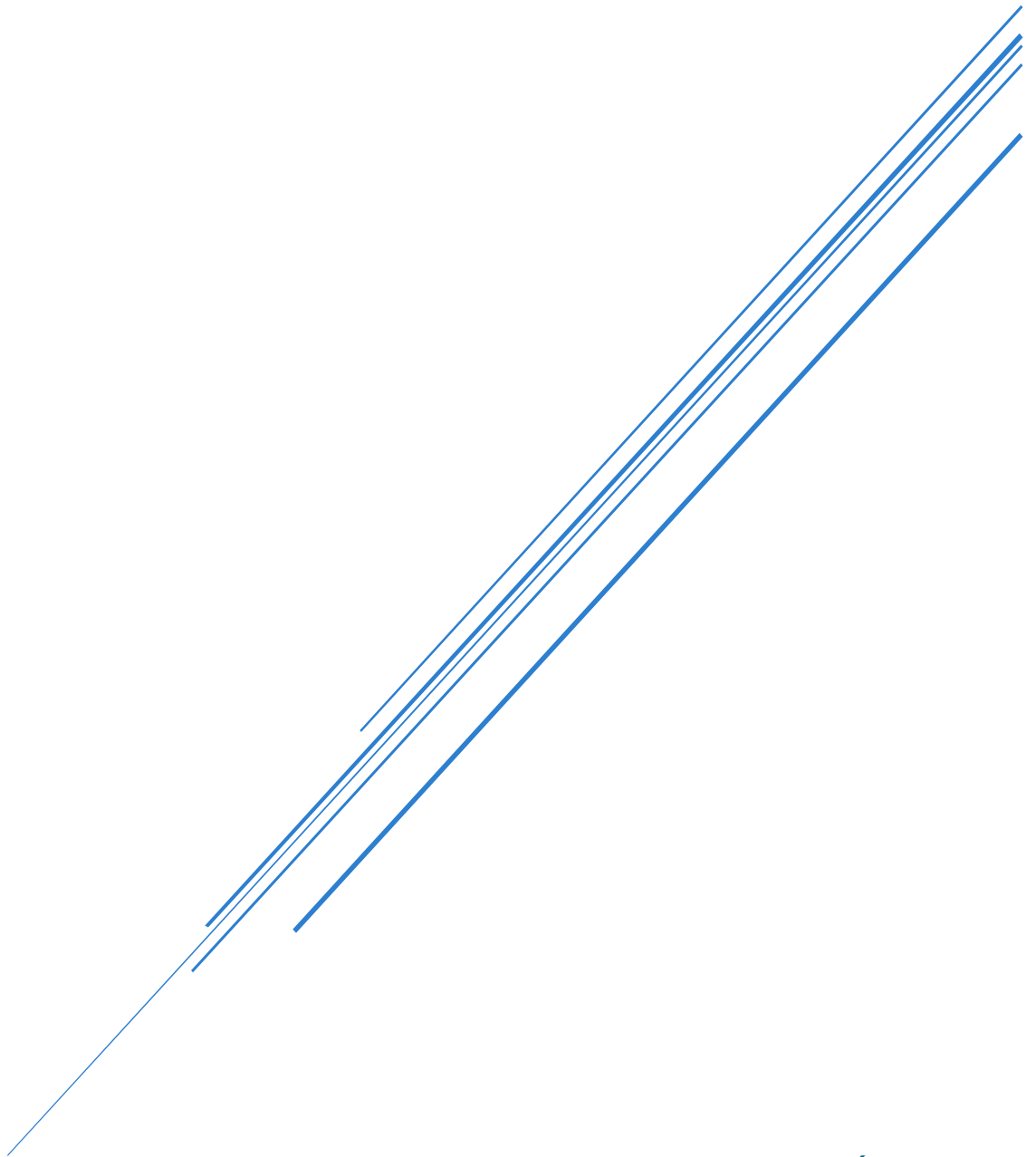


PRÁCTICA 2: RESOLUCIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA DE MODELADO

