

Caclul Booleen

Algebre de boole

soit \mathbb{B} un ensemble munit d'une structure algebrique, on l'appelle algebre de boole.

Définition 1: on appelle booleen toute variable defini sur un ensemble a deux elements

Pour simplifier l'ecriture des expressions logique, l'operande \neg peut etre ecrit de cette facon: \bar{x} . et on a

x	0	1
\bar{x}	1	0

dans le cadre de l'algebre de Boole, un litterale designe la aussi une variable x (litteral positif) ou sa negation \bar{x} (litteral negatif)

Proprietes de calcul

on dispose des nombreuses proprietess suivantes heritees du calcul propositionnel:

1. associativite: $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$
2. commutativite $a + b = b + a$
3. distributivite $a(b + c) = ab + (ac)$
4. idempotence: $a + a + a + a... = a$ et $aaa.... = a$
5. element neutre: $a + 0 = 0 + a = a$ et $a1 = 1a = a$
6. absorption $0a = a$ et $1 + a = 1$
7. simplifcation: $a + \bar{a}b = a + b$ et $a(\bar{a} + b) = ab$
8. redondance: $ab + \bar{a}c = ab + \bar{a}c + bc$ et $(a + b)(\bar{a} + c) = (a + b)(\bar{a} + c)(b + c)$
9. DeMorgan: $\overline{ab} = \bar{a} + \bar{b}$
10. Involution: $\bar{\bar{a}} = a$
11. tiers exclu: $\bar{a} + a = 1$
12. non contradiction: $a\bar{a} = 0$

on retrouve les cinq autres operateur binaire, implication, equifvvalence, disjonction exclusive, non conjenction et non disjonction:

$$\begin{aligned}a \Rightarrow b &= \bar{a} + b, \\a \Leftrightarrow b &= (\bar{a} + b)(a + \bar{b}) \\a \oplus b &= (a + b)(\bar{a} + \bar{b}) \\a \uparrow b &= \bar{a}\bar{b} \\a \downarrow b &= \widetilde{a + b}\end{aligned}$$

qui ont les tables de verite:

\Rightarrow	0	1
0	1	1
1	0	1

\Leftrightarrow	0	1
0	1	0

1	0	1
---	---	---

\oplus	0	1
0	0	1
1	1	0

\uparrow	0	1
0	1	1
1	1	0

\downarrow	0	1
0	1	0
1	0	0

Definitions:

Définition 2: antilogie L'antilogie est le cas où une formule répond toujours faux, à l'inverse de la tautologie qui répond toujours vrai

Code Gray

Définition 3: Code Gray

Minterme, maxterme

Définition 4: Minterme, Maxterme on appelle Minterme toute fonction d'ordre n, prenant une seule fois la valeur 1