函数关系图

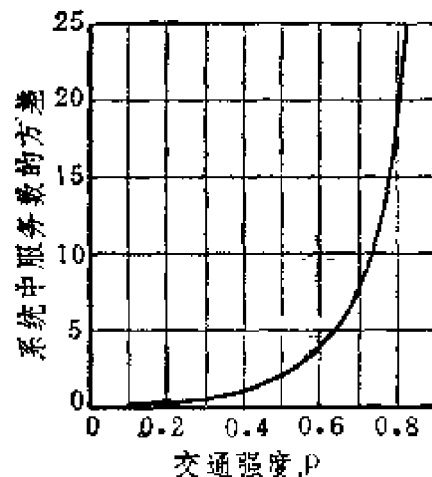


图8.2 系统中的数量方差作为交通强度的函数关系图

8.2.3 系统 $(M/M/1)$ 中的延滞时间

考虑到系统 (v) 中，一个顾客消耗的总时间是由两部分组成：服务之前的等候时间 w （排队时间），加上服务中的所需时间 s （服务时间）。系统中的平均数值 $E(n)$ 是系统中平均时间 $E(v)$ ，乘以到达率 λ 的积，即

$$E(n) = \lambda E(v)$$

$$E(v) = E(n) / \lambda$$

将方程 8.13 代入 $E(n)$ ，又 $\rho = \lambda / \mu$ ，这就变为：

$$\begin{aligned} E(v) &= \left(\frac{\rho}{1-\rho} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right) \\ &= \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{\mu - \lambda} \end{aligned} \quad (8.15)$$

即一个到达单位消耗在系统中的平均时间。在服务之前期待的时间（即在队列中等待所消耗的时间）为：

$$E(w) = E(v) - E(s) \quad (8.16)$$

式中， $E(s)$ 是平均服务时间（ $1/\mu$ ），这样式8.16可以改写为：

$$E(w) = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (8.17)$$

等候服务的顾客平均数（平均排队长度） $E(m)$ 是平均等候时间 $E(w)$ 与到达率 λ 的乘积：

$$E(m) = \left[\frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \right] \lambda = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (8.18)$$

式8.18设想在全部时间内的排队平均长度，包括队列是空档的部分时间在内。使人重视的是排队长度大于零的平均排队长度，这定义为：

$$\begin{aligned} E(m | m > 0) &= (\text{平均排队长度}) \times (\text{非空排队的概率}) \\ &= E(m) P(m > 0) \quad (8.19) \end{aligned}$$

如系统处于零的状态或1的状态，因而根据式8.11和8.12非空排队的概率如下式，则会出现排队长度为零。

$$\begin{aligned} P(m > 0) &= 1 - (P_0 + P_1) = 1 - [(1 - \rho) + \rho(1 - \rho)] \\ &= 1 - 1 + \rho - \rho + \rho^2 = \rho^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (8.20)$$

将方程8.18和8.20代入式8.19得：

$$E(m | m > 0) = \left[\frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \right] \left(\frac{\mu^2}{\lambda^2} \right) = \left(\frac{\mu}{\mu - \lambda} \right) \quad (8.21)$$

8.2.4 排队公式 ($M/M/1$) 应用举例

一个停车库出口只有一个门，在门口向驾驶员收费并找零钱。车辆到达门口的随机率 λ 为120辆/小时，收费平均持续时间 ($1/\mu$) 为15秒，按指数分布。当 $\lambda = 120$ 辆/小时，服务 $\mu = 4$ 次/分钟 = 240次/小时，和 $\rho = \lambda/\mu = 120/240 = 0.5$ 。

(a) 收费所空闲的概率(式8.12)为 $1 - 0.5 = 0.5$ 。

(b) 在系统中有 n 辆车的概率(式8.11)为：

$P_x = n$	$P_x \leq n$
$P_0 = 0.5$	0.5
$P_1 = 0.25$	0.75
$P_2 = 0.125$	0.875
$P_3 = 0.0625$	0.9375
$P_4 = 0.03125$	0.96875
$P_5 = 0.015625$	0.984375

如果汽车库的管理人员使离开的车辆不干扰其它车辆使用，要求肯定具有0.95的概率，他就必须提供能停放三辆车的场地，正在服务中的一辆，在排队中的二辆。同样地，如果他希望将概率水平肯定为0.99，他就必须提供能停放5或6辆汽车的场地，正在服务中的一辆，其它在排队。

(c) 系统中顾客的平均数(式8.13)为：

$$E(n) = \frac{120}{(240 - 120)} = 1$$

(d) 在排队中顾客等候的平均数(式8.18)为

$$E(m) = (120 \times 120) / [240 \times 120] = 0.5$$

(e) 非空排队的平均长度(式8.20)为

$$E(m | m > 0) = 240 / 120 = 2$$

(f) 系统中平均时间(式8.15)为

$$E(v) = 1/120 \text{ 小时} = 0.5 \text{ 分钟}$$

(g) 在排队中等候的平均时间(式8.17)为

$$E(w) = 120 / [240 \times 120] = 1/240 \text{ 小时} = 0.25 \text{ 分钟}$$

8.3 具有指数到达和指数服务次数的

多通道情形 (M/M/N)

一个停车场地 (或街坊前面临街停车场) 可以认为具有平行服务通道系统的一个例子, 这里 N 个停车通道即代表服务通道。如果有一个通道可以利用, 到达的汽车将占用这个空的通道。如果一个通道都不能利用, 则来车就要参加等候的行列中去。假定进入系统的到达车辆数具有随机率 λ , 每个服务通道的服务时间 (停车持续时间) 也是随机的, 平均服务时间为 $1/\mu$ 。又 ρ 规定为 λ/μ 。此外, ρ/N 规定为全部设备利用系数, 表示占用通道 (全部停车位置) 的平均比值。对于多通道情况, ρ 值可以大于 1, 但是下列公式的应用仅仅适合于利用系数 $\rho/N < 1$ 。

8.3.1 多通道排队方程概要

系统中 n 个单位的概率:

$$\text{当 } n \leq N, \quad P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0 \quad (8.22)$$

$$\text{当 } n \geq N, \quad P_n = \frac{\rho^n}{N! N^{n-N}} P_0 \quad (8.23)$$

系统中没有单位的概率:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^N}{N! (1 - \rho/N)}} \quad (8.24)$$

排队平均长度:

$$E(m) = \frac{P_0 \rho^{N+1}}{N! N} \left[\frac{1}{(1 - \rho/N)^2} \right] \quad (8.25)$$

非空排队平均长度:

$$E(m|m>0) = \frac{1}{1-\rho/N} \quad (8.26)$$

系统中平均单位数:

$$E(n) = \rho + E(m) \quad (8.27)$$

系统中一个到达单位消耗的平均时间:

$$E(v) = E(n)/\lambda \quad (8.28)$$

队列中平均等候时间:

$$E(w) = E(v) - 1/\mu^{(2)} \quad (8.29)$$

一个到达单位等候的平均等待时间:

$$E(w|w>0) = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{1-\rho/N} \quad (8.30)$$

等待一个空位置的概率:

$$P_{n>N} = P_0 \frac{\rho^{N+1}}{N!N(1-\rho/N)} \quad (8.31)$$

8.3.2 例 题

一个为顾客维修服务的分公司, 驾驶一队为挑选备件和执行任务返回公司的车队。在白天维修车辆的随机到达率 λ 为 4 辆/小时, 留在停车场的平均停车持续时间为 0.5 小时 ($\mu^{(3)} = 2$) 呈指数分布。在停车场地有五排 ($=N$) 车位在一边可放置汽车。场地的管理特性是什么?

解:

$N = 5$ 排车位, $\lambda =$ 到达 4 辆/小时, $\mu^{(4)} =$ 服务 2 次/小时, $\rho = \lambda/\mu^{(5)} = 4/2 = 2$, 和利用系数 $= \rho/N = 2/5 = 0.4$ 。

(a) $P_0 =$ 空场地的概率 (式 8.24)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} (0.6)} \\ &= \frac{1}{7.44444} = 0.134328 \end{aligned}$$

(b) 有 n 辆汽车停在车场的概率(式8.22)* 为:

$$P_0 = 0.134328$$

$$P_1 = (2/1)(0.134328) = 0.268656$$

$$P_2 = (2/2)(0.268656) = 0.268656$$

$$P_3 = (2/3)(0.268656) = 0.179104$$

$$P_4 = (2/4)(0.179104) = 0.089552$$

$$P_5 = (2/5)(0.089552) = 0.035821$$

(c) 一辆汽车不得不延滞到达的概率(式8.31) 为

$$P(n > 5) = 0.134328 \frac{2^6}{5!5(0.6)} = 0.023880 \text{ 车式等同}$$

$$1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5)$$

(d) 等待一个空位的平均车辆数(式8.25) 为:

$$E(m) = 0.134328 \frac{2^6}{5!5(0.6)^2} = 0.0398 \text{ 辆}$$

(e) 当场地上不空时, 等候车辆的平均数(式8.26) 为:

$$E(m | m > 0) = 1/0.6 = 1.67 \text{ 辆}$$

(f) 停放和等候(式8.27) 的平均车辆数为:

$$E(n) = 2 + 0.0398 = 2.0398 \text{ 辆}$$

(g) 一辆汽车停放和等候所消耗的平均时间(式8.28) 为:

$$E(v) = 2.0398/4 = 0.50995 \text{ 小时}$$

(h) 等候一个空的通道所消耗的平均时间(式8.29) 为:

$$E(w) = 0.50995 - 1/2 = 0.00995 \text{ 小时}$$

(i) 一辆汽车等候一个空的通道平均等候时间(式8.30) 为:

$$E(w | w > 0) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{0.6} = 0.417 \text{ 小时}$$

8.3.3 具有无数排队位的系统: $M/M/\infty$ 情况的例题

当停车排位数目很大时 ($N \rightarrow \infty$) 可由方程8.24得出:

* 根据观测计算可简化为 $P_n = (\rho/n)P_{n-1}$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_0 = \frac{1}{e^\rho} = e^{-\rho} \quad (8.32)$$

停放车辆数的期望值为：

$$E(n) = \sum_{n=0}^{\infty} n P(n) = \rho P_0 \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \dots \right) = \rho \quad (8.33)$$

8.3.4 有损失的系统

当找不到停车位置的汽车不排队，径直离去时，停车场就发生了更现实的管理问题，即：

当 $n > N$, $P_n = 0$

对于这种模型停放 n 辆车的概率为：

当 $n = 0, 1, 2, \dots, N$,

$$P_n = \frac{\rho^n / n!}{\sum_{i=0}^N \rho^i / i!} \quad (8.34)$$

停车场轮室的概率为：

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^N \rho^i / i!} \quad (8.35)$$

不能再停放一辆车的概率，就是 N 个停车间都已有车的概率，因此：

$$P_N = \frac{\rho^N / N!}{\sum_{i=0}^N \rho^i / i!} \quad (8.36)$$

方程8.36称为爱尔朗的损失公式， $L_N(\rho)$ 的概率，为一个进入单位对该系统损失的概率。

最后，停车场里的车辆平均数，可以推演如下：

$$\begin{aligned}
 E(n) &= \sum_{n=0}^N n P_n = \frac{\sum_{n=0}^N n \frac{\rho^n}{n!}}{\sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!}} \\
 &= \frac{\left[\frac{1\rho}{1} + \frac{2\rho^2}{2 \cdot 1} + \frac{3\rho^3}{3 \cdot 2!} + \frac{4\rho^4}{4 \cdot 3!} + \cdots + \frac{N\rho^N}{N(N-1)!} \right]}{\sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!}} \\
 &= \frac{\rho \left[1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \cdots + \frac{\rho^{N-1}}{(N-1)!} \right]}{\sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!}} \\
 E(n) &= P \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!}}{\sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!}} \quad (8.36) \textcircled{9}
 \end{aligned}$$

如果式8.36乘以 $e^{-\rho}/e^{-\rho}$ ，表示式成为：

$$E(n) = \rho \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{e^{-\rho} \rho^n}{n!}}{\sum_{n=0}^N \frac{e^{-\rho} \rho^n}{n!}} \quad (8.37)$$

在此情况下，可用泊松分布函数表求出希望的答案。

本节推导的泊松分布和排队公式之间的关系式，更详细的论证可参阅柯墨达尼和卡托¹⁰以及海脱和捷科布生¹¹等人的著作。

8.3.5 排队系统有损失的例题

除汽车无需排队等候外，所采用的资料与节 8.3.2 例题同：
 $N = 5$, $\lambda =$ 到达 4 辆/小时, $\mu =$ 服务 2 次/小时, $\rho = \lambda/\mu = 4/2 = 2$,
利用系数 $= \rho/N = 2/5 = 0.4$ 。场地轮室的概率 (式 8.35) 为

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{2}{1} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!}}$$
$$= \frac{1}{7.2667} = 0.137614$$

$$P_1 = (2/1)P_0 = 0.275228$$

$$P_2 = (2/2)P_1 = 0.275228$$

$$P_3 = (2/3)P_2 = 0.183485$$

$$P_4 = (2/4)P_3 = 0.091743$$

$$P_5 = (2/5)P_4 = 0.036697 \text{ (汽车不能停放的概率)}$$

停放车辆的平均数目 (式 8.37) 为:

$$E(n) = 2 \times \frac{0.947}{0.983} = 1.93$$

8.4 系统 M/D/1 工作周期

在本节中，系统再腾空之前将要受服务的单位数为 n ，而在给定时间内在系统中已有 r 个单位。例如在交通信号的绿灯开始时，已有 5 辆 (r) 车排在队列里。希望求得在队列消散之前通过交叉口的汽车数为 n ，即，系统再一次腾空。这个特殊问题的解已由设计好的 M/D/1 排队模型来完成，这种模型就是说，随机到达进入单一队列，对每辆来车的服务时间是一致的。

在这样系统中，车辆的随机到达率为 λ ，有一个服务通道和每一辆车恰好服务 B 单位时间。所以路线上 r 辆车就要求具有服务时间为 rB 个单位。在工作期间开始就具有 r 个单位的积累，

在系统又一次成为轮空之前，服务单位数 n 的分布可由波雷尔—唐纳分布给定：

$$P(n/r) = \frac{r e^{-\lambda B n} (\lambda n B)^{n-r}}{n(n-r)!} \quad (8.38)$$

$$n = r, r+1, \dots$$

方程 8.38 的推导可参见卜拉布的著作，把 $\rho = \lambda B$ 代入，本方程可以改写成：

$$P(n|r) = \frac{r}{n} \frac{e^{-n\rho} (n\rho)^{n-r}}{(n-r)!} \quad (8.39)$$

$$n = r, (r+1), (r+2), \dots$$

表 8.1 中表示了在已知 $\rho = 0.2$ 时，对于 n 和 r 有限范围内的概率数值，

关于波雷尔—唐纳分布 ($\rho = 0.2$) 状态的概率 表 8.1

$n \backslash r$	1	2	3	4	5
1	0.819				
2	0.134	0.670			
3	0.033	0.220	0.549		
4	0.010	0.072	0.270	0.449	
5	0.003	0.025	0.110	0.294	0.368
6	0.001	0.009	0.043	0.145	0.301
7	a	0.003	0.017	0.064	0.172
8	a	0.001	0.007	0.028	0.086
9	a	a	0.003	0.012	0.040
10	a	a	0.001	0.005	0.018
11	a	a	a	0.002	0.008
12	a	a	a	a	0.003

a 概率 $(n|r)$ 小于 0.001。

例如，如果一个队列中有三个单位，包括一个正在服务，在服务期间不再增加到达单位，为这三个单位服务的概率为 0.549，但是在队列再次腾空之前，要恰好为五个单位服务的概率是 0.110。海脱¹²用波雷尔—唐纳分布分析有信号交叉口的延滞（见

节8.5.3)。其实唐纳^{13, 14}, 将波雷尔—唐纳分布模型已用于双向双车道道路上的车辆延滞。

8.5 在交叉口的延滞

将排队理论应用于交通情况所提出的课题, 比在节8.2和8.3中提出的更为复杂。举例来说, 在有停车标志控制的交叉口处, 车辆列队等候的时间是间隙可插车性质, 干线车流的通过间隙和等候着的交通流特性的综合函数。

交叉口问题的处理可以区分为两个组成部分: (1)管制形式(停车标志, 让路标志, 定时信号或车动信号)和(2)控制的成分(车辆或行人)。

在有停车控制标志的交叉口处, 设想横向街道车辆过街之前要等待主要街道上的车流有个适当的间隙。

穿越主要街道问题将从行人和车辆方面来考虑。这两种情况有根本的差别。行人到达交叉口并积聚在路缘处等待穿越的机会。然后就成批地共同穿越街道, 与等待的行人的数量无关。另一方面, 后到车辆在列队的前面车辆离去之前, 不能穿越干线车流。如果次要街道车流量很小, 以致难得有两辆或稍多于两辆车在等候, 那末计算单个车辆延滞的办法, 将采用类似于计算个别行人延滞的办法。

在定周期交通信号的交叉口处, 行人过街的问题, 如不管与横向街道转弯车辆的冲突, 是易于解决的。在这样情况下, 行人延滞易于从行人到达分布和交通信号定时的知识来确定, 对于不设交通信号和设置交通信号的交叉口的延滞问题, 将在节8.5.2和节8.5.3分别进行讨论。

8.5.1 阻塞, 间隙, 间隔和滞后的若干说明

车流可以看作车辆的连续流动或间隙的连续流动或视为阻塞段的连续流动。雷夫¹⁵和奥立弗¹⁶已经考虑了规定车辆之间的间

隔问题，使车辆穿越或合流是可以接受的。

研究一车流如图 8.3 所示，图中主要街道车辆到达时间是按比例划出的（从事件 2 直到事件 9）。

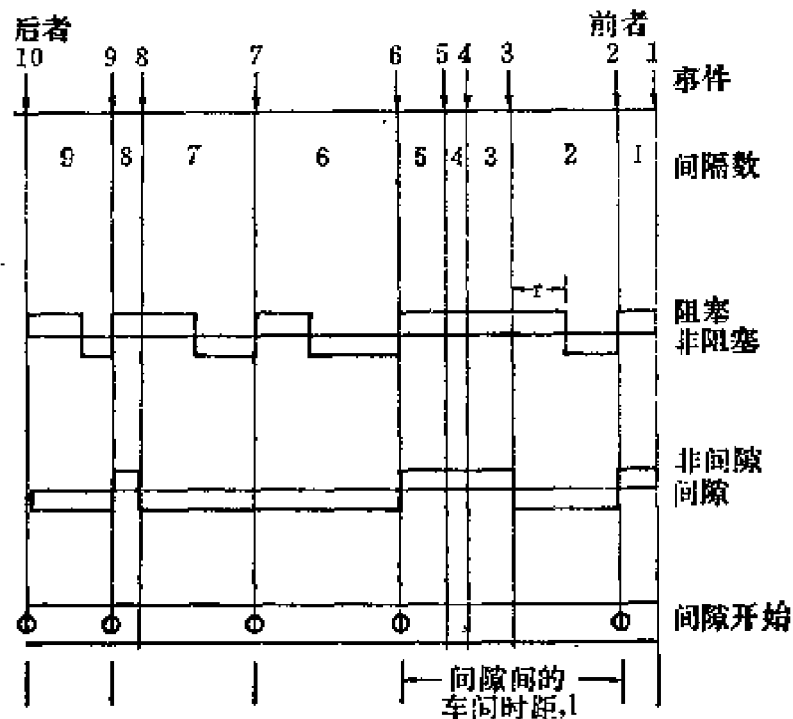


图8.3 有关交通流的时间间隔界限说明

从 2 一直到 9 的间隔是主要街道车辆到达之间的时间间隔 (h)，而此间隔为使横向次要街道车辆通过的规划路线。第一个间隔（滞后）是根据次要街道车辆到达过街点时开始（事件的序号 1）到主要街道下一个车辆通过时为止来规定的。如果间隔 h 大于临界的车头间距 τ ，则等待的驾驶员和行人将得到通过。反之则须等待。

间隔 2、6、7 和 9 都是大于 τ 的，但是显然这四个间隔中仅一部分时间可用于过街，间隔中不能通过的那部分时间已经由雷夫定义为“阻塞”。相反地其余时间则定义为“非阻塞”。

奥立弗规定任何时间间隔 ($h > \tau$) 的作为间隙，而其余间隔作为“非间隙”见图 8.3。一个间隙的长度看成是一个阻塞段的长度，扣除临界车头时距（对于 $h > \tau$ ）时间间隔 2、6、7 和

9 都是间隙，时间间隔 3、4 和 5 组成一个非间隙。1 和 8 也是非间隙。重要的是注意阻塞数、非阻塞数和间隙数都相等。间隙之间车间时距中的车辆数目，在这里规定为刚好间隙开始的那辆车（或事件）之后所出现的车辆数，但是非间隙结束的最后那辆车应包括在内。举例，在图 8.3 中第一个间隙之间的车间时距包括 4 辆汽车（第 3、4 和 5、6 号车），所示最后一个间隙之间的车间时距只包括一辆汽车（第 10 号车），假设以事件 3 代表到达一行人，这个行人被迫延滞到事件 4、5 和 6 发生后才通过（通过主要街道车辆）。

8.5.2 无交通信号控制——行人延滞

讨论延滞，设想被迫延滞的人所处地位，面对进入或穿越交通流而不再延滞等候，是接受还是舍弃一间隙。成群行人等候进入人行横道就是这种情况的例子。

亚当斯²首先于 1936 年在一篇最早的理论性的论文中，讨论了没有交通信号的交叉口行人延滞的问题。他假定行人和车辆到达是随机的，并且在现场进行了观测，证明了设想一般是正确的。如果假定主要街道上交通流量为 q （辆/秒）和主要街道上连续的车辆到达之间行人安全过街所需要的间隔为 τ （临界间隙以秒计），则几个延滞关系式就可以推导出来。

根据第三章的方程，行人通过没有延滞的概率为：

$$P(h > \tau) = e^{-q\tau} \quad (8.40)$$

行人被迫延滞的概率为：

$$P_d = 1 - e^{-q\tau} \quad (8.41)$$

此式已绘于图 8.4，主要街道上交通流量以每个最小可插车间隙所通过的车辆数来表示。

特别重要的是在图 8.3 中规定的阻塞、非阻塞、间隙和非间隙的平均延续时间以及行人为了寻找通过道路的适当的间隙所必须等候的时间（阻塞时间）。道路事件被认为与所经过的时间 t 内车辆的通过有关，在 t 期间的事件数就是积累的交通量 qt 。此

外，平均车间时距 $(1/q)$ 定义为 T 。

每个时间间隔 $(h > \tau)$ 是一个非阻塞的开始，因此也标志着一个阻塞的结束，所以在所经历的时间 t 中时间间隔数为：

$$\begin{aligned} \langle h > \tau \rangle &= \text{非阻塞数目} \\ &= \text{阻塞数目} = \text{间隙数目} \\ &= qte^{-q\tau} \end{aligned} \quad (8.42)$$

在非阻塞中所消耗的时间为：

$$= te^{-q\tau} \quad (8.43)$$

在阻塞中所消耗的时间为：

$$t - te^{-q\tau} = t(1 - e^{-q\tau}) \quad (8.43a)$$

在间隙中总的时间消耗（图 8.3）是非阻塞时间 + τx （非阻塞数目）的总和：

$$= te^{-q\tau} + qte^{-q\tau}\tau = (t + qt\tau)e^{-q\tau} \quad (8.44)$$

而在间隙中消耗的时间比率为（方程 8.44/ t ）：

$$= (1 + q\tau)e^{-q\tau} \quad (8.45)$$

该式就是亚当斯在 1936 年对行人交通延滞的研究首先提出的。

所有间隙的平均持续时间（秒）=（总的间隙时间，方程 8.44）/（间隙数，方程 8.42）

$$= \frac{(t + qt\tau)e^{-q\tau}}{qte^{-q\tau}} = T + \tau \quad (8.46)$$

这就是亚当斯的方程 III。

所有间隔的平均延续时间 $(h < \tau)$ = 非间隙的平均长度

$$= (\text{非间隙的总时间}) / (h < \tau \text{ 的间隔数})$$

$$= [t - (t + qt\tau)e^{-q\tau}] / qt(1 - e^{-q\tau})$$

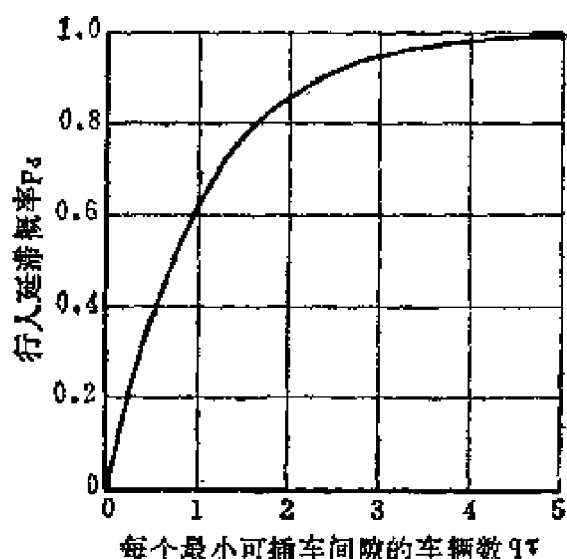


图 8.4 行人延滞的概率图

$$= T - \frac{\tau e^{-q\tau}}{1 - e^{-q\tau}} \quad (8.47)$$

这就是亚当斯的方程 IV。

阻塞的平均延续时间是 (总的阻塞时间, 方程8.43a) / (阻塞的数目, 方程8.42)

$$\begin{aligned} &= \frac{\tau(1 - e^{-q\tau})}{q\tau e^{-q\tau}} = \frac{1}{qte^{-q\tau}} - \frac{\tau e^{-q}}{qte^{-q\tau}} \\ &= \left(\frac{1}{q}\right)\left(\frac{1}{e^{-q\tau}}\right) - T = (T/e^{-q\tau}) - T \end{aligned} \quad (8.48)$$

