2024

Припремио: проф.др Илија М. МИЛИЧИЋ, дипл.инж.грађ.

Литература:

1. Милан ЂУРИЋ: Статика конструкција

1 Техничке теорије у механици конструкција

1. **Теорија првог реда** –– примењује се при прорачуну конструкција код којих су померања и деформације мале величине (масивне конструкције)

2. **Теорија другог реда** —- примењује се при прорачуну конструкција, код којих су мале величине померања (витке конструкције)

    - **Линеаризована теорија другог реда**

3. **Теорија трећег реда** — теорија коначних деформација –– примењује се кад се тражи одговор конструкције на дејство оптерећења већег од критичног оптерећења $P \geq P_{cr}$, одређеног по теорији другог реда.

1.1 Основни појмови и уведене претпоставке

- Раван штап — је штап код кога једна од главних оса инерције попречног пресека штапа лежи заједно са осом штапа у једној равни, односно равни штапа.

- Равна деформација штапа –– померање тачака штапа су у равни које су паралелне равни штапа.

- Конзервативно оптерећење —- оптерећење чији рад при деформацији не зависи од путање нападних тачака сила, већ само од почетног и крајњег положаја тих тачака.

- „мртво оптерећење“ —- конзервативно оптерећење које при деформацији не мења ни правац ни интензитет, па се може сматрати да је оптерећење задато по јединици недеформисаног штапа.

- Физичка линеарност проблема — везе између напона и деформација су линеарне, односно важи Хуков закон ($\sigma = E\varepsilon$)

- Линеарна расподела температуре —- температура се линеарно мења по висини пресека, да би деформација услед температуре била афина са деформацијом услед оптерећења.

- Мале деформације (геометријска линеарност проблема) –– деформације су мале величине, па се могу занемарити квадрати и виши степени као и њихови изводи и производи деформацијских величина. Последица претпоставке је да су везе између померања и деформација линеарне.

- Мала померања (статичка линеарност проблема) –– померања нападних тачака сила у условима равнотеже су мале величине, па се могу занемарити квадрати и виши степени померања. Последица претпоставке је да се услови равнотеже могу поставити на недеформисаном штапу.
- Линеаризована теорија другог реда —- производ статичке и деформацијске величине по теорији другог реда једнак производу истих непознатих, где је статички непозната одређена по теорији првог реда: $S \cdot v \approx S_0 \cdot v$
- Штап прав пре деформације $ds = dx,\ dy = 0,\ \alpha = 0$
- Занемарује се утицај трансверзалних сила на деформацију ($\varphi_T = 0$), тако да је девета ј–на техничке теорије изостављена.

Табела 1: Преглед теорија и основних претпоставки

Теорија	Претпоставка			
	А	Б	Ц	Д
трећег реда — коначне деформације	+			
другог реда	+	+		
другог реда — линеаризована	+	+		+
првог реда	+	+	+	

Где је:

- А — претпоставка о линеарно — еластичном понашању материјала
- Б — претпоставка о малим деформацијама
- Ц — претпоставка о малим померањима
- Д — претпоставка линеаризације теорије другог реда

1.2 Основне једначине техничке теорије

Систем се састоји од 3 групе једначина:

- веза између померања и деформација (1,2,3)
- једначина равнотеже елемента штапа (4,5,6)
- веза између деформацијских величина, температурних промена и сила у пресеку (7,8,9)

1.3 Теорија другог реда

Посматрамо промену положаја правог штапа (осе штапа) у равни услед дејства спољашњег конзервативног оптерећења и тражимо везу између компоненти померања и деформацијских величина, сл. 2 .

$$
\begin{aligned}
dx + du &= (1+\varepsilon)dx\cos(\varphi + d\varphi) \\
dv &= (1+\varepsilon)dx\sin(\varphi + d\varphi)
\end{aligned}
$$

пошто имамо деформацију као збир два угла, у општем случају функције збира и разлике су:

$$
\begin{aligned}
\sin(\alpha+\beta) = cos\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha+\beta)\right) = \cos\left(\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \beta\right) = \\
= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\beta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta
\end{aligned}
$$

У општем случају тригонометријских функција једначине збира односно разлике углова у равни су:

$$
\begin{aligned}
\sin(\alpha \pm \beta) &= \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \\
\cos(\alpha \pm \beta) &= \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \\
\tan(\alpha \pm \beta) &= \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta} \\
\cot(\alpha \pm \beta) &= \frac{\cot\alpha\cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha} \\
\tan 2\alpha &= \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \\
\tan 3\alpha &= \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}
\end{aligned}
$$

Ако је уведена предпоставка о малим деформацијама штапа, тада је

$$
\varepsilon \ll 1, \quad \varphi \ll 1 \quad \to \quad \cos\varphi \approx 1, \quad \sin\varphi \approx \varphi, \quad \varepsilon \cdot \varphi = 0
$$

онда је

$$
\begin{aligned}
\cos(\varphi + d\varphi) &= \cos\varphi - d\varphi\sin\varphi \\
\sin(\varphi + d\varphi) &= \sin\varphi + d\varphi\cos\varphi
\end{aligned}
$$

У анализи како да се представи једна функција у околини дате тачке по избору користе се Тејлорови редови. Овде је у питању функција (φ). Тејлоров полином функције $\varphi = f(x)$ са бесконачно много извода за једну дату тачку (a) дефинисан је на следећи начин:

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &= f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \\
T_n(x) &= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^k(a)}{k!}(x-a)^k
\end{aligned}
$$

Пошто се при таквој апроксимацији функције полиномом прави одређена грешка, толика колики је део за који се разликује стварна функција и Тејлоров полином. Ту грешку називамо Тејлоровим остатком полинома $R_n^a(x)$ и он износи:

$$
R_n^a(x) = \frac{1}{n!}\int_a^x (x-t)^n f^{(n+1)}(t)dt
$$

Тако се свака функција може представити као збир одговарајућег Тејлоровог полинома за тачку (a) коју смо сами изабрали и грешке коју смо направили том апроксимацијом:

$$f(x) = T_n(x) + R_n(x)$$

За $(a = 0)$ добијамо следеће редове:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + ... = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$
$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + ... = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$$

Ови редови могу се употребити и за дефинисање тригонометријских функција комплексног броја (z), и хиперболичких функција имајући у виду једнакости:

$$\text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \text{ctg } x = \frac{\cos x}{\sin x} \qquad \sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \text{cosec } x = \frac{1}{\sin x}$$

Тејлоров ред следећих функција је:

$$\text{tg } x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)|B_{2n}|}{(2n)!} x^{2n-1}$$

за свако (x) у интервалу $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$

$$\text{ctg } x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} - \cdots = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n} |B_{2n}|}{(2n)!} x^{2n-1}$$

за свако (x) у интервалу $(-\pi < x < \pi)$, при чему је B_{2n} $2n$ по реду Бернулијев број.

$$\sec x = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 + \cdots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{(2n)!} x^{2n}$$

за свако (x) у интервалу $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$

$$\csc x = \frac{1}{x} + \frac{1}{6}x + \frac{7}{360}x^3 + \frac{31}{15120}x^5 + \frac{127}{604800}x^7 + \cdots = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\,(2^{2n-1}-1)B_n}{(2n)!} x^{2n-1}$$

