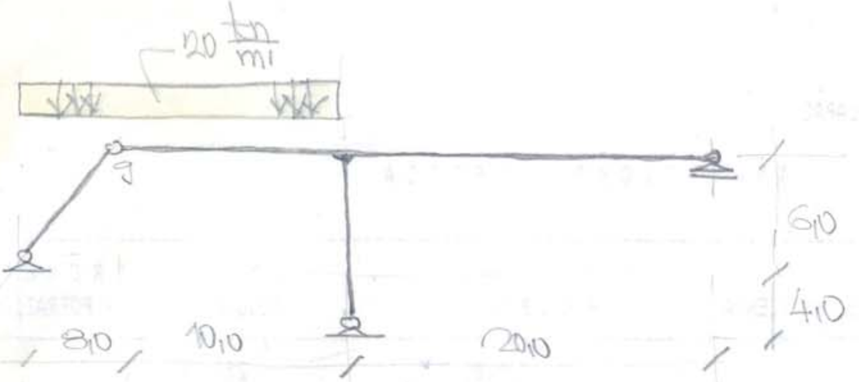
ЗАДАТАК

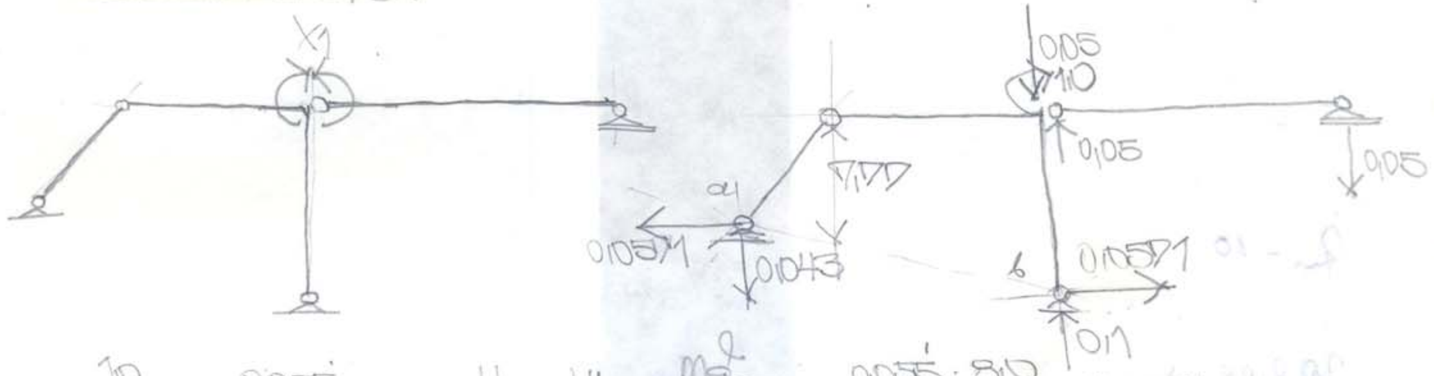


EJ = 5 MNm^2

$\Sigma o = 5$ $\quad K = 5$
$\Sigma u = 0$ $\quad 2K = 10$
$\Sigma k = 2$
$\Sigma s = 4$
$\Sigma E = 11$

$\Sigma E - 2K = 11 - 10 = 1\times$ статички неодређен

— ОСНОВНИ СИСТЕМ —



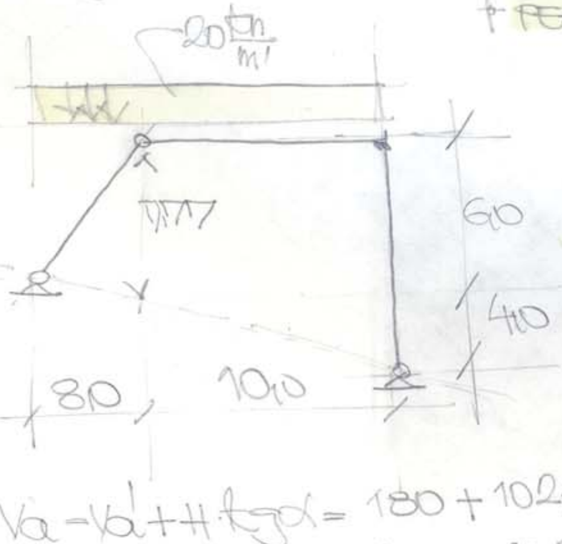
$V_a' = -\dfrac{1,0}{18} = -0,055$ $\qquad H_a = H_b = \dfrac{M_g^0}{f} = \dfrac{0,055 \cdot 8,0}{7,77} = 0,0571$

$V_b' = \dfrac{0,05 \cdot 18 + 1,0}{18} = 0,11$

$V_a = V_a' + H \cdot tg\beta = 0,055 - 0,0571 \cdot 0,22 = 0,043$

$V_b = V_b' - H \cdot tg\beta = 0,11 + 0,0571 \cdot 0,22 = 0,1$

+ РЕАКЦИЈЕ ЛУКА +



$V_a' = \dfrac{q \cdot l}{2} = \dfrac{20 \cdot 18}{2} = 180$

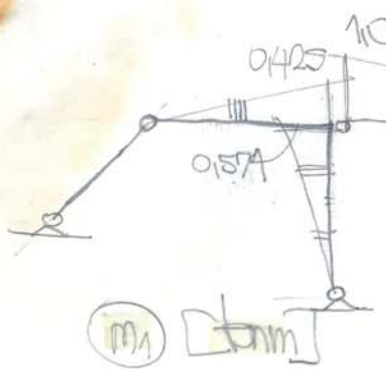
$V_b' = 180$

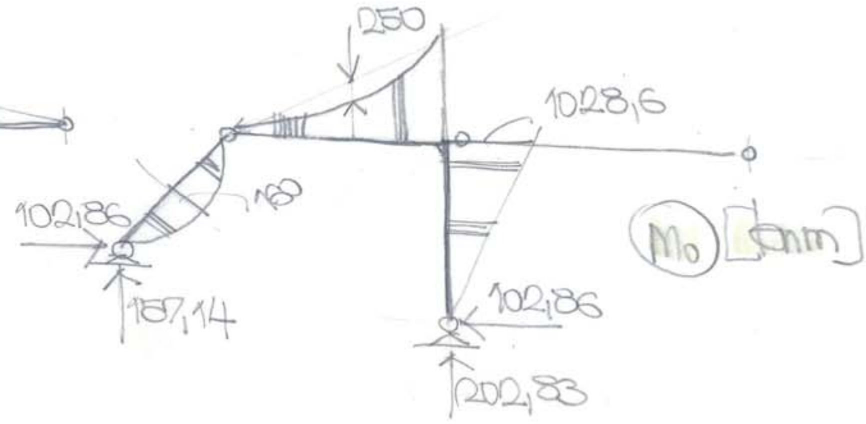
$H_a = H_b = H = \dfrac{M_g^0}{f} = \dfrac{180 \cdot 8 - 20 \cdot 8,0 \cdot 4,0}{7,77}$

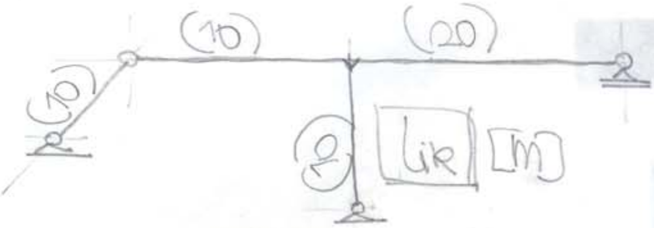
$H = 102,86$

$V_a = V_a' + H \cdot tg\alpha = 180 + 102,86(-0,22) = 157,14$

$V_b = V_b' - H \cdot tg\alpha = 180 + 102,86 \cdot 0,22 = 202,83$

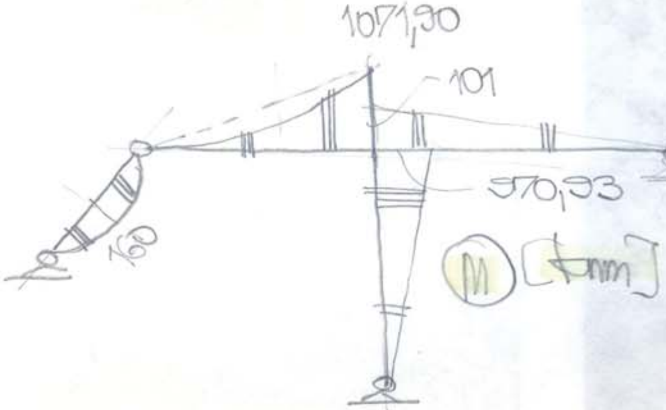






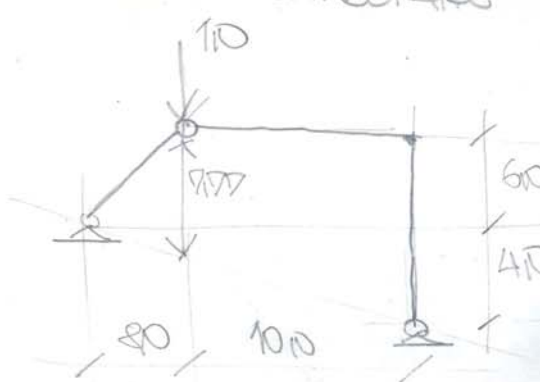
$$EJ\delta_{11} = 8,386$$
$$EJ\delta_{10} = 844,137$$