而非阻塞的平均持续时间 (方程8.43/方程8.42)

$$= \frac{\tau e^{-q\tau}}{qte^{-q\tau}} = 1/q = T$$

最后这个方程可以用表达间隙长度的式8.46进行比较, 表示间隙和非阻塞之间的关系式。

在考虑延滞问题时, 尚须参阅图 8.3, 应回忆起, 一个间隙的开始可定义为由于横向街道车辆或行人到达, 以及在主要街道车辆的通道通过予以说明。一个行人的到达可能有两种状况, (a)当事件恰遇间隙 (没有延滞) 或 (b) 处于非间隙的间隔期间。后一种情况, 到达车辆在可能穿过车流之前, 必须等待间隙内的其余车辆。

各间隙发生之间的平均车辆数 (参见图 8.3, 间隔开始和阻塞开始之间的关系):

$$= \frac{\text{交通量}}{\text{阻塞数目}} = \frac{q\tau}{qte^{-q\tau}} = \frac{1}{e^{-q\tau}} \quad (8.49)$$

阻滞的车辆或行人所必须等待的, 比方程8.49所给出的车辆数目少一个, 即

$$\frac{1 - e^{-q\tau}}{e^{-q\tau}} \quad (8.50)$$

由此表明预期的延滞 $E(t)$ 是等待的平均数 (方程 8.50) 与

间隙的平均长度($h < \tau$) (方程8.47) 之积, 即:

$$E(t) = \left(\frac{1 - e^{-q\tau}}{e^{-q\tau}} \right) \times \left(T - \frac{\tau e^{-q\tau}}{1 - e^{-q\tau}} \right) = \frac{T}{qe^{-q\tau}} - T - \tau \quad (8.51)$$

将方程 8.51 绘成图8.5, 其延滞以所需的最小横穿间隙来表示。

例如, 如果每个最小间隙通过一辆车, 而该车所需最小间隙为 5 秒钟 (相当的交通流量 = 720 辆/小时), 延滞时间为 $(0.7 \times 5) = 3.5$ 秒。同样, 对于 - 10 秒的 τ 值 (相当交通流量 = 360 辆/小时), 期望的延滞时间为 $(0.7 \times 10) = 7.0$ 秒。

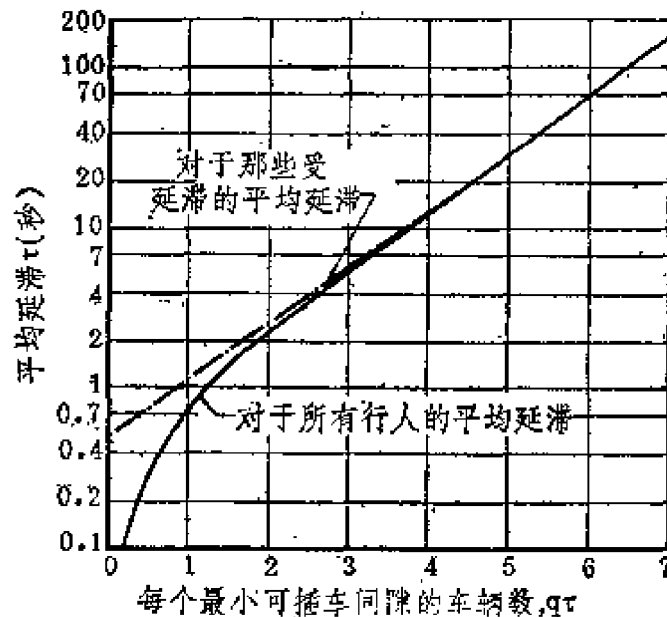


图8.5 行人平均延滞时间¹图

所有被迫延滞的行人, 其总延滞时间等于平均延滞/延滞的比率。

$$\begin{aligned} E_d(t) &= \left(\frac{1}{qe^{-q\tau}} - \frac{1}{q} - \tau \right) \times \left(\frac{1}{1 - e^{-q\tau}} \right) \\ &= \frac{1}{qe^{-q\tau}} - \frac{\tau}{1 - e^{-q\tau}} \end{aligned} \quad (8.52)$$

此式也绘于图8.5中。

安德伍德¹⁷利用行人延滞公式, 确定行人过街设施的依据时, 研究了行人的三种处理方法: (a) 无须处理地带, (b) 步行过街标志地带 (在美国习惯上应用行人标志和过街标线) 和 (c) 交通信号控制地带。他所建议的方法需要确定三个数值: (a) 最小的汽车交通量依据, (b) 最小的行人交通量依据, (c) 最大的行人

交通量依据。

如果交通量小于许可值(a)或(b)所要求的依据则无需处理,就依据(a)而论,行人的延滞是可以接受的,就依据(b)而论,因为只有很少的行人延滞也还可以接受,如果超过(a)和(b)的依据,则应采用行人过街标志(包括着色的人行横道),如果依据(c)也超过了,则认为有理由设置交通控制信号。

最小的汽车交通量依据应用方程8.52来确定,该式以 τ 值为9、12、15和18秒时

计算,绘在图8.6上,线AA说明在这条线下面的点延滞平缓地增加,在该线之上延滞迅速增加。在每种情况下, $V \times \tau$ 是接近于6000,式中 V =小时汽车交通量($=3600q$), τ 为行人通过所要求的车辆之间的时间间距(秒),为了求得最小值:

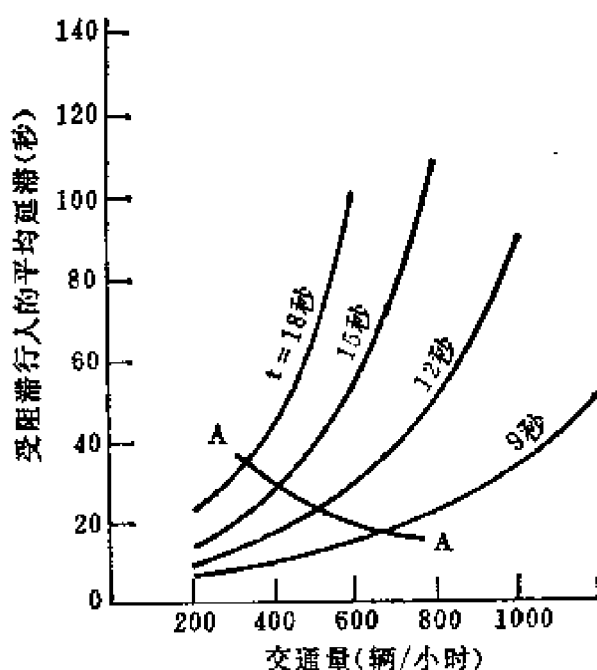


图8.6 汽车交通量与行人延滞关系图

$$V = \frac{6000}{\tau} \quad (8.53)$$

安德伍德提出 τ 的近似公式:

$$\tau = \frac{R \times S}{30} + \frac{W}{v} + 2$$

式中: R = 感觉时间 (2 秒或 3 秒);

S = 速度极限 (英里/小时);

W = 道路宽度 (英尺);

v = 过街速度 (英尺/秒), 约 4 英尺/秒。

最小的行人交通量采用每个非阻塞段平均一个行人。每个非

阻塞段平均有一个行人受到延滞时，延滞的行人数量是 Ve^{-qz} （根据式8.42）和行人延滞的比率为 $(1 - e^{-qz})$ ；这样，一般在任何指定时间等候的行人不超过一名时，可以穿过车流的行人总数：

$$P_{(\text{最小})} = \frac{Ve^{-qz}}{(1 - e^{-qz})} \quad \text{行人/小时} \quad (8.54)$$

这就是最小行人量的依据。

例如：在 $V = 720$ 辆/小时 ($q = 0.2$ 辆/秒)， $z = 9$ 秒时，

$$P_{(\text{最小})} = \frac{720 \times e^{-1.8}}{(1 - e^{-1.8})} = \frac{720 \times 0.165}{0.835} = 142 \text{ 行人/小时。}$$

最后，安德伍德推论驾驶员需要给过街行人让路的话，他至少应有60%的时间可以利用。如果可以利用的时间小于60%，就应当根据保证驾驶员有适当的时间来确定交通信号。

无阻滞的车辆交通的比率（根据方程8.40）为 $e^{-Pg}/3600$ ，其中 P 是每小时行人的交通量， g 是人行横道上行人之间的时间间隔，即，行人之间有一最小的安全距离。

安德伍德采用一辆汽车宽度，加上每边6英尺的净宽，为行人之间最小安全距离。对于8英尺宽的汽车来说，就要有20英尺的净空，行人之间的时间间隔根据 $g = 20/v$ 得出，式中 v 为行人过街速度（英尺/秒），所以，

$$\text{概率(无延滞)} = e^{-20P/3600v} = e^{-P/180v} \quad (8.55)$$

对于60%概率， $e^{-P/180v} = 0.60$ $P/180v = 0.51$ 和 $P \approx 90v$

如果 $v = 4$ 英尺/秒，当行人的交通量超过360人/小时，设置信号是有根据的。

安德伍德根据方程8.53、8.54和8.55绘制了一簇曲线，示于图8.7，虚曲线以左和以下的面积同每个最小的间隙有关，是行人和车辆交通量混合领域，无需处理。在同一簇曲线以右和以上，是需要步行标志的地带。当行人交通量超过360人/小时，需要设置交通控制信号；例如，如果行人交通量为100人/小时，而最小可插车的间隙为10秒，对汽车交通量小于800辆/小时则无需

管制。对于同样可以接受的最小间隙，行人过街速度为4英尺/秒，如果汽车交通量超过600辆/小时，行人的交通量超过360人/小时，就需要设置交通信号。

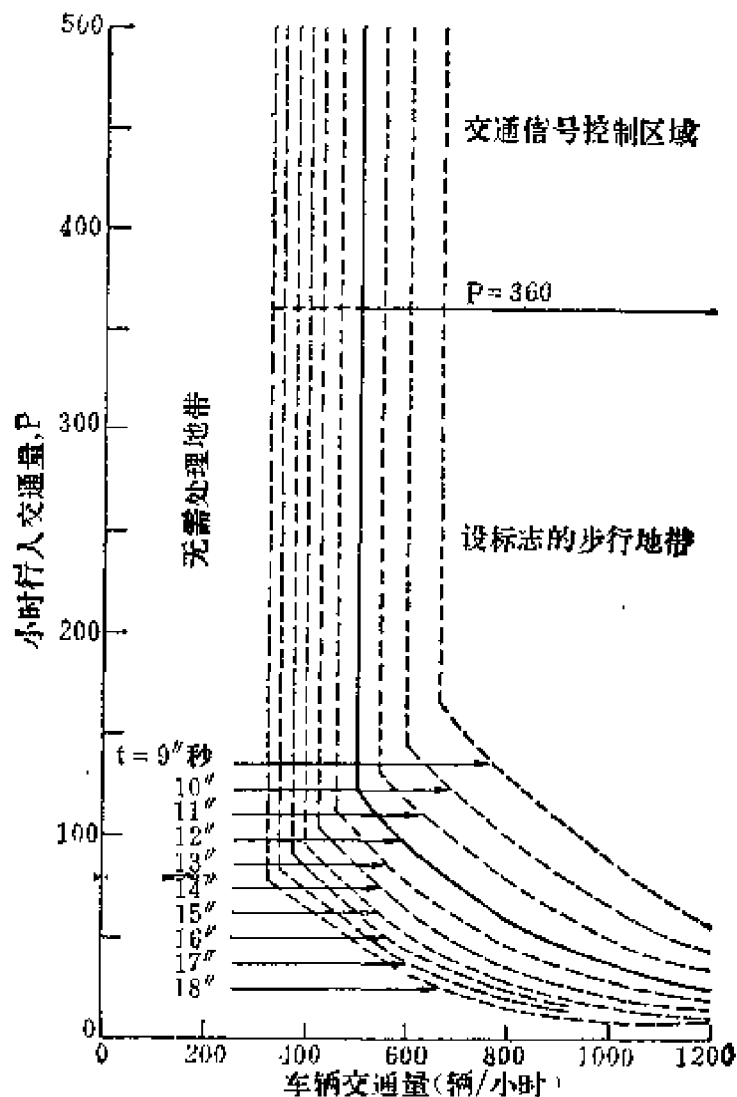


图8.7 对于行人管制的依据¹²图

在1951年唐纳发表了行人过街延滞的综合研究成果。他的著作是亚当斯所提出的延滞关系式的发展。他设想主要街道上的车辆和过街的行人都是随机到达，并且提出了三种过街延滞分布的论证（这些证明的细节不在本文范围之内，可从原文中查出）。唐纳也提出了一种方法，此法考虑到不同行人可以接受的不同间隙，并且也注意到行人成批过街的问题。

与设计这些行人管制特别有关的，是行人共同过街批量大小的分布，和正在等候机会的行人数量的分布。

行人共同过街的平均批量为：

$$E(n_c) = \frac{Pe^P + qe^{-q\tau}}{(P+q)e^{(P-q)\tau}} \quad (8.56)$$

式中 P 是行人流量， q 是车辆流量。图 8.8 表示了这个关系式。

等待过街的行人平均数为：

$$E(n_w) = \frac{P}{q} (e^{q\tau} - q\tau - 1) \quad (8.57)$$

例如，车辆交通量为 720 辆/小时，行人交通量为 360 人/小时。最小可插车间隙 τ 是常数为 10 秒钟，考虑其过街问题。本例： $q = 0.2$ ， $P = 0.1$ 。

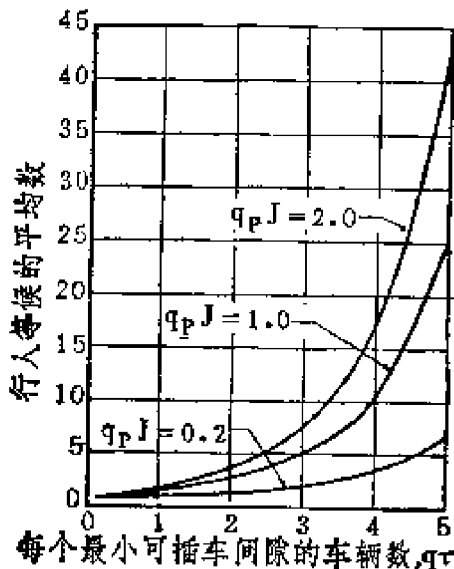


图8.8 行人共同过街的平均数¹

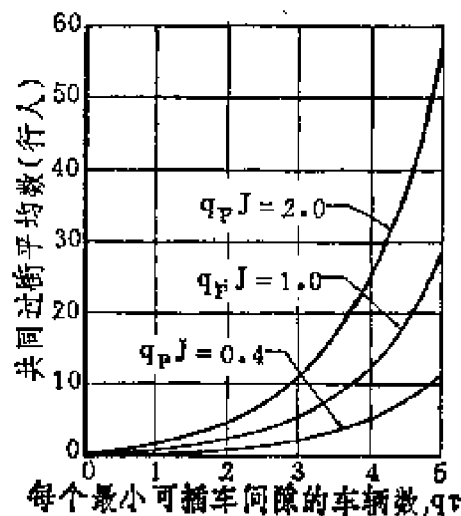


图8.9 等待过街的行人平均数¹

行人延滞的概率（式 8.41）为 $P_d = 1 - e^{-2} = 0.865$ 。对于所有行人的平均延滞（式 8.51）为 $E(t) = \frac{1}{0.2e^{-2}} - \frac{1}{0.2} - 10 = 21.95$ 秒；每个被迫延滞的行人其平均延滞时间（式 8.52）为

$$E_d(t) = \frac{1}{0.2e^{-2}} - \frac{10}{0.865} = 25.38 \text{ 秒；共同过街的行人平均数}$$

目 (式 8.56) 为 $E(n_c) = \frac{0.1e^1 + 0.2e^{-2}}{e^{(0.1+0.2)}(0.1+0.2)} = 2.71$ 行人; 等

候机会过街的平均数 (式 8.57) 为 $E(n_w) = \frac{0.1}{0.2} (e^2 - 2 - 1) = 2.19$ 行人。

唐纳也比较了行人一次穿过道路全宽的延滞, 同必要时在中间安全岛上停歇一下的延滞。他的现场研究表明穿过街道的行人, 在没有中间岛存在时, 宁愿在两个方向运行的车辆中寻找同时都有一个临界时隙, 而不去找远近车流间隙的某种组合。假如交通量和前例相同, 平均延滞为 21.95 秒。当行人可停在街道中间的安全岛上, 两个方向的车辆交通量相等, 行人走到街道中心所要求的临界间隙假定为 $\tau/2$, 其平均延滞公式为:

$$E(\tau_s) = \frac{4}{q e^{-(q\tau/4)}} - \frac{4}{q} - \tau \quad (8.58)$$

在本例中, 有安全岛的行人延滞为 $\frac{4}{0.2e^{-0.5}} - \frac{4}{0.2} - 10 = 2.97$ 秒
这些延滞绘于图 8.10 中。

在本节先前的讨论中, 所有作者都设想主要街道车间时距的分布为负指数分布; 但是正如第三章所指出的, 这个分布在描述单车道道路上连续行驶车辆之间短的车间时距是不现实的。梅因¹⁹概括了唐纳的成果, 包括独立的主要街道车间时距的任意分布。他也考虑了在宽阔街道上采用安全岛的效果。对于同样的平均延滞而言, 有安全岛时通过的人流

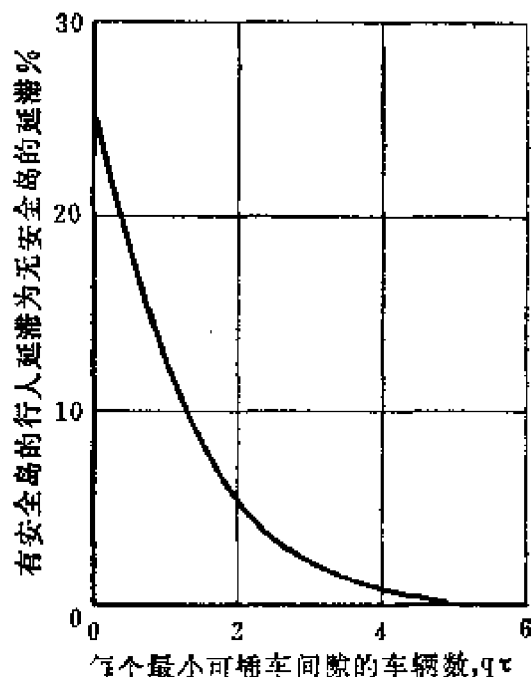


图 8.10 有安全岛和无安全岛的行人延滞'关系图

比无安全岛时至少要大三倍。

朱厄尔²⁰ 对于任意干线车流的车头时距分布, 和几个主要街道在有次要街道车辆穿越情况下, 得出了等候次数的分布、平均值和均方差。他的关系式已发展成为一个临界时隙 τ , 并扩展成为其他可以插车间隙的依据。他得出了当仅有一条次要街道车辆可能通过主要街道的每个可插车间隙时, 在定时周期可能通过的次要街道的车辆数。他也表明, 次要街道车辆的平均延滞时间是与临界间隙的二次或较高次方以及车流量的一次或较高次方成正比地增加。延滞的方差与临界间隙的三次或较高次方成正比地增加。

威斯和玛拉狄丁²¹, 赫尔曼和威斯²² 发展了早先研究者们所研究的过街延滞问题的几项通则, 方法是以更新原理为依据。而更新方法恰好就是根据已知间隙分布出现的随机间距。使用他们的技术, 有可能处理好一般主要街道间隙的独立分布和一般的可插车间隙分布。这就使得有可能考虑“让路标志”延滞问题, 这里次要街道车辆根据运行还是停止, 有不同的临界时隙。对无耐性的驾驶员也可以利用延滞作用, 接受主要街道上给定的间隙, 但他的概率随着主要街道车辆所给的通道而增加。

威斯和玛拉狄丁表达了几种间隙和可插车间隙分布的延滞特性。赫尔曼和威斯实验性地选配移位指数常数。对于泊松分布的主要街道交通流, 具有平均车头时距 T 和移位指数可插车间隙, 则对于次要街道车辆的平均延滞, 如同赫尔曼和威斯的研究为:

$$E(t) = \frac{e^{q\tau} - 1}{q} - \tau + \frac{1}{b} \left[e^{q\tau} - 1 - q\tau + \left(\frac{q}{q+b} \right)^2 \right. \\ \left. \times (1 + q\tau + b\tau) \times (1 - e^{-q}) + e^{-q\tau} \left(\frac{q}{q+b} + q\tau \right) \right] \quad (8.59)$$

式中 τ 是最小的可插车间隙, q 是主要街道车流, b 是移位指数可插车间隙分布的参数, 等于 $1/(T - \tau)$ 。方程8.59可同方程8.51相比较, 延滞具有可插车间隙恒值, 在主要街道车流中, 插车间

隙 t 秒的概率 $F(t)$ 为:

$$F(t) = 0, \quad (t \leq \tau)$$

$$F(t) = 1 - \exp[-b(t - \tau)], \quad (t \geq \tau) \quad (8.60)$$

图 8.11 上面的曲线表示赫尔曼与威斯的关系式图解。下面的曲线表示假设所有驾驶员都有 3.3 秒可插车间隙的结果。

威斯和玛拉狄丁也考虑了让路标志问题，在车辆运行与停止之间的可插车间隙上，它不同于行人的延滞问题，如果行驶中的车辆需要一个间隙 τ_1 ，和停止了的车需要间隙为 τ_2 ($\tau_1 \leq \tau_2$)，则平均延滞为:

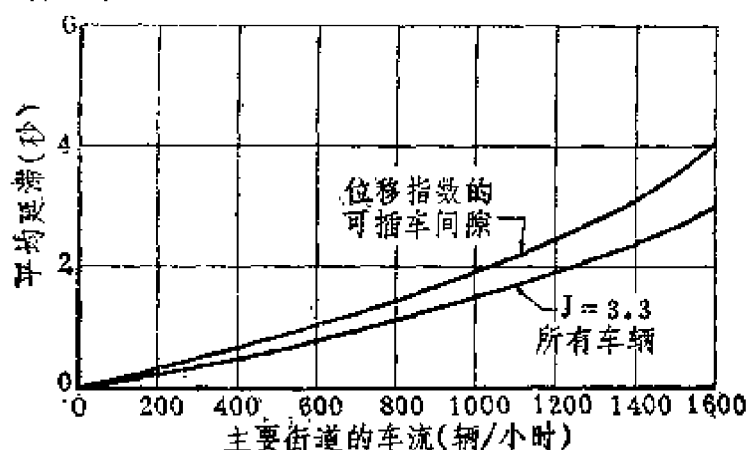


图8.11 过街时平均延滞¹

$$E(t) = \frac{e^{q\tau_2}}{q} (1 - e^{-q\tau_1})$$

$$+ e^{-q\tau_1} (\tau_2 - \tau_1) - \tau_2 \quad (8.61)$$

举例，设 $\tau_2 = 3.3$ 秒和 $\tau_1 = 2.0$ 秒。这些数值代入方程 8.61，便得出一条曲线，如图 8.12 所示，该图是次要街道车辆在让路标志处的平均延滞，把它和停车标志处情况相比较，后者需要所有次要街道驾驶员都停车，等候主要街道

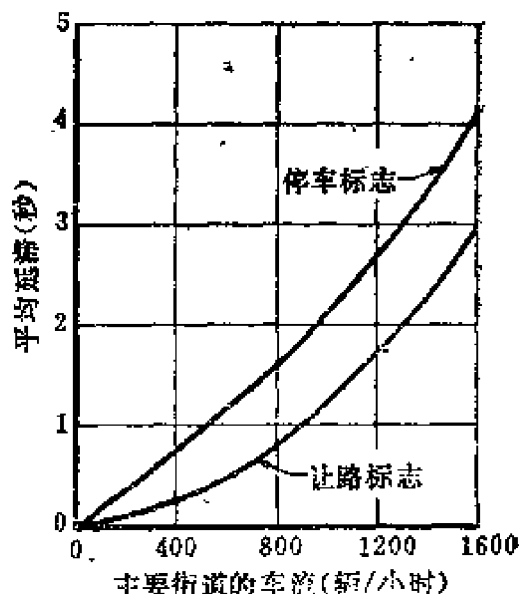


图8.12 次要街道车辆的平均延滞

3.3秒的间隙。

威斯²³ 进一步指出, 当流量小于 1600 辆/小时时, 单独一辆车过街或在合流中的延滞, 实际上同主要车流的速度分布无关。

米勒²⁴ 提出主要街道车流间隙分布的不同方法, 他设想成列车辆 (在图8.3中非间隙) 在一条公路上随机分布。设队列车流 (成列) 每单位时间为 q , 并规定 λ 为队列之间间距指数分布 $\lambda e^{-\lambda x}$ 的参数, 米勒令 q 与 λ 的关系为 $\frac{1}{q} = 1/\lambda + \bar{i}$, 式中 \bar{i} 是排队的平均长度 (方程8.47, 设交通流为随机的)。例如, 设一个队列的平均长度为10秒 ($\bar{i} = 10$) 和 $\lambda = 0.025$, $1/q = 1/0.025 + 10 = 50$ 和 $q = 0.02$ 队列/秒 = 72 队列/小时。

通过观察, 人们可获得对 λ 的感性认识, 即在 1 小时之内为 10 秒的平均持续时间 \bar{i} 有 72 队, 或队列 (非间隙时间) 总共为 720 秒。其余间隙时间 ($3600 - 720 = 2,880$ 秒) 在 72 个间隙中间分布 (队列与队列之间的间隔), 所以平均间隙长度 = $2880/72 = 40$ 秒 ($1/\lambda$)。这是相当于流率 λ 为 0.025 单位/秒。

