RUC ICPC 2020 Individual Contest (硬核组)

RUC 2020校赛命题委员会

2020年12月19日

Contents

| A | Ogi的ID | 2 |
|--------------|------------|----|
| В | 调分 | 3 |
| \mathbf{C} | 合并数字 | 5 |
| D | 地毯 | 6 |
| \mathbf{E} | 比赛 | 8 |
| \mathbf{F} | 联机 | 10 |
| G | 逃离地牢 | 12 |
| Н | Masou象棋 | 14 |
| Ι | 等式 | 17 |
| J | 斗地主 | 18 |
| K | | 20 |
| ${f L}$ | Sakuzyo的头套 | 22 |

A Ogi的ID

A.1 Description

宇宙人民大学(Renmin University of Cosmos, RUC)的学生总是敢于探索新鲜事物。

而Ogi则喜欢尝试各种不同的游戏,但是给角色取名却总是困扰着他。为了便于取名,他希望自己的ID满足以下要求:

- ID以若干个O或o开头;
- 接着是若干个g;
- 然后是若干个i结尾.

现在给定一个字符串s,请你判断它是否能成为Ogi的ID,若能请输出YES,反之,请输出NO。

A.2 Input

一行,一个字符串 $s(|s| \le 10^5)$.

A.3 Output

YES or NO.

A.4 Sample Input1

OoOoOgggi

A.5 Sample Output1

YES

A.6 Sample Input2

gi

A.7 Sample Output2

NO

B 调分

B.1 Description

Ogi助教生涯大危机!

噢,原来是昨天,算法课期中考试考完,同学们说他出的题太难了,什么线性复杂度最大团,n个球往盒子里来回取放,同学们全都没防出去,一题就把大家搞挂科了。

Ogi心想这可不是办法,得把分数调得好看一点,否则大家向老师投诉就没了。

Ogi的课有n 个学生(n 为奇数),每个学生的分数为 a_i ,每次可以对一个学生的分数做一点修改,将TA的分数+1或-1;Ogi 希望经过若干次修改后,所有分数的**中位数**恰好为s,同时,他希望修改次数尽可能小。

但是Ogi太摸了,于是他把任务交给了你,请你帮他解决这个问题。

B.2 Input

本题有多组数据。

第一行一个数T ,表示接下来会有T 组数据,其中每组数据的格式如下:

第一行两个数n 和s,表示学生的个数和目标的中位数的值;

第二行n 个数 $a_1 \cdots a_n$,表示每个同学的分数。

保证n为奇数。

 $1 \le \Sigma n \le 10^6, 1 \le s \le 10^9$

 $1 < a_i < 10^9$

B.3 Output

输出一个数表示最小的操作次数。

注意一个人的分数可以被加减无限次(但不能为负)。

B.4 Sample Input

2

3 8

6 5 8

7 20

21 15 12 11 20 19 12

B.5 Sample Output

2

6

B.6 Sample Explanation

对于第一组数据,可以把6增加两次,分数变为8,5,8,中位数是8;

对于第二组数据,可以把19增加一次,15增加五次,数组变为21,20,12,11,20,20,12,排序后为11,12,12,20,20,21,中位数是20.

C 合并数字

C.1 Description

Ogi在实验室摸鱼的时候想到了一个合并数字的游戏,于是他邀请YYQ一起来玩。

游戏规则如下:初始共有n个数字排成一个序列,YYQ先手,玩家每次可以将这个序列左边的m($m \geq 2$ 且m小于等于当前序列长度)个数字合并,即删除这m个数字,然后将这m个数字的和加入到序列最左边,并且将这m个数字的和加到自己的分数上,然后轮到另一位玩家,当序列长度为1时游戏结束。Ogi和YYQ的分数初始为0。

但是这时Ogi被抓去干活了,于是他让电脑接管。

Ogi想知道,最坏情况下,YYQ会领先他多少分?