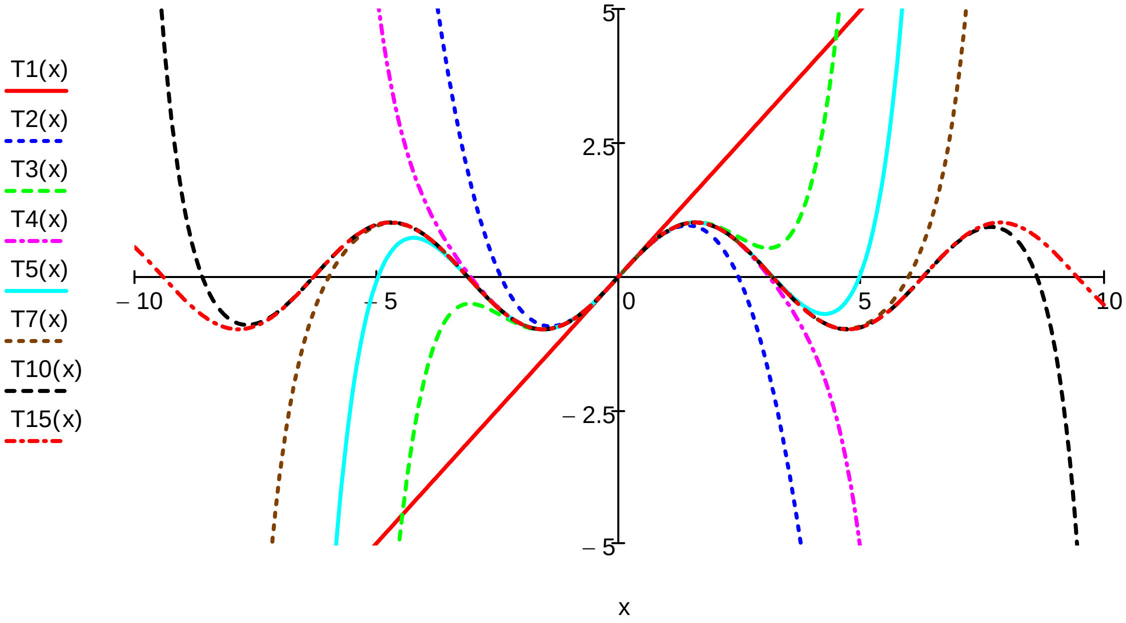
за свако (x) у интервалу $(-\pi < x < \pi)$, при чему је E_{2n} $2n$ по реду Ојлеров број.

Пример: Прикажимо тригонометријску функцију у облику бесконачног Тејлоровог реда, нпр. $f(x) = \sin x$, и графички прикажимо спектар решења по усвојеном (задржаном) броју чланова реда

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + ... = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

тражени спектар полинома које можемо раматрати је бесконачан, од којих су:

$$T_1 = x$$
$$T_2 = x - \frac{x^3}{3!}$$
$$T_3 = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$
$$T_4 = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$$
$$T_5 = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!}$$



Слика 1:

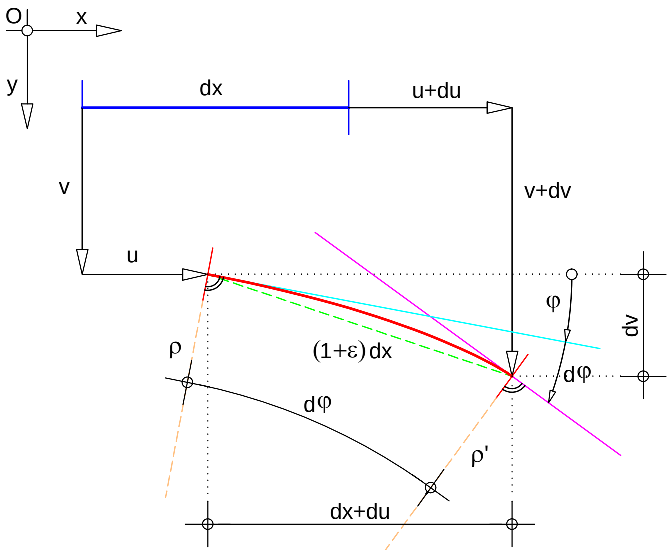
Према томе, ако узимамо само први члан реда, имамо:

$$\sin\varphi = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{\varphi^{2n+1}}{(2n+1)!} = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \ldots \cong \varphi$$
$$\cos\varphi = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{\varphi^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \ldots \cong 1$$

Тако долазимо до тога да је деформација мала величина, па се онда могу занемарити производи као и квадрати и виши степени њихових извода деформацијских величина, односно за $\varphi \to 0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi \to 1, \;\; \sin\varphi \to \varphi, \quad \varepsilon \cdot \varphi = 0.$

$$
\begin{aligned}
dx + du &= (1+\varepsilon)dx \cdot \cos(\varphi + d\varphi) = \\
&= (1+\varepsilon)dx \cdot \underbrace{\cos\varphi}_{1} - d\varphi \underbrace{\sin\varphi}_{\varphi} = (1+\varepsilon)dx - \underbrace{\varphi d\varphi}_{0} = (1+\varepsilon)dx
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dv &= (1+\varepsilon)dx \cdot \sin(\varphi + d\varphi) = \\
&= (1+\varepsilon)dx \cdot \underbrace{\sin\varphi}_{\varphi} + d\varphi \underbrace{\cos\varphi}_{1} = (1+\varepsilon)dx \cdot \varphi + \underbrace{d\varphi}_{0} = (1+\varepsilon) \cdot \varphi \cdot dx = \\
&= \varphi dx + \underbrace{\varepsilon\varphi}_{0} dx = \varphi dx
\end{aligned}
$$



Слика 2: Везе померања и деформацијских величина

Са сл. 2 имамо да је

$$
dx + du = (1+\varepsilon)dx \quad |:dx \quad \longrightarrow \frac{du}{dx} = \varepsilon \tag{1}
$$

$$
dv = \varphi dx \quad |:dx \quad \longrightarrow \frac{dv}{dx} = \varphi \tag{2}
$$

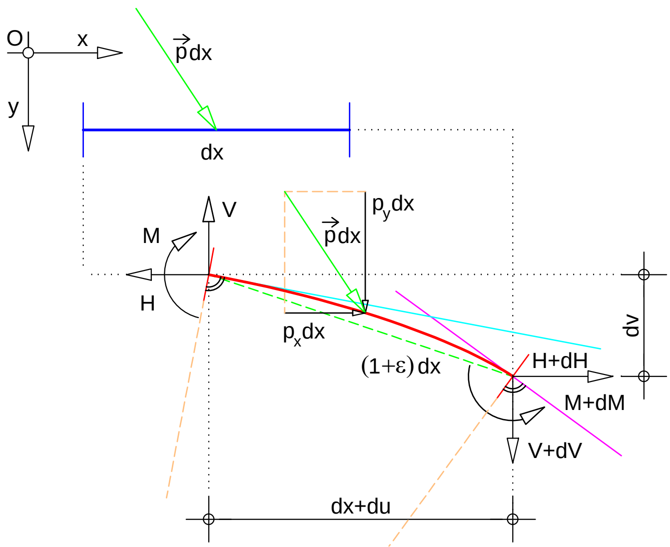
$$
\varkappa dx = -d\varphi \quad |:dx \quad \longrightarrow \frac{d\varphi}{dx} = -\varkappa \tag{3}
$$

Ако је спољашње оптерећење конзервативно сл. 3, тада је $p_y(1+\varepsilon)dx = p_y dx$, онда су везе спољашњег оптерећења и унутрашњих пресечних сила

$$
dH + p_x dx = 0 \quad |:dx \quad \longrightarrow \frac{dH}{dx} = -p_x \tag{4}
$$

$$
dV + p_y \underbrace{(dx + du)}_{(1+\varepsilon)dx} = 0 \quad |:dx \quad \longrightarrow \frac{dV}{dx} = -p_y \tag{5}
$$

$$
dM - V(dx + du) + Hdv = 0 \quad |:dx \quad \longrightarrow \frac{dM}{dx} = V - H\varphi \tag{6}
$$

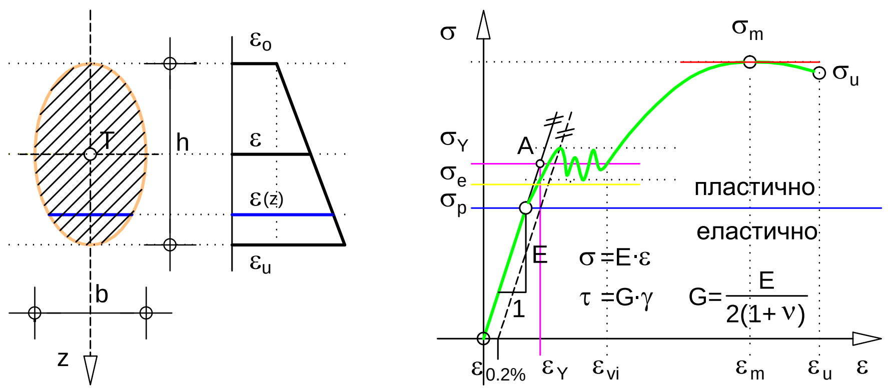


Слика 3: Везе спољашњег оптерећења и сила у пресецима

Ови услови равнотеже су нелинеарни због производа статичких и деформацијских величина $(H\varphi)$. Број непознатих величина у условима равнотеже је већи од броја једначина. Унутрашње силе не могу да се одреде независно од деформација. За потпуно решење потребне су још две једначине. Веза између пресечних сила N, T и H, V су:

$$N = H \underbrace{\cos\varphi}_{1} + V \underbrace{\sin\varphi}_{\varphi} = H + V\varphi$$

$$T = -H \underbrace{\sin\varphi}_{\varphi} + V \underbrace{\cos\varphi}_{1} = -H\varphi + V$$