对于一个行人或次要街道上的车辆, 米勒推导出平均等待时间的表达式为:

$$E(t) = \lambda (\bar{i} + \tau)^2 / 2 \quad (8.62)$$

式中 τ 是最小的可插车间隙, λ 和 \bar{i} 规定如前。例如, 如果假设一个行人至少需要 10 秒 ($\tau = 10$) 的时间间隙, λ 相当于 90 事件/小时 ($\lambda = 1/40$), 通过一个队列平均需 10 秒 ($\bar{i} = 10$) 时, 则 $E(t) = 1/2 \times 1/40 (10 + 10)^2 = 5$ 秒。

次要街道车辆可以立即通过的概率按下式计算:

$$P_0 = (1 - q\bar{i}) e^{-\lambda \bar{i}} \quad (8.63)$$

代入相应的数值,

$$P_0 = (1 - 10/50) e^{-0.25} = 0.622$$

米勒用队列随机模型预测次要街道的平均延滞与不延滞通过的频率, 和用单车随机模型所得出的结果, 作了有限度的比较。发现过街车辆平均等待时间差别不多。预计随机队列模型立即穿过街

道的机会较单车随机模型为多。图8.13给出了立即过街机会的观察值，和由两个理论模型14个组观测所预估的数值，每组收集资料1个小时。

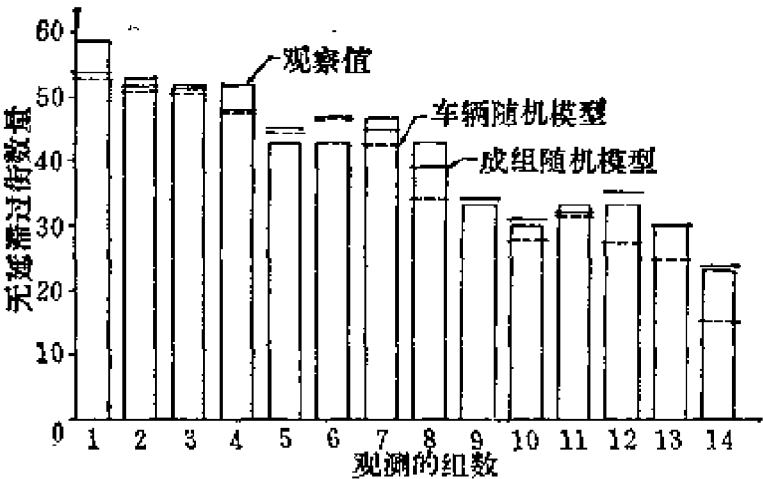


图8.13 过街机会无延滞的比较⁴。每组代表1小时的观测（采用米勒²⁴的表3）

8.5.3 无信号管制——车辆的延滞

因为节8.5.2中的方程没有考虑在次要道路上排队，所以需要引入为反映第二列车辆就位接受或拒绝一个间隙所需要的延滞时间。伊文思、赫尔曼和威斯²⁵，马狄和巴克力²⁶和阿士沃思²⁷及其他人曾讨论过，与主要街道上车辆合流或穿越之前，在次要街道或进口匝道上等候的队列车辆的情况。

考虑在次要街道上一列无限长的车辆队列，处于下列条件：当主要街道车间时距小于 τ ，不能有车辆进入；当主要街道车间时距在 τ 和 2τ 之间可能有一辆车进入；当主要街道车间时距在 2τ 和 3τ 之间，则可能有两辆汽车进入等等。马狄和巴克力²⁶提出有可能从次要街道进入的车辆数目 N ，求得如下表。

每单位时间内进入或穿越主要街道车流的车辆数（穿越车流通行能力）为：

$$\begin{aligned}
 N &= q(e^{-q\tau} - e^{-2q\tau}) + 2q(e^{-2q\tau} - e^{-3q\tau}) + 3q(e^{-3q\tau} - e^{-4q\tau}) + \dots\dots \\
 &= qe^{-q\tau} + qe^{-2q\tau} + qe^{-3q\tau} + \dots\dots
 \end{aligned}$$

车间时距大小	进入车间间距中的车辆数目	车间时距数目量 值/单位时间
$<\tau$	0	$q(1 - e^{-q\tau})$
$\tau - 2\tau$	1	$q(e^{-q\tau} - e^{-2q\tau})$
$2\tau - 3\tau$	2	$q(e^{-2q\tau} - e^{-3q\tau})$
$3\tau - 4\tau$	3	$q(e^{-3q\tau} - e^{-4q\tau})$
.....

由此得：

$$N = \frac{qe^{-q\tau}}{1 - e^{-q\tau}} \quad (8.64)$$

比较现实的假定是使跟随车辆的车头之间间距为 β_2 ，所以两辆汽车需要的车间时距为 $\tau + \beta_2$ ，三辆汽车需要的车间时距为 $\tau + 2\beta_2$ 等等，假定 $\beta_2 \leq \tau$ ，方程8.64变为：

$$N = \frac{qe^{-q\tau}}{1 - e^{-q\beta_2}} \quad (8.65)$$

如假设每个非阻塞段只有一辆汽车进入，则次要街道的通行能力（根据方程8.4）等于 $qe^{-q\tau}$ 辆/单位时间。

阿士沃思²⁷修正了马秋和巴克力所使用的方法，假定驾驶员的临界间隙为 τ_1 秒，而第二名驾驶员为 τ_2 秒。进一步假定向前运行的时间等于常数 β_2 秒，在这个时间内随着队列前头车的离去——第二辆汽车进入前面位置，但是没有可能利用任何适当的间隙。随着这些设想，作者对于那些实际受到阻滞的车辆，提出排头车等候的平均延滞时间：

$$E_d(t) = l + (e^{q\tau_2} - 1) \left(T - \frac{\tau_2 e^{-q\tau_2}}{1 - e^{-q\tau_2}} \right) \quad (8.66)$$

$$\text{式中：} \quad l = \frac{1 + q(\tau_1 - \beta_2) - e^{q(\tau_1 - \tau_2 - \beta_2)}(1 + q\tau_2)}{q(1 - e^{q(\tau_1 - \tau_2 - \beta_2)})}$$

$$T = l/q$$

对于所有车辆等候的平均延滞（如果 $\tau_2 > \tau_1 - \beta_2$ ）为：

$$E(t) = \tau_1 - \tau_2 - \beta_2 + T(e^{q\tau_2} - e^{q(\tau_1 - \beta_2)}) \quad (8.67)$$

方程8.67和8.66可以同式8.51和8.52分别进行比较,后面的两个方程考虑了行人延滞的情况。

布鲁门费尔德和威斯²⁸论述了加速车道对于合流问题的影响。在他们的模型里,长度为 L 的加速车道上的车辆是假定以恒速 v 行驶,而在主要车道上的车辆以恒速 V 行驶($V > v$)。该模型进一步假定合流的驾驶员继续沿着加速道以速度 v 前进,直到他找到一个合适的间隙或继续前进到加速道的末端,至此车速剧降为零。令 T_L 表示车辆到达加速道末端的时间 $= L/v$ 。假设汇合发生在某一时间 $t < T_L$;如果这段时间内驾驶员没有合流,

则其行驶距离为 Vt ,以代替实际行驶的 vt 。其延滞可以确定为:

$$D = (1 - v/V)t = \beta t$$

式中: $\beta = 1 - v/V$

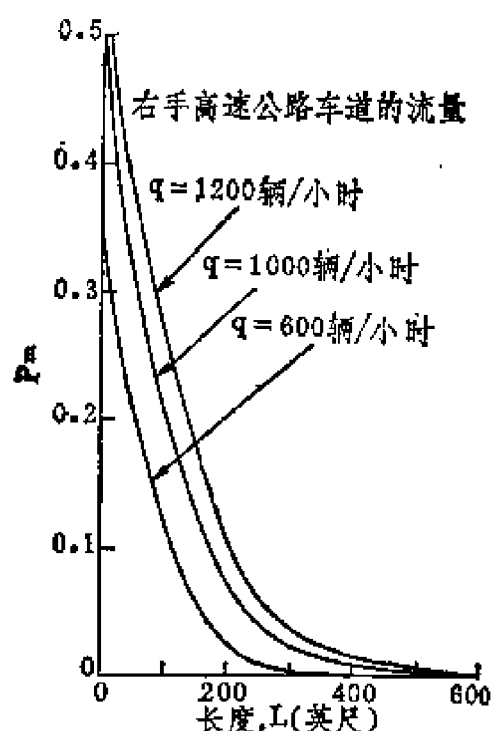


图8.14 到达加速道末端未合流的概率与加速道长度的关系图²⁸

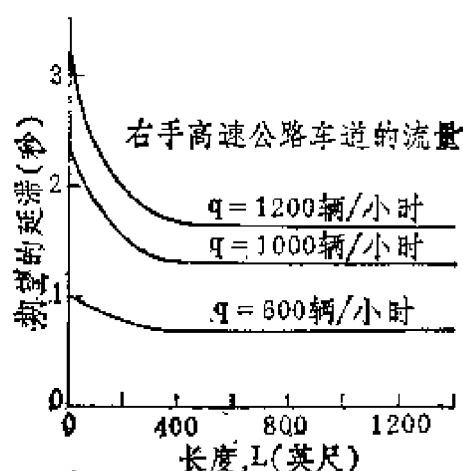


图8.15 预期的延滞与加速道长度的关系图²⁸

如果汇合的时间大于 T_L (设 $t = T_L + t_1$, 式中 $t_1 > 0$), 则延滞确定为:

$$D = t - \frac{vT_L}{V} = \beta T_L + t_1$$

在加速车道上一辆汽车的总延滞时间可以写成两个随机变量 $D_m + D_s$ 之和, D_m 是在车道上运行的时间, 而 D_s 则为停车时延

滞的时间。预期延滞的公式（由布鲁门菲尔德和威斯²⁸ 详细研究过）是难以使用的，但是，作者们对有关到达匝道末端而不能合流的概率（图8.14）以及合流车辆的预期延滞（图8.15）作为加速道长度的函数，已取得了近似解。

8.5.4 设置交通信号的交叉口

在有信号的交叉口有几种模型可用于排队和延滞的研究。在节 8.5.4.1 中考虑了连续型的或流体模型，其中提出了排队长度和延滞的各种计量方法。在节 8.5.4.2 中对各种概率模型进行了比较，并指出几种模型型式的不同设想的含意。

在估计交叉口的延滞时，交通量均可看成是由当量的若干小客车所组成。例如，一辆卡车可以作为 1.5 或 2 辆小客车，一辆转弯汽车可以根据其行驶的类型而给以某一数值。

后来阿尔索普²⁹ 应用下列符号：令：

C = 周期时间（秒）；

g = 有效绿灯时间（秒）；

r = 有效红灯时间（秒）；

q = 入口通道上车辆平均到达率（小客车/秒）；

$I = \frac{\text{在一个信号周期内以当量小客车单位计的到达数方差}}{\text{在一个信号周期内以当量小客车单位计的到达数的平均值}}$

S = 入口通道上饱和交通流量（当量小客车，辆/秒）；

d = 在入口通道上当量小客车的平均延滞（秒）；

Q_0 = 溢流交通量（当量小客车单位）；

$\lambda = g/c$ （即，有效绿灯占周期的百分比）；

$y = q/s$ （即，平均到达率和饱和交通量之比）；

$x = qc/gs$ （即，每周期平均到达数与每周期最大离去数之比）。

这样， $r + g = c$ 和 $\lambda x = y$ ，比值 x 称为入口饱和度和 y 称为入口流率。

所谓有效绿灯时间乃系周期中等候在入口的车辆，假定以当

量小客车为单位，以恒速 s 通过信号的时间。例如格林息尔治及其他等人³⁰，报告一队 n 辆停着的汽车，通过交通信号的总时间可用下式计算：

当 $n \geq 5$ ， 总时间 = $14.2 + 2.1(n - 5)$ 秒

要是所有车辆在饱和率 $s(1/2.1)$ 时离去，前五辆汽车须要有 10.5 秒，即有效绿灯时间是绿灯信号时间减去 3.7 秒，虽然有效绿灯时间可以调整适应于车辆具体运行条件。但是在大多数研究中均假设排队等候的车辆可以利用黄灯的净时隙。

在入口上，一辆小客车到达时间和离去时间的意义，可以参看图 8.16 来说明。图中画了四辆汽车每辆的距离—时间曲线。 AB 表示车辆通过没有延滞， PQ 线表示停车线，有排队时第一辆车停在那里等候。 $CDEF$ 表示第一辆车由于信号延滞的轨迹。直线部分 CD 和 EF 平行于 AB 两线延长分别与 PQ 相交于 X 和 Y ，所以长度 XY 就是第一辆汽车的延滞，同样 $X'Y'$ 和 $X''Y''$ 分别为后面两辆汽车的延滞， XX' 和 $X'X''$ 分别为到达车辆的车头时距。

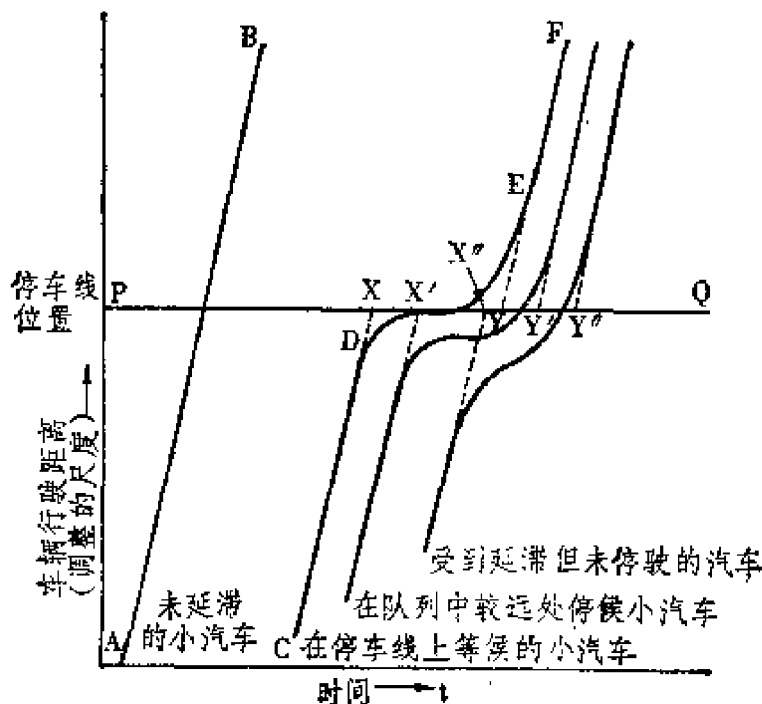


图 8.16 假设的到达和离去时间定义说明图³⁰

在很多研究中曾简便地设想象车辆到达这样的事件，仅某一瞬间发生，发生时时间上相等并间隔紧密分布。简便地选取两事件之间的时间间隔 $\Delta t = 1/s$ ，以秒计，并规定时间以 Δt 的倍数计。如果起点时间 $t = 0$ ，则事件在时间 $t = n\Delta t (n = 1, 2, 3 \dots)$ 内发生。

令， $c = C\Delta t$ ， $r = R\Delta t$ 和 $g = G\Delta t$ ，式中 C ， R 和 G 是整数，并令 $\alpha =$ 在时间 $\Delta t = q\Delta t = y$ 内车辆平均到达数。当采用节 8.5.4.2 车辆到达的二项分布模型时，这些规定是有用的。

8.5.4.1 定时信号的连续型模型 梅³¹提出了一个连续型模型的表达式，列于图 8.17。垂直轴表示到达的累积车辆 qt ，水平轴表示时间 t 。

情况 I 表示绿灯间隔内的通行能力超出绿灯 + 红灯时间到达数的情况。情况 II 是，关于在绿灯期内驶出的车辆等于绿灯加红灯期内到达车辆的情况。在图 8.17 中垂直距离 ca 表示自从信号进入红灯相位后积累的车辆数目，水平距离 ab 表示任何指定的车辆从到达离去的总时间。

梅研究了排队特性的下列度量：

1. 绿灯开始后队列消散的时间 (t_0)；
2. 周期长度和排队时间之比 (P_q)；
3. 停车车辆的比例 (P_s)；
4. 排队车辆的最大数目 (Q_m)；
5. 排队车辆的平均数目 (\bar{Q})；
6. 每个周期延滞中总车辆小时 (D)；
7. 个别车辆的平均延滞 (d)；
8. 个别车辆的最大延滞 (d_m)。

对于以上两种情况的公式可以从简单的几何关系推导出：

1. 显然对于任何给定周期，在绿灯开始 t_0 时间后，到达车辆等于离去车辆：

$$q(r + t_0) = st_0$$

$$\text{令 } y = q/s$$

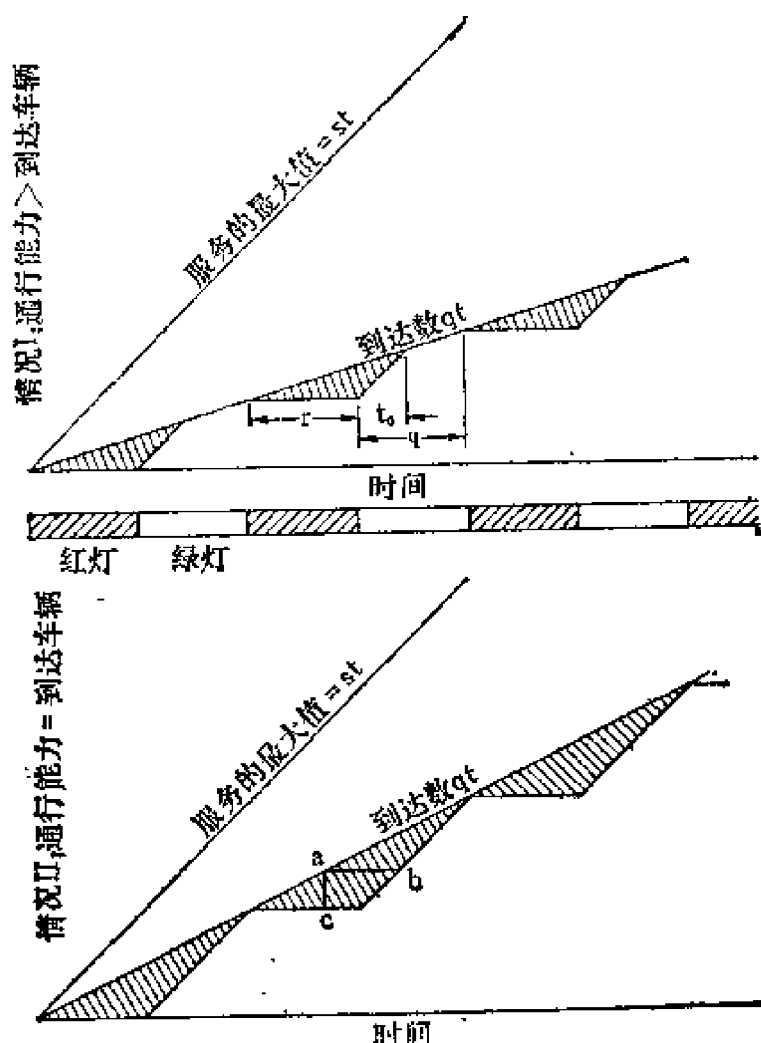


图8.17 在有信号灯交叉口的排队图象

$$t_0 = yr / (1 - y) \quad (8.68)$$

2. 周期和排队之比, 等于排队时间/周期长度,

$$P_q = (r + t_0) / c \quad (8.69)$$

3. 停止车辆的百分数等于停歇的车辆/每个周期的总车辆数,

$$P_s = q(r + t_0) / q(r + g) = t_0 / (yc) \quad (8.70)$$

4. 通过观察可见排队的最大车辆数是红灯开始后 r 单位处三角形的高。

$$Q_m = qr \quad (8.71)$$

5. 在整个周期长度 (c) 内排队车辆的平均数。

$$\bar{Q} = \frac{(qr/2)r + (qr/2)t_0 + 0(g - t_0)}{r + t_0 + g - t_0}$$

由此得出：

$$\bar{Q} = [(r + t_0)/c](qr/2) \quad (8.72)$$

6. 总的延滞车辆一小时是根据三角形面积得出：

$$D = (qr/2)(r + t_0) = (qr/2)[r/(1 - y)] = qr^2/[2(1 - y)] \quad (8.73)$$

7. 个别延滞的平均值是根据总的延滞除以车辆数目，即：

$$d = \left[\frac{qr^2}{2(1 - y)} \right] \frac{1}{qc} = \frac{r^2}{2c(1 - y)} \quad (8.74)$$

8. 个别车辆延滞的最大值可以根据图8.16得出：

$$d_m = r \quad (8.75)$$

如果离去车辆 sc 小于到达车辆 qc ，则排队长度将一个周期比一个周期长，而上述公式也就不再适用。

考虑在有交通信号的交叉口处排队特性的下列例子（以梅命名），假设绿灯信号的 g 相是40秒，红灯信号的 r 相是20秒，驶出的流率 s 为1,200辆/小时，进入的车流量 q ，一种情况是600辆/小时，另一种情况为800辆/小时。得出的结果列于表8.2中。

定时交通信号交叉口的排队特性

表8.2

排队特性	进入的车流辆 (q)	
	600辆/小时	800辆/小时
t_0	20 秒	40 秒
P_q	0.67	1.0
P_s	0.67	1.0
Q_m	3.3 辆	4.4 辆
\bar{Q}	1.1 辆	2.2 辆
D	66.7 辆-秒	133.3 辆-秒
d	6.67 秒	10.0 秒
d_m	20 秒	20 秒

8.5.4.2 定时信号的概率模型 这一节，在很大程度上要归功于阿尔索普²⁹的著作，在他的著作里严格地评述了在定时信号处延滞的各种理论模型。读者应当查阅这本著作和其他个别作者的有关著作中所提出的更为详细的论述。

曾用几种模型来描述交叉口车辆的到达。节8.5.4.1讨论的，

涉及最简单的有规则的到达。温斯顿和其同事们³² 首先应用二项分布模型分析定时交通信号处的车辆延滞。

如果对于某些固定的 Δt 和 α , P (在时间 $n\Delta t$ 内到达 1 辆当量小客车) = α , 和 P (在时间 $n\Delta t$ 内没有当量小客车到达) = $1 - \alpha$ 。每个 n 值在任何情况下都是独立的, 并且在其它时间无到达车辆, 则入口有二项到达频率。平均到达率为 $\alpha/\Delta t$; 如果在一包括 $n\Delta t$ 的 N 瞬间时期内, A_N 为小客车的当量单位数, 则 A_N 有二项分布 (见节 3.2.2)。

对于这种分布, 方差与平均数的比率 (I), 等于 $1 - \alpha$, 小于 1; 不过对于城市道路观测的 I 值, 根据米勒³³所指出的通常大于 1。

亚当斯², 韦伯斯特³⁴, 与沃德洛³⁵ 曾使用泊松分布 (节 3.2.1)。当入口交通与入口通行能力比, 相对地属轻型时, I 值等于 1, 泊松分布模型最合适。

纽厄尔³⁶ 使用了到达的车间时距采用移位指数分布的模型 (第 3.5.1)。这种设想强加一最小车间时距 $1/s$ 。阿尔索普提到的其它到达频率模型, 有达罗琪³⁷, 克来尼克³⁸, 麦克尼尔³⁹ 和米勒⁴⁰ 等的模型。

当量小客车从队列离开的模型, 较到达模型简单。要是存在队列时, 大多数模型采用等时间间隔 $1/s$ 离开, 头一辆车离开是在绿灯生效时开始。对于时间间断的设想, 取 Δt 等于 $1/s$ 。第一辆小客车在绿灯有效时间 $n\Delta t$ 开始时离开, 并连续的在每个 Δt 内一辆小客车离开, 直到队列散完或绿灯时间结束为止。有人曾建议其它离散模型, 但对于离散模型设想中的变量, 与到达模型中的变量在延滞上的影响不一样。

阿尔索普说明对于入口在间隔 $1/q$ 时, 正规到达 (在图 8.17 中到达频率作为步长函数作图, 不是一条直线), 则平均延滞/当量小客车 (秒) 为:

$$d = \left[\frac{1}{2c(1-y)} \right] \left(r - \frac{1}{2s} \right)^2 + \frac{y(2-y) + \theta(1-y)^2}{12q^2} \quad (8.76)$$

阿尔索普指出 θ 的范围为: $-\frac{1}{3 \times 3^{1/2}} < \theta < \frac{2}{3 \times 3^{1/2}}$, c ,

q 、 r 、 s 和 y 的定义均同前。

方程8.76的第一项与沃德洛³⁵所研究出的结果相同:

$$d = \left(r - \frac{1}{2s} \right)^2 / 2c(1-y) \quad (8.77)$$

如果方程8.76中的 q 无限增大 (流率 $y = q/s$ 仍是常数), 每当量小客车的平均延滞将趋于 $d = r^2 / [2c(1-y)]$, 结果同根据连续型模型所得的方程8.74。

温斯顿等人³²论证了具有二项到达频率的交通信号处, 对于一当量小客车通过入口时的平均延滞为:

$$d = \frac{R}{(1-\alpha)} \left[\frac{E(Q_0)}{\alpha} + \frac{R+1}{2} \right] \Delta t \quad (8.78)$$

虽然温斯顿等人未能导出溢流 (在一个给定周期内未能清除交叉口的汽车) 的概率分布, 邓恩⁴¹和伯兹⁴²提出当采用二项到达分布, 并且绿灯时间足以使队列车辆走完时, 在一个周期中总延滞的概率母函数。