C.2 Input

输入数据的第一行为一个正整数n,表示共有 $n(1 \le n \le 10^5)$ 个数字。第二行为n个整数,每个数字 c_i 满足 $|c_i| \le 10000$ 。

C.3 Output

一个整数,即最大落后分值。

C.4 Sample Input

3

2 -1 2

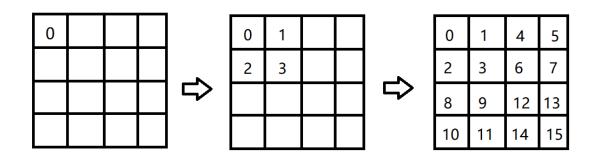
C.5 Sample Output

D 地毯

D.1 Description

Ogi 在宇宙杯自行车竞赛中拿到了一等奖! 作为奖品,他拿到了一块面积足够覆盖一个星球的正方形地毯。现在他打算在上面写些数字:

假设这个地毯是 2^n*2^n 的,Ogi 从左上角开始,按一定的规律在每个1*1的区域依次写下数字 $0..2^{2n}-1$ 。规律如下:他每次先填满左上角 2^k*2^k 的区域,再接着填 $2^{k+1}*2^{k+1}$ 的区域,他把 $2^{k+1}*2^{k+1}$ 分成四个长为 2^k 的正方形区域,对于右上角的区域,把左上角区域的数字复制过来,再把每个数字加上 2^{2k} ;对于左下角的区域,把左上角的复制过来再加上 $2^{2k}*2$;右下角复制后每个加上 $2^{2k}*3$ 。这样就把 $2^{k+1}*2^{k+1}$ 的区域填满了。下面的图示可以帮你进一步理解整个过程。



作为解决NP = P? 问题的第一步,Ogi 想知道地毯某些矩形区域上所有数字的异或和,但他懒得自己算,就请老工具人——你来帮帮忙了。

(异或:两个数a,b的异或等于它们每一个二进制位依次求异或,规律遵循 $0 \wedge 0 = 0, 0 \wedge 1 = 1, 1 \wedge 0 = 1, 1 \wedge 1 = 0$)

D.2 Input

第一行两个数n,q,表示地毯的大小 (2^n*2^n) 和询问数;接下来q行,每行4个数 x_1,y_1,x_2,y_2 ,表示询问左上角 (x_1,y_1) 到右下角 (x_2,y_2) 的矩形上数字的异或和。约定从上至下为x轴,从左至右为y轴。

$$n \le 32, q \le 2 * 10^5$$

 $0 \le x_1 \le x_2 \le 2^{32} - 1, 0 \le y_1 \le y_2 \le 2^{32} - 1$

D.3 Output

输出q行,每行一个数字表示答案。(unsigned long long 可用%llu格式化输出。)

D.4 Sample Input

- 2 3
- 0 0 1 1
- 1 1 2 3
- 3 3 3 3

D.5 Sample Output

- 0
- 10
- 15

E 比赛

E.1 Description

为了减肥,Ogi 参加了宇宙杯自行车长途越野比赛(Cosmic Cup Bicycle Long-distance Cross-country Competition),这场比赛将持续很多宇宙天。为了保证足够的运动量,Ogi 事先准备了一堆糖果,如果在早上吃了甜度为w 的糖果,就能在这一天以跃迁引擎骑行w km。

Ogi 想偷懒,于是叫Masou 来帮忙。在每天早上,Ogi骑自行车,Masou 同时开太空车以K km/天的速度前进,如果Masou 赶上了Ogi,那么他就会在这一天蹭Masou 的车。注意,两人一天中的移动速度是恒定的,这意味着,如果Ogi 的速度比Masou 快,则在这一天必然不会蹭上车。

例子: 假设起点x=0,第1天,Ogi前进了5km(x=5),Masou前进了4km(x=4);第2天,糖果甜度为1,Ogi预计前进1km,而Masou前进了4km,由于蹭车,坐标为x=8;第3天,糖果甜度为2,Ogi全天都蹭Masou的车,坐标为x=12.

现在比赛已经进行了n天,Ogi 告诉了裁判员(也就是你)他n天吃的糖果的甜度,以及Masou 的太空车速度K,想问你某一天停止移动时距离起点的总里程。另外,Ogi 可能记错了某些天吃的哪个糖果,所以你可能需要多算一算。

特别地,糖果的甜度w 可能为负数,这意味着Ogi 不知怎地往起点(?)骑行了-w km (仍然可以蹭车)。

E.2 Input

第一行两个数n,q,K,表示目前比赛天数和询问数以及汽车速度;

接下来一行n个数 w_i , 第i个数表示第i天吃的糖果甜度;

接下来q行,如果是询问,则包含两个数a,b,其中a = 0,b表示询问第b天的总里程;

如果是修改,则包含三个数a,b,c,其中a=1,b,c表示第b天的甜度改为c.