SARA GIMÉNEZ GÓMEZ



ETS INFORMÁTICA
Ingeniería de la salud

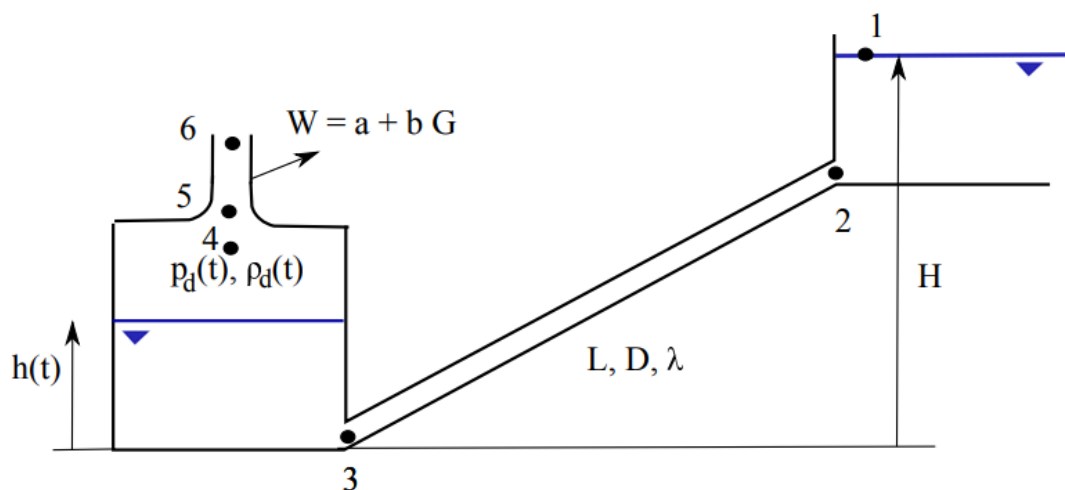
Tabla de contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
2. VACIADO DEPÓSITO DE GAS IDEAL A LA ATMOSFERA	1
3. VACIADO DEPÓSITO DE GAS POR COMPRESOR A LA ATMOSFERA	5
4. CONCLUSIÓN	9

1. INTRODUCCIÓN

Nos encontramos con un depósito suspendido a cierta altura sobre el suelo. Abajo otro depósito lo espera vacío, solo tiene gas en su interior. Si suponemos que el depósito superior está infinitamente lleno este comenzará a descender por el tubo que conecta los dos depósitos hasta ir llenando poco a poco el depósito inferior. Este aumento de altura provoca que el aire que inicialmente ocupaba el depósito inferior comience a comprimirse, hasta que sale por una tobera de la parte superior. Primero estudiaremos el comportamiento en un caso ideal y luego con una turbina en la tobera con cierta pérdida dada en el enunciado.

2. VACIADO DEPÓSITO DE GAS IDEAL A LA ATMOSFERA



Dibujo 1 Esquema detallado de un sistema para el vaciado de un depósito de gas.

En el dibujo 1, vemos un esquema del sistema inicial que vamos a estudiar. Su comportamiento fue descrito en la introducción. Aunque podemos completar ese funcionamiento descrito con la siguiente ecuación de la energía del líquido:

$$\rho L \frac{dv}{dt} = p_a - p_d + \rho g(H - h) - \frac{1}{2} \rho v^2 \left(1 + \frac{\lambda L}{D}\right)$$

De esta forma comprobamos que la inercia del líquido es debida a la diferencia de presiones y altura a los que se encuentran sometido con diversas pérdidas en el sistema.

Lo primero que se va a mostrar es como se llena este depósito en función de los varios posibles diámetros que pudiese tener el conducto que conecta ambos depósitos.

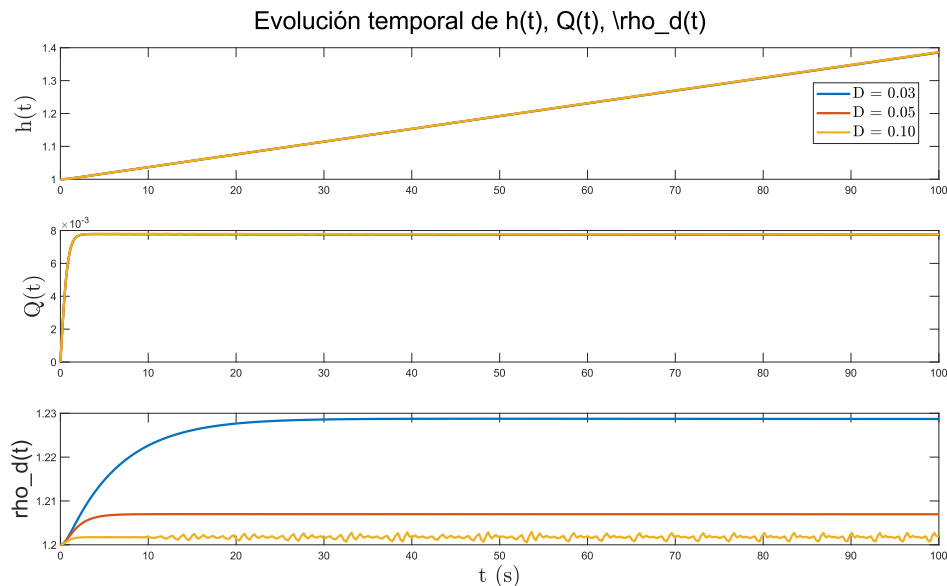


Figura 1 Evolución temporal de la altura, el caudal y densidad del líquido del segundo depósito

En la Figura 1 encontramos la evolución temporal del segundo depósito con el líquido procedente del primero. En pocas palabras vemos que el depósito se llenará correctamente. Pero vamos a describir cada uno de ellos.