纽厄尔⁴³终于提出了溢流平均值 $E(Q_0)$ 的估算, 当 $\alpha \rightarrow g/c$ (即, 比值 α 接近于1) 可近似地取为:

$$E(Q_0) = \frac{Rg}{2c(g - \alpha c)} \quad (8.79)$$

根据用计算机模拟交叉口运行所得数据, 韦伯斯特³⁴提出了用于延滞的一个比较著名的公式:

$$d = \frac{c(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2q(1-x)} - 0.65 \left(\frac{c}{q^2} \right)^{\frac{1}{3}} x(2+5\lambda) \quad (8.80)$$

因为 $c(1-\lambda) = r$ 和 $\lambda x = y$, 第一项与假设为连续型车流 (方程8.74) 所得出的相同。阿尔索普²⁹指出第二项是假设在信号与到达车辆之间, 插入一恒定服务 $1/\lambda s$ 的排队求得的。插入车队的

平均等待时间为 $x^2/2q(1-x)$ 。

第三项是校正项，代表总的平均延滞 5~15%，是韦伯斯特从模拟信号特性所产生的数据，经回归分析提出的。阿尔索普建议平均延滞可取为：

$$d = \frac{9}{10} \left[\frac{c(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2q(1-x)} \right] \quad (8.81)$$

米勒⁴⁴ 没有对到达分布作任何假设，仅假定在入口处的队列是统计上平衡的，并且在逐次的红、绿灯时间内到达车辆为独立分布。根据这个假定他得出了一个近似的溢流平均数为：

$$E(Q_0) = \frac{e^{-1.33(\lambda cs)^{1/2}} (1-x)/x}{q(1-x)} \quad (8.82)$$

当泊松到达频率应用于延滞模型时，得出：

$$d = \frac{1-\lambda}{2(1-x)} \left[c(1-\lambda) + \frac{e^{-1.33(\lambda cs)^{1/2}} (1-x)/x}{q(1-x)} \right] \quad (8.83)$$

米勒⁴⁴ 也提出了延滞公式，该公式中他放弃了泊松到达的假定而采用一般到达模型与提出式8.82时采用的模型一样。当 $x > \frac{1}{2}$ 时所得到的延滞方程为：

$$d = \frac{1-\lambda}{2(1-\lambda x)} \left[c(1-\lambda) + \frac{(2x-1)I}{q(1-x)} + \frac{I+\lambda x-1}{s} \right] \quad (8.84)$$

当 $x < 1/2$ 小时，括号里面的中间项为零。米勒发现当 I 接近于 1 时，他的方程与韦伯斯特的（方程8.80）方程得出相似的结果，当 I 明显地大于 1 时，式8.84可得出较好的结果。

纽厄尔⁴⁵考虑了在节8.5.4.1中的连续型模型和溢流 Q_0 所引起的额外附加延滞。他的研究获得了下列延滞表达式：

$$d = \frac{c(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{IH(\mu)x}{2q(1-x)} + \frac{I(1-\lambda)}{2s(1-\lambda x)^2} \quad (8.85)$$

式中 $H(\mu)$ 是入口备用通行能力的函数:

$$\mu = (sg - qc) / (Is g)^{1/2} = (1 - x) / (sg/I)^{1/2} \quad (8.86)$$

(见图8.18)

赫特钦生⁴⁶对阿尔索普²⁹讨论过的几个延滞公式作了数值比较, 并对以下的表达式进行了分析: (a) 韦伯斯特的完全表达式 (方程8.80), (b) 米勒的第一表达式 (8.84), (c) 米勒的第二表达式 (方程8.83), (d) 纽厄尔的表达式 (方程8.85), (e) 修正的韦伯斯特简化式 (方程8.81), 并引入了变量 I 后, 得到:

$$d = \frac{9}{10} \left[\frac{c(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{Ix^2}{2q(1-x)} \right]^{1/2} \quad (8.86)$$

由于韦伯斯特的完全表达式经受过最广泛的现场实验, 所以被赫特钦生用作数值比较的标准。

韦伯斯特平均延滞曲线 (方程8.80) 对饱和度 x 和周期有效绿灯的比率分别表示于图8.19和图8.20。

参数 I (方差/平均值) 对于几种延滞表达式的影响表示于图8.21中。

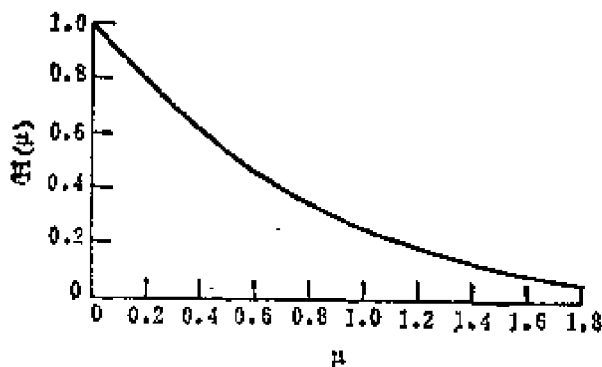


图8.18 函数 $H(\mu)$ 的值

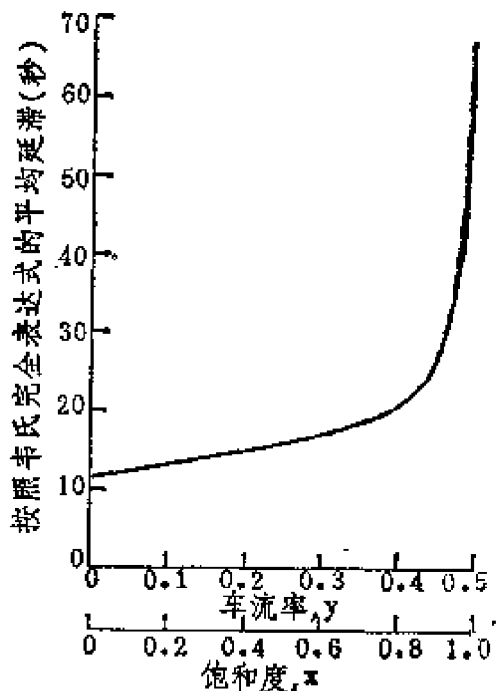


图8.19 按照韦氏完全表达式的平均延滞, 作为流率函数图, 对于入口 $s = 1.0$ 和 $\lambda = 0.5$ (这样 $g = 45$)

赫特钦生还计算了平均延滞的各种估计值和用韦伯斯特的完全表达式作为流率 y 的函数所得延滞之间的百分比差。图 8.22 表明当 $s = 0.5$, $c = 90$ 和 $\lambda = 0.5$ 时所得出的结果。赫特钦生对于 s 、 c 和 λ 的不同组合得出了同样的结果。几乎包络其它曲线的成对粗曲线是百分比差的极限值, 结果是 $y \rightarrow 0$ 时, ($x \rightarrow 0$) 和 $y \rightarrow \lambda$ 时, ($x \rightarrow 1$)。

正如赫特钦生所算出的, 百分比差与周期有效绿灯比率 λ 的关系, 示于图 8.23。根据他分析的结果, 作者结论: 结果都非常相似, 模型的选择视计算是否方便和简化而定。例如, 在确定最佳信号控制参数时, 如果需要对表达式微分, 那么方程 8.81, 8.83, 8.84 或 8.86 是最容易处理的。

本节只考虑了定时信号。最近利特尔⁴⁷、纽厄尔⁴⁸ 以及纽厄尔和奥苏纳⁴⁹ 提出在动信号时交通特性的分析。为了排队特性的讨论, 读者可参考这些论文。

以上的讨论, 只考虑了孤立的交叉口的情况, 该处到达车辆不受相邻的交通控制装置的影响。考虑一组交叉口时, 无论是在一条干道上连续的交叉口或闹市区街道网上的一联串交叉口, 孤立的交叉口的假设不再有效。有关城市干道信号控制系统大部分文献的评论都可以在瓦格纳、鸠洛夫和巴恩斯⁵⁶ 等人的著作中找到。这些作者们还报告了有关信号网的文献述评⁵⁷。读者可以查阅相当的文献介绍。

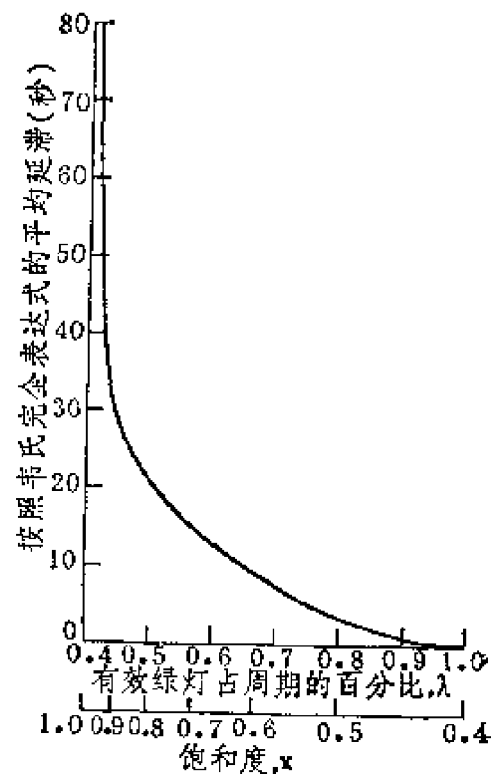


图 8.20 按照韦氏表全完达式的平均延滞, 作为周期有效绿灯比率函数图, 对于人口 $s = 1.0$, $c = 90$ 和 $y = 0.4$ (这样 $q = 0.4$)⁴⁸

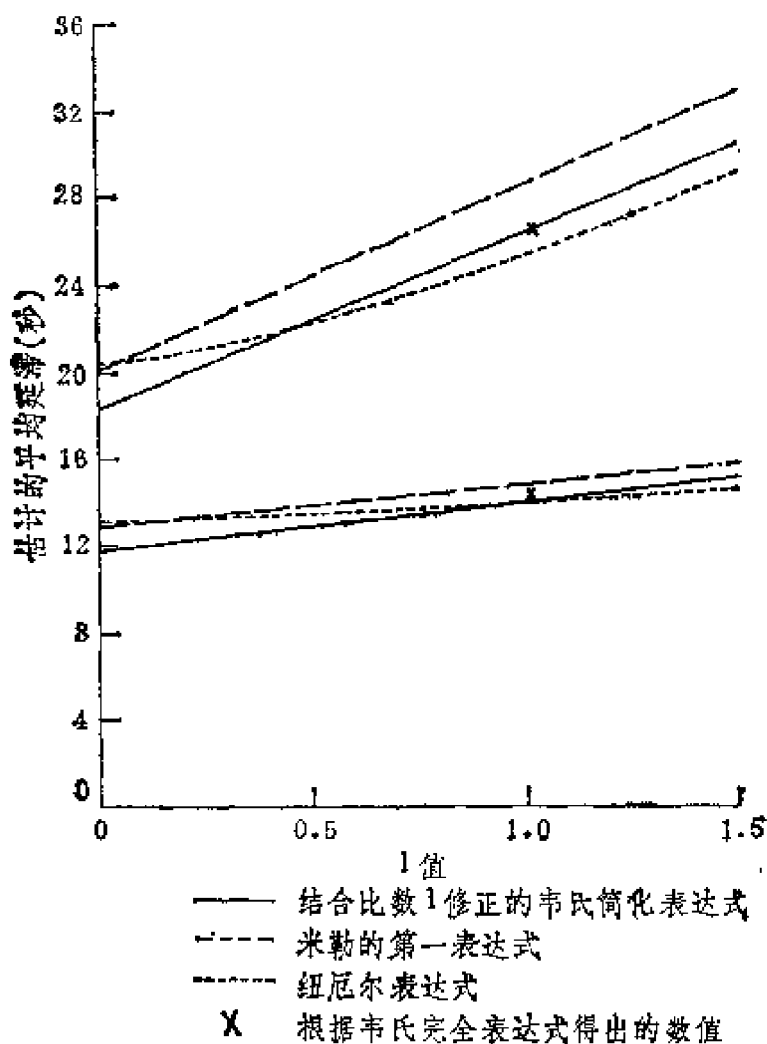


图8.21 参数 l 根据各种表达式估计的平均延滞影响图。上面一组曲线 $s = 1.0$, $c = 90$, $\lambda = 0.5$, $y = 0.45$ (这样 $x = 0.9$)，下面一组曲线 $s = 1.0$, $c = 90$, $\lambda = 0.6$, $y = 0.45$ (这样 $x = 0.75$)⁴⁸

8.6 道路的排队模型

排队理论的方法已经用于道路交通流的分析。例如它可以预测瓶颈处汽车排队的特性，在瓶颈处瓶颈可以看作服务员，等候服务的（即通过瓶颈）汽车是看到的运转状态。本题在节8.6.1中讨论。排队方法的另一应用是描述不间断的车流。在这类模型中假定汽车在道路上按某一愿望的速度行驶，直到追上慢行车辆，在它的后面参加队列，等候机会超过它。这一类的模型在节8.6.2中讨论。

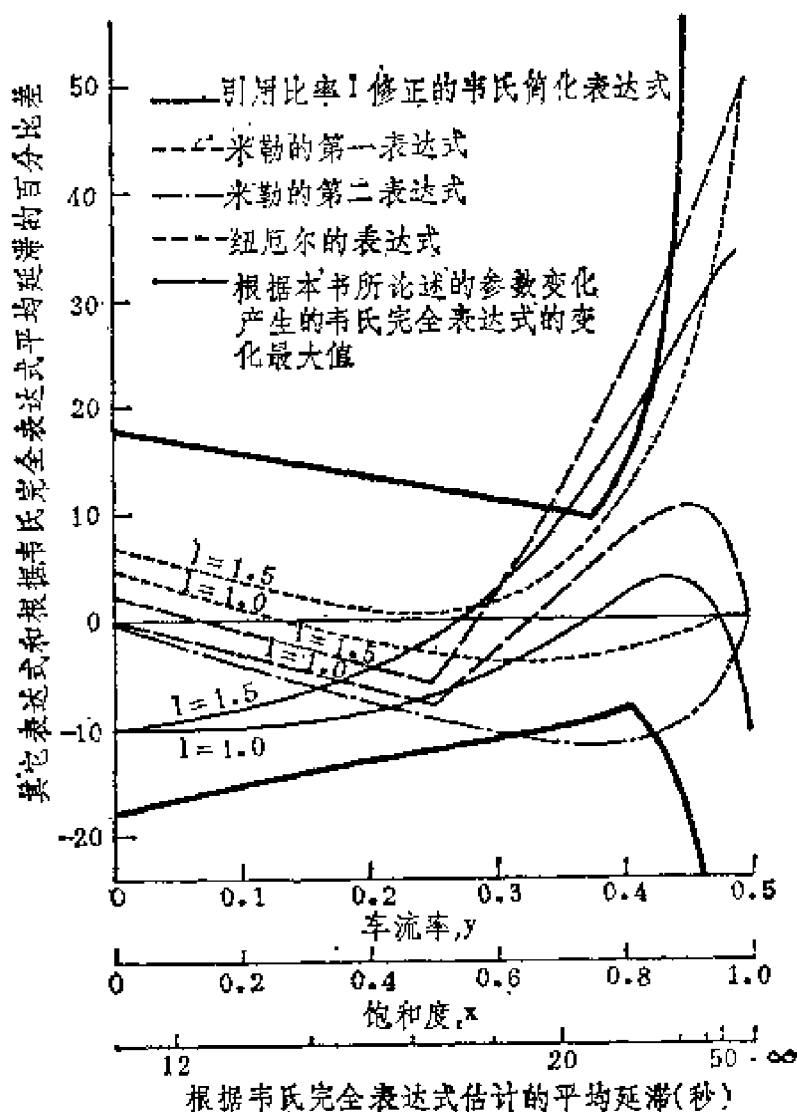


图8.22 平均延滞的各种估计值和根据韦氏完全表达式作为流率函数之间的百分比差，对于 $s=0.5$ ， $c=90$ ， $\lambda=0.5$ （这样 $g=45$ ）⁴¹

8.6.1 瓶颈处的排队特性

梅³¹应用连续流方法于临时性瓶颈的问题（即一条道路由于铁路交叉而阻塞，或单车道由于事故而堵塞），以上问题可用交通信号一个周期期间排队的特性来说明（图8.17）。这里延滞或堵塞期间与红灯的时间间隔 r 的持续期间相当。堵塞解除后车队

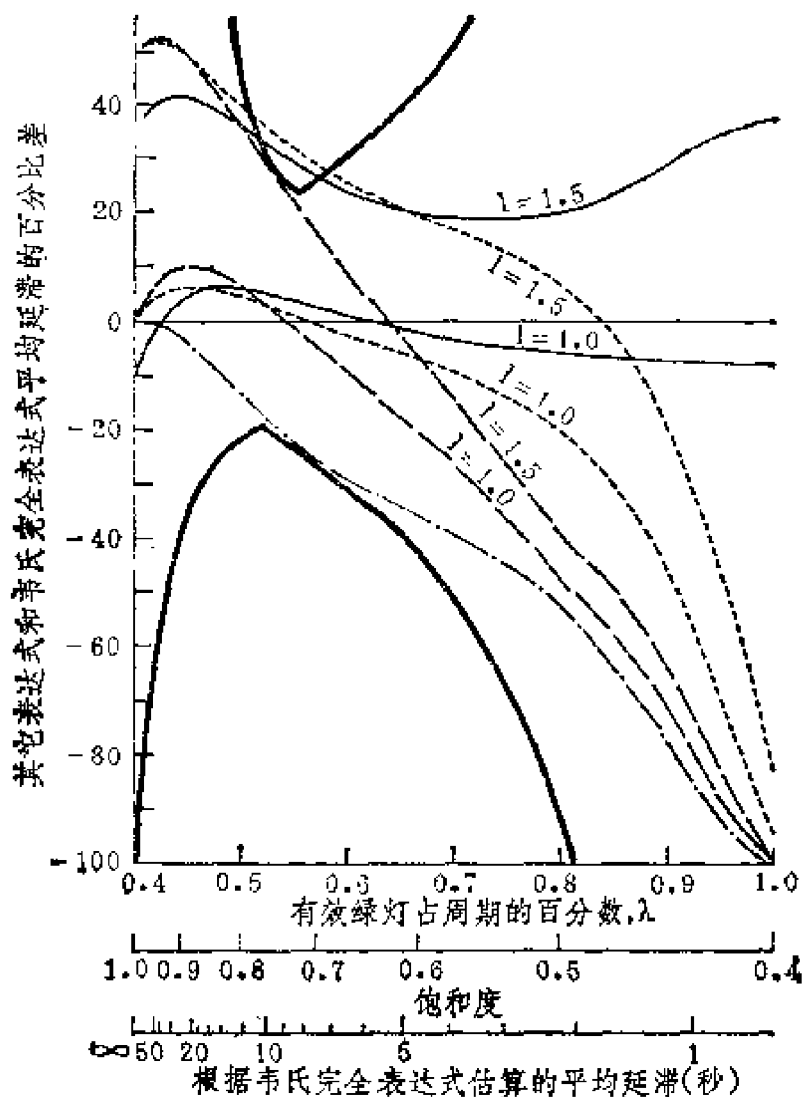


图8.23 平均延滞的各种估计值和根据韦氏完全表达式作为周期有效绿灯函数所得值之间的百分比差，对于入口 $s=0.5$ ， $c=30$ 和 $y=0.4$ （参见图8.22图例）⁴⁶

需要的消散时间，和图8.17中的时间 t_0 相同。

下列符号相似于节 8.5.4 中，梅的道路模型使用的符号，设：

- q = 瓶颈上游车辆的平均到达率（辆/分）；
- s = 饱和车流率或连续车流的通行能力（辆/分）；
- s_r = 堵塞时（ $s_r < q < s$ ）瓶颈处车流流率（辆/分）；
- r = 堵塞持续时间（分钟）；

t_0 = 堵塞解除后队列消散需要的时间 (分钟) ;

t_q = 经过的总时间 (从开始阻塞到恢复自由通行的时间, 分钟) $= r + t_0$ 。

当道路完全堵塞时 s_r 的数值可以为零, 例如, 与铁路平交, 或者当道路因受抛锚车辆部分堵塞时的某一 s_r 数值 ($s_r < q$)。梅研究出下列一组关系式:

排队持续时间, $t_q = r \left(\frac{s - s_r}{s - q} \right)$,

受影响的车辆数, $N = q t_q$;

排队车辆的最大数目, $Q_m = r(q - s_r)$;

排队车辆的平均数目, $\bar{Q} = Q_m/2$;

总的延滞车辆一分钟, $D = \frac{r(q - s_r)t_q}{2}$,

被延滞车辆的平均分钟数, $d = \frac{r}{2} (1 - s_r/q)$;

个别延滞的最多分钟数, $d_m = r(1 - s_r/q)$ 。

梅和凯勒⁵⁰ 曾用类似的方法分析高峰小时车辆的排队特性。对于本题假设: 尽管道路的通行能力 s 不变, 而车流要求的 q 值, 从小于 s 的某一个数值, 到等于 s , 之后变化到最大的流率 $q_2 > s$ 。对于所要求的 q 曲线的形状, 作者们考虑到两种情况: (a) 梯形的 (即要求以恒率增加到最大值 q_2 , 在 q_2 保持一定时间, 然后以恒率减小到要求的固定高峰位置), 和 (b) 三角形的 (即要求以恒率增加到 q_2 , 然后立即以恒率减小到要求的固定高峰位置)。

用分析瓶颈处交通的相似方法, 可以计算延滞、排队长度和排队持续时间的数值。

麦克尼尔⁵¹ 研究瓶颈问题作为 $M/G/1$ 排队情况 (即按随机到达, 一般服务作用和一个队列) 来处理。对于队列中第一辆车的服务时间 b_1 是延滞时间 s_1 , 加上它的有效长度 (从前车的前挡板到下一辆车的前挡板) 通过阻塞点的时间 a_1 。时间 s_1 是变

化的，可能从一个短的延滞事件的几秒钟，到一次车辆损坏事件的好几分钟。

假定队列中每辆后续车辆的服务时间 b_i ，是由离去期间 s_i 加上每辆车自身有效长度通过的时间 a_i 所组成。离去的期间 s_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) 是一个具有相同分布变量的独立数列，其平均值相当于最大流率时车间时距。 a_i 的数值，对于所有车辆，包括第一辆车在内是一个常数，并且等于有效长度除以平均速度 V 。第一辆车和后续车辆均假设各自通过阻塞点后立即恢复到速度 V 。

麦克尼尔指出，如假设车辆的长度为零 (a_i 为零)，那末由于初期的阻塞持续期间 s_1 而延滞的车辆数，是在服务者繁忙时期队列 $M/G/1$ 服务的顾客数。要考虑车辆的有效长度来修正这些延滞时间，麦克组尔模型的某些结果表示如下，令

$E(b) = E(a) + E(s)$ = 第一辆车以后为所有车辆的平均服务时间；

$E(b_1) = E(a_1) + E(s_1)$ = 为受延滞的第一辆车的平均服务时间；

q = 瓶颈处正常到达率 (辆/分钟)；

$\rho = qE(b)$ ；

$\rho_1 = qE(b_1)$ ；

和 $\rho_A = qE(a)$ ；

那末

$E(N) = 1 + \frac{\rho_1}{1 - \rho}$ = 受影响的车辆总数；

$$E(W) = E(s_1) + \frac{1}{2} - qE(s_1b_1) + \frac{1}{2}\rho_1[(2 + \rho_1 + \rho_1C_1^2) \\ \times E(s) + q \operatorname{cov}(s, b)](1 - \rho)^{-1} + \frac{1}{2}\rho\rho_1E(s) \\ \times (1 + \rho C_b^2) \times (1 - \rho)^{-2} \\ = \text{总的车辆延滞时间 (车辆一分钟)}$$

式中: $C_1^2 = \text{var}(b_1)/E^2(b_1)$;

$$C_b^2 = \text{var}(b)/E^2(b);$$

$\text{cov}(s, b)$ = 车间时距 s 和服务时间 b 之间的协方差; 和

$$E(t_q) = E(s_1) + E(s)E(n-1) = \text{排队持续时间(分钟)}.$$

麦克尼尔也研究了上述各种不同措施, 并提供了求解预期的车辆延滞总时间的数值例题。

8.6.2 在道路上的延滞

当汽车按照要求的规章在双车道上行驶遭到延滞, 对于交通流理论家来说, 特别重视。要是车流无阻塞, 每辆车将以自己所希望的速度行驶。当它赶上一辆或一队较慢的车辆, 要是对方车流中有可插车的间隙, 则会毫无延滞地超过。如果对方车流中没有适当的间隙可以利用超车; 则快行车辆需采用慢行车辆或队列车辆的速度, 等候机会超车。

有些作者将排队原理用于解决双车道道路的超车课题。例如唐纳的模型^{13,14}, 就引用了波尔——唐纳分布(节 8.4)来确定队列的大小。如果一辆速度为 u 的车, 要超过一辆速度为 u_1 的车, 则超车运行所需时间为:

$$t = \frac{A_1}{u - u_1} \quad (8.87)$$

距离为:

$$x = \frac{A_1 u}{u - u_1} \quad (8.88)$$

式中: A_1 为描述超行车辆相对于被超越车辆所需距离的参数。

唐纳的模型处理了沿双车道双向行驶的车辆, 并可推广到双车道设施单向的车流, 在图 8.24 中一个方向的车流为 q_1 辆/单位时间。除了所研究的那辆车以大于所要求的速度 u 行驶, 如不可能通过则以速度 u_1 行驶以外, 所有其他车辆均以同样速度 u_1 行驶。在这车流中车辆间的最小距离为 s_1 。对向的车流量为 q_2 ,