Слика 4: Везе деформацијских величина, сила у пресецима и температуре

$$\varepsilon = \frac{N}{EF} + \alpha_t t^o = \frac{1}{EF}(H \underbrace{\cos\varphi}_{1} + V \underbrace{\sin\varphi}_{\varphi}) + \alpha_t t = \frac{1}{EF}(H + V\varphi) + \alpha_t t = \frac{du}{dx} \tag{7}$$

$$\varkappa = \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h} = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{d^2 v}{dx^2} \tag{8}$$

$$\varphi_T = k\frac{T}{GF} \tag{9}$$

1.4 Линеаризована теорија другог реда

У општем случају из (6) није могуће одредити силу (H) независно од сила (V) и момената (M) у штаповима система независно од померања и обртања.
У примерима задовољавајуће тачно решење добијамо ако се нормалне силе (H) одреде по теорији првог реда (H_0) и онда као познате унесу у изразе (15) при чему они тада постају линеарни па се овај поједностављени облик назива Линеаризована теорија другог реда. Без обзира на то што је проблем линеаризован он остаје нелинеаран због производа $(H_0 dv)$. Тада важи ограничен принцип суперпозиције код кога се могу само суперпонирати утицаји различитих попречних оптерећења али при истим аксијалним силама. Дакле, производ статичке и деформацијске величине по теорији другог реда једнак производу истих непознатих, где је статичка непозната одређена по теорији првог реда, односно $S \cdot v \approx S_0 \cdot v$.

$$dx + du = (1+\varepsilon)dx \tag{10}$$

$$dv = \varphi dx \tag{11}$$

$$\varkappa dx = -d\varphi \tag{12}$$

$$dH + p_x dx = 0 \tag{13}$$

$$dV + p_y(dx + du) = 0 \tag{14}$$

$$dM - Vdx - V_0 du + H_0 dv = 0 \tag{15}$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EF} + \alpha_t t^o = \frac{1}{EF}(H + V_0\varphi) + \alpha_t t \tag{16}$$

$$\varkappa = \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h} \tag{17}$$

Ако је прав штап са задатим граничним условима тада се сила (H) може одредити па је решен проблем нелинеарности. За систем штапова нормалне силе не могу се одредити без одређивања трансверзалних сила а трансверзалне силе зависе од момената савијања суседних штапова. Због тога се уместо силе (H) ставља (H_0). Ако је и утицај дилатације на величину померања мали $(\varepsilon \to 0)$ имамо

$$du = 0 \tag{18}$$

$$dv = \varphi dx \tag{19}$$

$$\varkappa dx = -d\varphi \tag{20}$$

$$dH + p_x dx = 0 \tag{21}$$

$$dV + p_y dx = 0 \tag{22}$$

$$dM - Vdx + H_0 dv = 0 \tag{23}$$

$$\varkappa = \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h} \tag{24}$$

глобални координатни систем штапа			
1a	линеарне	$dv = \varepsilon dy + \varphi dx$ $du = \varepsilon dx - \varphi dy$ $\varkappa = -\dfrac{d(\varphi - \varphi_T)}{ds}$	Везе померања и обртања и деформацијских величина Предпоставка о малим деформацијама – ГЛ
2a	линеарне	$dH + p_x dy = 0$ $dV + p_y dx = 0$ $dM + H dy - V dx = 0$	Везе спољашњих и унутрашњих сила (услови равнотеже) Предпоставка о малим померањима – СЛ
3a	линеарне	$\varepsilon = \dfrac{1}{EF}[H cos\alpha + V sin\alpha] + \alpha_t t°$ $\varkappa = \dfrac{M}{EI} + \alpha_t \cdot \dfrac{\Delta t°}{h}$ $\varphi_T = k\dfrac{1}{GF}[-H sin\alpha + V cos\alpha]$	Везе деформацијских величина, сила у пресецима и температурних промена Уведена предпоставка физичке линеарности

Слика 5: Рекапитулација једначина теорија првог реда – линеарна теорија

1.5 Теорија првог реда

Ако посматрамо прав штап и применимо уведене претпоставке, тада имамо:

$$du = 0 \tag{25}$$

$$dv = \varphi dx \tag{26}$$

$$\varkappa dx = -d\varphi \tag{27}$$

$$dH + p_x dx = 0 \tag{28}$$

$$dV + p_y dx = 0 \tag{29}$$

$$dM - V dx = 0 \tag{30}$$

$$\varkappa = \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h} \tag{31}$$

1.5.1 Једначина савијања правог штапа по теорији првог реда

Решавајући систем диференцијалних једначина теорије првог реда, најпре из (29) делећи са (dx) налазимо,

$$\frac{dV}{dx} = -p_y \tag{32}$$

затим, ако диференцирамо ј-ну (30) по (dx) и уврстимо у њу (32) следи

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -p_y \tag{33}$$

Сада изразимо (M) из (8 или 31) уз вођење рачуна са (3 или 27) и уврстимо у (33) налазимо

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(-EI\frac{d\varphi}{dx} - EI\alpha_t\frac{\Delta t}{h}\right) = -p_y \tag{34}$$

али да би добили j–ну (34) по непознатој (v) диференцирајмо j–ну (2 или 26) по (dx) и уврстимо њу у j–ну (34) уз множење са (-1) обадве стране налазимо

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2v}{dx^2}\right) = p_y - \frac{d^2}{dx^2}\left(EI\alpha_t\frac{\Delta t}{h}\right) \tag{35}$$

односно,

$$EI\frac{d^4v}{dx^4} = p_y - \frac{d^2}{dx^2}\left(EI\alpha_t\frac{\Delta t}{h}\right) \tag{36}$$

J–на (36) је диференцијална једначина савијања правог штапа у равни по теорији првог реда. Ово је линеарна диференцијална једначина четвртог степена са промењљивим коефицијентима, не хомогена уколико постоји трансверзално оптерећење и температурна промена по висини пресека. Решење једначине су померања, а потом се могу добити обртања попречних пресека, моменти савијања и трансверзалне силе.

Уколико смемо да изоставимо топлоту као дејство исказано моделом температурног оптерећења, налазимо диференцијалну j-ну правог штапа по теорији првог реда коју најчешће срећемо у стручној литератури (37).

$$EI\frac{d^4v}{dx^4} = p_y \tag{37}$$

Решење j-не (37) је облика (38) написано по растућим степенима полинома:

$$v(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 + v_p \tag{38}$$

где је,

$$v_p = \frac{p_y}{24EI}x^4$$

односно, по опадајућим степенима полинома (39),

$$v(x) = \frac{p_y}{24EI}x^4 + \alpha_1 x^3 + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x + \alpha_4 \tag{39}$$

Константе интеграције $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ тражимо и налазимо из граничних услова на почетку и половини, односно на крају штапа. За решења (38 или 39) су најчешће бирани хомогени услови (или они гранични услови за које знамо њихову вредност) било по померањима или обртањима, односно силама.

На крају диференцирањем решења (38 или 39) – еластичне линије правог штапа изложеног савијању (померања управних на осу штапа) – редом налазимо и остале величине:

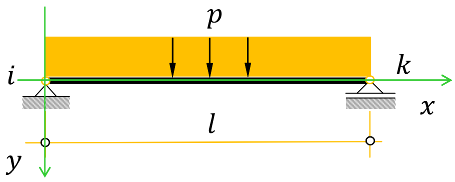
$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{dv(x)}{dx} \\ EI\cdot M(x) &= \frac{d\varphi(x)}{dx} \\ EI\cdot V(x) &= \frac{dM(x)}{dx} \\ p(x) &= \frac{dV(x)}{dx} \end{aligned} \tag{40}$$

——————————————————— +++ ———————————————————

Примери

За све носаче са датим оптерећењима приказани на скицама потребно је извести функције: еластичне линије, обртања, момената савијања, вертикалних сила попречних пресека дуж носача по теорији првог реда.