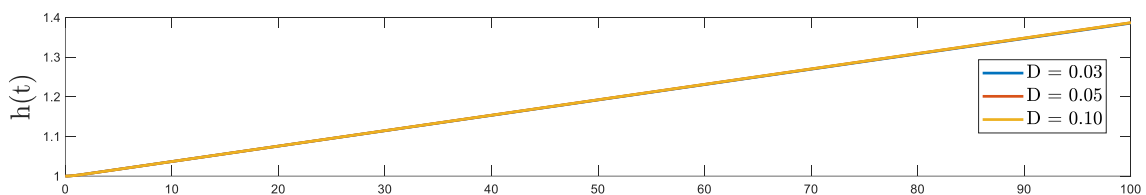


Figura 2 Evolución temporal de la altura del segundo depósito

En la Figura 2 estamos viendo como varía la altura respecto al tiempo para varios diámetros (D) . Vemos que aumenta de manera lineal con el tiempo, para cualquier valor de D. Es decir el sistema se llena de forma constante y el factor de D influye mínimamente sobre la variación de la altura.

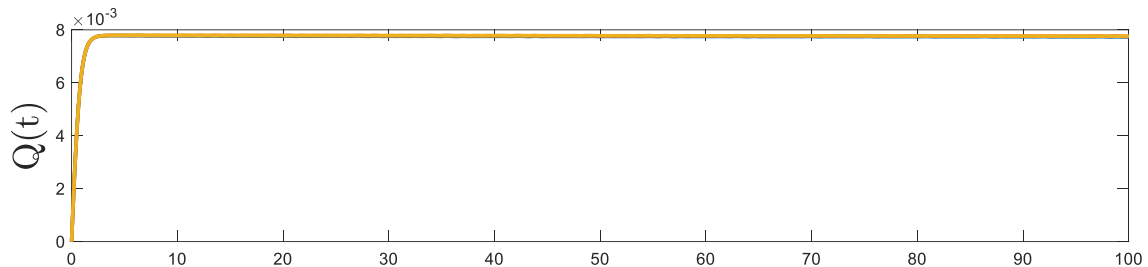


Figura 3 Evolución temporal del caudal del segundo depósito

En la Figura 3 vemos la evolución temporal del caudal. Este aumenta bruscamente al inicio para finalmente estabilizarse. Sin embargo para el valor $D = 0.10$ (amarillo) alcanza el caudal máximo más rápidamente, seguido por $D = 0.05$ (rojo) y luego $D = 0.03$ (azul). Por lo tanto a mayor D, el sistema permite un arranque más rápido del flujo.

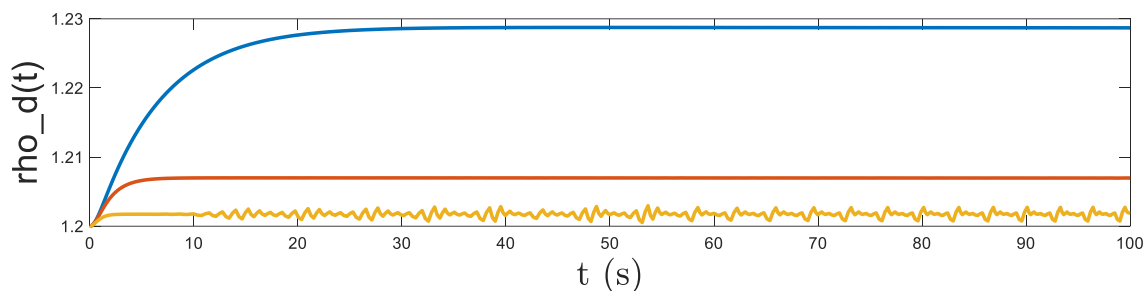


Figura 4 Evolución de la densidad del segundo depósito

En la Figura 4 se representa la evolución temporal de la densidad del segundo depósito. Se muestra una gran variabilidad entre las curvas. Para $D = 0.03$ (curva azul) la densidad del aire se incrementa rápidamente para estabilizarse en un valor mayor (unos 1.23). Para $D = 0.10$ (curva amarilla), la curva se mantiene prácticamente constante, pero con oscilaciones. A mayor D el conducto de salida es grande, por lo tanto como el líquido sale con facilidad, el gas del depósito no llega a acumularse ni a comprimirse de forma estable. En lugar de llegar al equilibrio como en los casos anteriores, el gas se expande y comprime alternadamente creando esas formas de “pulsos” y sin llegar a estabilizarse.

A continuación se muestra para este mismo esquema la evolución temporal del depósito (ahora de la parte del gas), ya hemos hecho un poco el análisis de la densidad de este pero agregamos la evolución del gasto de salida y de la velocidad Mars.