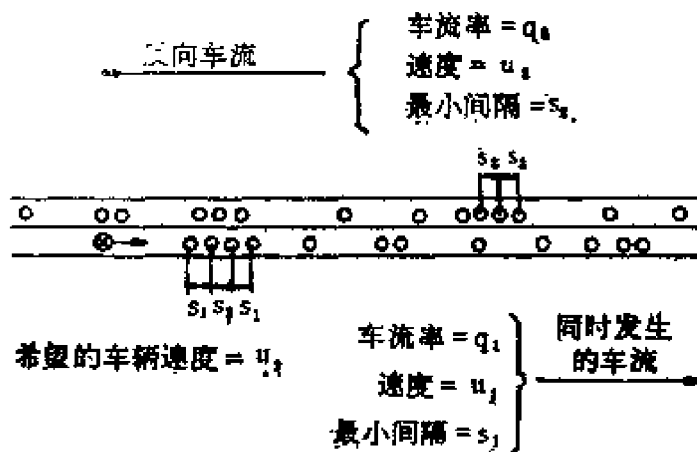


图8.24 双车道的车行道上，相应于唐纳模型所采用的条件

均以恒速 u_2 行驶，所有车辆的间距不小于 s_2 。波雷尔——唐纳分布是假设一列 n 辆车。间隙分布是随机到达的，它要求任一间隙不能小于最小值。

在车流 q_1 方向以速度 u 行驶的单辆车所遭遇的延滞， B 是唐纳要提供模型的课题。为了解决该课题，假设车辆按照下列规则行驶：

1. 在 q_1 车流中一队 n 辆汽车，按最小间距 s_1 行驶，被一辆单独行驶的汽车赶上。这辆超行车辆重行进入 q_1 车道只能在两车队之间，不能插入任一车队，或用小于 s_1 的距离行进任一车队后面一辆车。

2. 当超行车辆到达 n 辆车组成的任何车队的尾部，且 q_2 车流中有一段距离最少为 $d_n = d + ns_1(u + u_2)/(u - u_1)$ 时，则车辆通过无需减速 [d 规定为 u 速度车和 u 车在超车中通过车队的被超车辆之间的最小可插车净距离。可用 $d = A_1 u/(u - u_1)$ 表示， A_1 为 50~100 英尺之间某一距离。]

3. 如果要求的距离 d_n 不能利用，车辆即刻减速到 u_1 ，并紧跟着前面的车辆，等待车流 q_2 中出现一个最小净距离 $D_n = d_n + t(u_1 + u_2)$ ，经过一段附加时间 t ，立刻加速到 u 而后超过。为了超行车辆暂留在 q_1 车流中，因速度减缓需要额外时间，用来补偿采用的瞬时加速度，可表示为 $t = A_2(u - u_1)/a$ 。式中 a 是超车的等加速度， A_2 约为 1。

唐纳的主要目的是单独一辆车希望以速度 u ，行驶在无限长的行程中，要确定它的平均速度 $E(u)$ 。他能够依据等在后面的所有车辆的平均等待时间 $E(t_w)$ ，来表示平均速度 $E(u)$ ， $E(t_w)$ 包括没有等待在内。 $E(u)$ 的表达式为：

$$E(u) = \frac{uu_1^2 + q_1(u - u_1)(u_1 - s_1 q_1)u_1 E(t_w)}{u_1^2 + q_1(u - u_1)(u_1 - s_1 q_1)E(t_w)} \quad (8.89)$$

将上式展开，这样，问题就变成对 $E(t_w)$ 的求解。在 $E(t_w)$ 的计算中所涉及的代数问题是难克服的。

$$\begin{aligned} E(t_w) = & \left[\frac{1}{(u_1 + u_2)(1 - R)} \right] \left\{ \left(\frac{Ke^{-cd}}{c + G - GK} \right) \right. \\ & \times \left(1 - \frac{C \exp[G(u_1 + u_2)t]}{c + G} \right) \\ & + (\exp[Gt(u_1 + u_2) + Gd]) \times \left[\frac{N}{G} - \frac{e}{G(c + G)} \right] \\ & \left. - \frac{1 - R}{c(1 - n)} \right\} \quad (8.90) \end{aligned}$$

其中 $g = q_1/u_1$, $G = q_2/u_2$, $r = S_1 g$, $R = S_2 G$, $c = q_1(u - u_1)/u_1(u + u_2)$, $K = \exp[R(K - 1 - c/G)] =$ 在 0 和 1 之间的 K 的根。 $N = \exp[n(N - 1 + G/c)] = N$ 的较小实根（其解仅当 $r \exp(nN - n + nG/c) \leq 1$ 时存在）。

K 和 N 的有限解已经分别包括在图 8.25 和图 8.26 中。

将 $E(t_w)$ 值代入方程 8.89，得出平均速度 $E(u)$ 的表达式，该式用希望速度 u 、车流的速度 u_1 和车流流率 q_1 表示。这个方程的有限解是唐纳用各种参数的比值求得。图 8.27 表明了当 $q_1 = q_2$ 时，各种 u 值和 $u_1 = 30$ 英里/小时对交通流量的影响。这个模型也表明，对于总的车流 $(q_1 + q_2)$ 大于 800 辆/小时时，车辆只能采用很接近于 q_1 车流的速度，不管它希望的速度多少。

q_1 和 q_2 的比值变化对于平均速度 $E(u)$ 的影响示于图 8.28 中，此图表明，在该模型中当车辆总数的 $1/2 \sim 3/4$ 行驶在相对方向的 q_2 车流中（ $1/2$ 适用于低交通量，当接近较高交通量时，其值可取

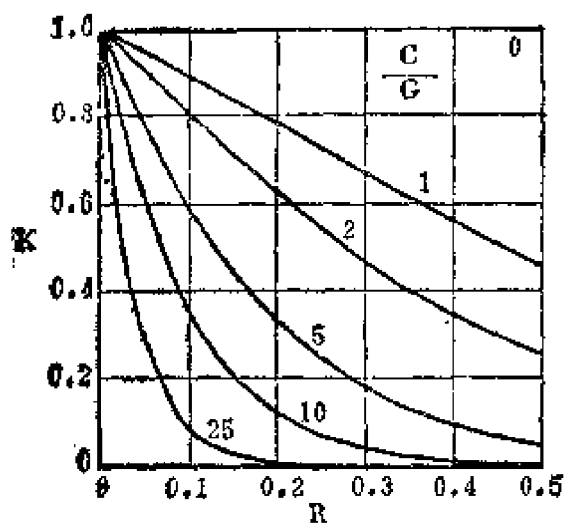


图8.25 K 和参数 R 以及 C/G 之间的关系图

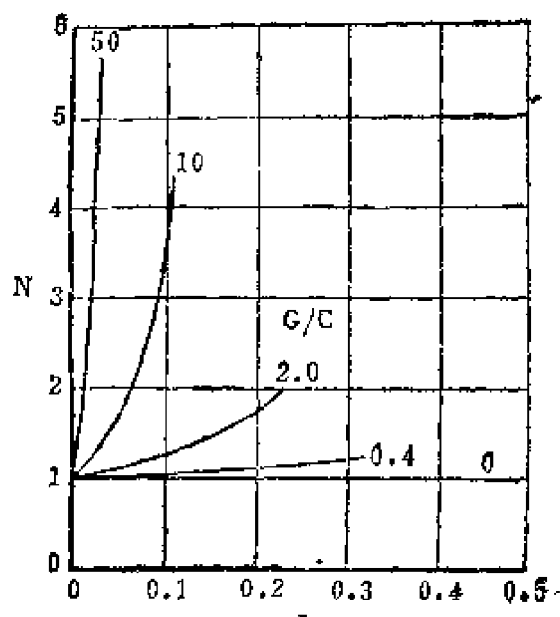


图8.26 N 和参数 r 以及 G/C 之间的关系图

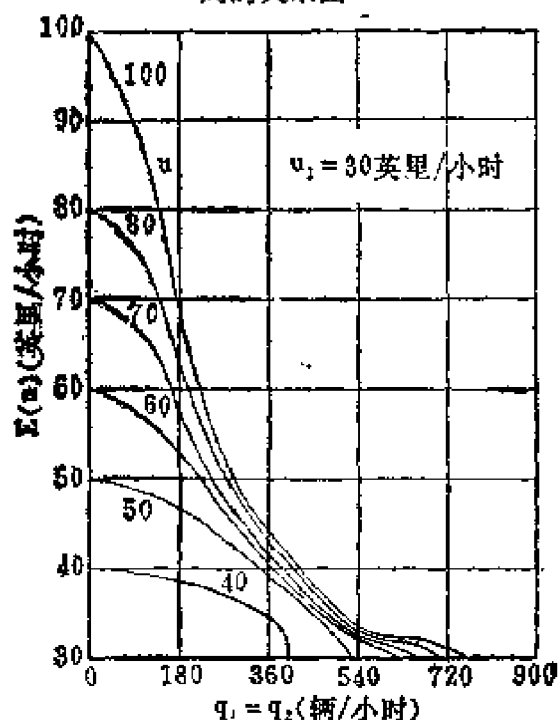


图8.27 当 u (双向交通) 的各种数值平均分配于两个方向时对交通流的影响¹图
为 $\frac{3}{4}$) 时, 平均速度 $E(u)$ 最小。

值得指出的是 $E(u)$ 包含的延滞是唯一的延滞, 假定所有其它车辆均没有延滞。此 u 速度的车辆最终超过 q_1 所有的汽车,

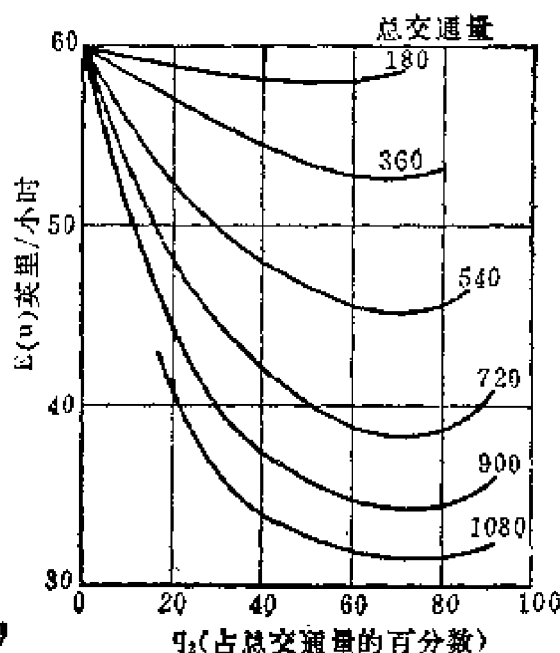


图8.28 反向交通量不同的百分比对各种等级总交通量的影响图¹

而超车不发生在 q_1 或 q_2 的车辆中间。

莫尔斯和耶菲⁵² 提出了双向双车道低交通量情况的排队模型。这个模型假设一系列的畅行车或领头车以各种速度行驶，其中有些领头车后面跟着受到拦截的车队与领头车以同样的速度行驶。跟随车辆不能设想以希望的速度行驶。但是其中有些车辆能用超车的方法离开队列变成领头的车辆。作者们研究了具有一定速度 v 的领头车，后面跟随车队的长度公式，车流的平均速度以及较快汽车超过较慢汽车的平均时间。并附有帮助求解方程的表。

多车道道路的排队模型不同于两条车道的情况，因为实际情况一辆汽车在它行驶方向，可以自由地使用同向两条或更多条车道的任何的一条。只有当其他车辆恰在相邻的车道上通过时，超车才受到限制。米勒⁵³ 提出了一个经验性的模型，它是“产生密度” (Product Density) 分析法的推广，米勒研究和评论了“产生密度”法，然后提出一种方法，因为没有更好的名词，他称之为“终点比率法” (Termination rate method)。这后一种方法相似于人类死亡率的统计模型。米勒根据多车道高速公路上所收集到的资料，对他的模型作了一些验证。

施查契⁵⁴ 举了马尔可夫法的例子，可以用于多车道交通流模型，他能计算的一些参数，是每条车道的平均使用率，系统中的平均车速和每单位时间内预料车辆转换车道的数量。输入参数是一条道路上车辆的密度 N ，从车道 1 到车道 2 或车道 2 到车道 1 的交织强度 (λ, μ) 和参数 r (作者令 r 等于 2)。

霍兰德⁵⁵ 考虑了所有行驶在同一方向三条车道的特点，他承认每条车道有其特性——右边车道车辆可以自由驶出，或运行到中间车道，中间车道上的车辆可以运行到相邻两个车道的任一车道上。左车道上的车辆只可以进入中间车道，求解的方法是用迭代法 (包括在计算过程流量图内)，并将其结果对照以前出版的资料绘制成图。

德留⁵⁶ 以及沃雷尔、布伦和格尔⁵⁹ 使用马尔可夫法描述多车

道高速公路上变换车道的过程。有兴趣的读者可以在这两个参考文献上找到有关过程应用到交通分析的资料。

译注:

①原文第141页左侧式 (8.19)

$$\begin{aligned} E(m|m>0) &= \frac{\text{average queue length}}{\text{prob.of nonempty queue}} \\ &= \frac{E(m)}{P(m>0)} \end{aligned} \quad (8.19)$$

疑为 $E(m|m>0) = (\text{average queue length}) \times (\text{prob.of nonempty queue})$
 $= E(m)P(m>0)$ (8.19)之误, 已在译文中更正。

②原文第142页式8.29: “ $E(w) = E(v) - 1/u$,” 其中 $1/u$ 疑为 $1/\mu$ 之误, 译文中已更正。

③原文第142页左侧倒8行: “ $\dots(u=2)\dots$ ” 疑为 “ $\dots(\mu=2)\dots$ ” 之误, 译文中已更正。

④原文第142页左侧倒4行: “ $\dots u=2\dots$ ”, 疑为 “ $\dots \mu=2\dots$ ” 之误, 译文中已更正。

⑤原文第142页左侧倒3行: “ $\dots \rho = \lambda/u\dots$ ”, 疑为 “ $\dots \rho = \lambda/\mu\dots$ ” 之误, 译文中已更正。

⑥原文第143页左侧式 (8.34): “ $P_n = \frac{\rho^n/n!}{\sum_{i=0}^N \rho^i/i!}$ ” 疑为 “ $P_n = \frac{\rho^n/n!}{\sum_{i=0}^N \rho^i/i}$ ”

之误, 译文中已更正。

⑦原文第143页左侧式 (8.35): “ $P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^N \rho^i/i!}$ ” 式中 $\rho^i/i!$ 疑为 ρ^i/i 之误,

译文中已更正。

⑧原文143页第13行式 (8.36): “ $P_N = \frac{\rho^N/n!}{\sum_{i=0}^N \rho^i/i!}$ ” 疑为 “ $P_N = \frac{\rho^N/n!}{\sum_{i=0}^N \rho^i/i}$ ” 译文

中已更正。

⑨原文第143页左侧倒1行式 (8.36) 编号与上式重复, 未予改正。

⑩原文第144页式 (8.39) 原式为:

$$P(nr) = \frac{r}{n} \cdot \frac{e^{-\rho} \rho^n \rho^{n-1}}{(n-r)!}$$

疑为

$$P(nr) = \frac{r}{n} \cdot \frac{e^{-\rho} (\rho^n)^{n-r}}{(n-r)!}$$

之误, 译文中已更正。

⑪原文第147页式 (8.51)

$$E(t) = \left(\frac{1 - e^{-qr}}{e^{-qr}} \right) \times \left(T - \frac{re^{qr}}{1 - e^{-qr}} \right) = \frac{1}{qe^{-qr}} - T - r$$

疑为: $E(t) = \left(\frac{1 - e^{-q\tau}}{e^{-q\tau}} \right) \times \left(T - \frac{\tau e^{-q\tau}}{1 - e^{-q\tau}} \right) = \frac{T}{e^{-q\tau}} - T - \tau$

之误, 已更正。

⑭原文第155页式 (8.66)

$E_d(t) = 1 + (e^{q\tau_2} - 1)(T - \frac{\tau_2 e^{-q\tau_2}}{1 - e^{q\tau_2}})$ 疑为

$E_d(t) = 1 + (e^{q\tau_2} - 1) \left(T - \frac{\tau_2 e^{-q\tau_2}}{1 - e^{q\tau_2}} \right)$ 之误, 译文中已更正。

⑮原文第160页左29行: “...at each succeeding $n\Delta t$...”, 其中 $n\Delta t$ 疑为 Δt 之误, 译文中已更正。

⑯原文第161页左右侧公式均有编号 (8.86), 编号上重复, 未予更正。

⑰原文第168页右侧23行 “... $\exp(1 - n + nG/C) \leq 1$ ”, 疑为 “... $\exp(nN - n + nG/C) \leq 1$ ” 之误, 译文中已更正。

8.7 参 考 书

1. Cleveland, D.E. and Capelle, D.G., Queueing theory approaches. pp. 49-98. In D. L. Gerlough and D.G. Capelle (ed.) *An Introduction to Traffic Flow Theory*. Special Report 79. Highway Research Board, Washington, D.C. (1964).
2. Adams, W. F., Road traffic considered as a random series., J. Inst. Civil Eng., 4: 121-130 (1936).
3. Tanner, J. C., The delay to pedestrians crossing a road. Biometrika, 38 (Parts 3 and 4): 383-392 (1951).
4. Edie, L. C., Traffic delays at toll booths. Oper. Res., 2(2): 107-138 (1954).
5. Moskowitz, K. Waiting for a gap in a traffic stream. Proc. Highw. Res. Board, 33: 385-395 (1954).
6. Haight, F. A., *Mathematical Models for Traffic*

- Flow*. Academic Press, New York(1963).
7. Prabhu, N. U., *Queues and Inventories*. Wiley, New York(1965).
 8. Cox, D, R., and Smith, W. L., *Queues*. Chapman and Hall, London (1971).
 9. Newell, G. F., *Applications of Queuing Theory*. Chapman and Hall, London (1971).
 10. Kometani, E., and Kato, A., On the theoretical capacity of an off-street parking space. *Memoirs, Faculty of Engineering, Kyoto University*, 18 (4): 315-328(1956).
 11. Haight, F. A., and Jacobson. A. S., Some mathematical aspects of the parking problem. *Proc. Highw. Res. Board*, 41: 363-374 (1962).
 12. Haight, F. A., Overflow at a traffic light. *Biometrika*, 46: 420-424(1949).
 13. Tanner, J. C., A simplified model for delays in overtaking on a two-lane road, *J. R. Stat. Soc., Ser. B*, 20 (2): 408-414(1958).
 14. Tanner, J. C., Delays on a two-lane road. *J. R. Stat. Soc., Ser,B*, 23 (1): 38-63 (1961).
 15. Raff, M. A., *A Volume Warrant for Urban Stop Signs*. Eno Foundation for Highway Traffic Control, Saugatuck, Connecticut(1950), pp. 62-75.
 16. Oliver. R. M., Distribution of gaps and blocks in a traffic stream. *Oper. Res.*, 10 (2): 197-217 (1962).
 17. Underwood, R. T., Tentative warrants for the installation of pedestrian crossings. *Res. Memo. No. 13. Country Roads Board*. Victoria (1957),

p. 18.

18. Tanner, J. C., The delay to pedestrians crossing a road, *Biometrika*, 38: 383-392 (1951).
19. Mayne, A. J., Some further results in the theory of pedestrians and road traffic, *Biometrika*, 41, 375-389 (1954).
20. Jewell, W. S., *Waiting for a Gap in Traffic*, Res. Rep. No. 6. Operations Research Center, University of California (1961).
21. Weiss, G. H., and Maradudin, A. A., Some problems in traffic delay. *Oper. Res.*, 10, 1, 74-104 (1962).
22. Herman, R., and Weiss, G., Comments on the highway-crossing problem. *Oper. Res.*, 9: 828-840 (1961).
23. Weiss, G. H., The intersection delay problem with gap acceptance function depending on speed and time. *Transp. Res.*, 1 (4) : 367-371 (1967).
24. Miller, A. J., A queueing model for road traffic flow. *J. R. Stat. Soc., Ser. B*, No. 23 (1961), pp. 64-75.
25. Evans, D. H., Herman, R., and Weiss, G. H., The highway merging and queueing problem. *Oper. Res.*, 12 (6) : 832-857 (1964).
26. Major, N. G., and Buckley, D. J., Entry to a traffic stream. *Proc. Austr. Road Res. Board* (1962), pp. 206-228.
27. Ashworth, R., The capacity of priority type intersections with a non-uniform distribution of critical acceptance gaps. *Transp. Res.*, 3 (2):

- 273-278 (1969) .
28. Blumenfeld, D. E., and Weiss, G. H., Merging from an acceleration lane. *Transp. Sci.*, 5 (2), 161-168(1971).
 29. Allsop, R. E., Delay at a fixed time traffic signal I: Theoretical analysis. *Transp. Sci.*, 6 (3), 260-285(1972).
 30. Greenshields, B. D., Schapiro, D., and Erickson, E. L., Traffic performance at urban intersections. Bureau of Highway Traffic, Tech. Rep. No. 1. Yale University Press, New Haven, Conn. (1947).
 31. May, A. D., Jr., Traffic flow theory—the traffic engineer's challenge. *Proc. Inst. Traffic Eng.* (1965), pp. 290-303.
 32. Beckmann, M., McGuire, C. B., and Winsten, C. B., *Studies in the Economics of Transportation*. Yale University Press, New Haven, Conn. (1956).
 33. Miller, A. J., Settings for fixed-cycle traffic signals. *Proc. Austr. Road Res. Board*, 2: 342-365 (1964).
 34. Webster, F. V., *Traffic Signal Settings*. Road Research Tech. Paper No. 39. Great Britain Road Research Laboratory, London (1958) .
 35. Wardrop, J. G., Some theoretical aspects of road traffic research. *Proc. Inst. Civ. Eng.* 1: 325-362 (1952) .
 36. Newell, G. F., Statistical analysis of the flow of highway traffic through a signalized intersection. *Q. Appl. Math.*, 13: 353-369(1956).

37. Darroch, J. N., On the traffic light queue. *Ann. Math. Stat.*, 35: 38-88(1964).
38. Kleinecke, D. C., Discrete-time queues at a periodic traffic light. *Oper. Res.*, 12: 809-814(1964).
39. McNeil, D. R., A solution to the fixedcycle traffic light problem for compound Poisson arrivals. *J. Appl. probab.*, 5: 624-635 (1968) .
40. Miller, A. J., Settings for fixed-cycle traffic signals. *Oper. Res. Q.*, 14: 373-386 (1963) .
41. Dunne, M. C., Traffic delay at a signalized intersection with binomial arrivals. *Transp. Sci.*, 1, 24-31 (1967) .
42. Potts, R. B., Traffic delay at a signalized intersection with binomial arrivals. *Transp. Sci.*, 1, 126-128 (1967) .
43. Newell, G. F., Queues for a fixed-cycle traffic light. *Ann. Math. Stat.*, 31: 589-597 (1960) .
44. Miller, A. J., Some operating characteristics of fixed time signals with random arrivals. Institute of Highway and Traffic Research, University of New South Wales (1969) .
45. Newell, G. F., Approximation methods for queues with applications to the fixedcycle traffic light. *SIAM Rev.*, 7 (2): 223-240(1965).
46. Hutchinson, T. P., Delay at a fixed time signal. II: Numerical comparisons of some theoretical expressions. *Transp. Sci.*, 6: 286-305(1972).
47. Little, J. G., Jr., Queueing of side street traffic at a priority type vehicle-actuated signal. *Transp. Res.*, 5: 295-300(1971).

48. Newell, G. F., Properties of vehicle actuated signals. II. One-way streets. *Transp. Sci.*, 3: 30-52(1969).
49. Newell, G. F., and Osuna, E. E., Properties of vehicle actuated signals; II. Two-way streets. *Transp. Sci.*, 3: 99-125 (1969).
50. May, A. D., Jr., and Keller, H. E. M., A deterministic queueing model. *Transp. Res.*, 1: 117-128 (1967).
51. McNeil, D. R., Growth and dissipation of a traffic jam. *Transp. Res.*, 3: 115-121 (1969).
52. Morse, P. M., and Yaffe, H. J., A queueing model for car passing. *Transp. Sci.*, 5: 48-63(1971).
53. Miller, A. J., An empirical model for multilane road traffic. *Transp. Sci.*, 4: 164-186(1970).
54. Schach, S., Markov models for multi-lane freeway traffic. *Transp. Res.*, 4: 259-266 (1970).
55. Holland, H. J., A stochastic model for multilane traffic flow. *Transp. Sci.*, 1: 184-205 (1967).
56. Wagner, F. A., Gerlough, D. L., and Barnes, F. C., Improved criteria for traffic signal systems on urban arterials. National Cooperative Highway Research Program Rep. 73. Highway Research Board, Washington, D.C. (1969) ,55.pp.
57. Wagner, F. A., Barnes, F. C., and Gerlough, D. L., Improved criteria for traffic signal systems in urban networks. National Cooperative Highway Research Program Rep. 124. Highway Research Board, Washington, D.C.(1971), 86 pp.
58. Drew, D. R., *Traffic Flow Theory and Control*.

McGraw-Hill, New York(1968).

59. Worrall, R. D., Bullen, A. G. R., and Gur, Y.,
An elementary stochastic model of lane-changing
on a multilane highway. Highw. Res. Record
308(1970), pp.1-12.