Štap tipa - PROSTA GREDA (I-varijanta)



$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2 \cdot x + \alpha 3 \cdot x^2 + \alpha 4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$\frac{d}{dx}v(x) \rightarrow \alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot x^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot x + \frac{p \cdot x^3}{6 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x) \rightarrow 2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot x + \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3}v(x) \rightarrow 6 \cdot \alpha 4 + \frac{p \cdot x}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Konturni uslovi:

$v(0) = 0$ $\phi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$ $M(L) = 0$ $V\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

Given

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot 0 + \alpha 3 \cdot 0^2 + \alpha 4 \cdot (0)^3 + \frac{p \cdot 0^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot \frac{L}{2} + \frac{p \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^3}{6 \cdot EI} = 0$$

$$2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot L + \frac{p \cdot L^2}{2 \cdot EI} = 0$$

$$6 \cdot \alpha 4 + \frac{p \cdot \frac{L}{2}}{EI} = 0$$

$$Find(\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \alpha 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L^3 \cdot p}{24 \cdot EI} \\ 0 \\ -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI} \end{pmatrix}$$

Konstante su:

$\alpha 1 := 0$ $\alpha 2 := \frac{L^3 \cdot p}{24 \cdot EI}$

$\alpha 3 := 0$ $\alpha 4 := -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI}$

Elastična linija savijanja nosača:

$$v(x) := \alpha1 + \alpha2 \cdot x + \alpha3 \cdot x^2 + \alpha4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot x \cdot \left(L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3\right)}{24 \cdot EI}$$ .... v(x) (m)

$$\frac{d}{dx} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(L^3 - 6 \cdot L \cdot x^2 + 4 \cdot x^3\right)}{24 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(x^2 - L \cdot x\right)}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \text{ simplify } \rightarrow -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$ .... V(x) (kN)

Podaci :

$x := 0, 0.1 .. 8$ $\qquad L := 8 \text{ m}$ $\qquad p := 10 \ \frac{kN}{m}$ $\qquad EI := 5.46 \cdot 10^4 \ kNm^2$

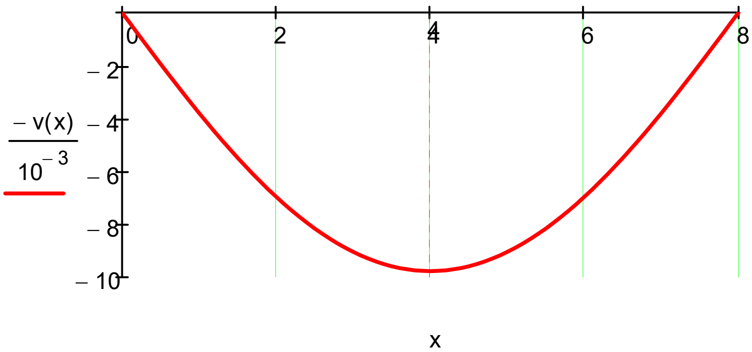
Konačne funkcije uticaja u nosaču:

$$v(x) := \frac{p \cdot x \cdot \left(L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3\right)}{24 \cdot EI}$$

$$\phi(x) := \frac{p \cdot \left(L^3 - 6 \cdot L \cdot x^2 + 4 \cdot x^3\right)}{24 \cdot EI}$$

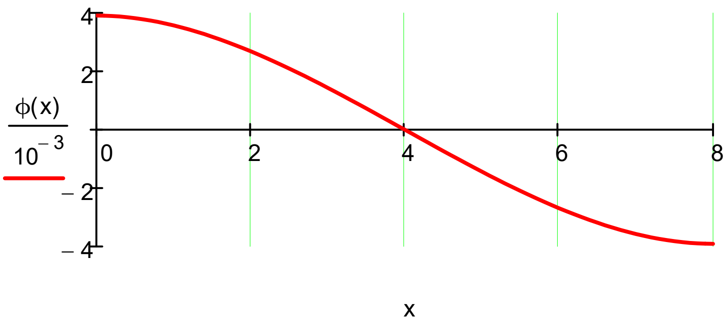
$$M(x) := \frac{p \cdot \left(x^2 - L \cdot x\right)}{2 \cdot EI}$$

$$V(x) := -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$



(mm)

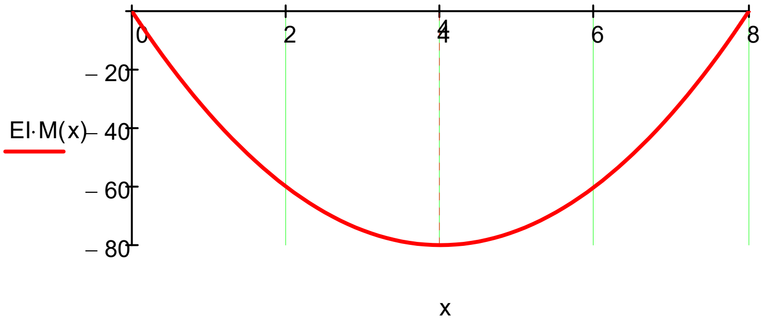
$$\frac{v\left(\frac{L}{2}\right)}{10^{-3}} = 9.77$$



(rad)

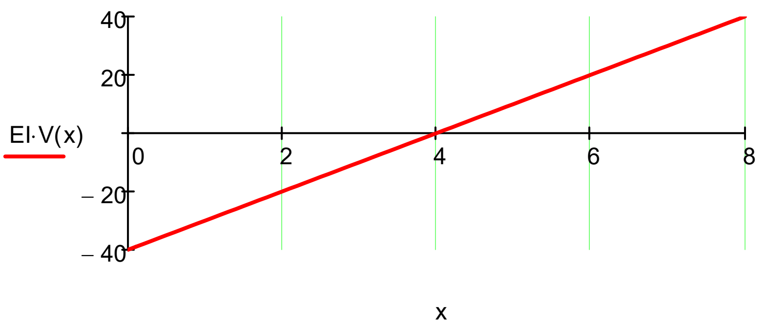
$\phi(0) = 0.00391$

$\phi(L) = -0.00391$



(kNm)

$$EI\cdot M\left(\frac{L}{2}\right) = -80$$

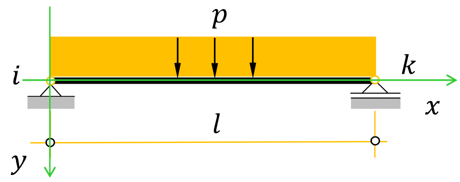


(kN)

$-EI\cdot V(0) = 40$

$EI\cdot V(L) = 40$

Štap tipa - PROSTA GREDA (II-varijanta)



$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2 \cdot x + \alpha 3 \cdot x^2 + \alpha 4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$\frac{d}{dx} v(x) \rightarrow \alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot x^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot x + \frac{p \cdot x^3}{6 \cdot EI}$$ .... ϕ(x) (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \rightarrow 2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot x + \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \rightarrow 6 \cdot \alpha 4 + \frac{p \cdot x}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Konturni uslovi:

$v(0) = 0$ $\quad M(0) = 0$ $\quad v(L) = 0$ $\quad M(L) = 0$

Given

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot 0 + \alpha 3 \cdot 0^2 + \alpha 4 \cdot (0)^3 + \frac{p \cdot 0^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot 0 + \frac{p \cdot 0^2}{2 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot L + \alpha 3 \cdot L^2 + \alpha 4 \cdot L^3 + \frac{p \cdot L^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot L + \frac{p \cdot L^2}{2 \cdot EI} = 0$$

$$\mathrm{Find}(\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \alpha 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L^3 \cdot p}{24 \cdot EI} \\ 0 \\ -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI} \end{pmatrix}$$

Konstante su:

$\alpha 1 := 0$ $\qquad \alpha 2 := \frac{L^3 \cdot p}{24 \cdot EI}$

$\alpha 3 := 0$ $\qquad \alpha 4 := -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI}$

Elastična linija savijanja nosača:

$$v(x) := \alpha1 + \alpha2 \cdot x + \alpha3 \cdot x^2 + \alpha4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot x \cdot \left(L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3\right)}{24 \cdot EI}$$ .... v(x) (m)

$$\frac{d}{dx} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(L^3 - 6 \cdot L \cdot x^2 + 4 \cdot x^3\right)}{24 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(x^2 - L \cdot x\right)}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \text{ simplify } \rightarrow -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$ .... V(x) (kN)