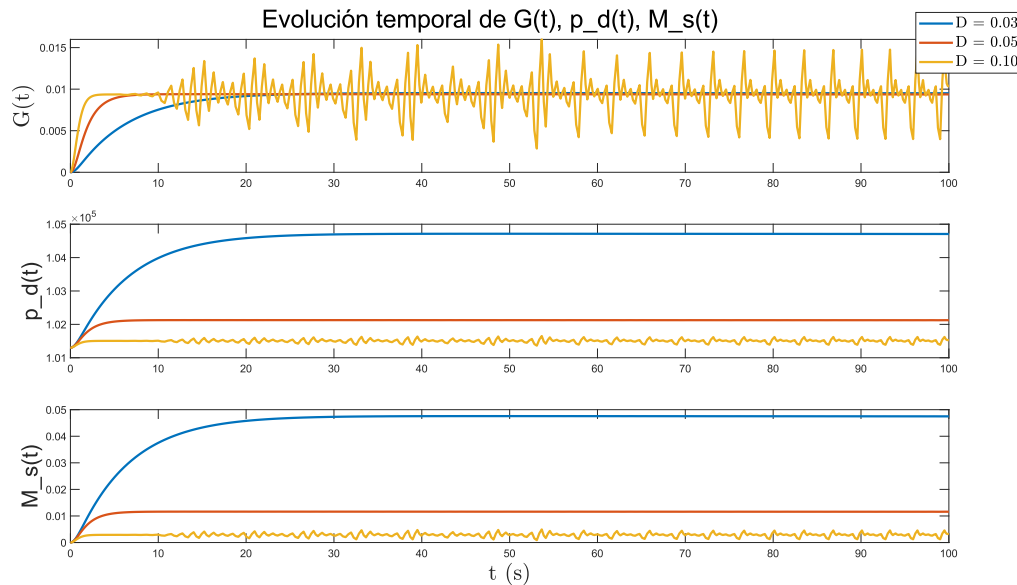


Figura 5 Evolución temporal del gasto, presión y velocidad Mars del gas

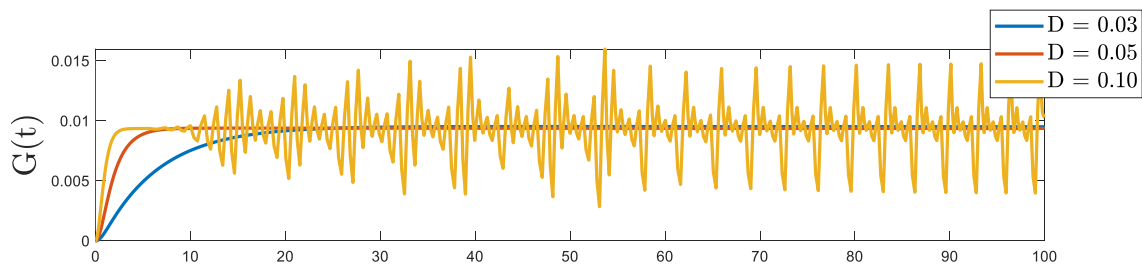


Figura 6 Evolución temporal del gasto del depósito de gas

En la Figura 6 vemos como el caudal másico, es decir la cantidad de masa de aire que sale por la salida por unidad del tiempo, a menor diámetro (curva azul) el caudal másico crece moderadamente hasta estabilizarse. Si aumentamos un poco el diámetro (curva roja) el crecimiento es muchísimo más rápido que en el caso anterior, por lo que se va a estabilizar antes y de forma constante y regular como el caso anterior. El comportamiento de la última curva a estudio (amarilla) es la que corresponde al caso de tener un diámetro grande, aparecen oscilaciones periódicas de gran amplitud. El sistema en este caso se vuelve inestable algo que cuadra con lo que se veía en la Figura 4, aunque para no tener que retroceder la nuestro a continuación como Figura 6:

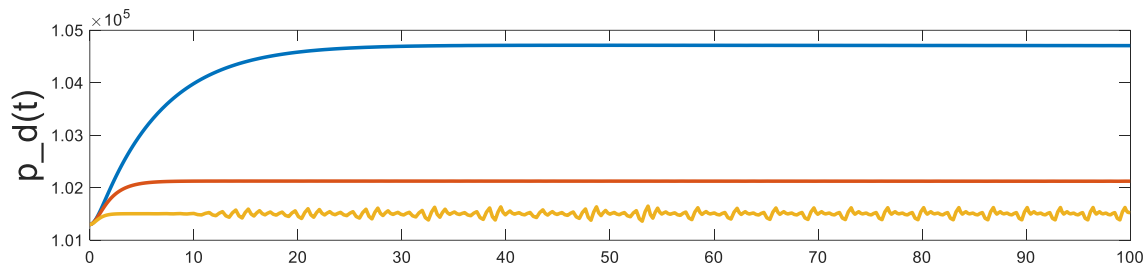


Figura 7 Evolución temporal de la presión del depósito de gas

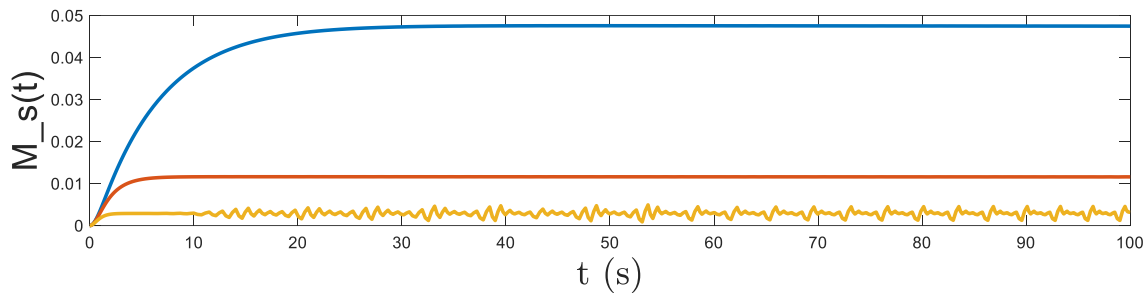
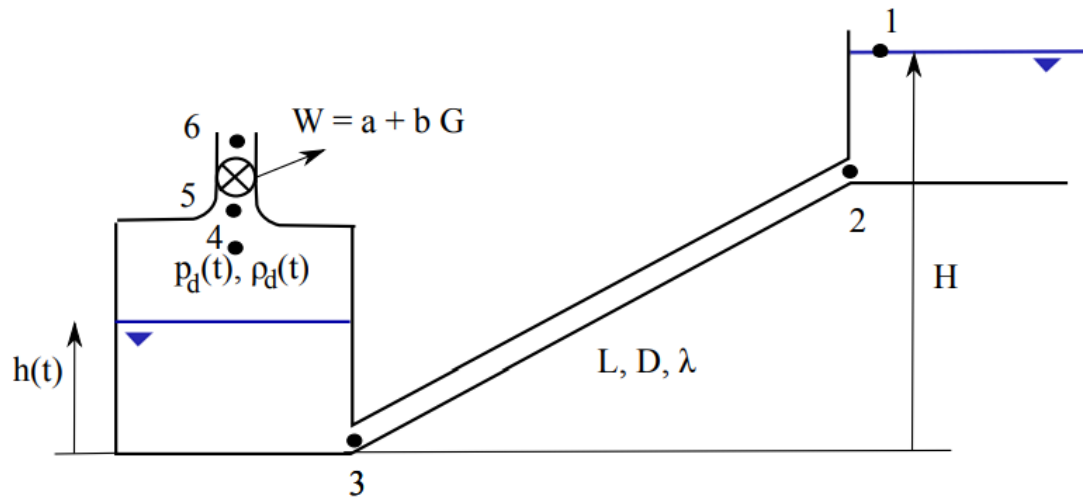


Figura 8 Evolución temporal del Ms del depósito de gas

En la Figura 8 se aprecia la evolución temporal en función del número de Mach a la salida, es decir M_s a partir de ahora. Este número indica la relación que existe entre la velocidad del aire al salir y la velocidad del sonido en ese medio. Para diámetro pequeño (curva azul correspondiente a $D = 0.03$) el número de M_s aumenta hasta estabilizarse cerca de 0.05. El aire tiene una velocidad subsónica. Si aumentamos el diámetro (curva roja correspondiente a $D = 0.05$) el número de M_s es más bajo pero también se estabiliza. Sin embargo para una curva correspondiente al mayor diámetro a estudio (curva amarilla para un $D=0.10$) vemos oscilaciones, es decir es un líquido inestable y perturbado. Este análisis nos da una pista de que a mayor compresión del aire se necesita escapar a mayor velocidad. Pero que a mayor diámetro, casos donde el líquido rellena el depósito “más bruscamente” el aire sale más lentamente. Esto coincide bastante con fenómenos como ondas de choque, resonancias internas y comportamientos no lineales.

3. VACIADO DEPÓSITO DE GAS POR COMPRESOR A LA ATMOSFERA



Dibujo 2 Esquema detallado de un sistema para el vaciado de un depósito de gas a través de un compresor

3.1 MODELO IDEALIZADO

Nos encontramos con el modelo “perfecto” es decir, el aire empuja el agua, este fluye por la tubería aumentando la altura del segundo depósito (llenado) Esto hará que cambie la presión del depósito el cual va a fluir hacia fuera.

