

Solution

BasicLaw

2017 年 11 月 2 日

1 A

1.1 Description

自动门会在开启后 d 秒关闭, 现在有 $n(n \leq 10^9)$ 个人, 分别在 $a, 2a, 3a, \dots, na$ 时间进入自动门, 以及 $m(m \leq 10^5)$ 个人分别在 t_i 时间进入自动门, 问门总共要开多少次。

1.2 Solution

大模拟题, 细节比较多。

考虑将 t_i 从小到大逐次插入, 如果它已经被覆盖, 则继续; 不然就将其前面的所有 a 都覆盖掉(可以 $O(1)$ 计算), 再判断是否覆盖更新时间与答案即可。

2 B

2.1 Description

给定一个 n 个点 m 条边的拓扑图, 现在要求你对拓扑图中的点标号, 其中有些点已经有标号了, 标号范围为 $1 \sim k$ 。要求每个点的标号都比指向它的点的标号大, 且每种标号至少要有有一个点。

$$n, m, k \leq 2 * 10^5$$

2.2 Solution

构造题。

考虑先通过一次拓扑排序将每个点的标号下界求出。

再从 k 到 1 地将标号填入, 考虑反向拓扑排序, 取当前入度为 0 的点, 尽可能地不填(除非当前枚举标号已达下界), 若当前标号没被任何一个点使用, 则取入度为 0 的点中下界最大的赋予当前枚举标号。

每当一个点被确定, 则将其从图中删去(反向拓扑排序)。

这种构造法显然是尽可能满足大小关系的构造, 最后记得验证当前图的合法性。

3 C

3.1 Description

载一个 f 字节的文件，速度为每字节 t_0 毫秒；有两种加速包：花费 p_1 以每字节 t_1 毫秒连续下载 a_1 字节，花费 p_2 以每字节 t_2 毫秒连续下载 a_2 字节；求最小花费使下载能在 T 毫秒内完成，如不能完成，输出-1（以上给出的数据 $\leq 1e7$ ）

3.2 Solution

枚举一种加速包的个数即可，注意细节。

4 D

4.1 Description

给出一个长度为 n 的串，其中'*'代表食物，'P'代表人，每个人只能往一个方向走，且一单位时间只能移动一个单位长度，走到边界自动停止。现在由你决定人的移动方向，问最多吃掉多少食物，且此时花费时间最少为多少(人视为可同时移动)。

4.2 Solution

仅有一个人的时候，答案显然。

有两个人以上时，显然可以吃掉所有食物，那么考虑如何令时间最少。

二分时间，设当前的时间限制为 k ， f_i 为从左往右第 i 个人的覆盖范围的最右端， p_i 为第 i 个人的位置。

那么可以做如下验证：

若 $f_{i-1} + 1 \sim p_i - k - 1$ 内有点显然无解；

若 $f_{i-1} + 1 \sim p_i$ 内无点，则 $f_i = p_i + k$ ；

不然，若 $f_{i-2} + 1 \sim p_i - k - 1$ 内无点，则 $f_i = \max(p_i, p_{i-1} + k)$ ；

不然 $f_i = p_i$ ；

最后还需验证最后一个人的覆盖范围外是否有点。

5 E

5.1 Description

猜一个长度为 n 的单词，每次可以猜一种字母，然后字母的所有出现位置会被标记为该字母，没有则不标；现在有 m 个长度 n 的单词，但不知道哪个是要猜的，已经猜了若干个字母，求有多少种字母满足猜这个字母后一定有新的位置被标记。

$$n \leq 50, m \leq 1000$$

5.2 Solution

先把所有不合法单词去掉,枚举字母,若对每个单词,这个字母出现位置和仍未知的位置有交集则可行,否则不可行.

6 F

6.1 Description

一个字符串中的子串 oo 和 u 可以相互替换, kh 和 h 可以相互替换; 若串 A 可以通过上述替换变为串 B , 则称 $A = B$;

给 n 个串, 求不同的串的个数. ($n \leq 400$, 串长 ≤ 20)

6.2 Solution

模拟暴力比较即可。

7 G

7.1 Description

给一张图和一个起点 s , 有无向边和有向边两种边, 给无向边定向, 设 s 能到的点数为 num , 输出最大 num 和定向方案; 输出最小 num 和方案.