 $n, q \le 2 * 10^5$

 $|w_i|, K \le 10^9, K \ge 0$

E.3 Output

对于每个询问,输出一行答案。注意当糖果甜度修改后,之前的询问不需要重新计算。

E.4 Sample Input

- 4 3 4
- 5 1 2 6
- 0 4
- 1 2 6
- 0 4

E.5 Sample Output

- 18
- 19

F 联机

F.1 Description

上机课上, Ogi和YYQ经常一起联机打游戏。

机房里一共有n台电脑,他们按 $1 \sim n$ 编号。由于机房太大了,学校使用了m台路由器管理这些电脑,其中,第i台路由管理 $l_i \sim r_i$ 号电脑,由于电脑和路由是随着机房的扩建和整修不断增加的,所以会出现一台电脑被多个路由管理的情况。

*Ogi*和*YYQ*需要在同一个局域网下(即使用由相同路由器管理的电脑)进行游戏,但是这使得他们能够选择的位置过于有限,所以他们想到利用一台电脑作为"跳板机"进行联机(即将一台电脑所属的局域网合并)。但是为了保证游戏体验,他们至多选择使用一台跳板机。

Ogi很好奇,他们有多少种不同的选位置方案呢(Ogi选择a号电脑,YYQ选择b号电脑与Ogi选择b号电脑,YYQ 选择a号电脑是不同的方案。是否使用跳板机、使用哪台跳板机不影响方案数。)

F.2 Input

第一行两个正整数n 和m ($n \le 10^9$, $m \le 10^6$)。接下来m 行,每行两个整数 l_i 和 r_i 。

F.3 Output

输出一个整数,表示不同的方案的数量。

F.4 Sample Input

5 3

2 4

2 3

3 5

F.5 Sample Output

12

F.6 Sample Explanation

电脑1不在任何局域网里;

电脑2在局域网1、2里;

电脑3在局域网1、2、3里;

电脑4在局域网1、3里;

电脑5在局域网3里;

不使用任何跳板机,有(2,3)、(2,4)、(3,2)、(3,4)、(3,5)、(4,2)、(4,3)、(4,5)、(5,3)、(5,4)共10种方案;

以电脑3或4作为跳板机,还能多出(2,5)、(5,2)共2种方案;

总计12种方案。

G 逃离地牢

G.1 Description

YYQ被地牢之主(dungeon master)抓壮丁了...并被关在了地牢的最深处。

*YYQ*必须赶快逃离地牢,并且尽可能地保留力量。但是地牢危机四伏,一个区域要么有守卫看守,你需要损失一些力量将其击败,要么无法通行。

地牢可以被描述为一个n*m的网格图,每一个格子中都有一个权值, 保证权值为非负整数,即代表该区域的守卫值, 若为0 则不能通行。

现在你们位于该网格图的左上角位置, YYQ的初始力量即为该格子权值, 地牢的出口在网格图的右下角, 现在你需要找到若干条路径, 使得最终力量值最大, 并且到达出口处。格子可以重复走, 但是力量只会影响一次, 我们认为只要走过的区域一样那么两种走法就是相同的。

力量计算公式:

$$x=\gcd(x,y)$$

x代表当前力量, y代表区域守卫值。

G.2 Input

第一行输入一个正整数表示数据组数。

对于每一组数据,第一行两个正整数n, m。

接下来n行,每行m个正整数描述迷宫。

G.3 Output

对于每组询问输出一行两个答案,首先输出力量的最大值,其次输出可以得到该力量值的方案数,方案数很大,请将方案数对9819取模,若不存在任何到达出口的方案,*YYQ*只能接受命运,所以此时你只需输出两个0即可。