8.8 有关文献

- Allan, R.R., On the highway crossing Problem. proc.
Austr. Road Res. Board, 4: 529-548(1968).
Allan, R. R., Queueing on the minor road. proc.
Austr. Road Res. Board, 4: 549-566(1968).
Allsop, R. E., An analysis of delays to vehicle plato-
ons at traffic signals, pp. 98-104. In *Strassenbau
und Strassenverkehrstechnik* 1969 (IVth International
Symposium on the Theory of Traffic Flow) .Ka-
rlsruhe (1968).
Andrews, F. C., A statistical theory of traffic flow
on highways. I Steady-state flow in low density
limit. II. Three-car interactions and the onset of qu-
eueing. Transp. Res., 4: 359-377(1970).
Andrews, F. C., A statistical theory of traffic flow
on highways. III. Distributions of desired speeds. IV.
Semi-empirical steady state theory. Transp. Res.,
7: 223-242.
Ashton, N. R., Buckley, D. J., and Miller, A. J.,
Some aspects of capacity and queueing in the vicinity
of slow vehicles on a rural twolane road. Proc. Au-
str. Road Res. Board, 4: 595-612(1968).
Ashworth, R., The capacity of priority-type intersec-

- tions with non-uniform distribution of critical acceptance gaps. *Transp. Res.*, 3: 273-278(1969).
- Blumenfeld, D. E., and Weiss, G. H., On the robustness of certain assumptions in the merging delay problem. *Transp. Res.*, 4: 125-140(1970).
- Blumenfeld, D. E., and Weiss, G. H., On queue splitting to reduce waiting times. *Transp. Res.*, 4: 141-144(1970).
- Blunden, W. R., and Pretty, R. L., On the theory of deterministic cyclic traffic flows in networks, pp.287-299. In *Vehicular Traffic Science*. Proceedings Third International Symposium on the Theory of Traffic Flow, New York, 1967.
- Buckley, D. J., Leong, Y. F., Ong. C. K., Some results for a deterministic model of an element of a traffic signal system. *Strassenbau und Strassenverkehrstechnik 1969* (IVth International Symposium on the Theory of Traffic Flow) . Karlsruhe, 3: 364-376 (1968).
- Darroch, J. N., Newell, F. F., and Morris, R. W. J., Queues for a vehicle-actuated traffic light. *Oper. Res.*, 12: 882-895(1964).
- DeSmit, J. H. A., The transient behaviour of the queue at a fixed cycle traffic light. *Transp. Res.*, 5: 1-14(1971).
- Dunne, M. C., Traffic delay at a signalized intersection with binomial arrivals. *Transp. Sci.*, 1: 24-31 (1967).
- Dunne, M. C., and Buckley, D. M., Delays and capacities at unsignalized intersections. *Proc. Austr. Road*

- Res. Board, 6: 345-362(1972).
- Dunne, M. C., and Potts, R.B., Algorithms for traffic control. Oper. Res., 12: 870-881(1964).
- Dunne, M. C., and Potts, R. B., Control of traffic at an intersection. Proc. Austr. Road Res. Board, 2: 265-273(1964).
- Fry, A. T., and Buckley, D. J., Delay and interference in combined lanes at signalized intersections. Proc. Austr. Road Res. Board, 5: 15-39(1970).
- Gaver, D. P., Jr., Time-dependent delays at traffic merges. Oper. Res., 14: 812-821(1966).
- Gazis, D. C., Newell, G. F., Warren, P. and Weiss, G. H., The delay problem for crossing an n-lane highway, pp. 267-279. In *Vehicular Traffic Science Proceedings of the Third International Symposium on the Theory of Traffic Flow*, New York, 1967.
- Hauer, E. and Templeton, J. G. C., Queueing in lanes. Transp. Res. 6: 247-259(1972).
- Iyer, K. S. S., and Maheswaran Nambudripad, D.B., On a stochastic study of highway traffic, *Strassenbau und Strassenverkehrstechnik* 1969(IVth International Symposium on the Theory of Traffic Flow). Karlsruhe (1968), pp.67-71.
- Kleinecke, D. C., Discrete time queues at a periodic traffic light. Oper. Res., 12: 809-814 (1964).
- Leong, H. J. W., Some aspects of urban intersection capacity. Proc. Austr. Road Res. Board, 2: 305-338 (1964).
- Martin-Lof, A., Computation of an optimal control for a signalized traffic intersection. Transp. Sci., 1:

1-5(1967).

Miller, A. J., Analysis of bunching in rural two-lane traffic. Oper. Res., 11: 236-247(1963).

Miller, A.J., Queueing in rural traffic. pp.122-137. In *Vehicular Traffic Science*, Proceedings of the Third International Symposium on the Theory of Traffic Flow, New York, 1967.

Pearce, C. E., Queueing systems with transport service processes. Transp. Sci, 1: 218-223(1967).

Pretty, R.L., and Blunden, W.R., On the computer simulation of a single channel queueing facility for a wide range of arrival and departure distributions. Proc. Austr. Road Res. Board, 2: 248-260(1964).

Rosenshine, M., Queues with state-dependent service times. Transp. Res., 1: 97-104(1967).

Shaw, L., On traffic jam queues. Transp. Res., 4: 281-292(1970).

Weiss, G. H., The intersection delay problem with correlated gap acceptance. Oper. Res., 14: 614-618 (1966).

Weiss, G. H., Pedestrian queueing at an n -lane intersection, pp. 280-286. In *Vehicular Traffic Science*, Proceedings Third International Symposium on the Theory of Traffic Flow, New York, 1967.

8.9 习 题

1) 一个停车场负责人发现每天有一台自动售票机不能服务, 需要花费 50 美元派管理人员到那个车站工作。售票机平均失效率 (λ) 为 3 台次/天。当负责人选择一个修理系统 A 费用为 40 美元/天, 可能的修理设备的效率 (μ) 为 4 台次/天。一个高价的系统 B 可能的修理效率 (μ) 为 6 台次/天。费用为 60 美元/天。故障为随机泊松分布, 而修理一台售票机的时间为指数分布。求两个系统中哪一台的日总费用 (修理加上故障) 最少? 是 A 还是 B ? (答案 $A = 190$ 美元, $B = 110$ 美元)。

2) 车辆到达收费广场是随机的, 到达率为每分钟 10 辆, 计算下列每辆车排队的性质: (a) 单个收费亭服务是随机的, 平均服务率为每分钟 20 辆汽车, (b) 两个收费亭, 每亭服务是随机的, 每亭平均服务率为每分钟 10 辆。

3) 行人要求有 6 秒钟的最小车间时距 τ , 以便穿过一条道路。用节 8.5.2 中的方程求出每个行人的平均延滞, 以及车流率从 100 变化到 1200 辆/小时 (增量 100 辆/小时), 每个被阻滞的行人的平均延滞。结果作出图来。

4) 一个交叉口的周期长度 C 为 90 秒, 有效绿灯时间 g 为 60 秒, 车辆到达率为 720 辆/小时, 饱和车流 S 为 1/3 辆/秒 (所有数值均以小客车为单位)。方差与平均值之比 I 是 1.10。试用节 8.5.4 中所讨论的每一种方法求平均延滞。

5) 某高速公路高峰小时要求的交通量为 4500 辆/小时, 而连续交通流的通行能力为 5700 辆/小时。当此高速公路上有一辆车发生故障时, 其通行能力降低到 4200 辆/小时。要求在 15 分钟内清除故障。采用梅研究的方法 (节 8.6.1) 确定排队和延滞的特性。如果清理事故的时间减少到 10 分钟, 会出现什么情况?

第九章 交通流模拟

9.1 概 述

当任何理论着手讨论的时候，通常总有不断增长进行实验的要求。有时有检验个别模型的要求，有时有估计参数或常数的要求。还有尚未到达理论分析阶段调查情况的要求。有时只是为了取得系统的充分知识，以便开始模拟，有进行实验的需要。在运行设施上进行交通实验的处理有许多困难。试验者必须找到合适的场所，准备适合的仪表，然后等待发生适当的交通条件。如果这种条件持续的时间很短，试验就不得不进行几天或几周；因此，在现场要重复一个课题的试验几乎不可能。有些交通情况不会完全在一种设施上发生。有些实验操作可能带有危险的情况。有些实验会要求建造昂贵的设施。例如英国在不列颠 (Crowthorne) 运输和道路研究试验室所维修的一段试验跑道那样，能够在一定范围内进行实验，既不需要复杂的结构，也不会带来危险。但是，建贯的实验在一段试验跑道上进行，汽车、司机等的供应也要花费很多的钱。

由于高速度电子计算机的发展，使用数字计算机模拟，作为进行各种实验的方法，有日益增长的趋向。特别是对于那些具有重要随机特征的系统。

9.2 模拟的性质

20多年来，对于“模拟”这个名词，有过各种定义和解释。现在的用法指的是真实系统上模拟模型所进行的试验。现今模拟的重点是利用数字计算机来完成一个模型，交通流的模拟情况就是这样。虽然一些早期研究人员探讨了交通流模拟使用模拟计算

机的可能性，并且最近少数研究人员建议交通流模拟应用混合式计算机（例如，参见格林等人的研究⁴³），但重要的交通流模拟仍是使用数字计算机进行。

模拟的理由包括（但不需限于这些），

1. 在实际建造之前，必需检验新系统或运行程序的性能，

（a）新系统的建造可能造价很高或耗时很长，或两者同时出现。

（b）真实系统的试验可能会带来很多危险（例如交通事故）。

2. 必须检验在同等条件下的替换系统（例如，在现场的一种特有交通状况永远不可能完全再出现；在模拟中对同样的交通条件提出几种替换系统是很惯常的。）。

任何一种模拟可分为以下几个步骤：

1. 模型的公式化；

2. 模型简化成计算机可以接受的语言；

3. 程序检查和模型的内部检验；

4. 试验的规划和设计；

（a）试验设计要能取得所希望的数据；

（b）确定每个试验如何进行的方法。

5. 性能试验：

（a）模型的有效性；

（b）新条件下的模拟。

6. 结果说明。

这些步骤在下节逐一讨论。

9.3 交通流模拟的历史记载

虽然交通流模拟的建议，早在1949年^{*}就已经提出，但好几年以后才出版了论述技术上可能性的文件²⁻³，在美国^{**}大约在

* 与 D.L.Gerlough 进行非正式的讨论时 M.Asimow 提出的建议。

** 看来英国早在1953年（不列颠国家物理实验室的 D.W.Davies 同 D.L.Gerlough 的谈话）就已经用某种计算机进行交通模拟，Webster⁷ 在交通信号装置上准备他的经典著作中利用这种研究。

1954年才实际上运用计算机进行交通的模拟^{4~6}。很多的研究是有关如何进行交通流的模拟。大约在1960年才普遍地承认交通流的模拟是可能的和可行的，并且致力于发展，有效验证和模拟程序的大规模使用。由瓦格纳⁸等论述的研究是这些方面努力的典型代表。

9.4 随机输入的产生

交通模拟最重要的特征之一是产生随机事件的能力。这样的生成分为两个步骤：首先是随着均匀（矩形）分布产生的随机数；其次，作为概率处理随机数，代入相当的分布函数，以便求解有关事件。

9.4.1 随机数的产生

很多程序设计系统具有“内部”的随机数发生器。当使用一个具有这样发生器的系统时，研究者可使用该系统的适当指令，简便地调用随机数。即使现代大多数模拟程序的设计者都具有一个有效的随机数发生器，但通晓随机发生器的原理，还是有用的和值得的。

与其用随机数，毋宁用“伪随机数”这个名词，这是非常正确的。用于产生数的过程具有高度的非随机性。但是当统计检验所产生的数，却不具有任何非随机性。可以用于产生伪随机数⁹的算法虽很多，但是由于方便性和可靠性仍然最通用的是一种简单的“增殖过程”的方法。¹⁰ 该法可以描述如下：

$$R_m = \rho R_{m-1} \text{ Mod } b^n \quad (9.1)$$

式中： R_m ——第 m 个随机数；
 ρ ——乘数；
 n ——用于专门计算机上规定字码的进位数；
 b ——计算机的数基；

$Mod b^n$ ——指令只用低位数或全 ($2n$ 个数) 乘积次要的一半 (用 b^n 的最大整数倍除乘积以后的余数)；

R_0 ——选用任一奇数为起步数。

这种乘法过程是一般“同余”算法的特例，可以表述为：¹¹

$$R_m = [\rho R_{m-1} + c] Mod b^n$$

这样，该乘法过程就是 $c = 0$ 的“同余”方法。

这样产生算法的结果可以做为符合均匀 (矩形) 分布的一系列分数使用。以下作为乘法过程的一个例题，令 $R_0 = 3$ ， $\rho = 97$ 和 $b^n = 100$ (即 $b = 10$ ， $n = 2$)。

则：

$$\begin{array}{ll} 03 \times 97 = 0291 & R_1 = 91 \\ 91 \times 97 = 8827 & R_2 = 27 \\ \dots\dots \end{array}$$

样本生成过程的结果列于表 9.1，表中包含有 20 个数值的“随机序列”，此后该序列为重复的，* 这说明使用这样的伪随机生成过程中问题之一 (即有一个重复的周期)，然而如果计算机的字号大，并且 R_0 和 ρ 值选择恰当，则对于大多数模拟应用来说，这个周期长度通常是充分的。应该注意保存最后的随机数，使有可能在序列重新开始时，无须返回到各个起始数字。另一方面，如果对于某些个别试验，设要求对于试验的每一部分提供同样的车辆到达序列，则使用随机生成的同样的初值，会提供这个特点**。

ρ 值可根据一个基数，相对于计算机的数基来说是质数，并且使上升到计算机的一个字码所能容纳的最高幂来选择。如果对于可能的最长周期，需要设计一发生器，可使用赫尔和多贝尔所讨论过的程序。

-
- * 应当指出所有的数都是奇数，这是由于选择一个奇数作为初值，并且乘以质数的一次幂的结果。
 - ** 如果几种函数 (除随机到达外) 都用随机数，要是同样的交通承受几种实验条件，则应提供各自生成的程序。

9.4.2 期望的随机变量的产生

从某一分布函数中引出一个期望的随机变量的运算，可用图 9.1 来说明，该图表示一个变数为 x 的累积概率分布。虽然这条曲线通常被设想为如同代表自变量 x 值的函数一样代表概率，但在目前应用中变数作用颠倒了。如节 9.4.1 中所描述，产生的随机数（分数）被解释为概率，并用作自变量给定 x 值作为函数进入分布。〔对于这个过程必须使用累积概率分布而不是概率密度函数〕。

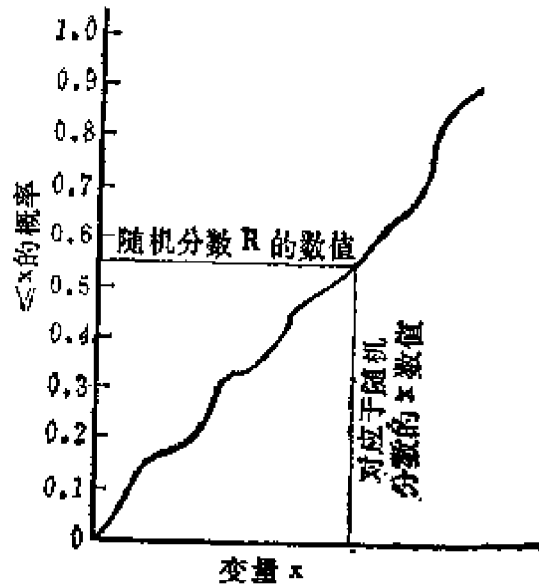


图9.1 利用累积概率分布将均匀分布的随机数转换为期望分布¹⁹

当已知累积分布的解析表达式时，可通过简单的解方程方法来换算。例如按照负指数分布来求分布的变量时，其解算进行如下：

$$P(h < t) = 1 - e^{-t/T}$$

此式可简化为：

$$\begin{aligned} P &= 1 - e^{-t/T} \\ t &= -T \ln(1 - P) \end{aligned} \quad (9.2)$$

一个随机数可以代替 P 或 $(1 - P)$ ，并用所得 t 值作为期望的车间时距。

关于移位负指数的关系式为：

$$t = (T - \tau) [-\ln(1 - P)] + \tau \quad (9.3)$$

然而，如果需要一个离散型分布，例如泊松分布，必须采用步进法求解。泊松分布的方法如图 9.2 说明，现描述如下：首先，产生一随机分数 R 如前述。然后用方程 3.6，一项一项组成累积泊松分布。每一步累积均须与 R 相对照。当找到满足关系式 $P(x) \geq$

随机数例题

表9.1

m	R_m	m	R_m
0	0.3	11	59
1	91	12	23
2	27	13	31
3	19	14	07
4	43	15	79
5	71	16	63
6	87	17	11
7	39	18	67
8	83	19	99
9	51	20	03
10	47		

R 的第一个 $P(x)$ 值时，则相应的 x 值取作随机变量（到达数）。在计算机上完成这个过程的框图是鸠洛夫提出的¹⁰。

另一方法是事先产生和储存一张以概率作为自变量而时间作为函数的表。这可采用不同的 t 值而计算 P 值来编制。当运算时，用随机分数检索表中 P 值。当求得适当的 P 值时，与其对应的 t 值即可做为到这车间时距。

对于从一个正态分布产生的随机变量，可用下列特殊方法：

1. 从均匀分布抽出 12 个随机分数。
2. 这些分数求和，给出第一个正态的变量。
3. 重复使用 12 个不同的随机分数，给出第二个正态变量。

这个结果就是从平均值为 6，方差为 1 的分布中变来的。（这个

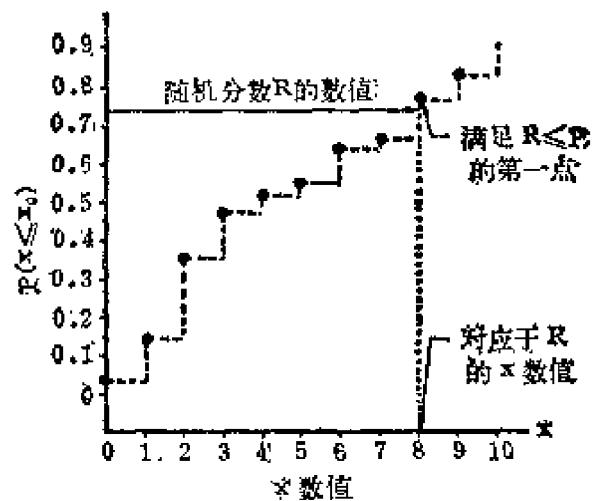


图9.2 按照离散型分布，使用步进式计算随机变量的运算¹⁰

结果可用中心极限定理来解释)

9.5 模型的公式化

模拟模型的公式化可以根据下列定义或下列各项的选择开始:

1. 所模拟的交通情况。
2. 所使用的“品质因数”或“有效性的量度”。
3. 所包含的复杂程度。
4. 所使用的交通生成(到达)模型。
5. 按照模拟的情况调整交通模型。
6. 所使用的计算机语言(见节9.6)。
7. 所使用的计算机(它常常是最容易得到的一种)。

初看在模型生成中包括第6和第7两项似乎不适宜。然而在很多情况下这两项常常影响到其它各项,特别是第3和第5项的选择。

与其用一般名词来描述模型的组成,倒不如用选择的例题来说明这个过程。

9.5.1 模拟例题: 交叉口负荷系数*

(注意: 交叉口负荷系数被定义为: “高峰小时车辆全部利用绿灯信号周期的总数与同一期间绿灯周期到达总数之比”)。

与通行能力有关的负荷系数的研究,应通过模拟进行,一旦决定,模型组成贯彻下列步骤:

1. 所模拟的情况: 具有定时信号的交叉口入口、随机变量的到达率、确定性变量的离去率。
2. 品质因数: 个别车辆的延滞(所有车辆最大的和平均的延滞)、饱和度、负荷系数、最大排队长度。
3. 希望一个比较简单的模型。

* 在编写这个例题中, May 等的著作^{13, 14}被大量录用。

4. 车辆到达频率采用方程 3.10 的复合指数模型。图 9.3 是关于这方面生成的框图。相对于某一基准点的到达时间，依据以前的总时间加上新的车间时距来计算。参数计算按照格雷柯与疏特的方法¹⁵ 进行。

5. 用下列推理处理车辆从它们的到达点经过交叉口的全过程：

(a) 从队列排头驶出的车辆，可以根据格林息尔治¹⁶ 的资料如下：

(b) 如果是绿灯信号而且又没有排队，则下一辆车到达时通过交叉口没有延滞。

(c) 如果是绿灯信号而且有车辆排队，则队列排头车按照格林息尔治表通过交叉口。每次到达车辆加入队列直到轮到它前进。

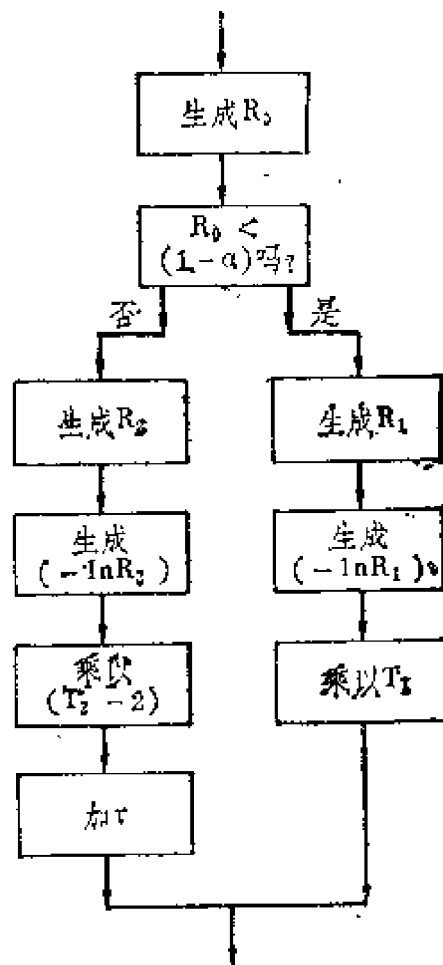


图9.3 方程3.10复合指数模型产生的流程图¹⁷

绿灯开始时在队列中的位置	从绿灯开始直到到达交叉口的入口时间(秒)	绿灯开始时在队列中的位置	从绿灯开始直到到达交叉口的入口时间(秒)
1	3.8	4	12.0
2	6.9	5	14.2
8	9.0	≥ 6	14.2 + 2.1(M - 5)

(d) 如果是红灯信号，到达车辆排队，直到绿灯开放。

(e) 记录每辆车到达直到离去的时间。这时离开时间和到达时间之差，就是延滞。

(f) 时标前进以均匀间隔 0.1 秒表示。

(g) 在每辆车离开交叉口的情况下，它的延滞列入运行平均值。此外，它的延滞同前面最大延滞相比较，取其较大值。

(h) 当每个信号标记到结束时，程序内就要改变信号的现有状态。

(i) 在信号灯转变为红灯之前，要检查一下，确定绿灯时间是否被充分利用。

(j) 在试验工作结束时，计算各种“品质因数”并打印出来。

6. 程序被写成符号指令码

(Basic)。

7. 模拟将在远程终端具有联机分时系统的计算机上运转。

这个程序的流程框图示于图 9.4，程序表列于附录 D-2。该程序在许多方面是比较简单的，主要有：(a) 不考虑反向或横穿的交通，(b) 时间是以均匀间隔表示（定时扫描），(c) 只产生一种类型的随机事件（到达时间）。然而这程序说明了在构造模拟中所包括的步骤。

9.5.2 模拟例题：简单的四条道路交叉□

现在有可能进一步模拟比较复杂的状态；即图 9.5 所示的四条道路交叉路口，如沃雷尔¹⁷所描述的。几种类型的事件随机地发生了。该交叉口包括两条单向街道，每条街道只有一股车道。

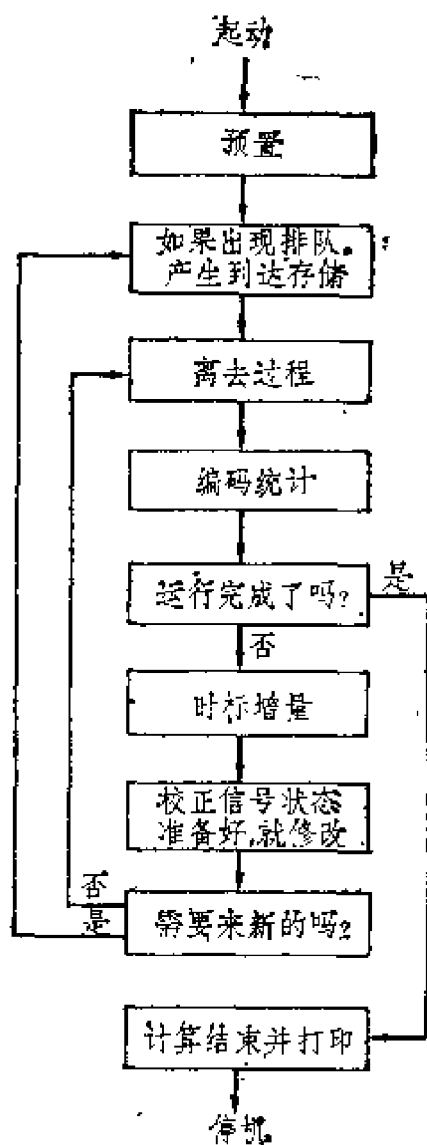


图9.4 关于模拟例题的流程框图

东西向街道对于南北向街道来说有优先权。假设为低交通量而且到达的车间时距服从方程 3.8 的负指数分布。式中 T 值为 $3600/V$ ，这里 V 是到达的交通量，以辆/小时表示。每条进口上的车辆转弯或继续向前直行（作为输入资料）均分配一定的概率。可插车间隙的分布现以表的形式列出，同样的分布用于所有的间隙（见表 9.2）。