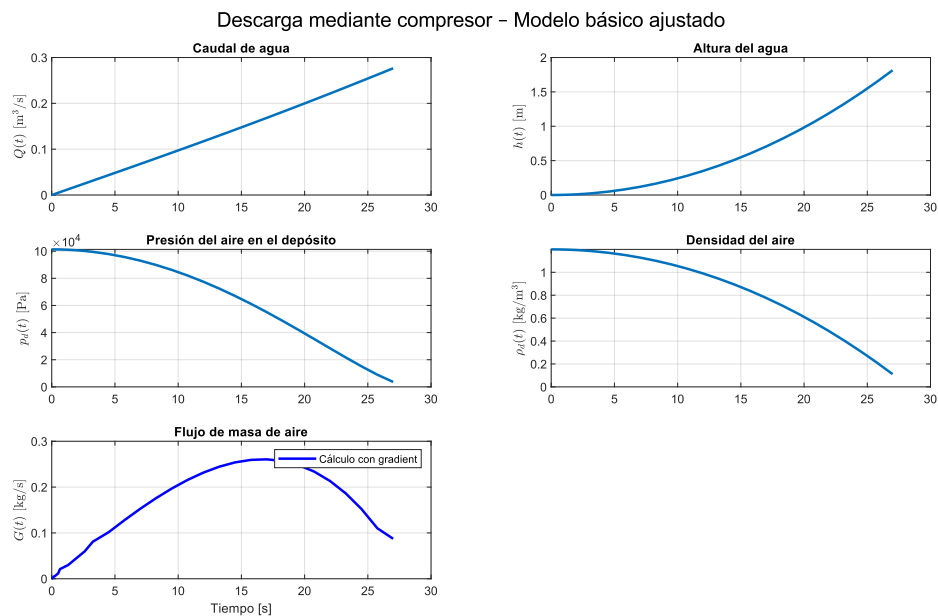


Figura 9 Descarga mediante compresor, modelo básico ajustado para densidades no negativas.

A medida que transcurre el tiempo, el caudal del segundo depósito aumenta progresivamente. Esto está correlacionado con el aumento de la altura del segundo depósito por el efecto de llenado.

La forma parabólica indica un incremento de volumen más rápido con el tiempo, reforzando el patrón observado en el caudal.

A medida que el aire se expande por el aumento del volumen ocupado por el agua, su presión disminuye.

El comportamiento es físicamente esperable por la expansión adiabática del aire en el depósito. La curva muestra que se mantiene dentro de un rango realista hasta aproximadamente 25 segundos.

La masa de aire permanece constante pero el volumen ocupado crece (al subir el agua), por lo que la densidad cae.

Al principio, el aire es desplazado más rápidamente por el agua que ingresa, pero conforme la presión y la densidad bajan, también lo hace el flujo de masa.

3.2 MODELO CON CALOR

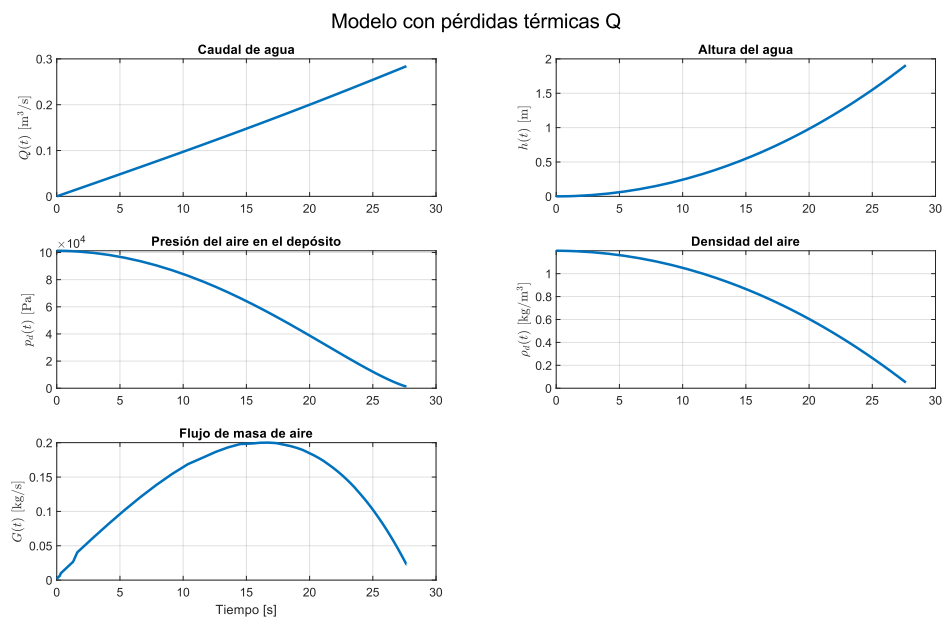


Figura 10 Descarga mediante compresor, modelo con pérdidas térmicas ajustado para densidades no negativas.