G.4 Sample input

1

3 3

4 4 4

4 0 2

4 2 4

G.5 Sample output

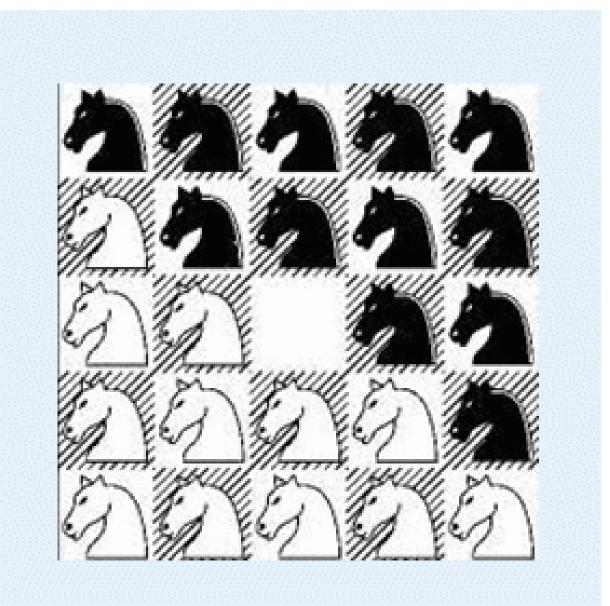
H Masou象棋

H.1 Description

今天是Ogi的生日,YYQ送他一副Masou象棋——一个 5×5 的类国际象棋棋盘、12个白色的骑士和12个黑色的骑士。

*Ogi*在研究一种新玩法:在棋盘上摆着12个白色骑士和12个黑色骑士,留下一个空位。任何时候一个骑士都能按照骑士的走法(它可以走到和它横坐标相差为1,纵坐标相差为2或者横坐标相差为2,纵坐标相差为1的格子)移动到空位上。

现在给你一个初始的棋盘,问怎样才能经过最少步数移动变成目标棋盘(下图),超过13步 视为无解。



H.2 Input

一个5×5的字符矩阵表示棋盘,其中*表示空位,1表示黑棋,0表示白棋。

H.3 Output

仅一行,一个整数,无解输出-1.

H.4 Sample Input1

11111

01111

00010

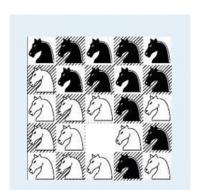
00*01

00010

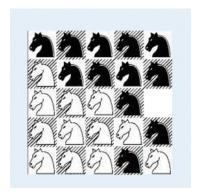
H.5 Sample Output1

3

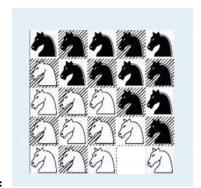
H.6 Sample Explanation1



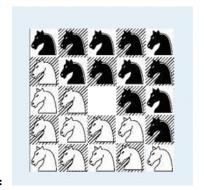
初始:



第一步:



第二步:



第三步:

H.7 Sample Input2

11111

01111

00*11

00001

00000

H.8 Sample Output2

0

H.9 Sample Explanation2

已经是目标棋盘,需0步移动。

I 等式

I.1 Description

Masou正在学习多位数的加法。今天老师布置的作业是:给出一个形如"a+b=c"的等式,判断这个等式左右两边是否相等。不过Masou是个小机灵鬼,当别人还在列竖式做加法时,他已经想着怎么让问题变得更加有难度了。

具体地, *Masou*想的问题是这样的: 现在对于每一个0-9的数字串s, 是否能够在其中插入一个加号和一个等号, 使得插入后的串形如"a+b=c", 其中a,b,c都是无前导0的非空数字串, 且数字a和数字b的和等于数字c。

现在,*Masou*把某些等式的加号和等号去掉后的串给了你,希望你能还原原始的等式。注意,如果有多个不同的分法,输出任意一个均可。

I.2 Input

输入包含多组数据,第一行一个数T表示数据组数。接下来T行每一行一个字符串s,表示Masou给你的数字串。保证每一个输入均存在解。

 $T \le 10, \Sigma |s| \le 10^6$

I.3 Output

输出T行,每行一个合法的等式,这个等式需满足你移除加号和等号后剩下的串和输入完全相同。如果有多个分法输出任意一个即可。

I.4 Sample Input1

4

12345168

099

199100

123123123456456456579579579

I.5 Sample Output1

123+45=168

0+9=9

1+99=100

123123123+456456456=579579579

J 斗地主

J.1 Description

斗地主(**fighting the landlord**)是一款中国民间传统扑克游戏,由三人进行游玩,其中一人扮演地主,另两人扮演农民。但我们今天并不探讨它的玩法,而是关注它的积分。

当三人持续游玩斗地主时,一种经典的积分方式为: 地主底分6 分,每位农民底分3 分。每局游戏的倍数初始为1,游玩过程中,可能产生翻倍的操作。每次产生翻倍的操作,这一局的倍数乘以2。游戏结束后只有两种局面: 地主胜利,两位农民失败; 地主失败,两位农民胜利。胜利的一方中,每人获得底分×倍数的分数,失败的一方中,每人失去底分×倍数的分数。

