ПРИПРЕМА ЗА ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА

Задатак 4: Блок A масе 30 кг клизи низ косину подижући терет В масе 10 кг помоћу нерастегљивог ужета пребаченог преко преко котура С (хомогени диск) масе 5 кг и полупречника 10 цм. Коефицијент трења између блока A и косине је 0.2. Котур С је добро подмазан, тако да је трење у лежају занемарљиво. Одредити угаоно убрзање котура применом:

- а) Даламберовог принципа
- b) Закона о кинетичком моменту

$$m_A = 30 kg$$

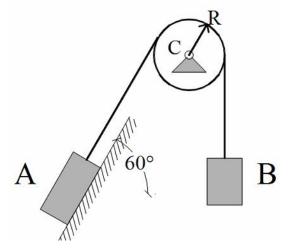
$$m_B = 10 kg$$

$$m_C = 5 kg$$

$$R = 10 cm$$

$$\mu = 0.2$$

$$\varepsilon_C = \ddot{\varphi} = ?$$



а) Даламберов принцип

Тело А:

$$\sum X = 0 \Rightarrow m_A \cdot g \cdot \cos 30^\circ - F_A^{in} - F_\mu - S_1 = 0$$

$$F_A^{in} = m_A \cdot a_A$$

$$F_\mu = N \cdot \mu$$

$$N = m_A \cdot g \cdot \cos 60^\circ$$

$$\sum X = 0 \Rightarrow m_A \cdot g \cdot \cos 30^\circ - m_A \cdot a_A - m_A \cdot g \cdot \cos 60^\circ \cdot \mu - S_1 = 0 \dots (1)$$

Тело В:

$$\sum Y = 0 \Rightarrow -m_B \cdot g - F_B^{in} + S_2 = 0$$

$$F_B^{in} = m_B \cdot a_B$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow \boxed{-m_B \cdot g - m_B \cdot a_B + S_2 = 0} \dots (2)$$

Тело С:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow S_1 \cdot R - M_C^{in} - S_2 \cdot R = 0$$

$$M_C^{in} = I_z \cdot \varepsilon = \frac{1}{2} m_C \cdot R^2 \cdot \varepsilon$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow S_1 - \frac{1}{2} m_C \cdot R \cdot \varepsilon - S_2 = 0 \dots (3)$$

Из једначина (1) и (2) потребно је изразити силе у ужадима:

$$(1) \Rightarrow S_1 = m_A \cdot g \cdot \cos 30^\circ - m_A \cdot a_A - m_A \cdot g \cdot \cos 60^\circ \cdot \mu = 22.98g - 30a_A$$

$$(2) \Rightarrow S_2 = m_B \cdot g + m_B \cdot a_B = 10g + 10a_B$$

Уврштавањем ових израза у једначину (3)

$$22.98g - 30a_A - \frac{1}{2}m_C \cdot R \cdot \varepsilon - 10g - 10a_B = 0$$
$$12.98g - 30a_A - 0.25 \cdot \varepsilon - 10a_B = 0$$

Убрзање тела А и В:

$$a_A = a_B = \varepsilon \cdot R = 0.1\varepsilon$$

$$12.98g - 3\varepsilon - 0.25 \cdot \varepsilon - \varepsilon = 0$$

$$\varepsilon = \frac{12.98g}{4.25} = 29.96 \, rad/s^2$$

Убрзање тела А и В:

$$a_A = a_B = \varepsilon \cdot R = 29.96 \cdot 0.1 = 2.996 \, m/s^2$$

Силе у ужету:

$$S_1 = 22.98g - 30a_A = 135.55 N$$

 $S_2 = 10g + 10a_B = 128.06 N$

b) Закона о промени кинетичког момента

$$L_{oz} = L_{oz}^A + L_{oz}^B + L_{oz}^C$$

$$\begin{split} L_{oz}^A &= m_A \cdot v_A \cdot R = m_A \cdot R \cdot \dot{\varphi} \cdot R = m_A \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} \\ L_{oz}^B &= m_B \cdot v_B \cdot R = m_B \cdot R \cdot \dot{\varphi} \cdot R = m_B \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} \\ L_{oz}^C &= \frac{1}{2} m_C \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} \end{split}$$

Момент спољашњих сила у односу на пол

$$\sum_{i} M_{oz}^{F_i} = m_A \cdot g \cdot \cos 30^\circ \cdot R - m_B \cdot g \cdot R - F_\mu \cdot R = 1.298g$$

$$\frac{dL_{oz}}{dt} = M_{oz}^{F_i}$$

$$L_{oz} = I_z \cdot \dot{\varphi} = m_A \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} + m_B \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} + \frac{1}{2} m_C \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} = 0.425 \dot{\varphi}$$

$$\frac{d}{dt}[0.425\dot{\varphi}] = 1.298g$$

$$0.425\ddot{\varphi} = 1.298g$$

$$\varepsilon = \ddot{\varphi} = \frac{1.298g}{0.425} = 29.96 \, rad/s^2$$