$$X_1 = \frac{844,137}{8,386} = 101$$

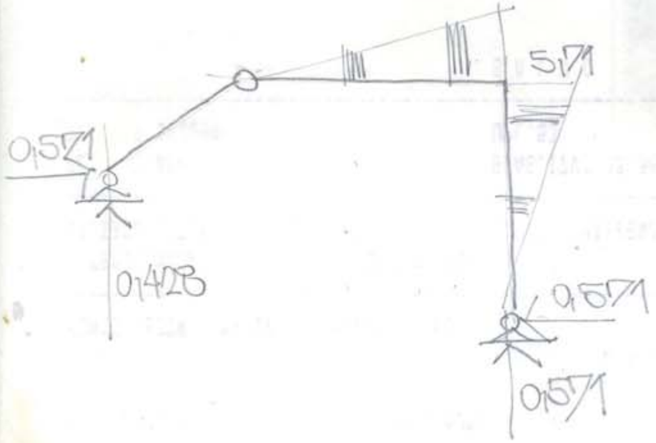


$$-1028,6 - 0,425 \cdot 101 = 1071,50$$
$$-1028,6 + 0,571 \cdot 101 =$$

– ВЕРТИКАЛНО ПОМЈЕРАЊЕ ЧВОРА (g)



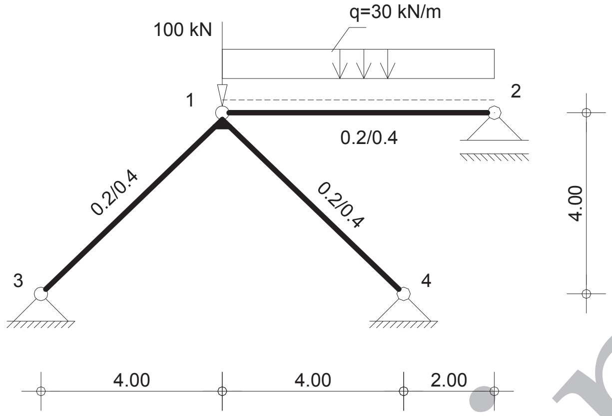
$$V_a' = \frac{10}{18} = 0,5\dot{5}$$
$$V_b' = \frac{8}{18} = 0,44$$
$$H_a = H_b = H = \frac{M_{g0}^{l}}{f} = \frac{0,5\dot{5} \cdot 8,0}{7,77} = 0,571$$
$$V_a = 0,55 + 0,571(-0,22) = 0,428$$
$$V_b = 0,44 + 0,571 \cdot 0,22 = 0,571$$



$$EJ\delta(g) = 34123,531$$
$$\delta(g) = \frac{34123,531}{5 \cdot 10^6} = 6,824 \cdot 10^{-3}\ m$$
$$\delta(g) = 6,82\ mm$$

ЗАДАТАК

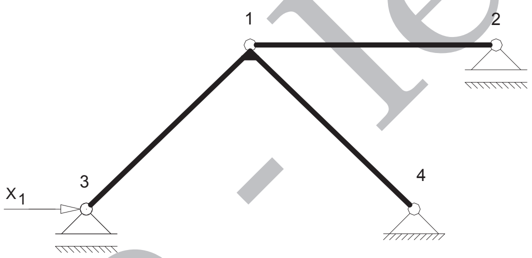
За носач са оптерећењем према скици услед задатог оптерећења нацртати дијаграм вертикалних померања означеног штапа са ординатама на сваких 1.0 m. Утицај H, T – сила зенемарити на деформацију. $E = 3 \cdot 10^7 \, kN/m^2$.



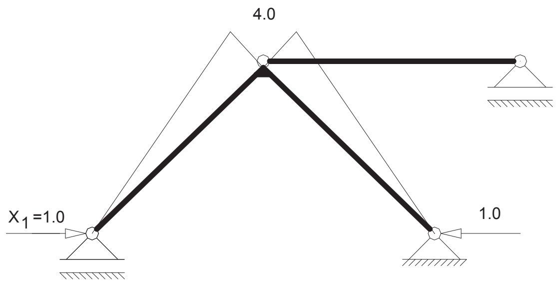
<u>Статичка неодређеност:</u>

$z_u = 0$
$z_o = 5$
$z_k = 1$
$z_s = 3$
$k = 4.......2k = 8$
$n = \sum z - 2k = 9 - 8 = 1x$
неодређен систем

Основни систем

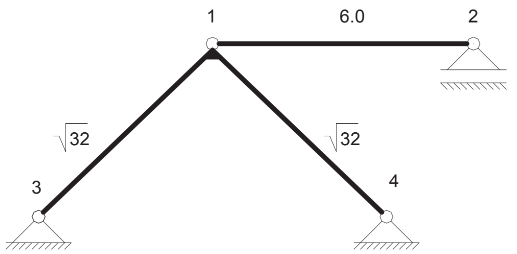


$M_1 [kNm]$

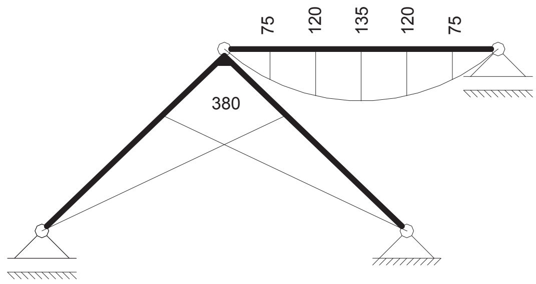


$I_c = I, \quad L_{ik}^I = \frac{I_c}{I_{ik}} \cdot L_{ik} \qquad E \cdot I = 3.0 \cdot 10^7 \cdot \frac{0.2 \cdot 0.4^3}{12} = 32000 \, kNm^2$

Редуковане дужине штапова $L_{ik}^I [m]$



$M_0 [kNm]$



Мр Илија М. МИЛИЧИЋ, дипл.инж.грађ.
milicic@gf.su.ac.yu

Коефијент уз непознату:

$$\delta_{11} = 2 \cdot \frac{\sqrt{32}}{3} \cdot 4.0 \cdot 4.0 = 60.34$$

Слободни члан:

$$\delta_{10} = -\left(2 \cdot \frac{\sqrt{32}}{3} \cdot 4.0 \cdot 380 \right) = -5732.28$$

Једначина система:

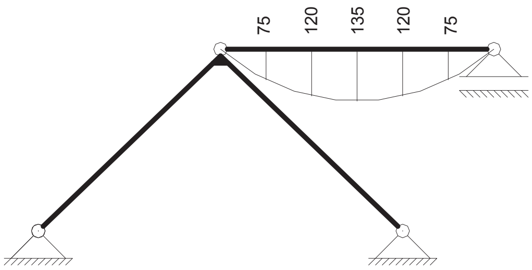
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{10} = 0$$

Решење:

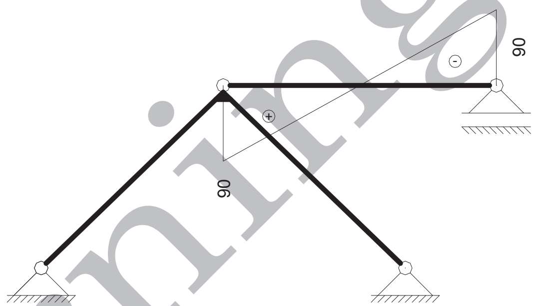
$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{5732.28}{60.34} = 95.00$$

<u>Дијаграми пресечних сила:</u>

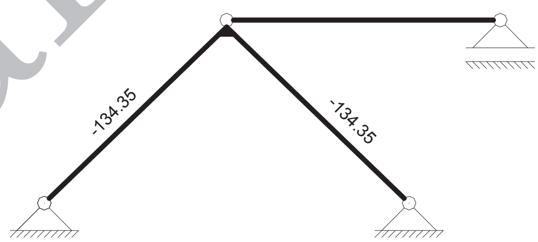
$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$$



