

Notes M18

Mehdi Ben Ahmed

November 29, 2023

Contents

1	Nombres Complexes	2
1.1	Definition	2
1.2	Module et argument	2
1.2.1	Définition	2
1.3	Racine carrée	2
1.3.1	Racine énième	2
1.4	Les Polynomes	2

1 Nombres Complexes

1.1 Définition

Soit z un nombre complexe. l'écriture $z = a + bi$ est dite la forme algébrique de z .

- a est la partie réelle de z , notée $Re(z)$, si $a = 0$, on dit que z est un imaginaire pur.
- b est la partie imaginaire de z , notée $Im(z)$, si $b = 0$, z est un réel

1.2 Module et argument

1.2.1 Définition

1.3 Racine carrée

Soit z un complexe non nul, on cherche à résoudre l'équation $w^2 = z$ on peut écrire w et z sous forme cartésienne et identifier:

si $z = a + ib, (a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $w = \alpha + i\beta, (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$, on obtient: On obtient aussi, d'après l'égalité des modules, $\alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

1.3.1 Racine énième

1.4 Les Polynômes

Un polynôme est défini comme suit

$$P(x) = 0 + 0_1X + 0_2X^2 + 0_3X^3 + \dots + 0_nX^n$$

polynôme comme objet abstrait P

Exemple 1 $p(x) = x^2$ comme polynôme

Exemple 2 En Particulier $P = 0$ comme polynôme

Définition 1 on dit que z_0 est une racine de P tel que $P(z_0) = 0$
On utilise le mot racine dans les deux sens

- racine (n -ième) d'un nombre complexe tel que $z_0^n = w$
- racine d'un polynôme tel que $P(z_0) = 0$

Définition 2 Soit P un polynôme
on appelle degré en polynôme
la puissance la plus grande pour laquelle $n \neq 0$

$x^5 + x^5 + 0x^3 + 3x^2 + x + 1$	$x^3 + 2x + 1$
$x^5 + 2x^3 + x^2$	$x^2 + x - 2$

Exemple 3

$$P(x) = 1 + x^2 + x^{27}$$

$$\deg = 27$$

Definition 3 Question Soit P un polynôme de degré n combien de racine admet-il, (complexe et réel)?

Exemple 4

$$P(z) = z^n - 1$$

2 racines réels, et 2 racines complexes

$$z_0 \text{ racines} \iff z_0^2 = 0$$

donc

$$z_0 \text{ est la racine}$$

Definition 4 Division des polynomes

Théoreme 1 Soit F et G des polynômes, ($\deg F \leq \deg G$)
alors ils existent Q et R tels que $\deg R < \deg G$

$$F = QG + R$$

Si $R = 0$, on dit que F est divisible par G

Exemple 5 Voici un exemple de division polynomial