Podaci :

$x := 0, 0.1 .. 8$ $L := 8 \text{ m}$ $p := 10 \frac{kN}{m}$ $EI := 5.46 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$

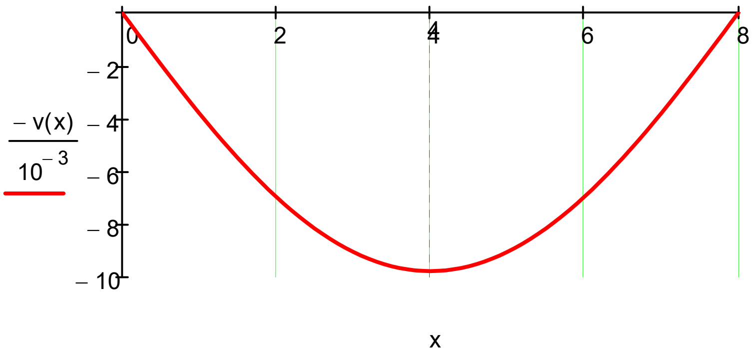
Konačne funkcije uticaja u nosaču:

$$v(x) := \frac{p \cdot x \cdot \left(L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3\right)}{24 \cdot EI}$$

$$\phi(x) := \frac{p \cdot \left(L^3 - 6 \cdot L \cdot x^2 + 4 \cdot x^3\right)}{24 \cdot EI}$$

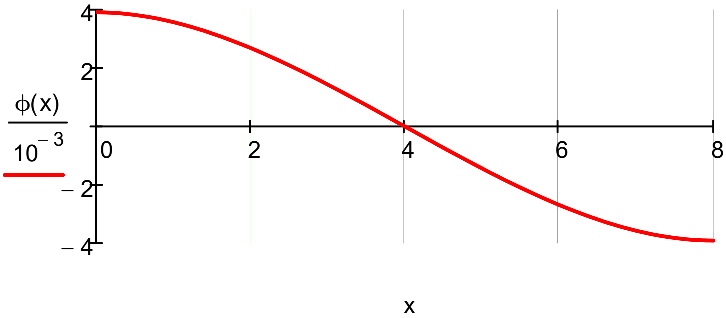
$$M(x) := \frac{p \cdot \left(x^2 - L \cdot x\right)}{2 \cdot EI}$$

$$V(x) := -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$



(mm)

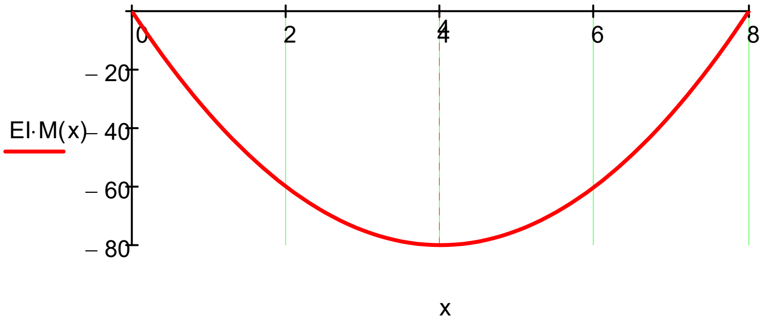
$$\frac{v\left(\frac{L}{2}\right)}{10^{-3}} = 9.77$$



(rad)

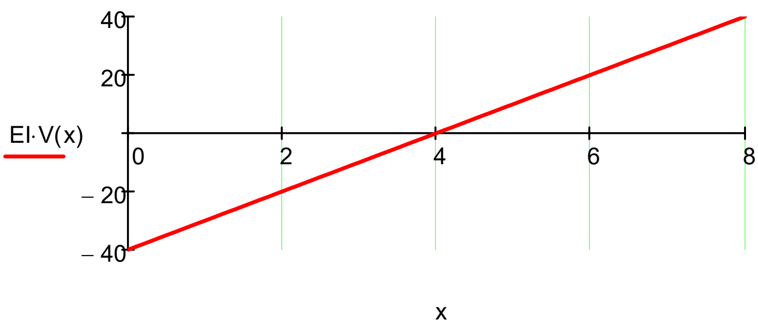
$\phi(0) = 0.00391$

$\phi(L) = -0.00391$



(kNm)

$$EI \cdot M\left(\frac{L}{2}\right) = -80$$

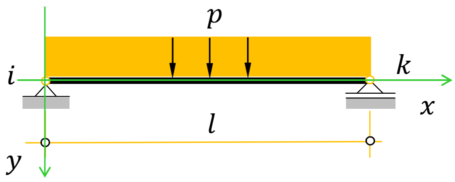


(kN)

$-EI \cdot V(0) = 40$

$EI \cdot V(L) = 40$

Štap tipa - PROSTA GREDA (III-varijanta)



$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2 \cdot x + \alpha 3 \cdot x^2 + \alpha 4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$\frac{d}{dx} v(x) \rightarrow \alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot x^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot x + \frac{p \cdot x^3}{6 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \rightarrow 2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot x + \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \rightarrow 6 \cdot \alpha 4 + \frac{p \cdot x}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Konturni uslovi:

$v(0) = 0$ $\qquad M(0) = 0$ $\qquad \phi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$ $\qquad v(L) = 0$

Given

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot 0 + \alpha 3 \cdot 0^2 + \alpha 4 \cdot (0)^3 + \frac{p \cdot 0^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot 0 + \frac{p \cdot 0^2}{2 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot \frac{L}{2} + \frac{p \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^3}{6 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot L + \alpha 3 \cdot L^2 + \alpha 4 \cdot L^3 + \frac{p \cdot L^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$\mathrm{Find}(\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \alpha 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L^3 \cdot p}{24 \cdot EI} \\ 0 \\ -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI} \end{pmatrix}$$

Konstante su:

$\alpha 1 := 0$ $\qquad \alpha 2 := \frac{L^3 \cdot p}{24 \cdot EI}$

$\alpha 3 := 0$ $\qquad \alpha 4 := -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI}$

Elastična linija savijanja nosača:

$$v(x) := \alpha1 + \alpha2 \cdot x + \alpha3 \cdot x^2 + \alpha4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot x \cdot \left(L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3\right)}{24 \cdot EI}$$ .... v(x) (m)

$$\frac{d}{dx} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(L^3 - 6 \cdot L \cdot x^2 + 4 \cdot x^3\right)}{24 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(x^2 - L \cdot x\right)}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \text{ simplify } \rightarrow -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$ .... V(x) (kN)

Podaci :

$x := 0, 0.1 .. 8$ $\quad L := 8 \text{ m}$ $\quad p := 10 \frac{kN}{m}$ $\quad EI := 5.46 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$

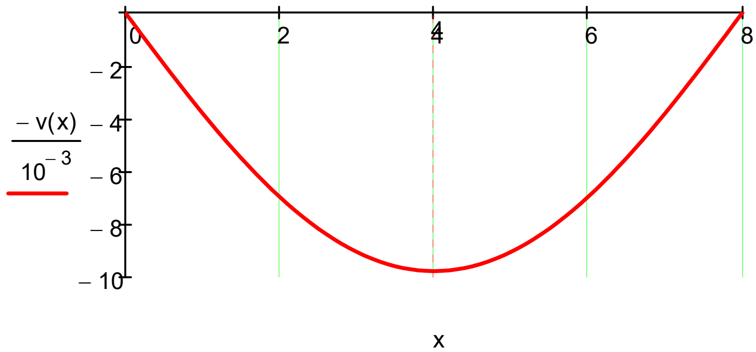
Konačne funkcije uticaja u nosaču:

$$v(x) := \frac{p \cdot x \cdot \left(L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3\right)}{24 \cdot EI}$$

$$\phi(x) := \frac{p \cdot \left(L^3 - 6 \cdot L \cdot x^2 + 4 \cdot x^3\right)}{24 \cdot EI}$$