$M[kNm]$



$T[kN]$



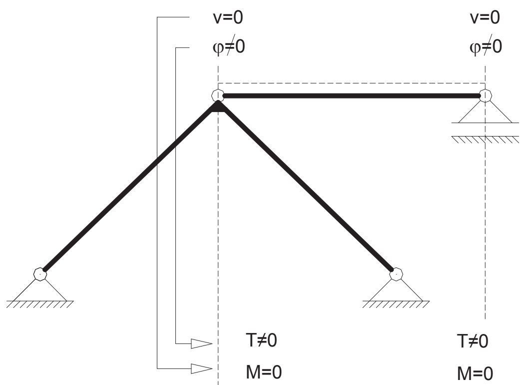
$N[kN]$

<u>Дијаграм вертикалних померања</u>

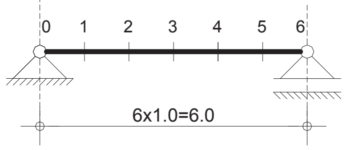
Аналогијом фиктивног носача, имамо да је фиктивно оптерећење, дато изразом:

$$p^f = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t \cdot \frac{\Delta t}{h} \right) \cdot \frac{1}{\cos\alpha},$$

- аналогија:

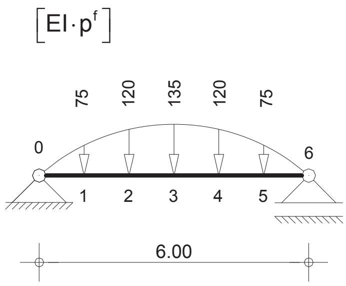


- фиктивни носач:



Мр Илија М. МИЛИЧИЋ, дипл.инж.грађ.
milicic@gf.su.ac.yu

Параболична промена фиктивног оптерећења:

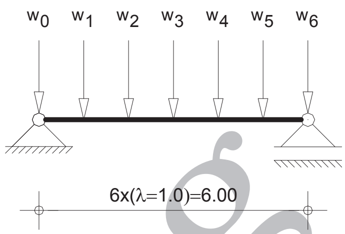


$$w_0 = \frac{\lambda}{24} \cdot \left(7 \cdot p_0^f + 6 \cdot p_1^f - p_2^f\right)$$

$$w_m = \frac{\lambda}{12} \cdot \left(p_{m-1}^f + 10 \cdot p_m^f + p_{m+1}^f\right)$$

$$w_n = \frac{\lambda}{24} \cdot \left(7 \cdot p_n^f + 6 \cdot p_{n-1}^f - p_{n-2}^f\right)$$

Срачунавање еластичних тежина:



$$w_0 = \frac{1.0}{24} \cdot \left(0 + 6 \cdot 75 - 120\right) = 13.75$$

$$w_1 = \frac{1.0}{12} \cdot \left(0 + 10 \cdot 75 + 120\right) = 72.50$$

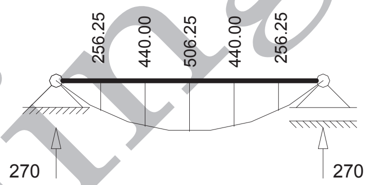
$$w_2 = \frac{1.0}{12} \cdot \left(75 + 10 \cdot 120 + 135\right) = 117.50$$

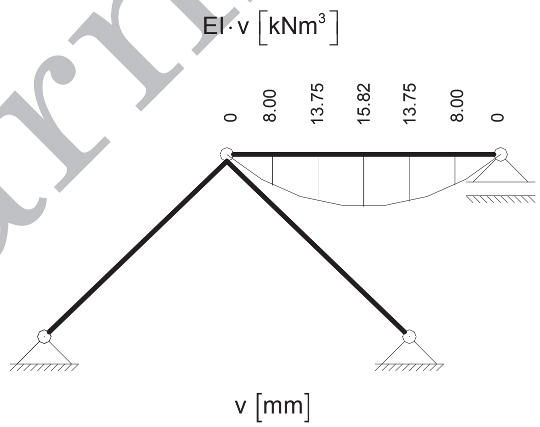
$$w_3 = \frac{1.0}{12} \cdot \left(120 + 10 \cdot 135 + 120\right) = 132.50$$

$$w_4 = w_2 = 117.50$$

$$w_5 = w_1 = 72.50$$

$$w_6 = \frac{1.0}{24} \cdot \left(7 \cdot 0 + 6 \cdot 75 - 120\right) = 13.75$$





Контрола резултата за средину штапа:

$$v = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{30 \cdot 6.00^4}{32000} = 0.01582$$

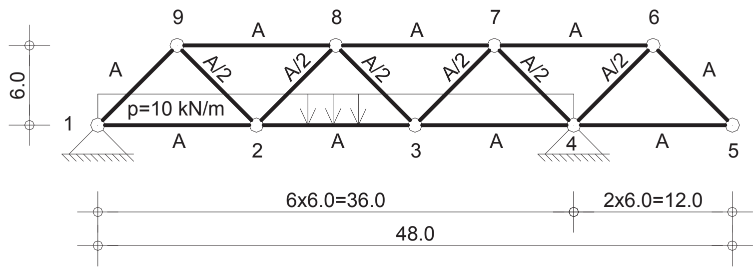
$$v = 15.82\,mm$$

Мр Илија М. МИЛИЧИЋ, дипл.инж.грађ.
milicic@gf.su.ac.yu

ЗАДАТАК

За дати решеткасти носач у свему према скици срачунати вертикално померање чвора 5услед:

- једнако подељеног оптерећења,
- загревања штапова 6 – 7 – 8 – 9 за $t = 20^0 C$, $\alpha_t = 10^{-5}\, 1/{}^0 C$.

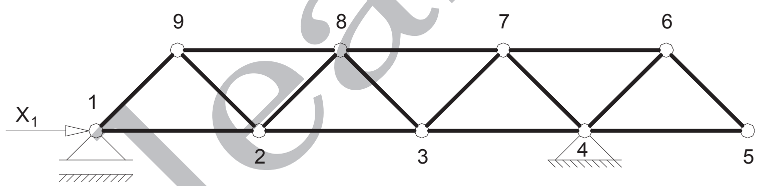


<u>Статичка неодређеност:</u>

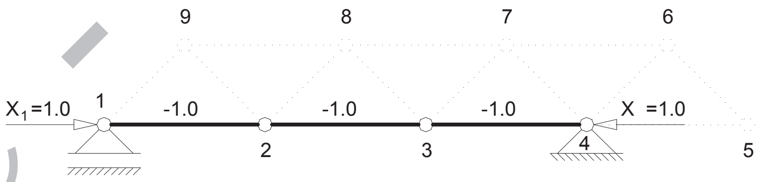
$z_u = 0$
$z_o = 4$
$z_k = 0$
$z_s = 15$
$k = 9 ....2k = 18$
$n = \sum z - 2k = 19 - 18 = 1x$

неодређен систем (спољашња неодређеност).

Избор основног система и усвајање статичке непознате величине

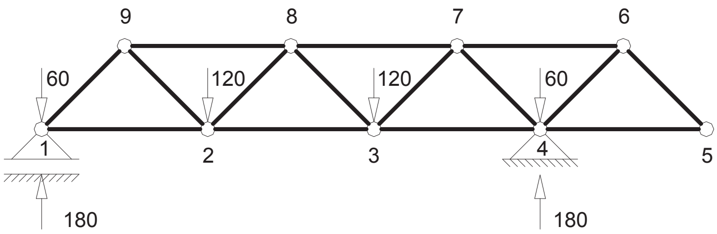


Силе у штаповима од $X_1 = 1.0$



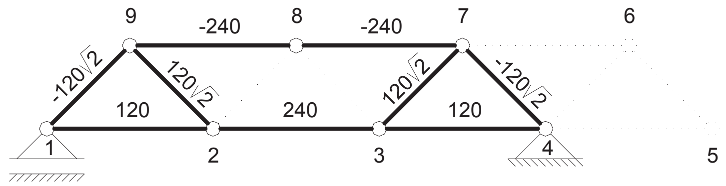
$S_1 [kN]$

УТИЦАЈ: једнако подељено оптерећење:



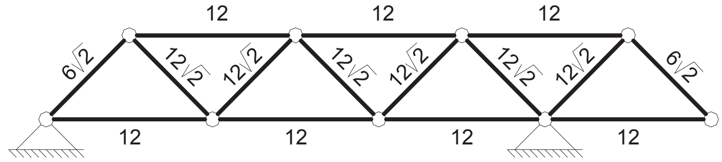
Редуковано оптерећење у чворове решетке, са реакцијама ослонаца основног система

Силе у штаповима основног система



$S_0\,[kN]$

$L^I_{ik} = L_{ik} \cdot \dfrac{F_c}{F}$, усвојено за $F_c = F$



Редуковане дужине штапова L^I_{ik} [m]:

Коефицијент уз непознату величину:

$$EF_c \cdot \delta_{11} = \sum_s S_1^2 \cdot L^I_{ik} = 3 \cdot (-1.0)^2 \cdot 12 = 36.0$$

$$EF_c \cdot \delta_{10} = \sum_s S_0 \cdot S_1 \cdot L^I_{ik} = (120 \cdot 2 + 240) \cdot (-1.0) \cdot 12 = -5760$$

Срачунавање непознате величине:

$$X_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{10} = 0, \qquad X_1 = -\frac{EF_c \cdot \delta_{10}}{EF_c \cdot \delta_{11}} = \frac{5760}{36} = 160\,kN$$

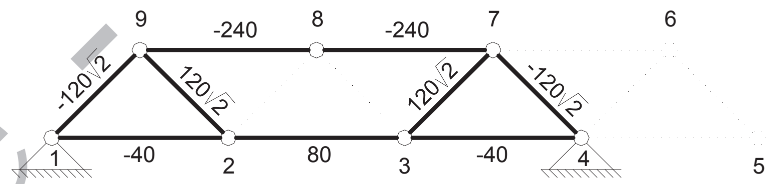
Према томе,

на основу принципа суперпозиције силе у штаповима решеткастог статички неодређеног носача од једнако подељеног оптерећења су:

$$S_{1-2} = S_0^{1-2} + X_1 \cdot S_1^{1-2} = 120 + 160 \cdot (-1.0) = -40\,kN,$$

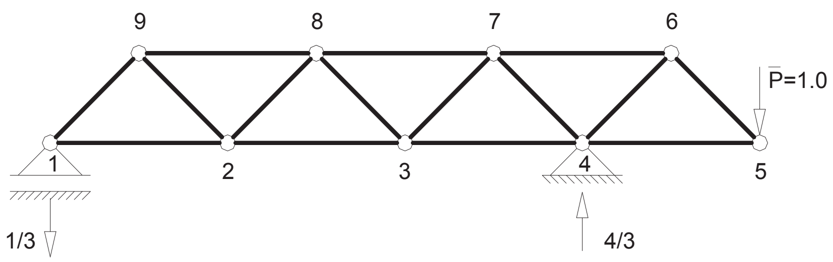
$$S_{2-3} = S_0^{2-3} + X_1 \cdot S_1^{2-3} = 240 + 160 \cdot (-1.0) = 80\,kN,$$

$S_{3-4} = S_0^{3-4} + X_1 \cdot S_1^{3-4} = 120 + 160 \cdot (-1.0) = -40\,kN$,..., итд.

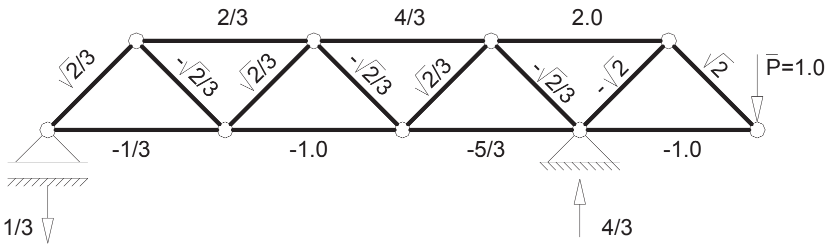


$S\,[kN]$

Генералисана сила за вертикално померање чвора 5.



Силе у штаповима:



$\bar{S}_0\,[\mathrm{kN}]$

Вертикално померање чвора 5:

$$EF_c \cdot v_5 = \sum_s S \cdot \bar{S}_0 \cdot L_{ik}^{I}$$

$$EF_c \cdot v_5 = \left\{\left[(-240)\cdot\left(\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\right)\right]-\left[40\cdot\left(-\frac{5}{3}-\frac{1}{3}\right)\right]+\left[80\cdot(-1.0)\right]\right\}\cdot 12.0 +$$

$$+120\sqrt{2}\cdot 12\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}-120\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}\cdot 6\sqrt{2} = -5081.20$$

Односно: $v_5 = -\dfrac{5081.20}{EF_c}$, значи да чвор иде навише.

УТИЦАЈ: загревање штапова 6 – 7 – 8 – 9 , за $t = 20^0\mathrm{C}$

Коефицијент уз непознату величину:

$$EF_c \cdot \delta_{11} = \sum_s S_1^2 \cdot L_{ik}^{I} = 3\cdot(-1.0)^2\cdot 12 = 36.0$$

$$EF_c \cdot \delta_{1t} = EF_c \cdot \sum_s \underbrace{\cancel{S_1}}_{0} \cdot \alpha_t \cdot t \cdot L_{ik}^{I} = 0$$

Срачунавање непознате величине:

$$X_{1t}\cdot\delta_{11}+\delta_{1t}=0, \qquad X_{1t}=0$$

Према томе, сила у штаповима решеткастог статички неодређеног носача немамо.

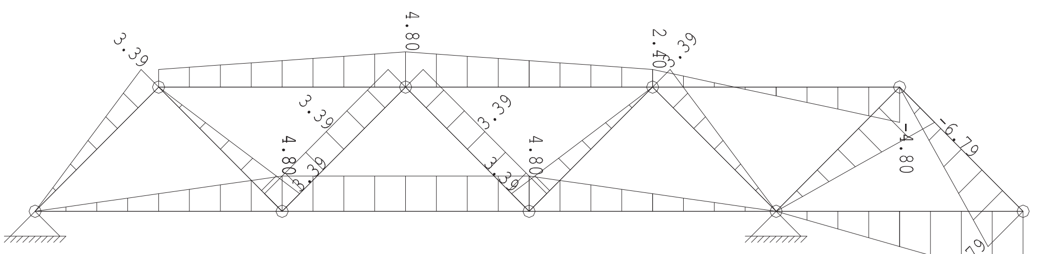
Вертикално померање чвора 5:

$$\delta_{jt} = \sum_s \underbrace{\cancel{\frac{S_t\cdot\bar{S}_0}{EF}\cdot L}}_{0} + \sum_s \bar{S}_0\cdot\alpha_t\cdot t\cdot L$$

$$v_{5t} = \left(2.0+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\right)\cdot 10^{-5}\cdot 20\cdot 12.0 = 960\cdot 10^{-5}$$

$v_{5t} = 9.60\,\mathrm{mm}$, значи чвор иде наниже.

Контрола вертикалних померања решеткастог носача – PanelPro 4.3.8



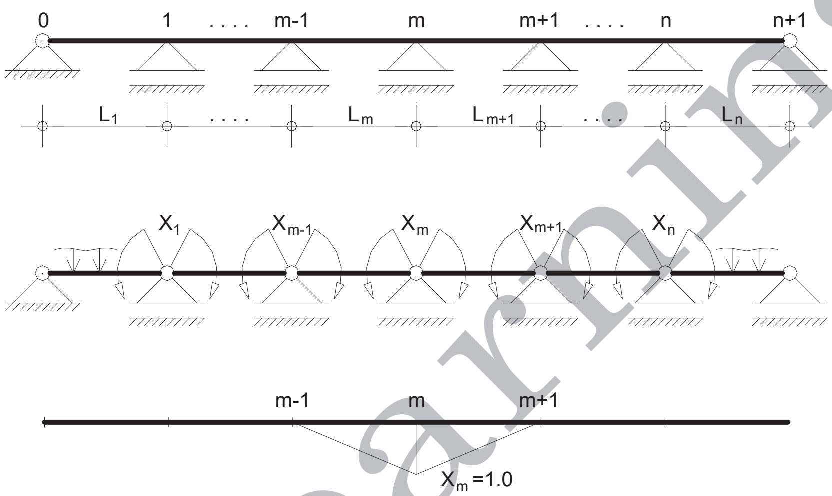
[mm]

КОНТИНУАЛНИ НОСАЧИ

Носач који се састоји од једне греде праве и више ослонаца од којих је један непокретан, док остали су покретни у хоризонталном правцу назива се континуални носач.

Ако чворове континуалног носача обележимо бројевима од "0" до "n+1" односно међуослонце бројевима "1" до "n", тада је укупан број ослонаца тог носача "n+3", а укупан број поља "n+1", са распонима L_1 до L_{n+1};

- Носач је "n" пута статички неодређен.
- За неодређене величине бирамо моменте над међуослонцима.
- У оваквом систему утицаји при стању $x_m = 1.0$ постоје у пољима "m – 1", "m" и "m", "m+1".



