**Решения**

● Что такое базис? Приведите пример.

Базис – это набор линейно независимых векторов, с помощью которых можно выразить любой вектор в данном пространстве.

В трехмерном пространстве стандартным базисом является набор векторов:

● Пусть дан вектор , разложите по стандартному базису.

● Чем расстояние евклидово отличается от манхэттеновского? Рассчитайте евклидово расстояние и расстояние Манхэттена между 2 векторами: .

Евклидово расстояние — это расстояние между двумя точками в пространстве, которое вычисляется по теореме Пифагора. Оно равно длине прямой линии, соединяющей две точки.

Манхэттеновское расстояние (или "расстояние по городским кварталам") — это сумма абсолютных разностей по каждой координате. Оно выражает расстояние, которое нужно пройти по осям сетки, не используя диагонали.

Ответ:

● Что такое метрическое пространство?

Метрическое пространство – это упорядоченная пара , где – непустое множество, а – функция, называемая метрикой или расстоянием.

● Что такое метрика? Какими свойствами должна обладать метрика?

Метрика – это функция , которая определяет расстояние между двумя элементами в метрическом пространстве. Для любых , где – непустое множество, метрика должна удовлетворять следующим условиям:

1. Неотрицательность: , при этом тогда и только тогда, когда .
2. Симметрия: .
3. Неравенство треугольника: .