一局比赛后,其中一名玩家得分的形式化表示为:

$$3 \cdot 2^l \cdot (-1)^{1-w} \cdot 2^m$$

其中l 代表是否为地主(若是地主l=1,否则l=0),w 代表是否胜利(若本局胜利w=1,否则w=0),m 代表本局游戏产生的翻倍操作的次数。注意, $l,w\in\{0,1\},m\in\mathbf{N}$

这一天,轩轩、凯凯和蓬蓬乘坐高铁从深圳返回北京,漫长的旅途中他们决定玩斗地主消磨时光。三人初始分均为0,蓬蓬负责记录三人的总分情况。若干局后(可认为经过了任意局,每局倍数任意值),蓬蓬记录三人的总分分别为a,b,c,但他也不确定这是否为一个合法的分数。

蓬蓬想请聪明的你写一个程序帮他判断,一组总分是否是若干局斗地主游戏之后,可能产生的一组合法分数。

J.2 Input

第一行一个正整数 $t(0 < t < 10^5)$,代表数据组数。

接下来t 行,每行一组以空格间隔的三个整数 $a,b,c(-10^5 \le a,b,c \le 10^5)$,代表一组需要你判断是否合法的总分。

注意各行数据之间没有联系, 相互独立

J.3 Output

输出t行。

若是一组合法分数,输出YES; 否则输出NO

J.4 Sample Input

3 3 -5

-57 42 15

12 15 -27

J.5 Sample Output

NO

YES

NO

K 领口罩

K.1 Description

为相应国家号召,积极防疫,蓬蓬所在的小区物业为住户分发口罩。在发放口罩前,蓬蓬 观察到陆续前来的住户们会依次自动排成一排。

队列可以抽象为一条直线,这条直线上有编号 $1 \sim n$ 共n 个位置是可以站人的,每个位置能且仅能站一个人,且第i 个位置到第i+1 个位置的距离均为1 ($1 \leq i < n$)。

初始队列中已经有k 个人,还有q 个人会依次前来(保证 $k+t \le n$),这t 个人分为两种情况:

- 1. 坚定地走到队伍中空着的一个位置。
- 2. 犹豫不决,但是希望其所在的位置离已经在队伍中的人尽可能远。

现在蓬蓬想请你为犹豫不决的人指出满足他/她要求的位置。

K.2 Input

第一行两个以空格分隔的正整数n, k 和q $(0 < k, q, n \le 10^5, k + q \le n)$,代表数据组数。

第二行k 个以空格分隔的整数,代表队列中初始的k 个人的位置编号。数据保证这些位置不重合。

接下来q 行,每行的第一个整数op 指示出两种类型的输入:

- 1. 若op = 1,则该行还有一个与op 以空格相连的整数a ($1 \le a \le n$),代表来了一个人,径直走到了位置a。数据保证该位置此前无人。

注意你分配了一个位置给犹豫不决的人后,他/她会立刻站到队列中。

K.3 Output

对每个op = 2 的输入,输出一个整数,代表你分配的位置。

K.4 Sample Input

8 1 3

2

K.5 Sample Output

L Sakuzyo的头套

L.1 Description

G2R2018 冠军曲目[Destr0yer]的BGA 中,主人公为头戴立方体的Sakuzyo。



但是有一天,蓬蓬产生了疑问,这个画面里的头套是一个标准的立方体吗?

于是蓬蓬请聪明的你帮他判断一下,他将给出的三维空间的八个点,询问它们是否分别是一个立方体的八个顶点。PS:在几何学中,立方体,是由6个正方形面组成的正多面体。(摘自Wikipedia)

L.2 Input

第一行一个正整数 $t(0 < t \le 100)$,代表数据组数。

接下来8t 行。其中第 $8i-6\sim 8i+1$ 行($1\leq i\leq t$)为第i 组数据的输入。

一组数据的8 行中,每行都为以空格间隔的3 个整数 $x,y,z(-10^5 \le x,y,z \le 10^5)$,代表一个三维空间中的点的三个坐标。

保证一组数据的8个点互相不重合。注意每组数据之间没有联系,相互独立。

L.3 Output

输出t 行。

若一组数据的8个点,可以构成一个立方体,输出YES;否则输出NO

L.4 Sample Input

- 0 0 0
- 0 1 0
- 1 0 0
- 1 1 0
- 0 0 2
- 0 1 2
- 1 0 2
- 1 1 2
- 0 0 0
- 4 3 0
- 1 7 0
- -3 4 0
- 0 0 5
- 4 3 5
- 1 7 5
- -3 4 5

L.5 Sample Output

NO

YES