У матрици условних једначина поред дијагоналних елемената δ_{mm}, различити од нуле су елементи $\delta_{m,m+1}$ непосредно изнад главне дијагонале, и елементи $\delta_{m,m-1}$ испод те дијагонале.

$$[D] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \delta_{m,m-1} & \delta_{m,m} & \delta_{m,m+1} & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \delta_{n,n-1} & \delta_{n,n} \end{bmatrix}$$

Матрични облик система једначина за одређивање непознатих величина је:

$$[D] \cdot \{x\} + \{d\} = 0$$

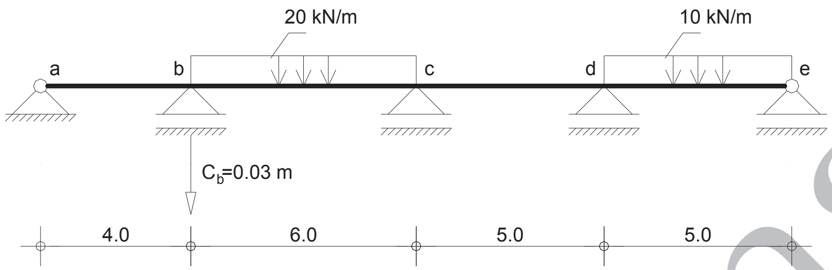
Коначне вредности пресечних сила у континуалном носачу добијају се на основу суперпозиције утицаја:

$$Z = Z_0 + \sum_{k=1}^{i} X_k \cdot Z_k$$

ЗАДАТАК

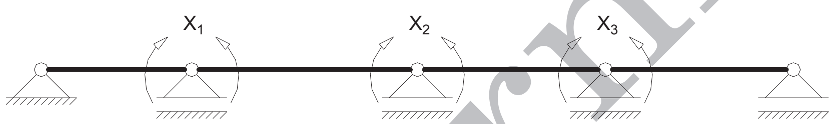
За дати континуални носач према скици са оптерећењем:

- нацртати дијаграм момената савијања
- одредити угиб тачке на средини другог поља, и
- обртање пресека изнад ослонца "b" услед:
    - o датог оптерећења, и
    - o слегања ослонца "b" за 0.03 mm, EI=const.

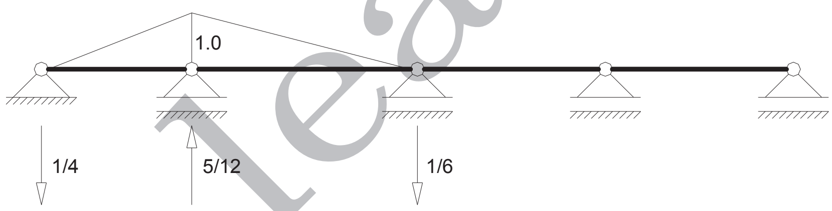


n=3 x статички неодређен систем

Избор основног система:

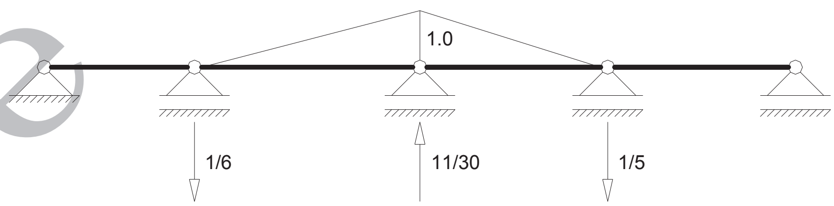


Стање $X_1 = 1.0$



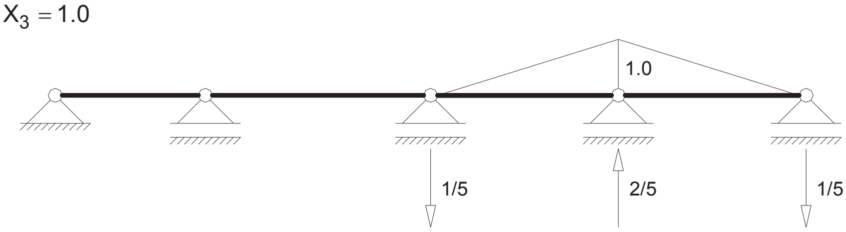
$M_1\left[kNm\right]$

Стање $X_2 = 1.0$



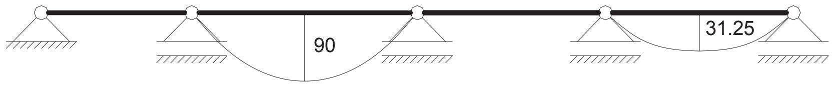
$M_2\left[kNm\right]$

Стање $X_3 = 1.0$



$M_3\left[kNm\right]$

Мр Илија М. МИЛИЧИЋ, дипл.инж.грађ.
milicic@gf.su.ac.yu



$M_0\left[kNm\right]$

Коефицијенти уз непознате величине:

$$EI\delta_{11}=\frac{1}{3}\cdot 4.0\cdot 1.0^2+\frac{1}{3}\cdot 6.0\cdot 1.0^2=3.\dot{3}$$

$$EI\delta_{12}=\frac{1}{6}\cdot 1.0\cdot 1.0\cdot 6.0=1.0$$

$$EI\delta_{22}=\frac{1}{3}\cdot 6.0\cdot 1.0^2+\frac{1}{3}\cdot 5.0\cdot 1.0^2=3.\dot{6}$$

$$EI\delta_{23}=\frac{1}{6}\cdot 5.0\cdot 1.0\cdot 1.0=0.83$$

$$EI\delta_{33}=2\cdot\frac{1}{3}\cdot 5.0\cdot 1.0^2=3.\dot{3}$$

$$EI\delta_{13}=0$$

Слободни чланови:

- од оптерећења "p"

$$EI\delta_{10}=\frac{1}{3}\cdot 1.0\cdot 90\cdot 6.0=180$$

$$EI\delta_{20}=\frac{1}{3}\cdot 1.0\cdot 90\cdot 6.0=180$$

$$EI\delta_{30}=\frac{1}{3}\cdot 1.0\cdot 31.25\cdot 5.0=52.08\dot{3}$$

Матрични облик система једначина:

$$\begin{bmatrix}3.\dot{3} & 1.0 & 0\\ 1.0 & 3.\dot{6} & 0.83\\ 0 & 0.83 & 3.\dot{3}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\\ X_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}180\\ 180\\ 52.08\dot{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

Решење система једначина:

$$X_1=43.27\,kNm$$
$$X_2=35.77\,kNm$$
$$X_3=6.682\,kNm$$

Слободни чланови:

- од слегања ослонца "b"

$$EI\delta_{1c}=-\sum_j\bar{C}_{ij}\cdot c_j\cdot EI=-\frac{5}{12}\cdot 0.03\cdot EI=-0.012\cdot EI$$

$$EI\delta_{2c}=-\left(-\frac{1}{6}\cdot 0.03\right)\cdot EI=0.005\cdot EI$$

$$EI\delta_{3c}=0$$

Матрични облик система једначина:

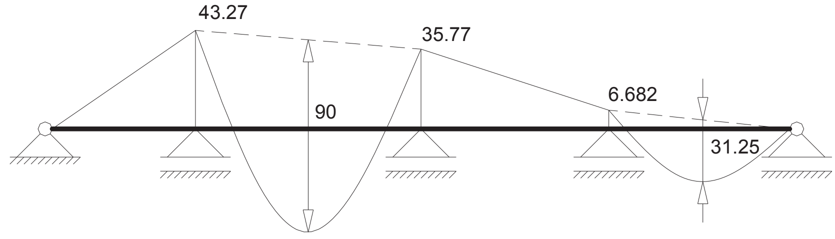
$$\begin{bmatrix}3.\dot{3} & 1.0 & 0\\ 1.0 & 3.\dot{6} & 0.83\\ 0 & 0.83 & 3.\dot{3}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}X_{1c}\\ X_{2c}\\ X_{3c}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.012\\ 0.005\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

Решење система једначина:

$$X_{1c}=-4581\cdot 10^{-6}\cdot EI$$
$$X_{2c}=-2770\cdot 10^{-6}\cdot EI$$
$$X_{3c}=-693\cdot 10^{-3}\cdot EI$$

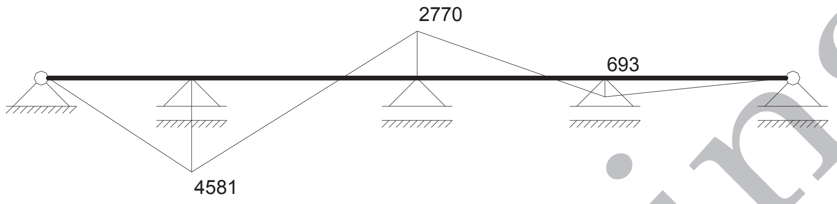
Дијаграми пресечних сила:

- Од оптерећења



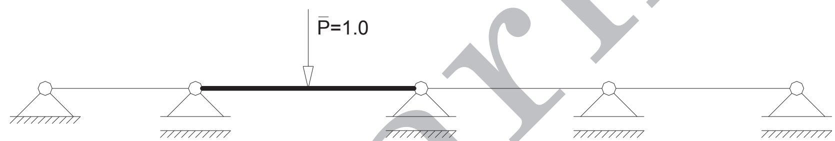
$M\left[kNm\right]$

- Од слегања ослонца "b"