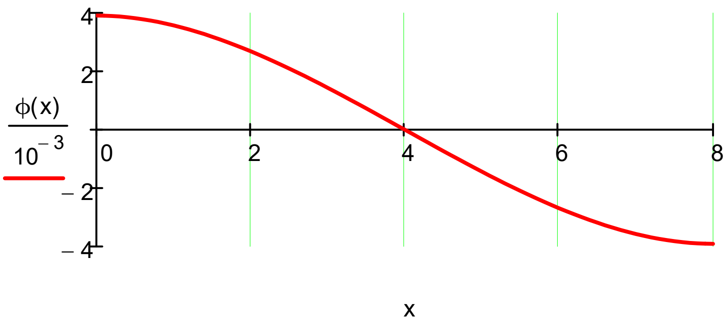
$$M(x) := \frac{p \cdot \left(x^2 - L \cdot x\right)}{2 \cdot EI}$$

$$V(x) := -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$



(mm)

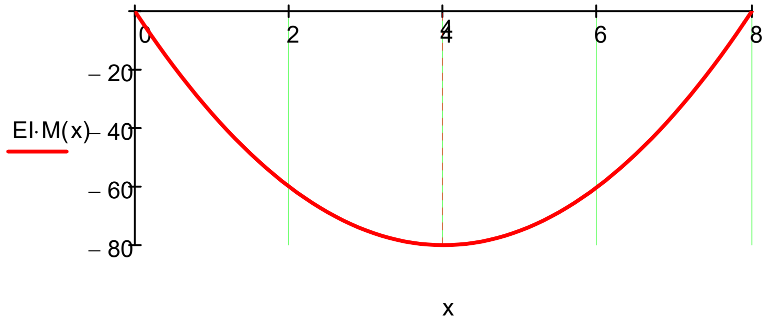
$$\frac{v\left(\frac{L}{2}\right)}{10^{-3}} = 9.77$$



(rad)

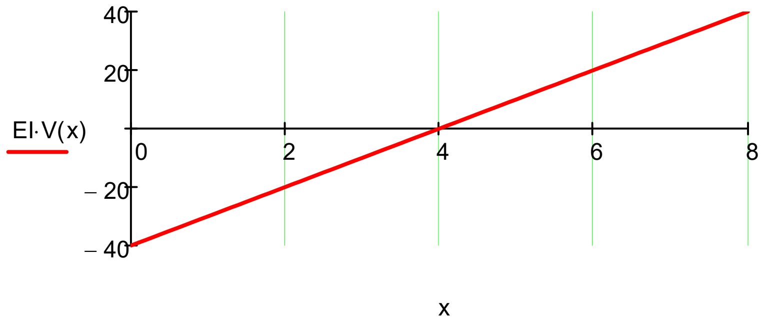
$\phi(0) = 0.00391$

$\phi(L) = -0.00391$



(kNm)

$$EI \cdot M\left(\frac{L}{2}\right) = -80$$

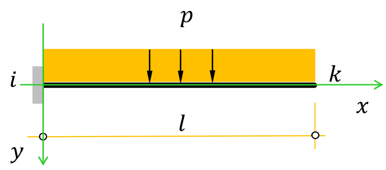


(kN)

$-EI \cdot V(0) = 40$

$EI \cdot V(L) = 40$

Štap tipa - S - KONZOLA



$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2\cdot x + \alpha 3\cdot x^2 + \alpha 4\cdot x^3 + \frac{p\cdot x^4}{24\cdot EI}$$

$$\frac{d}{dx}v(x) \rightarrow \alpha 2 + 3\cdot\alpha 4\cdot x^2 + 2\cdot\alpha 3\cdot x + \frac{p\cdot x^3}{6\cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x) \rightarrow 2\cdot\alpha 3 + 6\cdot\alpha 4\cdot x + \frac{p\cdot x^2}{2\cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3}v(x) \rightarrow 6\cdot\alpha 4 + \frac{p\cdot x}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Konturni uslovi:

$v(0) = 0$ $\qquad \phi(0) = 0$ $\qquad M(L) = 0$ $\qquad V(L) = 0$

Given

$$\alpha 1 + \alpha 2\cdot 0 + \alpha 3\cdot 0^2 + \alpha 4\cdot(0)^3 + \frac{p\cdot 0^4}{24\cdot EI} = 0$$

$$\alpha 2 + 3\cdot\alpha 4\cdot(0)^2 + 2\cdot\alpha 3\cdot 0 + \frac{p\cdot(0)^3}{6\cdot EI} = 0$$

$$2\cdot\alpha 3 + 6\cdot\alpha 4\cdot L + \frac{p\cdot L^2}{2\cdot EI} = 0$$

$$6\cdot\alpha 4 + \frac{p\cdot L}{EI} = 0$$

$$\text{Find}(\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \alpha 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{L^2\cdot p}{4\cdot EI} \\ -\frac{L\cdot p}{6\cdot EI} \end{pmatrix}$$

Konstante su:

$\alpha 1 := 0$ $\qquad \alpha 2 := 0$

$$\alpha 3 := \frac{L^2\cdot p}{4\cdot EI} \qquad \alpha 4 := -\frac{L\cdot p}{6\cdot EI}$$

Elastična linija savijanja nosača:

$$v(x) := \alpha1 + \alpha2 \cdot x + \alpha3 \cdot x^2 + \alpha4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$v(x)\ \text{simplify}\ \rightarrow \frac{p \cdot x^2 \cdot \left(6 \cdot L^2 - 4 \cdot L \cdot x + x^2\right)}{24 \cdot EI}$$ .... v(x) (m)

$$\frac{d}{dx}v(x)\ \text{simplify}\ \rightarrow \frac{p \cdot x \cdot \left(3 \cdot L^2 - 3 \cdot L \cdot x + x^2\right)}{6 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x)\ \text{simplify}\ \rightarrow \frac{p \cdot (L - x)^2}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3}v(x)\ \text{simplify}\ \rightarrow -\frac{p \cdot (L - x)}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Podaci :

$x := 0, 0.1 .. 8$ $\qquad L := 8\ m$ $\qquad p := 10\ \frac{kN}{m}$ $\qquad EI := 5.46 \cdot 10^4\ kNm^2$

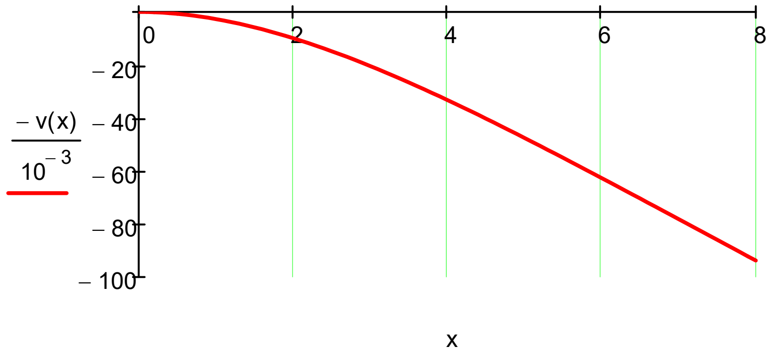
Konačne funkcije uticaja u nosaču:

$$v(x) := \frac{p \cdot x^2 \cdot \left(6 \cdot L^2 - 4 \cdot L \cdot x + x^2\right)}{24 \cdot EI}$$

$$\phi(x) := \frac{p \cdot x \cdot \left(3 \cdot L^2 - 3 \cdot L \cdot x + x^2\right)}{6 \cdot EI}$$

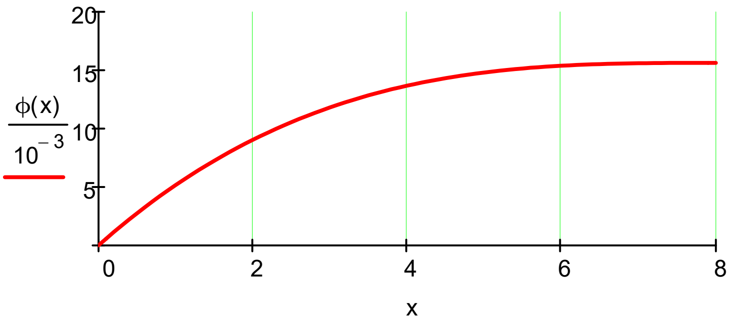
$$M(x) := \frac{p \cdot (L - x)^2}{2 \cdot EI}$$

$$V(x) := -\frac{p \cdot (L - x)}{EI}$$



(mm)