图 9.5 说明北南向车辆在接受或拒绝东西向车辆之间的间隙时，所作的判断。模拟模型可借助于图 9.6 框图进行描述。

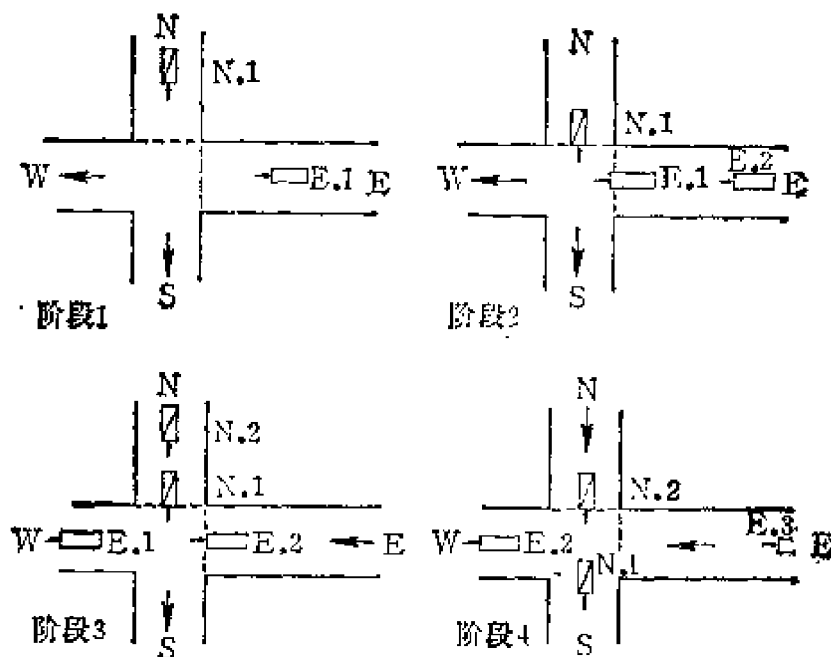


图 9.5 用图解法表示模拟交叉口的各种条件¹⁷

阶段1. 车辆 N_1 和 E_1 接近交叉口。

阶段2. 车辆 N_1 到达交叉口后，观察东西向车流中有无可插车间隙，但是在 E_1 和 E_2 之间现有间隙不能插车，所以车辆 N_1 受到延滞。

阶段3. 车辆 N_1 继续观察东西向车流中有无可插车间隙，并且车辆 N_2 到达交叉口形成排队。

阶段4. E_2 和 E_3 车辆之间的间隙允许 N_1 插车，因此车辆 N_1 前进通过交叉口而 N_2 开始寻找可以插车的间隙。然

而在 N_1 离开前和 E_3 到达之间车辆 N_2 不能插车, 所以 N_2 要继续受到延滞。

输入数据包括两条入口的交通量等级和一个插车间隙表。输入操作见图 9.6 顶部第一逻辑框所示。这逻辑框包含所有计数器的初始位置等等。模拟环路从第二逻辑框“产生下一个北南向到达间隙”开始。由最初发生的随机分数而产生到达间隙, 然后将随机分数代入式 9.3。新到达车辆的实际到达时间, 是将产生的车间时距加到前面北南向车辆的到达时间而得。

在这一位置检验新的北南向车辆无延迟到达的时间, 是否超过实验的最大持续时间是适当的。如果已到达极限, 程序转移到计算, 并打印输出结果; 否则, 程序继续下去。

其次计算新的北南向车辆的有效到达时间。这是车辆到达停车线的时间。这个计算由确定前述北南向车辆是否已通过交叉口开始; 如果还没有通过, 那末新来的车辆就参加排队; 如已通过, 则新的有效到达时间等于新的实际到达时间。

排队可以有几种处理方法:

一个有效方法就是在计算机内部建立三列宽的数组并且有足够的长度, 以便适应预期的最长的排队。此外, 排队计数器指出现在队列中的车辆数。当每辆新来车加入排队行列时, 首先排队的筹码增加, 然后挑选出相应于计数的数组这一行。这一行的三列填上实际到达时间、有效到达时间(如果能当时计算出)和离去时间(如果当时能算出)。当队列中第一辆车驶出并通过交叉口时, 数组中第一行即被消去, 其余各项均向上移动一行, 最后一辆车留下来的空位上填“0”, 并且队列筹码减少。同时要再进行离去时间和实际到达时间的进一步计算。

确定东西向车流对北南向队列的第一辆车的可插车间隙, 产生随机分数; 然后把这个分数和表 9.2 中百分数的数值相比较。相应于随机分数的间隙, 即被作为北南向车辆可以插车的最小间隙。

现在开始有关东西向车流间隙的大量系列试验。首先试验北南向车辆(在队列头部)的有效到达时间是否迟于(大于)形成

节9.4.2例题可插车间隙分布

表9.2

间隙 (秒)	可插车的%	间隙 (秒)	可插车的%
0~2	0	10~11	92
2~3	9	11~12	93
3~4	18	12~13	94
4~5	22	13~14	96
5~6	40	14~15	96
6~7	59	15~16	97
7~8	61	16~17	98
8~9	80	17~18	99
9~10	90	≥18	100

的最后一辆东西向车辆到达时间。如果是这样，那就需要形成一新的东西向车辆到达间隙和到达时间。所用方法与用于北南向车辆的方法相同。如果东西向车辆到达的时间超过了实验时间的极限，则运算结束（计算完毕，打印输出结果）；否则，增加东西向交通流读数，检查东西向车流中现有间隙是否可由北南向车队中第一辆插车。现有间隙是东西向最后一辆车到达时间减去北南向车辆的有效到达时间。此间隙算出后再同先前算出的最小可插车间隙进行比较。

如果这个间隙不可以插车，北南向队列为头车辆的有效到达时间，要调整到后面东西向车辆到达时间，产生新的东西向行车。假如这个新的东西向车辆到达时间没有超过东西向交通实验持续时间，则东西向车辆读数增加1辆，并检验新的东西向车辆前面的间隙的可插车性。如果现有间隙（在上一节里已讨论过）可以插车，则接受，而北南向车进入交叉口的离去时间，作为它的有效到达时间加适当的起动延滞计算。从它离去的时间减掉到达的时间，计算车辆在队列中的延滞。该延滞加到延滞的累计记录中。为了一辆车离去调整队列后，由于产生新的北南向行车而北南向车计数增加，模拟环路重新起动。

本例说明了两个重点，第一除了在两个进口上到达频率随机形成外，随机发生可插车间隙。第二，“时标”不是按照均匀的周

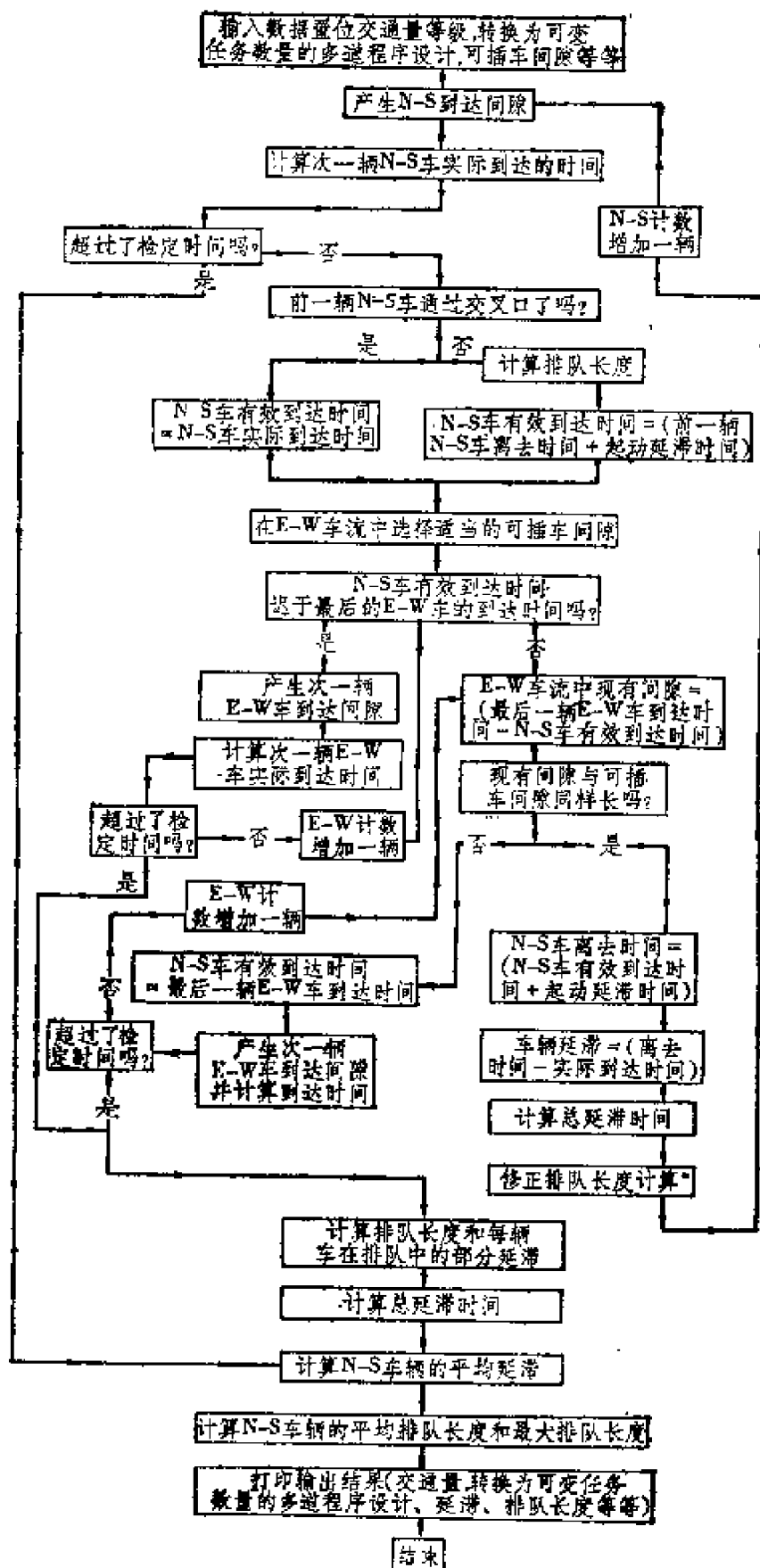


图9.4 交叉口模拟的流程框图¹⁷

期性间隔前进，而代之以检验是从一个重要时刻移到另一个重要时刻。“检查”或“扫描”被分别当作“周期扫描”或“事件扫描”，这些方法上的差异是众所周知的。

9.5.3 模拟例题：高速公路合流区

本例根据沃尔的一篇论文¹⁸，包含一个稍为复杂一点的高速公路合流区模拟。图 9.7 表示高速公路合流区的布置示意图。要量测的品质因素是对车辆由匝道进入高速公路的延滞，作为高速公路与匝道交通量的函数。模型组成系从以下几点设想开始：

1. 合流区离交通生成来源相当远，交通管制论到高速公路与匝道车辆，以随机形式来到交叉口。

2. 优先权总是赋予高速公路上的车辆。这样，如产生冲突时（匝道车辆和高速公路的车辆之间），只能使匝道车辆延缓进入到高速公路的交通流中。

3. 高速公路上的车辆在合流区不能转移车道，这样，在多车道高速公路上，只须考虑外侧车道。这个区域可以用一条单车道的高速公路和一条单车道的匝道来表示。

4. 在高速公路车流中寻找可插车间隙时，匝道上车辆要作为正在运行还是停止（延滞）来考虑，而对于每种情况，可使用可插车间隙的不同分布。

5. 停止在匝道第一排上等候进入高速公路的车辆，在进入高速公路车流的过程中要遭受 5 秒钟的加速损失；道到延滞但直接从第二排位置进入的匝道上的车辆，也同样有加速损失。当第一排车辆受到延滞时，进入高速公路要附加 3 秒钟起动反应延滞；对于第二排的延滞车辆，当从这个位置直接进入时，要附加 2 秒钟的起动延滞。

6. 匝道上车辆在进入高速公路时，被直接在前头的高速公路车辆阻滞，遭到 2.0 秒钟的延滞。

这些设想考虑到高速公路合流地区的特征，只根据五个要素，如下：

1. 可以插车的相对低速度入口间隙(即车辆行驶情况);
2. 可以插车的相对高速度入口间隙(即车辆停止状态);
3. 高速公路下一个到达间隙;
4. 匝道下一个到达间隙;
5. 现有的入口间隙(或延滞)。

这些不同的间隙(和延滞)用图解法示意于图 9.7。一个可以

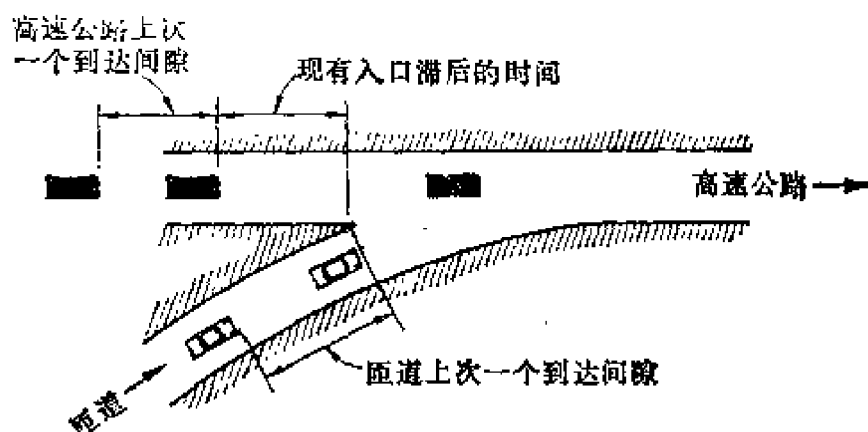
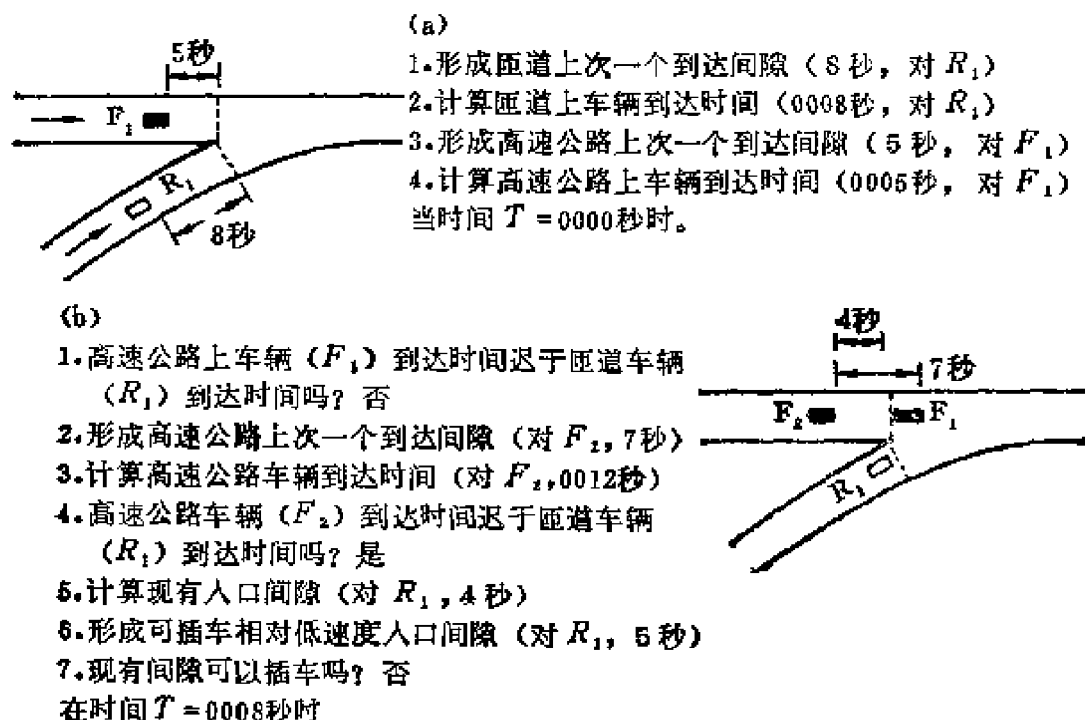


图9.7 高速公路合流区布置示意图¹⁸

插车的相对低速度入口间隙是为车辆所接受的间隙，进口不用停车。一个可以插车的相对高速度入口间隙，是进口前停在匝道上的车辆可以接受的间隙。然而必须注意到可能已经停着的第二排车辆，在前面车辆已经进入之后，会同运行车一样进入。模拟事



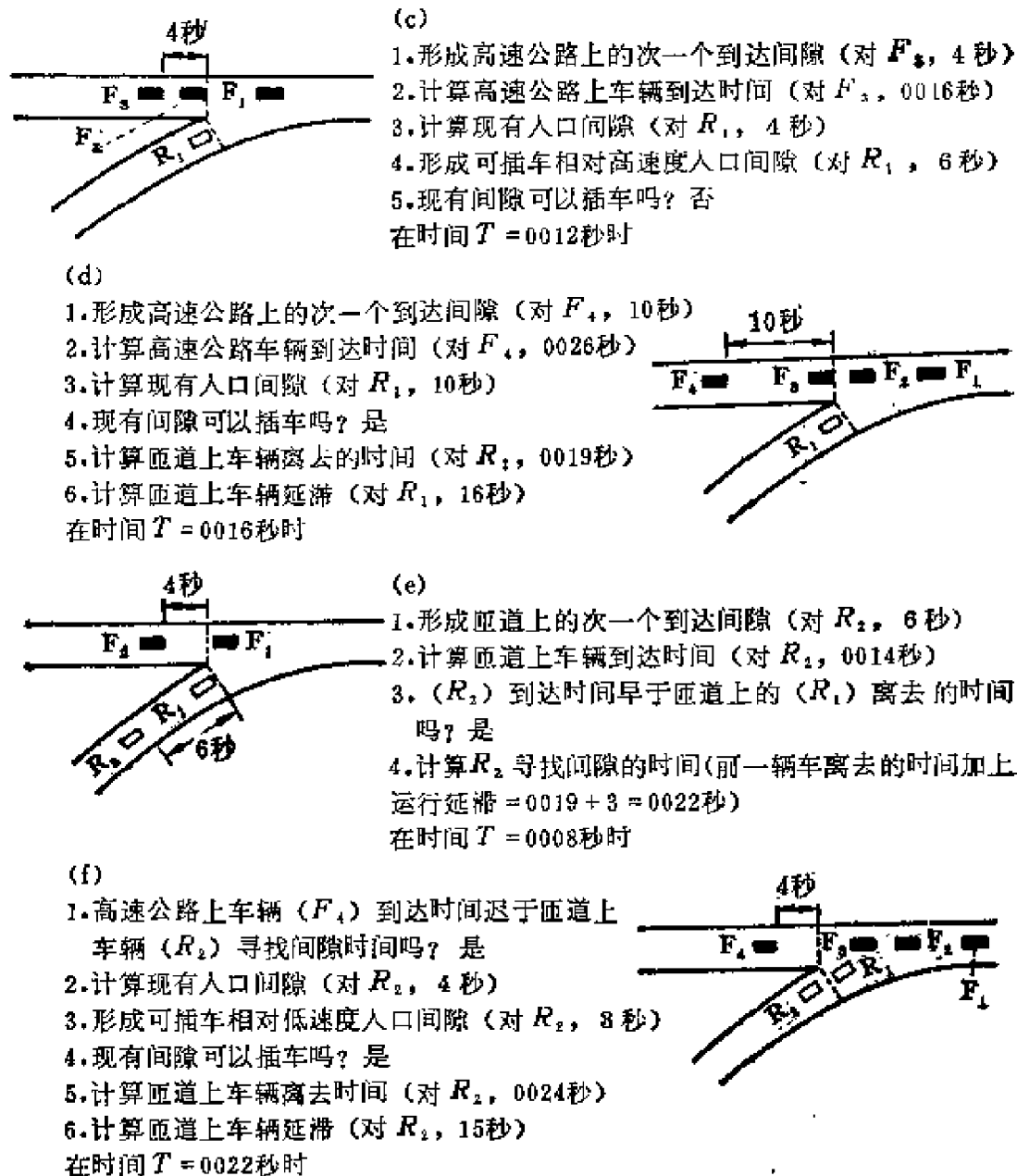


图9.8 模拟事件的序列¹⁹

件的序列示于图 9.8，而图 9.9 则为计算过程的程序框图。

如同沃尔所描述¹⁸：

模型的一般原理和某些结构可通过图 9.8 的例子作最好的描述。在这个例子里，实验可以从任意时间，例如 $T = 0.000$ 秒开始。第一步是形成匝道上下一个到达间隙（8 秒）和高速公路上下一个到达间隙（5 秒），然后确定匝道上和高速公路上的次一辆车到达匝道“顶端”的时间。这些步骤均于图 9.8 (a) 中表明。匝

道上的驾驶员将根据他所希望的到达匝道顶端的时间和高速公路上适当的有效间隙来确定它是否进入高速公路。如果在匝道上车辆到达顶端时，正好在高速公路上的车流中有一个可以插车的间隙，它就进入。如果没有，它就延滞，必须等候高速公路车流中的下一个间隙。图9.8 (b) 表明在匝道上车辆到达顶端时，匝道和高速公路上各自第一辆车的位置。因为高速公路上第一辆车已经在匝道上的第一辆车到达之前通过顶端。所以必须确定高速公路下一辆到达间隙(7秒)和它到达顶端的时间(0012秒)。必须校核以确保高速公路上车辆到达时间(0012秒)迟于匝道上车辆到达时间(0008秒)。这是因为现有入口滞后或间隙(即匝道上车辆可用以进入高速公路车流中的间隙)必须算出来(它是4秒)，

(假如高速公路上车辆到达时间不迟于匝道车辆到达时间，必须继续确定高速公路上以后的车辆到达时间，直到第一次找出高速公路上车辆到达时间迟于匝道车辆的到达时间)，据此必须“形成”对匝道上车辆可以插车的相对低速度入口间隙(5秒)。

因为现有的入口滞后是不能插车的，匝道上的车辆至少要延滞到高速公路上第二辆车通过。图9.8 (c) 表明高速公路上第二辆车到达顶端时(0012秒)，车辆的各自位置：此时，匝道上车辆检验高速公路上次一辆到达的间隙(4秒)。在此情况下，此间隙也是现有入口间隙。由于匝道上车辆已经被延滞，我们必须决定其可以插车的相对高速度的间隙(6秒)。再次，现有入口间隙对匝道车辆不能超车，必须检查高速公路上的下一个间隙。

图9.8 (d) 表明高速公路上第三辆车到达顶端时车辆的各自位置。确定高速公路上次一辆车到达间隙(10秒)，并计算高速公路上第四辆车到达时间(0026秒)。现有入口间隙(10秒)大于可插车的相对高速度间隙(6秒)，所以匝道上车辆能够接受此间隙并进入高速公路。匝道车辆离去时间(0019秒)是高速公路上第三辆车到达时间(0016秒)加上考虑到起动反应延滞等操作延滞(3秒)。最后一步是计算匝道车辆的延滞。这就是它的离去时间(0019秒)减去它的原来到达顶端时间(0008秒)加上进入高速公路车流的加

速延滞时间 5 秒。这样总延滞是 16 秒。

匝道上的第二辆车要在匝道上第一辆车离去之后相当时间才能进入高速公路。可是匝道上第二辆车到达匝道较第一辆车离去时间早而在队列中等待。因为我们主要的是关心匝道车辆进入高速公路车流的延滞。匝道上车辆到达顶端的原始时间及其实际进入高速公路车流的时间都必须计算。这样图 9.8 (e) 的头两个步骤是形成匝道上的次一个车辆到达间隙(6 秒)和计算匝道上第二辆车到达时间(0014 秒)。接着就必须弄清匝道上车辆是否为匝道上前一车辆所延滞;这就是,匝道上第二辆车的到达时间比匝道上前一车辆离去的时间早吗?假如匝道上车辆因前而车辆而延滞,匝道上车辆实际上开始寻找离速公路上可插车间隙的最早时间,必须根据匝道上前而车辆离去的时间进行计算。因此,计算匝道上第二辆车所谓“寻找间隙”时间(0022 秒),等于匝道上前面车辆的离去时间(0019 秒)加上运行延滞(3 秒),考虑觉察和反映时间等等。

下一步是确定高速公路上车辆最早的到达时间,那是迟于匝道上第二辆车寻找间隙的时间。在此情况下最后计算出高速公路上车辆到达时间(对离速公路上第四辆车为 0026 秒)是迟于匝道上第二辆车寻找间隙时间(0022 秒),所以现有入口滞后是这两者间的时间之差即 4 秒。根据早先的设想,对于匝道上的车辆等候可插车的相对低速度入口间隙(3 秒)必须计算出。现有的入口间隙是可以插车的,匝道上的第二辆车也就进入高速公路;见图 9.8 (f)。它的离去时间(0024 秒)是寻找间隙时间(0022 秒)加上运行延滞 2 秒;它的延滞时间(15 秒)是离去时间(0024 秒)减掉到达时间(0014 秒)加上加速度延滞时间 5 秒。