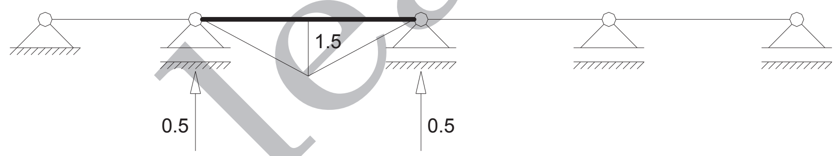


$x\ 10^{-6}\quad M_c\left[kNm\right]$

Угиб средине другог поља:



Генерализана сила у средини другог поља



$\bar{M}_v$ [kNm]

- Од оптерећења:

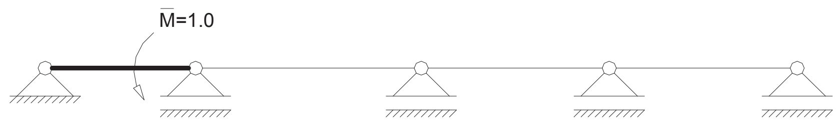
$$EI\cdot v=\int_s M\cdot\bar{M}_v\cdot ds=-\frac{1}{6}\cdot\left[43.27\cdot(1+0.5)+35.77\cdot(1+0.5)\cdot1.5\cdot6+\frac{1}{3}\cdot90\cdot1.5\cdot(1+0.5\cdot0.5)\cdot6\right]=159.70$$

$$v=\frac{159.70}{EI}\ [m]$$

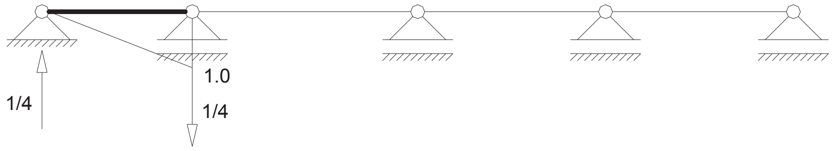
- Од слегања ослонца “b”:

$$v=\frac{1}{6}\cdot\left[4581\cdot(1+0.5)-2770\cdot(1+0.5)\right]\cdot10^{-6}\cdot6.0+0.5\cdot0.03=19.075\,mm$$

Обртање попречног пресека изнад ослонца "b":



Генерализани момент лево постављен



$\overline{M}^{L}_{\varphi b}$ [kNm]

- Од оптерећења:

$$EI \cdot \varphi_b^L = \int_s M \cdot \overline{M}^L_{\varphi b} \cdot ds = -\frac{1}{3} \cdot 1.0 \cdot 43.27 \cdot 4.0 = -57.70$$

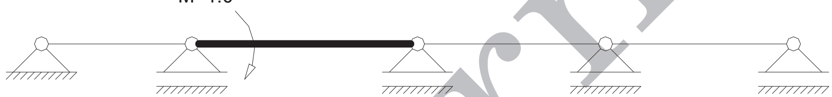
$$\varphi_b^L = -\frac{57.70}{EI} \ [rad]$$

- Од слегања ослонца "b":

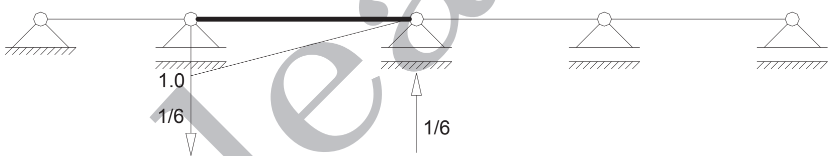
$$\varphi_b^L = \frac{1}{3} \cdot 4.0 \cdot 4581 \cdot 10^{-6} \cdot 1.0 - \frac{1}{4} \cdot 0.03$$

$$\varphi_b^L = -0.0014 \ [rad]$$

Или, на други начин рачунато:



Генералисани момент десно постављен



$\overline{M}^{D}_{\varphi b}$ [kNm]

- Од оптерећења:

$$EI \cdot \varphi_b^D = \int_s M \cdot \overline{M}^D_{\varphi b} \cdot ds = \frac{1}{6} \cdot 1.0 \cdot (43.27 \cdot 2 + 35.77) \cdot 6.0 - \frac{1}{3} \cdot 1.0 \cdot 90 \cdot 6.0 = -57.70$$

$$\varphi_b^D = -\frac{57.70}{EI} \ [rad]$$

- Од слегања ослонца "b":

$$\varphi_b^D = -\frac{6.0}{6} \cdot (2 \cdot 4581 - 2770) \cdot 10^{-6} \cdot 1.0 + \frac{1}{6} \cdot 0.03$$

$$\varphi_b^D = -0.0014 \ [rad]$$

Закључак:

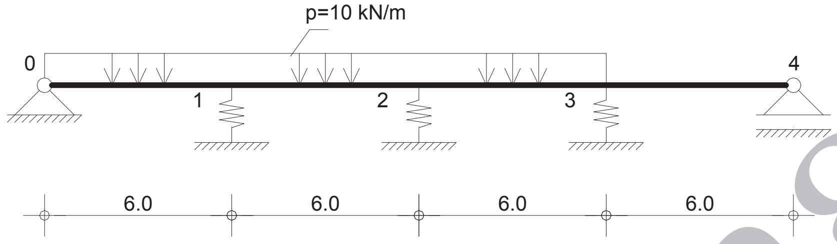
$$\varphi_b^L = \varphi_b^D$$

ЗАДАТАК

За континуални носач на скици одредити:

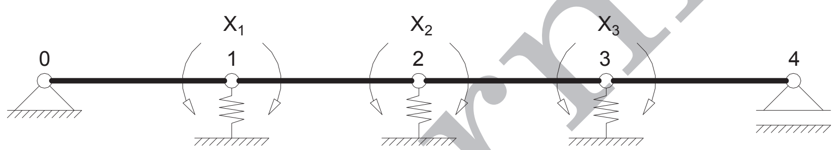
- Угиб средине распона 1 – 2 ако су ослонци непомерљиви и еластични.

Ординате срачунати у шестинама распона. $C_1 = C_2 = C_3 = \dfrac{2}{EI}$ (крутост)

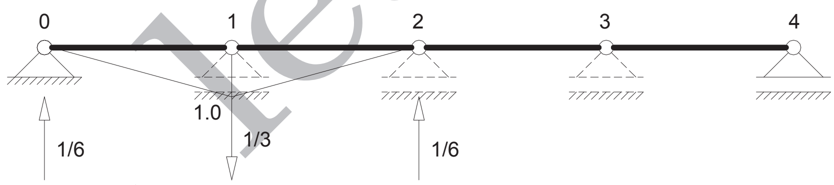


Носач је 3x статички неодређен

Избор основног система носача:

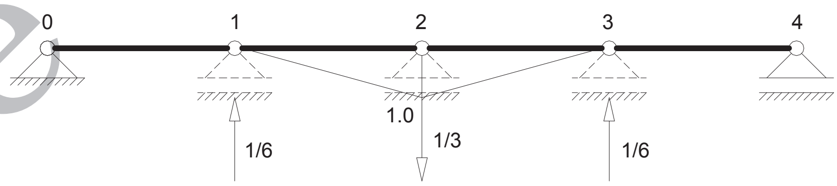


Стање $X_1 = 1.0$:



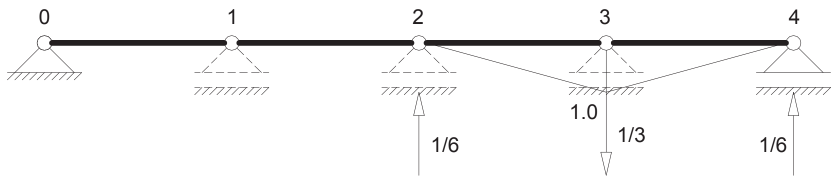
M_1 [kNm]

Стање $X_2 = 1.0$:

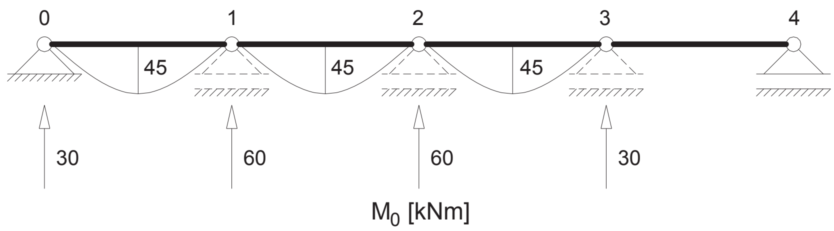


M_2 [kNm]