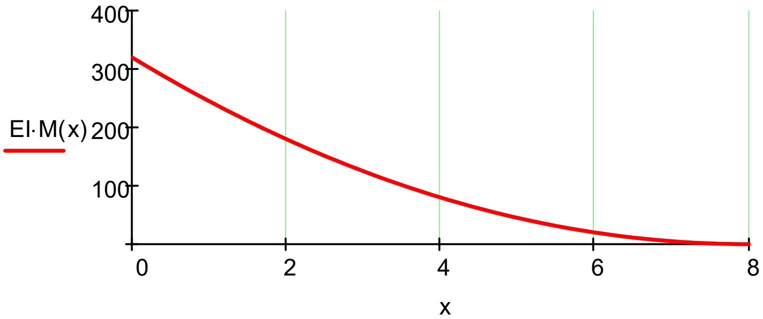
$$\frac{v(L)}{10^{-3}} = 93.77$$



(rad)

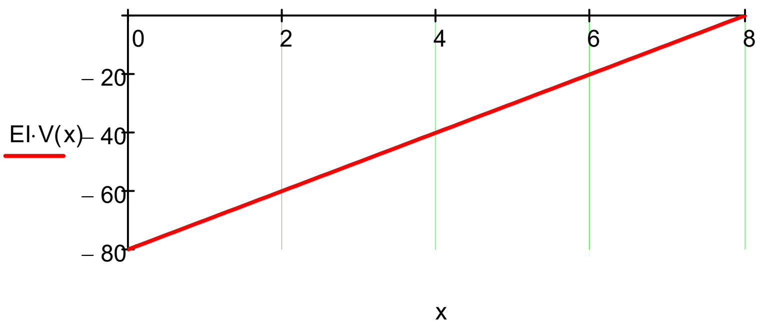
$\phi(0) = 0$

$\phi(L) = 0.01563$



(kNm)

$EI \cdot M(0) = 320$

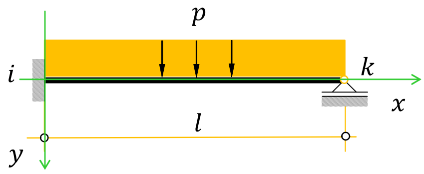


(kN)

$-EI \cdot V(0) = 80$

$EI \cdot V(L) = 0$

Štap tipa - G



$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2 \cdot x + \alpha 3 \cdot x^2 + \alpha 4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$\frac{d}{dx}v(x) \rightarrow \alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot x^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot x + \frac{p \cdot x^3}{6 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x) \rightarrow 2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot x + \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3}v(x) \rightarrow 6 \cdot \alpha 4 + \frac{p \cdot x}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Konturni uslovi:

$v(0) = 0$ $\quad \phi(0) = 0$ $\quad v(L) = 0$ $\quad M(L) = 0$

Given

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot 0 + \alpha 3 \cdot 0^2 + \alpha 4 \cdot (0)^3 + \frac{p \cdot 0^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot (0)^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot 0 + \frac{p \cdot (0)^3}{6 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot L + \alpha 3 \cdot L^2 + \alpha 4 \cdot L^3 + \frac{p \cdot L^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot L + \frac{p \cdot L^2}{2 \cdot EI} = 0$$

$$\text{Find}(\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \alpha 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{L^2 \cdot p}{16 \cdot EI} \\ -\frac{5 \cdot L \cdot p}{48 \cdot EI} \end{pmatrix}$$

Konstante su:

$\alpha 1 := 0$ $\quad \alpha 2 := 0$

$\alpha 3 := \frac{L^2 \cdot p}{16 \cdot EI}$ $\quad \alpha 4 := -\frac{5L \cdot p}{48 \cdot EI}$

Elastična linija savijanja nosača:

$$v(x) := \alpha1 + \alpha2\cdot x + \alpha3\cdot x^2 + \alpha4\cdot x^3 + \frac{p\cdot x^4}{24\cdot EI}$$

$$v(x)\ \text{simplify} \ \rightarrow \frac{p\cdot x^2\cdot\left(3\cdot L^2 - 5\cdot L\cdot x + 2\cdot x^2\right)}{48\cdot EI}$$ .... v(x) (m)

$$\frac{d}{dx}v(x)\ \text{simplify} \ \rightarrow \frac{p\cdot x\cdot\left(6\cdot L^2 - 15\cdot L\cdot x + 8\cdot x^2\right)}{48\cdot EI}$$ .... ϕ(x) (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x)\ \text{simplify} \ \rightarrow \frac{p\cdot(L-x)\cdot(L-4\cdot x)}{8\cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3}v(x)\ \text{simplify} \ \rightarrow -\frac{p\cdot(5\cdot L - 8\cdot x)}{8\cdot EI}$$ .... V(x) (kN)

Podaci :

$x := 0, 0.1 .. 8$ $\quad L := 8\ \text{m}$ $\quad p := 10\ \frac{kN}{m}$ $\quad EI := 5.46\cdot 10^4\ \text{kNm}^2$

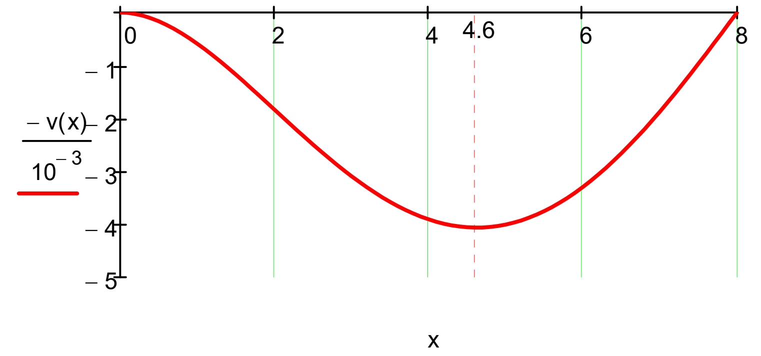
Konačne funkcije uticaja u nosaču:

$$v(x) := \frac{p\cdot x^2\cdot\left(3\cdot L^2 - 5\cdot L\cdot x + 2\cdot x^2\right)}{48\cdot EI}$$

$$\phi(x) := \frac{p\cdot x\cdot\left(6\cdot L^2 - 15\cdot L\cdot x + 8\cdot x^2\right)}{48\cdot EI}$$

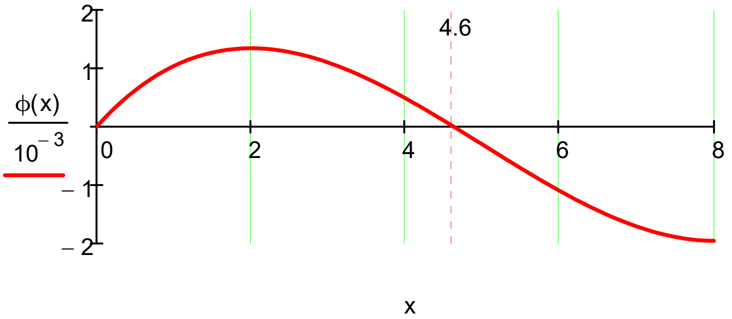
$$M(x) := \frac{p\cdot(L-x)\cdot(L-4\cdot x)}{8\cdot EI}$$

$$V(x) := -\frac{p\cdot(5\cdot L - 8\cdot x)}{8\cdot EI}$$



(mm)

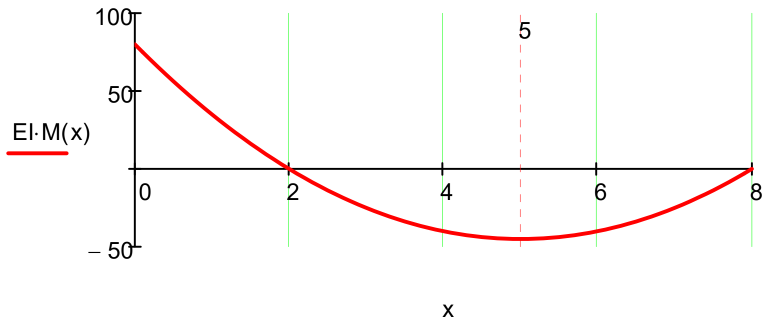
$$\frac{v(4.6)}{10^{-3}} = 4.06$$



(rad)