当需要多次模拟试验时这些步骤可以重复进行;当然“样本”数或试验次数是所需的精确度、时间和经济考虑的函数。

程序框图 9.9 必须分解成较细的部分,以便易于编制实际的计算机程序。例如车辆可插车间隙的形成,如同图 9.9 所示,系采用图 9.10 的方法来完成的。

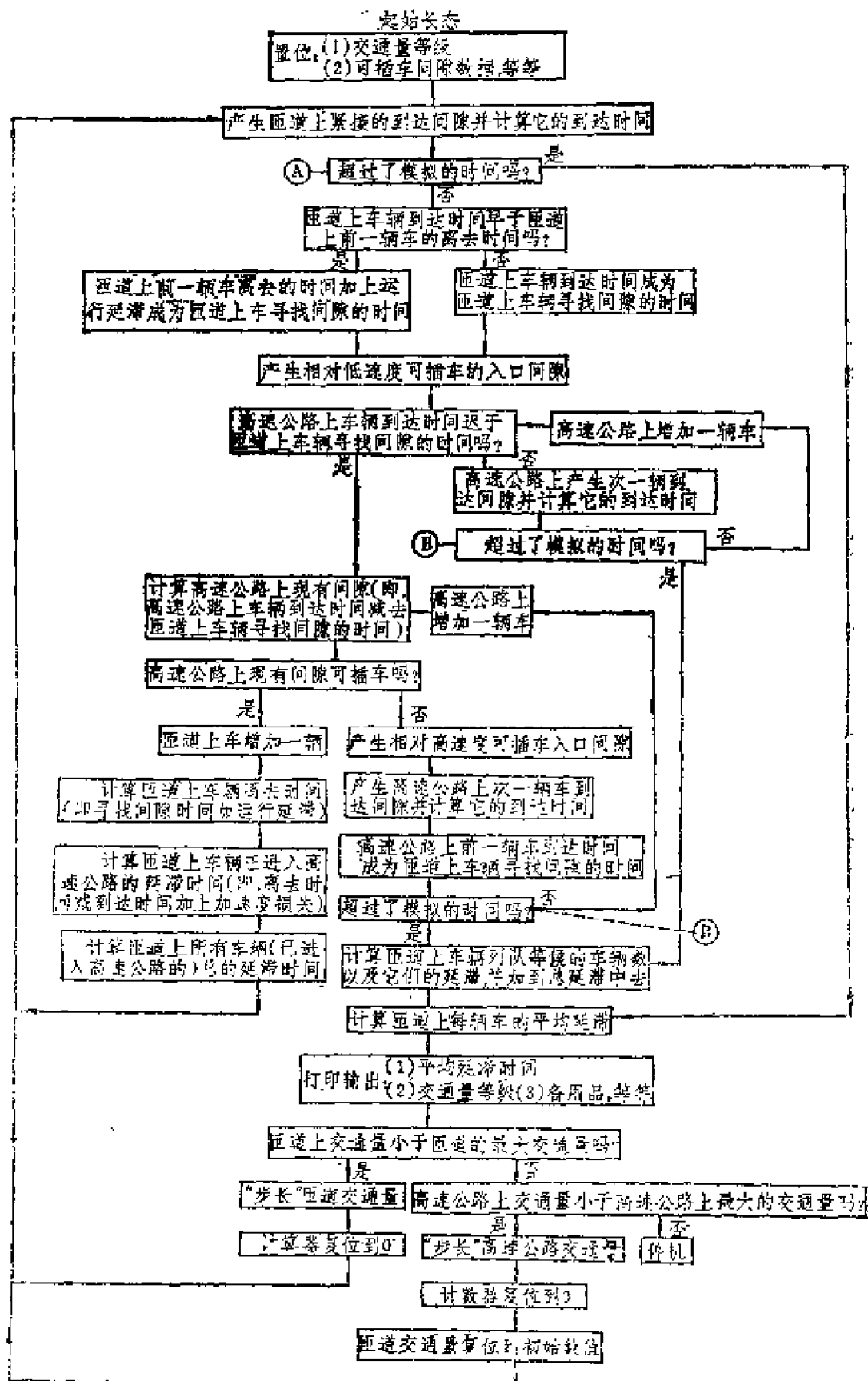


图9.9 计算过程流程框图¹⁸

9.6 计算机程序

模拟问题的逻辑推理公式化已经解决，下一步工作就是将它变换成计算机程序。在交通模拟的早期，把它写成机器语言的程序是很费力的事。然而现在，使用者可以籍助于现有的各种语言来帮助模拟。有通用语言，例如，FORTRAN，能使程序编写者基本上用代数性质的语句进行工作。也有几种为模拟特别设计的高阶语言。在美国这种语言最著名的有两种，就是：

“SIMSCRIPT”和“GPSS”，这两种语言在附录 D—1 中作了摘要的介绍。现在大的模拟程序，特别是各个计算中心在使用的程序，均能很好地用 FORTRAN 语言编写。在使用“一次通过”（编程序）的基础上要编写出很多小程序的场合，值得考虑使用某些特殊的模拟语言。（当然在许多情况下，选择一种高阶语言决定于可使用的计算机或者由计算机中心管理部门决定，在此种情况下使用者应使自己适应于可使用的语言。）

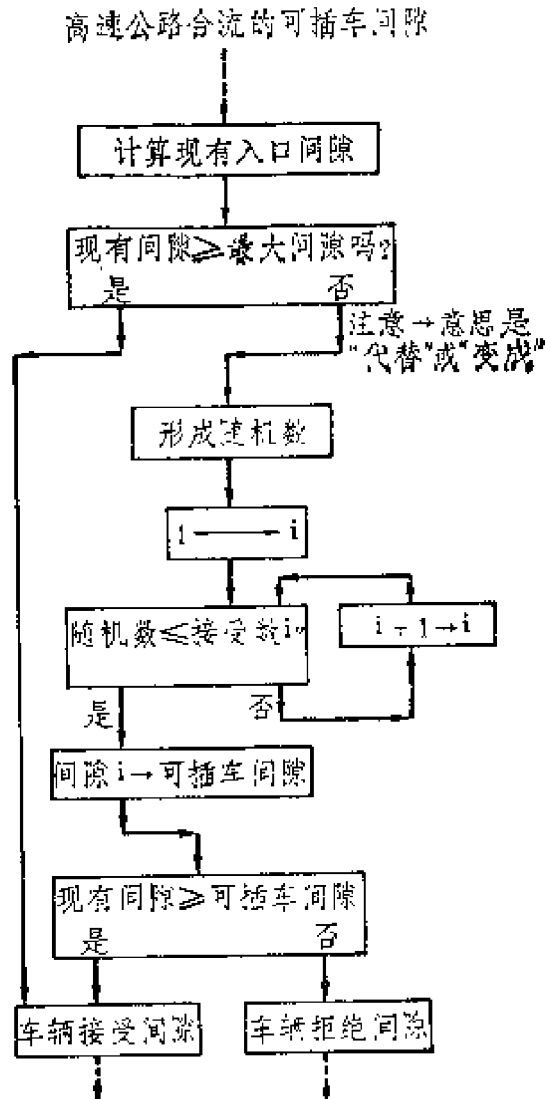


图9.10 高速公路可插车间隙¹³的形成

9.7 程序检查

模拟程序的检验有两种类型：“调试”和“有效性检验”。调试

确定程序是否能进行工作，如能工作就正确地表达了确定的模型。有效性检验是确定模型是否能满意地表达被模拟的系统。有效性检验是统计上的实验，将在节 9.8 中进一步讨论。

调试有多种方法去进行，当模拟程序编好后，无疑地还有很多子程序或执行特殊任务的其它特别部分。当编写好这些特殊部分后，都必须检验，这样的检验可能需要编写出特殊的检验程序，以便提出数据，并打印出被检验的子程序的结果。尽管这些试验带来额外的工作，但保证每个子程序能在其内部适当地工作，不仅证明这种工作是值得的。当然这些试验必须应用检查题目或检查数据，而此题目或数据应有已知结果或有可能很容易用手算校正其结果。要注意保证在一切可能情况下进行试验并能避免某些模糊的不合逻辑的结果。

所有子程序均已分别检验并改正后，然后整个程序就可进行汇总和检验。如果总的程序很长，最好每次将其中几个子程序放在一起进行逐步检验。检验时，如果寻找特别“故障”根源的其它措施失败了，可以使用追踪办法将计算的每个步骤均打印出结果(很多计算中心有特殊的跟踪程序)，一旦整个程序都已完成了检验和调试，就立即准备作有效性实验。

9.8 实验的规划和方案

和所有的实验工作相同，为了缩小实验总量并使能和需要的显著性水平一起作出论断，模拟试验的统计方案是重要的。模拟试验之所以优于现场实验，在于模拟能使试验人员更容易控制各种变化，并且可以视需要附加重复的试验。这就导致某些实验人员忽视下述情况：(1)计算机的机时是花钱的，(2)计划任何实验都必须权衡一下：增加试验项目所花费用能否与所获得的资料的价值相当。

关于计算机模拟试验，试验方案应考虑的内容为：

1. 要考虑的问题，例如系数水平(Factor level)和系数*综合

* 这里的“系数”是用于统计试验中的方案检测。

的选择，试验次序，最小随机误差，以及传统的和计算机模拟方案中的问题²⁷。

2.关于起动模拟进行的计划。

3.有效的检验方法。

9.8.1 一般模拟试验方案

因篇幅所限不允许详细地论述试验方案。模拟试验利用所有试验方案的常用类型而着重于反映表而探查²⁸⁻³¹和顺序取样³²。某些研究者³³⁻³⁵主张用方差减缩技术以缩小样本量。在模拟试验方案中必须特别注意的问题是自动校正随机过程的趋向，因此传统的统计法³⁶是不能分解的。

9.8.2 起 动 模 拟

当模拟起动时，系统常常是空的，用有效性测量所作的任何测定基本上是没有价值的。这个问题最简单的处理方法是将某些初期起动期工作从系统评价³⁷中排除。困难的问题是怎样来识别，何时达到平衡或稳定。稳定有时可以在系统内配置更接近于预期稳定的某些起动条件来促进。所作试验应保证运转性能与起动条件无关。菲希曼⁴⁴最近已经处理了这些技术的某些问题。

9.8.3 有 效 检 验

有效检验包括一组模型的试验，而试验的结果要同真实系统(历史的)量测进行比较。虽然时间序列分析有时是有用的⁴⁵，可是在这样比较中存在一些问题，咖发亮和他的同事们^{38、39、42}的著作对此有所论述。建议应用非参数统计⁴⁰。但必须指出的是有效性的检验是零试验：一个检验失灵的模型是会被拒绝的，但是不会围绕一个被接受的模型，做出有力的语言⁴¹。

9.9 实验结果说明

模拟试验结果的说明与任何实验结果的说明相同。常常是检验某些假定的结果；另外一些情况，其说明包括将某一曲线拟合到实验的结果。

9.10 结 束 语

在用公式表达模拟模型中，人们为了具有现实感，努力恰当地描述所关心的现象。然而一个人不应当超出范围追求包括影响成果不大的额外说明。

程序必须适当地检查和验证。

正确地模拟并使有充分根据的交通模拟程序，组成交通研究的重要试验条件。

9.11 参 考 书

1. Conway, R. W., Some tactical problems in digital simulation. *Manage. Sci.*, 10(1): 47-61 (1963).
2. Goode, H. H., Simulation—its place in system design. *Proc. Inst. Radio Eng.*, 39(12): 1501-1506 (1951).
3. Davis, H. Simulation with general purpose computers. In D. L. Trautman, H. Davis, J. Heilfron, and E. C. Ho(ed.) *Analysis and Simulation of Vehicular Traffic Flow*, Research Rep. 20. Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California (1954).
4. Gerlough, D. L., *Simulation of Freeway Traffic on a General-Purpose Discrete Variable Compu-*

- ter, Ph. D. dissertation. University of California, Los Angeles(1955).
5. Gerlough, D. L. Simulation of freeway traffic by an electronic computer. Proc. Highw. Res. Board, 35: 543-547(1956).
 6. Goode, H. H., Pollmar, C. H., and Wright, J. B., The use of a digital computer to model a signalized intersection. Proc. Highw. Res. Board, 35: 548-557(1956).
 7. Webster, F. V., *Traffic Signal Settings*. Road Research Technical Paper No. 39. Her Majesty's Stationery Office, London(1958).
 8. Wagner, F. A., Barnes, F. C., Stirling, D. P., and Gerlough, D. L., *Urban Arterial and Network Simulation*. Planning Research Corporation Rep. 962 to U. S. Bureau of Public Roads.(1966). NTIS No. PB 174629.
 9. Chambers, R. P., Random-number generation on digital computers. IEEE Spectrum, 4(2): 48—56 (1967).
 10. Gerlough, D. L., Traffic inputs for simulation on a digital computer. Proc. Highw. Res. Board, 38: 480—492(1959).
 11. MacLaren, M. D., and Marsaglia, G., Uniform random number generators. J. Assoc. Comput. Mach., 12(1): 83-89(1965).
 12. Hull, T. E., and Dobell, A. R., Random number generators. SIAM Rev., 4(3): 230-254(1962).
 13. May, A. D., Jr., and Pratt, D., A simulation study of load factor at signalized intersections.

- Traffic Eng., 38(5): 44--49(1968).
14. May, A. D., Jr., and Gyamfi, P., Extension and preliminary validation of a simulation of load factor at signalized intersections. Traffic Eng., 40(1): 46-52(1969).
 15. Grecco, W. L., and Sword, E. C., Prediction of parameters for Schuhls "headway distribution." Traffic Eng., 38(5)36-38(1968).
 16. Greenshields, B. D., Shapiro, D., and Ericksen, E. L., *Traffic Performance at Urban Street Intersections*. Tech. Rep. 1. Yale Bureau of Highway Traffic, New Haven, Conn.(1947), p.27.
 17. Worrall, R. D., Simulation of traffic behaviour on a digital computer. Traffic Eng. Control, 5(2): 86--90, 94(1963).
 18. Wohl, M., Simulation—its application to traffic engineering. Traffic Eng., Part I, 30(11): 13-17, 29 (1960); Part II, 31(1): 19-25, 56(1960).
 19. Dimsdale, B., and Markowitz, H. M., A description of the SIMSCRIPT language. IBM Sys. J., 3(1): 57-67(1964).
 20. Tocher, K. D., Review of simulation languages. Oper. Res. Q., 16(2): 189-217(1965).
 21. Freeman, D. E., Programming languages ease digital simulation. Control Eng., 11(11): 103-106(1964).
 22. Krasnowkow, E. S., and Merikallio, R. A., The past, present, and future of general simulation languages. Manage. Sci., 11(2): 236-267

- (1964).
23. Teichrow, D., and Lubin, J. F., Computer simulation—discussion of the technique and comparison of languages, *Commun. ACM*, 9 (10): 723-741 (1966).
 24. Efron, R., and Gordon, G., A general purpose digital simulator and examples of its application. Part I: Description of the system, *IBM Sys. J.*, 3(1): 22-34(1964).
 25. Blum, A. M., A general purpose digital simulator and examples of its application. Part III: Digital simulation of urban traffic, *IBM Sys. J.* 3(1): 41-56(1964).
 26. Murphy, J. G., A comparison of the use of the GPSS and SIMSCRIPT simulation languages in designing communication networks. Tech. Memo. 0369/000/00/0/00, Mitre Corp. (26 March 1964).
 27. Burdick, D. S., and Naylor, T. H., Design of computer simulation experiments for industrial systems, *Commun. ACM*, 9(5): 329—339(1966).
 28. Hunter, J. S., and Naylor, T. H., Experimental designs for computer simulation experiments, *Manage. Sci.*; 16(7): 422-434(1970).
 29. Brooks, S. H., A discussion of random methods for seeking maxima, *Oper. Res.*, 6(2): 244-251 (1958).
 30. Hooke, R., and Jeeves, T. A., Comments on Brooks' discussion of random methods, *Oper. Res.*, 6(6): 881-882(1958).
 31. Karson, M. J., Manson, A. R., and Hader, R.

- J., Minimum bias estimation and experimental design for response surfaces. *Technometrics*, 11 (8): 461-475(1969).
32. Sasser, W.E., Burdick, D. S., Graham, D. A., and Naylor, T. H., The application of sequential sampling to simulation; an example inventory model. *Commun. ACM*, 13 (5): 287-296 (1970).
 33. Maxwell, W. L., Variance reduction techniques. Paper presented at the Simulation Panel of the Department of Defense Logistics Conference held in Warrenton, Virginia, May 26-28, 1965. Rand Corporation (May 6, 1965); NTIS No. AD 615167.
 34. Clark, C. E., Importance sampling in Monte Carlo analyses. *Oper. Res.*, 9(5): 603—620(1961).
 35. Kahn, H., and Marshall, A. W., Methods of reducing sample size in Monte Carlo computations. *Oper. Res.*, 1(4): 263-278(1953).
 36. Fishman, G. S., Problems in the statistical analysis of simulation experiments; the comparison of means and the length of sample records. *Commun. ACM*, 10(2): 94-99(1967).
 37. Conway, R. W., Some tactical problems in digital simulation. *Manage. Sci.*, 10(1): 47-61(1963).
 38. Gafarian, A. V., and Walsh, J. E., Statistical approach for validation simulation models by comparison with operational systems. pp. 702-705. In *Proceedings of Fourth International Conference on Operational Research*. Wiley-Interscience, New York(1966).

39. Gafarian, A. V., and Walsh, J. E., Methods for statistical validation of a simulation model for freeway traffic near an onramp. *Transp. Res.*, 4(4): 379-384(1970).
40. Walsh, J. E., *Handbook of Nonparametric Statistics. II: Results for Two and Several Sample Problems, Symmetry and Extremes*. Van Nostrand, Princeton, N. J.(1965).
41. Conway, R. W., Johnson, B. M., and Maxwell, W. L., Some problems in digital systems simulation. *Manag. Sci.*, 6(1): 92-110(1959).
42. Gafarian, A. V., Hayes, E., and Mosher, W. W., Jr., The development and validation of a digital simulation model for design of freeway diamond interchanges. *Highw. Res. Rec.* 208(1967), pp. 37-78.
43. Green, D. H., Hartley, M. G., and Powner, E. T., Research at the University of Manchester Institute of Science and Technology, pp. 89—96. In *Area Traffic Control*. Institution of Civil Engineers, London(1967).
44. Fishman, G. S., *Concepts and Methods in Discrete Event Computer Simulations*. Wiley, New York (1973).
45. Hsu, D. A., and Hunter, J. S., Validation of computer simulation models using parametric time series analysis. *Simuletter (Assoc. Comput. Mach.)*, 5(2): 81-82(1974).

9.12 有关文献

- Apter, M. J., *The Computer Simulation of Behaviour*. Harper Colophon Books (1970).
- Cashwell, E. D., and Everett, C. J., *A Practical Manual of the Monte Carlo Method for Random Walk Problems*. Pergamon, New York (1959).
- Emshoff, J. R., and Sisson, R. L., *Design and Use of Computer Simulation Models*. Mac-Millan, New York (1970).
- Evans, G. W., II, Wallace, G. F., and Sutherland, G. L., *Simulation Using Digital Computers*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1967).
- Gordon, G., *System Simulation*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1969).
- Hammersley, J. M., and Handscomb, D. C., *Monte Carlo Methods*. Methuen (1964).
- Hoggatt, A. C., and Balderston, F. E. (ed.), *Symposium on Simulation Models. Methodology and Applications to the Behavioral Sciences*. Southwestern Publishing Co. (1963).
- Martin, F. F., *Computer Modeling and Simulation*. Wiley, New York (1968).
- Mise, J. H., and Cox, J. G., *Essentials of Simulation*. Prentice-Hall (1968).
- Naylor, T. H., Balintfy, J. L., Burdick, D. S., and Kong, C., *Computer Simulation Techniques*. McGraw-Hill, New York (1966).
- Schmidt, J. W., and Taylor, R. E., *Simulation and*

- Analysis of Industrial Systems*, Richard D. Irwin, Inc. (1970).
- Tocher, K. D., *The Art of Simulation*, English Universities Press (1963).
- Maisel, H., and Guagnoli, G., *Simulation of Discrete Stochastic Systems*, Science Research Associates (1972).

第十章 后 记

虽然现在还没有统一的交通流理论，但是现有很多理论在探讨各种交通现象。这些理论方法的实质部分对于交通问题的实际解答是有重要贡献的。

根据讨论，很明显交通流理论是发展中的科学。每年都能看到有重要理论的科研成果。例如，在这个文件的准备过程中，有大量的新的著作和一些新的理论发展，没有来得及充分包括进去。然而需要进一步研究的工作仍是巨大的，因而所有对于寻求交通流理论发生兴趣的人，都迫切要求研究工作的开展。

希望不久的将来，能有统一的交通流理论。

D.2 模拟程序一览

```
00100 REM A = ARRIVAL LIST
00105 REM A1 = ALPHA = PROPORTION RESTRAINED
00110 REM A2 = (1 - ALPHA) = PROPORTION UNREST-
      RAINED
00115 REM B = GREENSHIELDS' DEPARTURES LIST
00120 REM C1 = MAIN CLOCR
00125 REM C2 = TIME OF NEXT SIGNAL CHANGE
00130 REM C3 = TIME OF ARRIVAL
00135 REM D1 = SCAN INTERVAL IN SECONDS
00140 REM D2 = DORATION OF RUN IN HOURS
00145 REM D3 = TIME OF NEXT DEPARTURE
00150 REM D4 = TIME OF LAST DEPARTURE
00155 REM D9 = LARGE DEPARTURE TIME
```



```

00160 REM G1 = SIGNAL STATE; 0 = RED; 1 = GREEN
00165 REM G2 = GREEN + AMBER    DURATION    IN
      SE CONDS
00170 REM G3 = TIME CURRENT  GREEN  INTERVAL
      STARTED
00175 REM H1 = HEADWAY OF ARRIVAL
00180 REM H2 = MINIMUM HEADWAY FOR PASSAGE
      OF MOVING CAR
00185 REM L1 = (LOCATION OF LAST ARRIVAL) - 1
00190 REM L2 = INDEX OF DEPARTURE
00195 REM N = NUMBER OF DEPARTURES FROM QU-
      EUE
00200 REM M = NUMBER OF  CARS  PASSING  THRU
      WITHOUT QUEUEING
00205 REM R1 = RED INTERVAL DURATION IN SE-
      CONDS
00210 REM R2 = FIRST RANDOM NUMBER
00215 REM R3 = SECOND RANDOM NUMBER
00220 REM S1 = SUM OF DELAYS
00225 REM T1 = ARRIVAL CONSTANT
00230 REM T2 = ARRIVAL CONSTANT
00235 REM U1 = UTILIZATION; 1 = FULLY UTILIZED;
      0 = NOT FULLY UTILIZED
00240 REM U2 = COUNT OF GREEN INTERVALS NOT
      FULLY UTILIZED
00245 REM U3 = COUNT OF ALL GREEN INTERVALS
00250 REM Q1 = MAX QUEUE LENGTH
00255 REM Q2 = FLOW LEAVING INTERSECTION
00260 REM X1; 1 = MOVING DEPARTURE; 0 = DEPA-
      RTURE FROM QUEUE

```

```

00265 REM INITIALIZE
00270 DIM A(30), B(30)
00275 MAT A = ZER
00280 U2 = U3 = 0
00285 L1 = C1 = C3 = G1 = S1 = M = N = X1 = 0
00290 Q1 = 0
00295 PRINT "TYPE VOLUME IN VEHICLES PER HO-
        UR";
00300 INPUT V
00305 IF V > 869 THEN 00930
00310 PRINT "TYPE DURATION OF RED AND DURA-
        TION OF (GREEN + AMBER)"
00315 PRINT "IN SECONDS";
00320 INPUT R1, G2
00325 PRINT "TYPE DURATION OF RUN IN HOURS";
00330 INPUT D2
00335 PRINT "TYPE SCAN INTERVAL IN SECONDS";
00340 INPUT D1
00345 PRINT "TYPE MIN. HDWY. FOR MOV. PASSA-
        GE IN SEC";
00350 INPUT H2
00355 T1 = 2.5
00360 T2 = 24 - 0.0122 * V
00365 D9 = 3600 * D2 + 1
00370 PRINT
00375 PRINT
00380 D3 = D9
00385 E1 = 1.0
00390 A1 = 0.00115 * V
00395 A2 = 1 - A1

```

```

00400 B( 1 ) = 3.8
00405 B( 2 ) = 6.9
00410 B( 3 ) = 9.6
00415 B( 4 ) = 12.0
00420 B( 5 ) = 14.2
00425 FOR I = 6 TO 30
00430 B(I) = 14.2 + 2.1 * (I - 5)
00435 NEXT I
00440 C2 = C1 + R1
00445 D4 = C2
00450 REM
00455 REM
00460 REM GENERATE ARRIVAL
00465 R2 = RND(X)
00470 R3 = RND(X)
00475 IF R2 <= A1 THEN 00490
00480 H = T2 * ( - LOG(R3) )
00485 GO TO 00495
00490 H = T1 * ( - LOG(R3) ) + E1
00495 C3 = C3 + H
00500 GO TO 00685
00505 REM ENTER ARRIVAL INTO QUEUE LIST
00510 A(L1 + 1) = C3
00515 L1 = L1 + 1
00520 IF L1 = < Q1 THEN 00530
00525 Q1 = L1
00530 GO TO 00535
00535 REM PROCESS DEPARTURES
00540 IF G1 = 0 THEN 00670
00545 IF D3 > C1 THEN 00670

```

```

00550 IF D3>C2 THEN 00670
00555 D4 = D3
00560 REM CHECR IF MOVING
00565 IF X1 = 1 THEN 00655
00570 S1 = S1 + D3 - A( 1 )
00575 N = N + 1
00580 FOR I = 1 TO Q1
00585 A(I) = A(I + 1)
00590 NEXT I
00595 L2 = L2 + 1
00600 IF L1 = 0 THEN 00615
00605 IF L1 < 0 THEN 00920
00610 L1 = L1 - 1
00615 GO TO 00620
00620 IF L1 > 0 THEN 00640
00625 X1 = 1
00630 D3 = D9
00635 GO TO 00665
00640 REM
00645 D3 = G3 + B(L2)
00650 GO TO 00665
00655 M = M + 1
00660 D3 = D9
00665 REM
00670 REM CHECK IF TIME TO GENERATE NEW
      ARRIVAL
00675 IF C1 >= C3 THEN 00460
00680 REM
00685 REM CHECK COMPLETION OF RUN AND OU-
      TPUT RESULTS

```