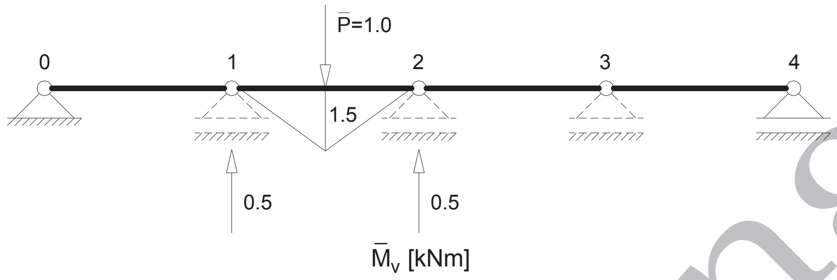
Стање $X_3 = 1.0$:



M_3 [kNm]



Генералисана сила на месту траженог угиба:



Ако су ослонци еластични:

$$\delta_{ij} = \int \frac{M_i \cdot \bar{M}_j}{E \cdot I} \cdot ds + \sum_L C_L \cdot R_{Li} \cdot R_{Lj}$$

- Елементи матрице $\left[D\right]$, или коефицијенти уз непознате статичке величине:

$$EI \cdot \delta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6.0 + 2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2\right] = 4.278$$

$$EI \cdot \delta_{22} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6.0 + 2 \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] = 4.333\,, \quad EI \cdot \delta_{33} = 4.278$$

$$EI \cdot \delta_{12} = EI \cdot \delta_{21} = \frac{1}{6} \cdot 1.0 \cdot 6.0 + 2 \cdot \left[\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}\right] = 0.778$$

$$EI \cdot \delta_{13} = EI \cdot \delta_{31} = 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0.556\,, \qquad EI \cdot \delta_{23} = EI \cdot \delta_{32} = 0.778$$

- Слободни чланови:

$$EI \cdot \delta_{10} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 6.0 + 2 \cdot \left[-60 \cdot \frac{1}{3} + 60 \cdot \frac{1}{6}\right] = 160$$

$$EI \cdot \delta_{20} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 6.0 + 2 \cdot \left[60 \cdot \frac{1}{6} - 60 \cdot \frac{1}{3} + 30 \cdot \frac{1}{6}\right] = 170$$

$$EI \cdot \delta_{30} = \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 6.0 + 2 \cdot \left[60 \cdot \frac{1}{6} - 30 \cdot \frac{1}{3}\right] = 90$$

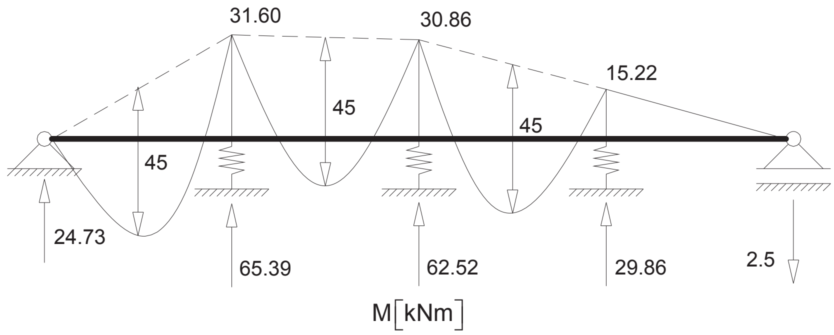
- Матрични облик система једначина:

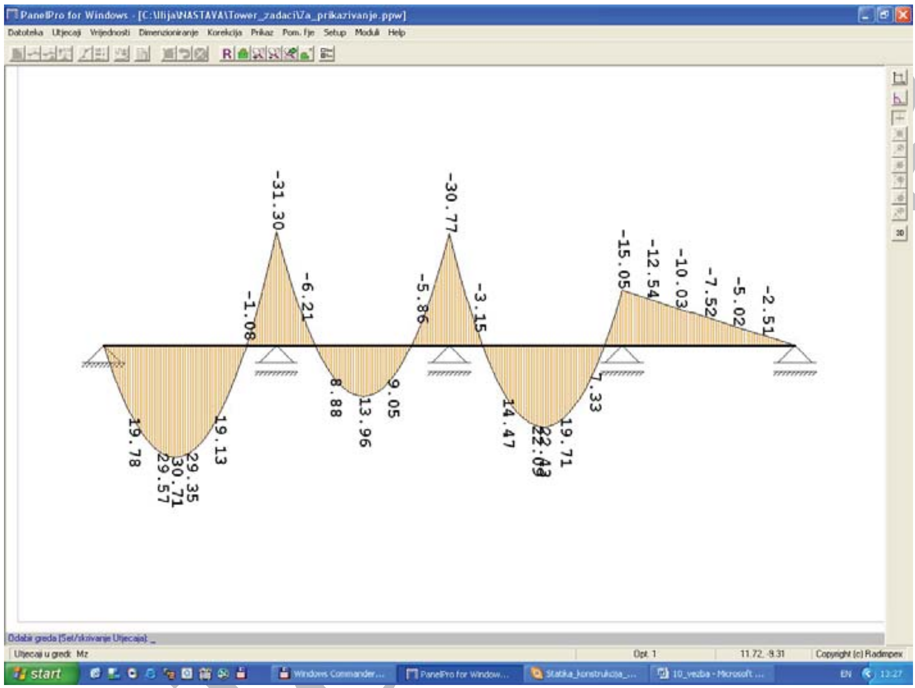
$$\begin{bmatrix} 4.278 & 0.778 & 0.556 \\ 0.778 & 4.333 & 0.778 \\ 0.556 & 0.778 & 4.278 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 160 \\ 170 \\ 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Решења система једначина:

$$X_1 = -31.60$$
$$X_2 = -30.86$$
$$X_3 = -15.22$$

Дијаграм момената савијања





Слика 1 – PanelPro 4.3.8 – Дијаграм момента савијања (еластични ослонци) [kNm]

Вертикално померање средине поља 1 – 2

$$EI \cdot v_{1-2}^{e} = -\frac{1}{6} \cdot 6.0 \cdot 1.5 \cdot \left[31.60 \cdot (1+0.5) + 30.86 \cdot (1+0.5)\right] + \frac{1}{3} \cdot 6.0 \cdot 1.5 \cdot 45 \cdot \left(1+0.5^2\right) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (65.39 + 62.52) = 156.13,$$

$$v_{1-2}^{e} = \frac{156.13}{EI}\,[m]$$

Ако су ослонци крути: $C_1 = C_2 = C_3 = 0$

- Коефицијенти уз непознате:

  $EI \cdot \delta_{11} = EI \cdot \delta_{22} = EI \cdot \delta_{33} = 4.0$, $\quad EI \cdot \delta_{12} = EI \cdot \delta_{21} = EI \cdot \delta_{23} = EI \cdot \delta_{32} = 1.0$, $\quad EI \cdot \delta_{13} = 0$

- Слободни чланови:

  $EI \cdot \delta_{10} = 180$, $\quad EI \cdot \delta_{20} = 180$, $\quad EI \cdot \delta_{30} = 90$

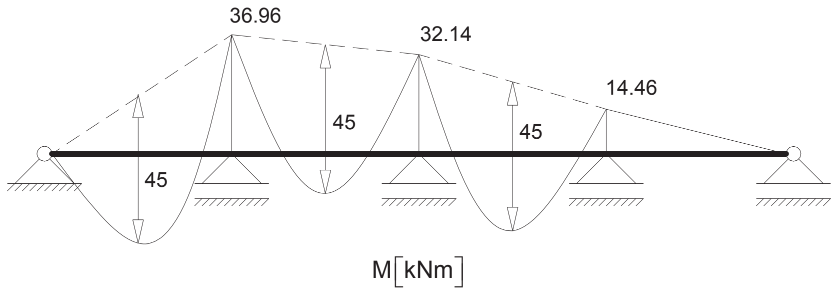
- Матрични облик система једначина:

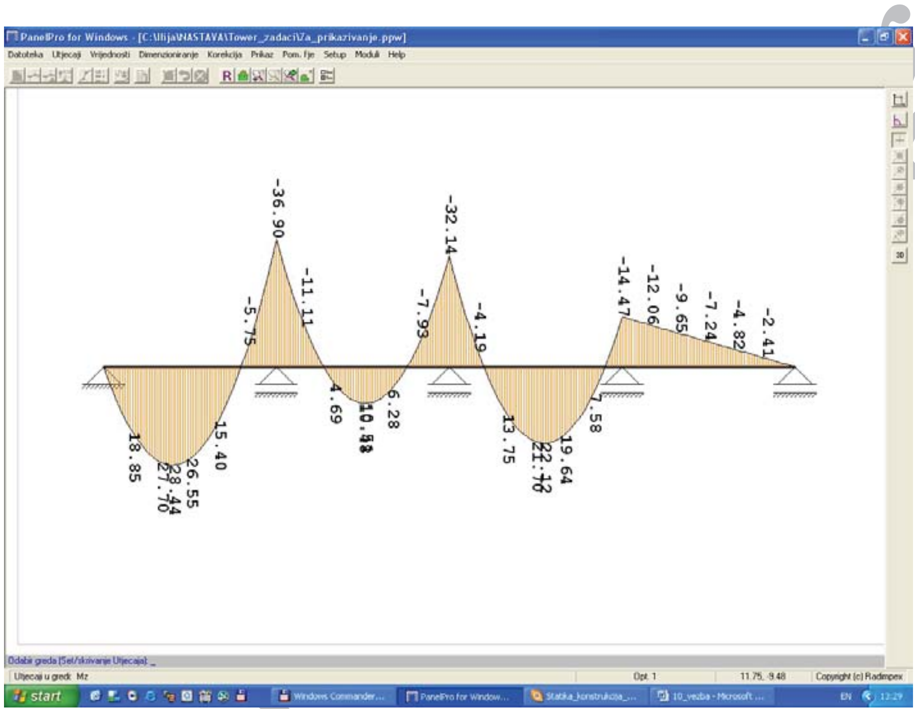
$$\begin{bmatrix} 4.0 & 1.0 & 0 \\ 1.0 & 4.0 & 1.0 \\ 0 & 1.0 & 4.0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 180 \\ 180 \\ 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Решења система једначина:

$$X_1 = -36.96$$
$$X_2 = -32.14$$
$$X_3 = -14.46$$

Дијаграм момената савијања





Слика 2 – PanelPro 4.3.8 – Дијаграм момента савијања (крути ослонци) [kNm]

Вертикално померање средине поља 1 – 2

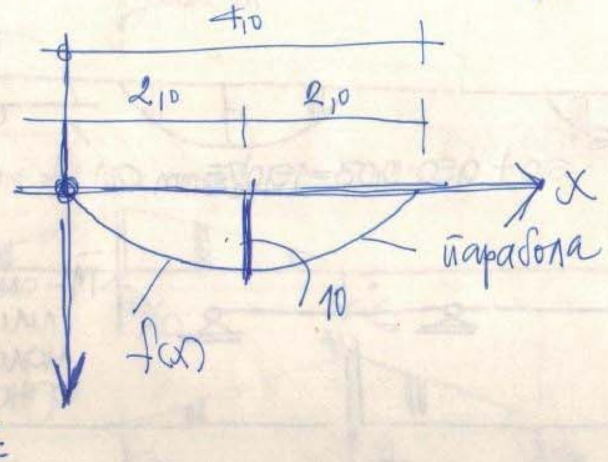
$$EI \cdot v_{1-2}^{k} = \frac{1}{6} \cdot 6.0 \cdot 1.5 \cdot \left[36.96 \cdot (1+0.5) + 32.14 \cdot (1+0.5)\right] + \frac{1}{3} \cdot 6.0 \cdot 1.5 \cdot 45 \cdot \left(1+0.5^2\right) = 13.28$$

Закључак:

$$\frac{EI \cdot v_{1-2}^{e}}{EI \cdot v_{1-2}^{k}} = \frac{156.13}{13.28} = 11.76\ x$$ је већи угиб када су ослонци еластични.

+ ТО ЈЕ СВЕ СА ВЈЕЖБИ ИЗ СТАТИКЕ КОНСТРУКЦИЈА 1. +

Како написати математичким обликом параболу и праву?



$f(x) = a \cdot x^2 + bx + c$ — општи облик

$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

$f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + \cancel{c} = 10$

$f(4) = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + \cancel{c} = 0$

$4 \cdot a + 2 \cdot b = 10 \quad / \cdot -2$

$16 \cdot a + 4b = 0$

$-8a - \cancel{4b} = -20$

$16a + \cancel{4b} = 0 \longrightarrow b = -\frac{16 \cdot a}{4} \Rightarrow b = -4a$

$8a = -20 \Rightarrow a = -\frac{20}{8}$

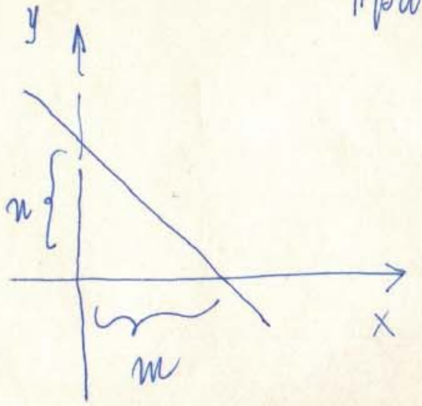
$b = +4 \cdot \frac{20}{8} = +10$

$$\boxed{f(x) = -\frac{20}{8}x^2 + 10x}$$

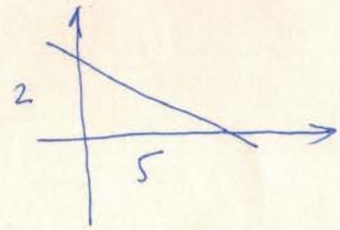
$f(2) = -\frac{20 \cdot 4}{8} + 10 \cdot 2$

$-10 + 20 = 10$

– Права



$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$$



$$\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\frac{x}{5} = 1 - \frac{y}{2} \quad / \cdot 2$$

$$\frac{2}{5}x = 2 - y$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 2$$

ili $\quad y = kx + l$ – odsečak na y-osi

$$k = \operatorname{tg}\alpha = -\frac{2}{5} \qquad – \; l = 2$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 2$$

TABLICA 1

$\frac{1}{l}\frac{J_c}{J}\int M\bar{M}ds$	$\bar{i}$	$\bar{k}$	$\bar{i}$ $\bar{k}$	$\bar{m}$ αl βl	$\bar{m}$	$\bar{k}$
i	$i\bar{i}$	$\frac{1}{2}i\bar{k}$	$\frac{1}{2}i(\bar{i}+\bar{k})$	$\frac{1}{2}i\bar{m}$	$\frac{2}{3}i\bar{m}$	$\frac{1}{4}i\bar{k}$
k	$\frac{1}{2}k\bar{i}$	$\frac{1}{3}k\bar{k}$	$\frac{1}{6}k(\bar{i}+2\bar{k})$	$\frac{1}{6}k\bar{m}(1+\alpha)$	$\frac{1}{3}k\bar{m}$	$\frac{2}{15}k\bar{k}$
i	$\frac{1}{2}i\bar{i}$	$\frac{1}{6}i\bar{k}$	$\frac{1}{6}i(2\bar{i}+\bar{k})$	$\frac{1}{6}i\bar{m}(1+\beta)$	$\frac{1}{3}i\bar{m}$	$\frac{7}{60}i\bar{k}$
i k	$\frac{1}{2}(i+k)\bar{i}$	$\frac{1}{6}(i+2k)\bar{k}$	$\frac{1}{6}[i(2\bar{i}+\bar{k})+$ $+k(\bar{i}+2\bar{k})]$	$\frac{1}{6}[i(1+\beta)+$ $+k(1+\alpha)]\bar{m}$	$\frac{1}{3}(i+k)\bar{m}$	$\frac{1}{60}(7i+8k)\bar{k}$
m αl βl	$\frac{1}{2}m\bar{i}$	$\frac{1}{6}m\bar{k}(1+\alpha)$	$\frac{1}{6}m[\bar{i}(1+\beta)+$ $+\bar{k}(1+\alpha)]$	$\frac{1}{3}m\bar{m}$	$\frac{1}{3}m\bar{m}(1+\alpha\beta)$	$\frac{1}{20}m\bar{k}(1+\alpha)\times$ $\times(\frac{7}{3}-\alpha^2)$
m	$\frac{2}{3}m\bar{i}$	$\frac{1}{3}m\bar{k}$	$\frac{1}{3}m(\bar{i}+\bar{k})$	$\frac{1}{3}m\bar{m}(1+\alpha\beta)$	$\frac{8}{15}m\bar{m}$	$\frac{1}{5}m\bar{k}$
k	$\frac{1}{4}k\bar{i}$	$\frac{2}{15}k\bar{k}$	$\frac{1}{60}k(7\bar{i}+8\bar{k})$	$\frac{1}{20}k\bar{m}(1+\alpha)\times$ $\times(\frac{7}{3}-\alpha^2)$	$\frac{1}{5}k\bar{m}$	$\frac{8}{105}k\bar{k}$
i	$\frac{1}{4}i\bar{i}$	$\frac{2}{60}i\bar{k}$	$\frac{1}{60}i(8\bar{i}+7\bar{k})$	$\frac{1}{20}i\bar{m}(1+\beta)\times$ $\times(\frac{7}{3}-\beta^2)$	$\frac{1}{5}i\bar{m}$	$\frac{31}{420}i\bar{k}$