$\phi(4.6) = 0.00002$

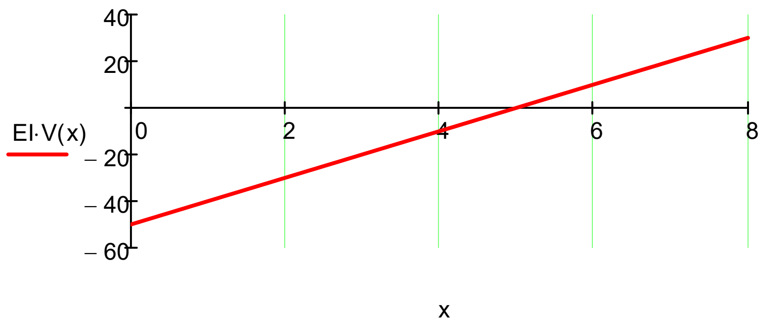
$\phi(L) = -0.00195$



(kNm)

$EI \cdot M(5.0) = -45$

$EI \cdot M(0) = 80$

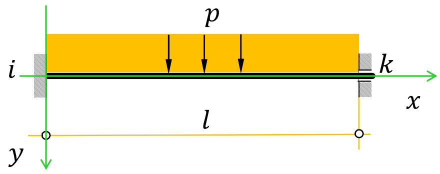


(kN)

$-EI \cdot V(0) = 50$

$EI \cdot V(L) = 30$

Štap tipa - K



$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2 \cdot x + \alpha 3 \cdot x^2 + \alpha 4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$\frac{d}{dx} v(x) \rightarrow \alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot x^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot x + \frac{p \cdot x^3}{6 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \rightarrow 2 \cdot \alpha 3 + 6 \cdot \alpha 4 \cdot x + \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \rightarrow 6 \cdot \alpha 4 + \frac{p \cdot x}{EI}$$ .... V(x) (kN)

Konturni uslovi:

$v(0) = 0$ $\qquad \phi(0) = 0$ $\qquad v(L) = 0$ $\qquad \phi(L) = 0$

Given

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot 0 + \alpha 3 \cdot 0^2 + \alpha 4 \cdot (0)^3 + \frac{p \cdot 0^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot (0)^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot 0 + \frac{p \cdot (0)^3}{6 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 1 + \alpha 2 \cdot L + \alpha 3 \cdot L^2 + \alpha 4 \cdot L^3 + \frac{p \cdot L^4}{24 \cdot EI} = 0$$

$$\alpha 2 + 3 \cdot \alpha 4 \cdot L^2 + 2 \cdot \alpha 3 \cdot L + \frac{p \cdot L^3}{6 \cdot EI} = 0$$

$$\text{Find}(\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \alpha 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{L^2 \cdot p}{24 \cdot EI} \\ -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI} \end{pmatrix}$$

Konstante su:

$\alpha 1 := 0$ $\qquad \alpha 2 := 0$

$\alpha 3 := \frac{L^2 \cdot p}{24 \cdot EI}$ $\qquad \alpha 4 := -\frac{L \cdot p}{12 \cdot EI}$

Elastična linija savijanja nosača:

$$v(x) := \alpha 1 + \alpha 2 \cdot x + \alpha 3 \cdot x^2 + \alpha 4 \cdot x^3 + \frac{p \cdot x^4}{24 \cdot EI}$$

$$v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot x^2 \cdot (L - x)^2}{24 \cdot EI}$$ .... v(x) (m)

$$\frac{d}{dx} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot x \cdot \left(L^2 - 3 \cdot L \cdot x + 2 \cdot x^2\right)}{12 \cdot EI}$$ .... $\phi(x)$ (rad)

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x) \text{ simplify } \rightarrow \frac{p \cdot \left(L^2 - 6 \cdot L \cdot x + 6 \cdot x^2\right)}{12 \cdot EI}$$ .... M(x) (kNm)

$$\frac{d^3}{dx^3} v(x) \text{ simplify } \rightarrow -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$ .... V(x) (kN)

Podaci :

$x := 0, 0.1 .. 8$ $\quad L := 8 \text{ m}$ $\quad p := 10 \ \frac{kN}{m}$ $\quad EI := 5.46 \cdot 10^4 \ kNm^2$

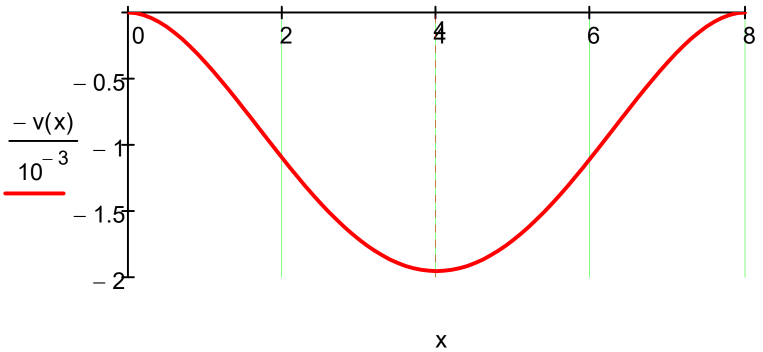
Konačne funkcije uticaja u nosaču:

$$v(x) := \frac{p \cdot x^2 \cdot (L - x)^2}{24 \cdot EI}$$

$$\phi(x) := \frac{p \cdot x \cdot \left(L^2 - 3 \cdot L \cdot x + 2 \cdot x^2\right)}{12 \cdot EI}$$

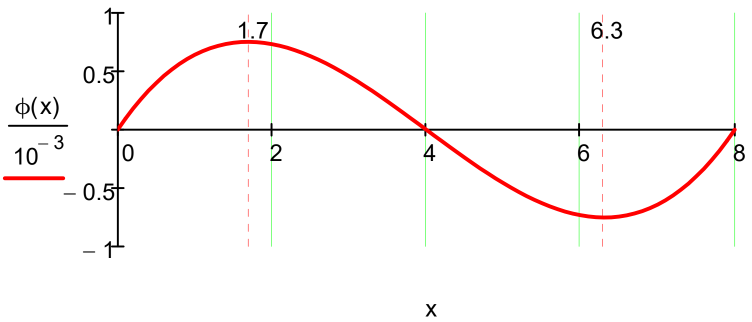
$$M(x) := \frac{p \cdot \left(L^2 - 6 \cdot L \cdot x + 6 \cdot x^2\right)}{12 \cdot EI}$$

$$V(x) := -\frac{p \cdot (L - 2 \cdot x)}{2 \cdot EI}$$



(mm)

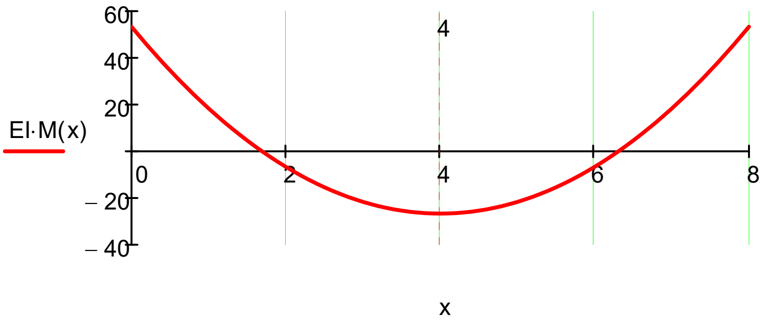
$$\frac{v\left(\frac{L}{2}\right)}{10^{-3}} = 1.95$$



(rad)

$\phi(1.7) = 0.00075$

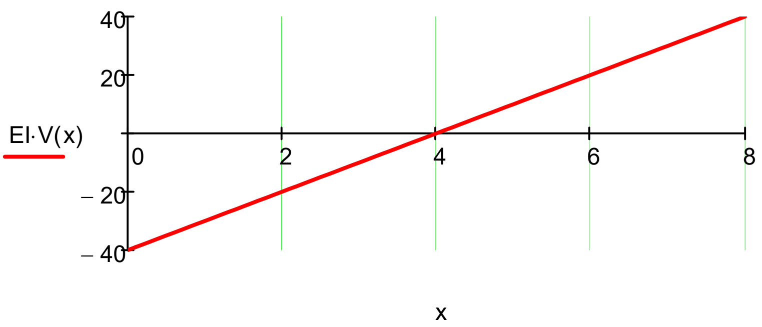
$\phi(6.3) = -0.00075$



(kNm)

$$EI \cdot M\left(\frac{L}{2}\right) = -26.67$$

$EI \cdot M(0) = 53.33$



(kN)

$-EI \cdot V(0) = 40$

$EI \cdot V(L) = 40$