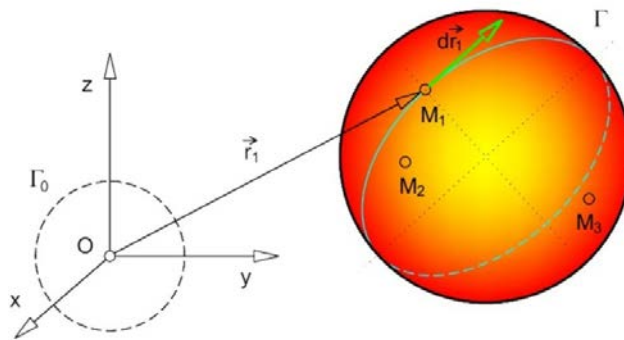


КИНЕМАТИКА

- Кинематика проучава механичка кретања тела не узимајући у обзир њихову масу нити силе које делују на њих (изучава недеформабилна тела).
- Под механичким кретањем подразумева се промена положаја које током времена једно материјално тело (Γ) врши у односу на друго (Γ_0) непокретно-референтно тело.



- Кретање неког тела познајемо ако познајемо положај сваке тачке тела у току времена.

Кинематика материјалне тачке

Овде решавамо два основна проблема:

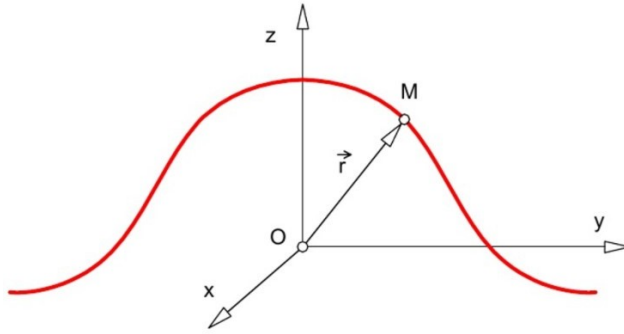
1. Налажење аналитичких поступака за дефинисање кретања материјалне тачке у односу на утврђени референтни систем
2. Одређивање кинематичких карактеристика кретања тачке (траекторија, брзина и убрзања)
 - Траекторија или путања тачке је замишљена непрекидна линија коју описује материјална тачка при свом кретању. Део путање између два узастопна положаја тачке назива се пређени пут.

За дефинисање произвољног криволинијског кретања материјалне тачке у простору примењујемо:

1. Векторски поступак
2. Аналитички поступак
3. Природни поступак

Векторски поступак

- Положај тачке М потпуно је одређен вектором положаја (\vec{r}) чији је почетак у непокретној тачки О, а крај у покретној тачки М.
- Како тачка М мења свој положај тако и вектор (\vec{r}) мења интензитет, правац и смер.



Конечна једначина кретања
(закон кретања)

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

Аналитички поступак

Декартов правоугли координатни систем

Вектор положаја \vec{r} тачке М у Декартовом координатном систему може се написати у облику:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

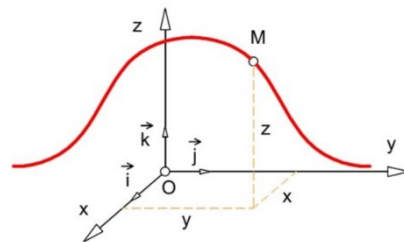
где су $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ јединични вектори.

Овој векторској функцији одговарају три скаларне функције:

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

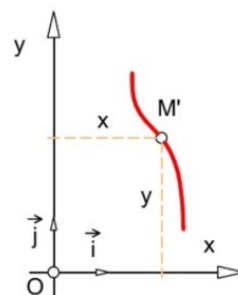


које се називају **конечне једначине криволинијског кретања тачке** у Декартовим координатама.

Уколико се посматра кретање тачке М у равни Оху, онда је положај тачке одређен координатама:

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$



ЗАДАЦИ

- Дате су коначне једначине кретања материјалне тачке у равни хОу:

$$x = t^2 \quad (1)$$

$$y = 4 - 2t^2 \quad (2)$$

Одредити једначину њене путање.

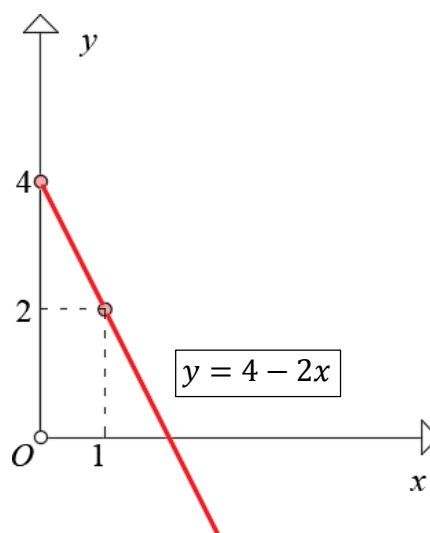
Уколико из прве коначне једначине изразимо t^2 и уврстимо у другу једначину, елиминацијом времена из једначине добија се једначина путање.

$$(1) \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow$$

$$(2) \boxed{y = 4 - 2x}$$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - 2 \cdot 0 = 4 \end{cases}$$

$$t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - 2 \cdot 1 = 2 \end{cases}$$



2. Дате су коначне једначине кретања материјалне тачке у равни xOy :

$$x = 20t^2 + 5 \quad (1)$$

$$y = 15t^2 + 3 \quad (2)$$

Одредити једначину њене путање.

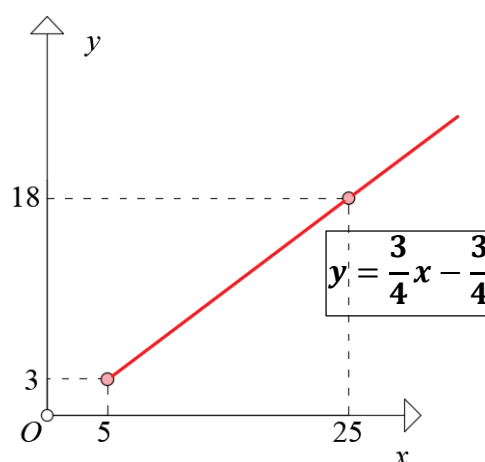
Уколико из прве коначне једначине изразимо t^2 и уврстимо у другу једначину, елиминацијом времена из једначине добија се једначина путање.

$$(1) \Rightarrow 20t^2 = x - 5 \Rightarrow t^2 = \frac{x - 5}{20}$$

$$(2) y = 15 \left(\frac{x - 5}{20} \right) + 3 = \boxed{\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}}$$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \cdot 0 + 5 = 5 \\ y = 15 \cdot 0 + 3 = 3 \end{cases}$$

$$t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \cdot 1 + 5 = 25 \\ y = 15 \cdot 1 + 3 = 18 \end{cases}$$



3. Дате су коначне једначине кретања материјалне тачке у равни xOy :

$$x = a \cdot \cos(k \cdot t) \quad (1)$$

$$y = b \cdot \sin(k \cdot t) \quad (2)$$

Одредити једначину њене путање.

Дељењем прве једначине са a , и друге са b следи:

$$x/a = \cos(k \cdot t)$$

$$y/b = \sin(k \cdot t)$$

Квадрирањем обе стране једначина

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 = \cos^2(k \cdot t)$$

$$\left(\frac{y}{b}\right)^2 = \sin^2(k \cdot t)$$

те њиховим збиром, добија се једначина путање

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = \cos^2(k \cdot t) + \sin^2(k \cdot t)$$

$$\boxed{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1} \text{ једначина путање (елипса)}$$