La figura 10 hace referencia a un valor de calor ajustable de 500 W el cual se cambió a uno mucho más exagerado para poder ver cambios considerables. De esta forma incrementando el calor 100 veces más conseguimos la siguiente figura:

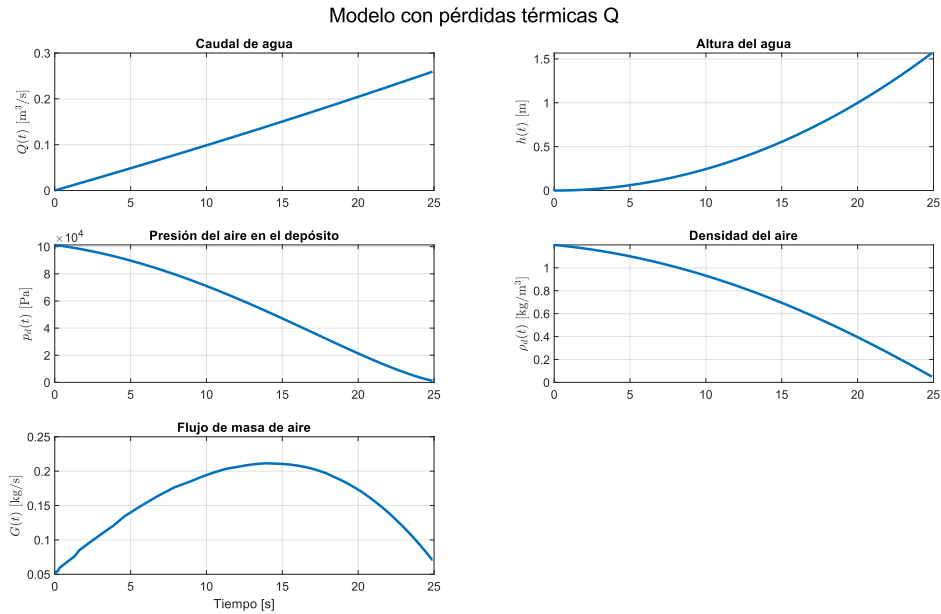


Figura 11 Descarga mediante compresor, modelo con pérdidas térmicas MUY elevadas

Físicamente esta ocurriendo lo mismo que se explicó en la sección 3.2. Con la diferencia de que al aumentar el calor, estamos inyectando más energía interna al aire. Esto aumenta la presión del aire más rápido y por ende la descarga ocurre más rápido. Esto que se explica se ve reflejado en el tiempo de la figura 11.

3.3 MODELO CON ENERGÍA CINÉTICA

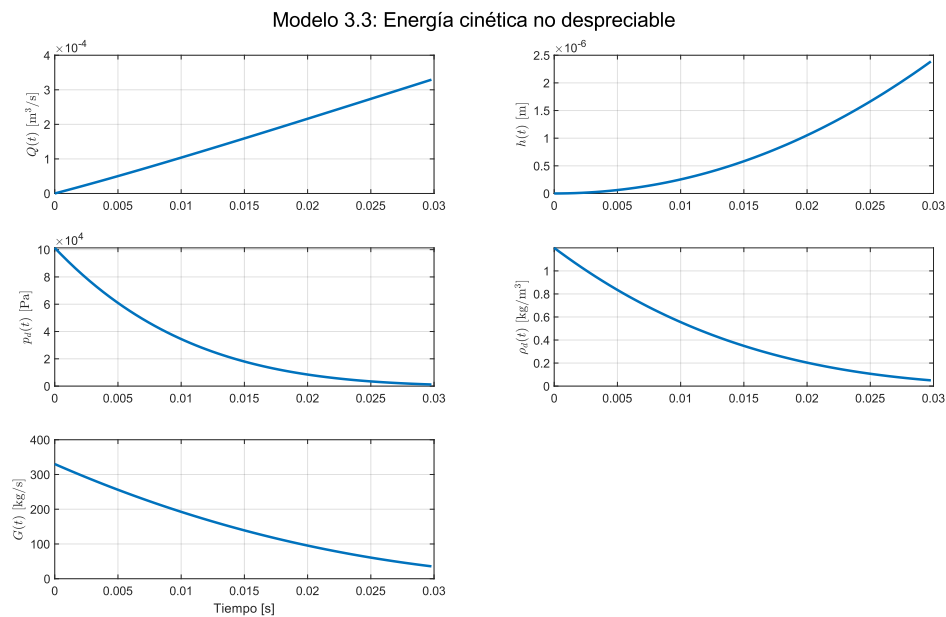


Figura 11 Descarga mediante compresor, modelo con energía cinética no despreciable ajustado para densidades no negativas.

La figura 11 considera que la energía cinética del aire al salir de la turbina, introduciendo efectos del número de mach.

Si hacemos una interpretación de las gráficas sacamos la siguiente información:

El caudal para este modelo aumenta de $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ a $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$. La dinámica del caudal no cambia porque la energía cinética en la salida afecta al aire, no al flujo de líquido directamente. La ecuación para $Q(t)$ es la misma que en los modelos de la sección 3.1 y 3.2.

Por lo tanto algo que tampoco va a variar es la altura de llenado del depósito inferior la cual aumenta de 0 a 1.7 m. Idéntico, ya que $h(t)$ depende solo de $Q(t)$ y el área del tanque, sin influencia de la energía cinética en la salida.

Si nos centramos en la gráfica de la presión: disminuye drásticamente. Esto es debido al aumento rápido del caudal en el segundo depósito, digamos que el aire se está vaciando más rápidamente y por ende la presión cae de esta forma.