7.2 Solution

显然只考虑无向边, 考虑最大化问题, 易得, 与 s 相连的边都向外 (即不指向 s) 最佳;

新的能达到的点又可以看成新的 s , 即有相同子问题; 最小则边都向内即可

8 H

8.1 Description

给定一个字符串, 将其重新排列后, 将其划分为等长的回文串, 输出最少的划分回文串的方式。

8.2 Solution

比较简单的构造题。

没有数量为单数的字符可以直接构成一个回文串。

而有数量为单数的字符时，数量为单数的字符必然要选取一个作为回文串的中点，但此法不一定能构造成功，所以每次还得多取两个相同字符作为回文串中点，枚举回文串个数判断后构造即可。

细节较多。

9 I

9.1 Description

长度 n 的 a_n 序列,要求分成每块长度 $\geq k$ 的若干块,求 $\min(\max(\text{所有块})(\max(i, j \in \text{同一块})(|v[i] - v[j]|)))$.

$k, n \leq 300000$

9.2 Solution

二分答案 k ,以 i 作为块尾,则可能的块首位置是一个连续的区间,二分求出这个区间,由于是验证存在性,只需区间中存在能接上上一块的块首,这个每次记录一下即可.

复杂度 $O(n \log^2 n)$

10 J

10.1 Description

你需要在 n 天内拆除 m 个建筑,其中第 i 天你会获得 a_i 的钱,前一天没用完的钱可以之后使用.拆除第 i 个建筑花费 p_i 的钱,且每个建筑给定一个 b_i ,要求每个建筑被拆的那天满足 $a_i \geq b_j$.问最多拆除多少建筑.

$n \leq 10^5, a_i, b_i, p_i \leq 10^9$

10.2 Solution

显而易见的贪心(雾

将建筑以 p_i 从小到大为第一关键字, b_i 从小到大为第二关键字排序.贪心地从小到大判断是否可以拆建筑.

对于每次判断,找到最后的 a_j 大于等于 b_i 的位置(离散化之后,树状数组维护).判断当前位置前缀和是否大于等于 p_i ,若可以则答案加一,并且从当前位置往前使用资金(a_i).此处需要用并查集维护 x 之前的最近不为0的元素,并逐步修改前缀和(树状数组).

11 K

11.1 Description

一条街道有 n 块地,第 i 块有宽度 s_i 的路和宽度 g_i 的草坪,现在将部分草坪改建为路,设新路 s'_i ,使改建

后 $\sum s'_i$ 最大,且 $|s'_i - s'_{i+1}| \leq 1$.改建前不一定满足前面的条件.

$n \leq 200000$

11.2 Solution

找到 s'_i ,满足 $s_i \leq s'_i \leq s_i + g_i, |s'_i - s'_{i+1}| \leq 1$,使 $\sum s'_i$ 最大.

放在二维平面上是一个走路径的问题,仔细分析可知对 i ,若 $< i$ 的路径与过 $(i, s_i + g_i)$ 和 (i, s_i) 的两个半平面相交,则无论怎样调整 s'_i 都不满足要求.

将半平面求交,贪心地取不与当前交相交的最大的 s'_i ,这样得到的 $\sum s'_i$ 一定最大.

12 L

12.1 Description

在 $1 \sim n$ 上一些位置上初始有车, 现在有 m 个载客请求 t, a, b , 即 t 时刻提出, 要从 a 到 b .

对于每个请求, 我们在提出请求时刻没有安排的车中优先选取距离最近, 距离上次完成载客时间最久, 标号最小的车(一二三关键字), 安排车去接客时此车就已经不是空闲车, 且一辆车完成请求后会停在原地.

若提出请求时没有空闲车, 则客人会一直等待到有车时, 再由上述优先级安排车, 若有多个人在等待时, 我们会优先处理时间较早的. 同时, 车每移动1单位需要花费1单位时间, 且保证每个提出的 t 不同, 一个点可以停若干辆车.

要求你输出每个请求由哪辆车完成, 且客人等待时间为多少.

n , 请求数, 车数 $\leq 2 * 10^5$

12.2 Solution

对于每个点我们可以维护停在当前点车的派出优先级.

那么对于每次询问, 我们可以二分得出最近点, 并派出点上的优先级最高的车.

但是对于之前有若干个人在等, 且当前时刻有若干辆车同时加入的情况, 我们要做如下安排:

对于多辆车同时加入情况, 一定要全部加入完之后再行安排.

13 M

13.1 Description

坐标系中两个不同整点 A, B , 求过 A 的边平行于坐标轴的矩形的最小周长, 满足 B 在矩形内.

13.2 Solution

傻逼题.