Algo similar vamos a ver en la densidad del aire del depósito la cual disminuye progresivamente, algo que nos cuadra pues la densidad sigue a la presión en comportamiento.

Finalmente, nos encontramos con el gasto, el cual, para la diferencia de presión en la que la presión del depósito disminuye mientras la presión en el exterior se mantiene constante, produce una disminución del gasto. Esto se debe a que la fuerza impulsora del flujo se reduce, y por tanto el flujo másico decrece.

4. CONCLUSIÓN

Se ha abordado de forma progresiva el análisis del vaciado de un depósito de gas, inicialmente bajo condiciones ideales y posteriormente incorporando efectos adicionales como pérdidas térmicas, variaciones en la energía cinética todo bajo la presencia de un compresor.

La conclusión para el caso 1: vaciado ideal del depósito:

Dado un modelo ideal en el que un depósito superior abastece de líquido a un depósito inferior inicialmente lleno de gas. El desplazamiento del aire ocurre por compresión progresiva conforme el líquido ocupa más volumen.

Altura del líquido: La evolución temporal de la altura en el segundo depósito mostró un incremento lineal, lo que indica una alimentación constante,

independientemente del diámetro del conducto (D). La altura crece de forma estable hasta el llenado completo.

Caudal volumétrico: El caudal comienza con un crecimiento abrupto para después estabilizarse. Diámetros mayores permiten un arranque más rápido del flujo, debido a una menor resistencia al paso del líquido.

Densidad del gas: El comportamiento de la densidad es muy sensible al diámetro. Para diámetros pequeños, el aire se comprime de forma estable hasta alcanzar un nuevo equilibrio. En cambio, para diámetros grandes, se observan oscilaciones (pulsos) que denotan fenómenos de inestabilidad debidos a un llenado brusco del depósito.

Caudal másico de aire (gasto): A menor diámetro, el flujo másico aumenta suavemente hasta estabilizarse. Con diámetros mayores, se observan fluctuaciones pronunciadas que indican pérdida de estabilidad y la aparición de regímenes pulsantes del flujo.

Presión y número de Mach: La presión decrece en todos los casos, siendo más estable para diámetros pequeños. El número de Mach permanece bajo en todos los casos (subsónico), pero en diámetros grandes muestra oscilaciones similares a las de presión y densidad, lo que puede estar asociado a fenómenos acústicos o resonantes

En conclusión, el diámetro del conducto tiene un impacto significativo en la estabilidad del sistema. Diámetros pequeños garantizan una compresión progresiva y estable del gas, mientras que diámetros grandes inducen fluctuaciones en presión y densidad que afectarían al diseño y control del sistema.

Para un caso 2 donde el vaciado era con compresor y sin pérdidas:

Al incorporar un compresor al sistema, se modifica la dinámica del flujo de salida del gas. Aquí se observa que:

Altura y caudal volumétrico: El volumen del líquido sigue aumentando con el tiempo, incluso con mayor aceleración, debido al efecto activo del compresor. El caudal aumenta progresivamente, reflejando un llenado más eficiente.

Presión y densidad del gas: Ambas disminuyen de forma progresiva, coherente con una expansión adiabática del aire a medida que se comprime y sale. La respuesta es físicamente esperable y estable.

Gasto másico: El flujo de masa de aire al exterior comienza alto y decrece con el tiempo, a medida que la presión interna baja. Esto se alinea con la física del

sistema: la fuerza impulsora del flujo (la diferencia de presiones) se reduce con el vaciado del depósito.

Por lo tanto el uso del compresor permite una extracción más eficiente del aire, aunque sigue estando limitado por la caída de presión en el depósito. Se conserva la estabilidad general del sistema.

En el caso 3 para un modelo con pérdidas térmicas y compresor:

Al introducir transferencia de calor significativa, se observa un efecto evidente:

Presión interna: Se incrementa más rápidamente gracias al calor añadido al sistema, lo que resulta en un vaciado más rápido del aire.

Tiempo de vaciado: Se reduce notablemente, evidenciando que el aporte energético acelera el proceso de evacuación del gas.

Gasto másico: Aumenta más rápidamente al principio, pero posteriormente sigue una trayectoria decreciente cuando la presión vuelve a caer. Por lo tanto; las pérdidas térmicas (o, en este caso, el calor añadido) elevan la presión interna, aumentando temporalmente la eficiencia de vaciado. No obstante, el comportamiento sigue regulado por la caída de presión.

Para el caso 4: compresor con energía cinética:

Altura y caudal del líquido: Permanecen inalterados respecto a modelos anteriores, ya que la energía cinética afecta al gas, no al líquido directamente.

Presión y densidad del gas: Caen con mayor rapidez, lo que implica que el gas se extrae más velozmente del depósito. Se vincula a un aumento en la velocidad de salida.

Número de Mach y gasto másico: Se incrementan inicialmente, pero al reducirse la presión en el depósito, el gasto disminuye.