

Statistica

main topics:

- 1) Teoria dei sistemi
- 2) Fondamenti di combinatoria
- 3) Concetti di spazio di [probabilità, indipendenza, probabilità condizionata e variabile aleatoria].

.....

esame:

- 1) 2 esoneri oppure uno scritto

Modello Base della Statistica

casi positivi \div *casi possibili* quest'ultimo è uno dei modelli più utilizzati per capire qual'è la nostra chance in un determinato evento e il risultato sarà tra 0 e 1.

Se consideriamo i possibili casi come un grande insieme che chiameremo S, possiamo prendere singolarmente i possibili casi tipo:

1. Abbiamo un mazzo di carte da 52 carte con valori che vanno da 1 a 13 e la singola carta o è rossa o è nera, quindi se voglio sapere quanto sia probabile pescare una carta rossa dobbiamo dire :
 - $S = \{\text{carta} \mid \forall \text{ carta} \in \text{carte}\}$ e $|S| = 52 = \text{casi possibili}$
 - $\text{carte rosse} = 52 / 2 = 26$
 - $\text{casi positivi} = 26$
 - $P = 26 / 52 = 1 / 2 = 0,5$
2. Considerando tutte le informazioni precedenti ma in più a me va bene se esce anche un asso di qualsiasi tipo:
 - $\text{casi possibili} = 52$ come prima
 - $\text{carte rosse} = 26$ come prima
 - $\text{assi} = 4$
 - $\text{casi positivi} = 30?$
 - $P = 30 / 52 = 15 / 26 \approx 0,57.....$

in questo caso saprai che i casi positivi non sono 30 ma bensì 28, ma come riesci a rendere il tutto più formale e scalabile?

Di base consideriamo A l'insieme delle carte rosse, e B l'insieme degli assi, sappiamo che stiamo contando 2 volte gli assi rossi quindi $30 = |A| + |B|$, ma noi vogliamo $28 = |A| + |B| - |A \cap B|$ (assi rossi) $= 26 + 4 - 2 = 28$.

Ok ma come faccio se ho n insiemi tutti diversi e possibilmente con elementi in comune?

La formula è semplice ma il principio sarebbe che ogni volta aggiungi un elemento con \cap e poi cambi anche il segno ad esempio:

$$|A| + |B| \dots - |A \cap B| \dots + |A \cap B \cap C| \dots - |A \cap B \cap C \cap D| \dots$$

al fine di gestire il segno si utilizza un $(-1)^{k(+1 \text{ se partiamo da } 1)}$.

- da aggiungere perchè facciamo + e perchè alcune volte *

Combinatoria

Al fine di vedere quanti sono i possibili casi considerando un insieme di combinazioni possiamo utilizzare delle formule che ci aiutano a scegliere le giuste quantità.

Permutazioni

Le permutazioni considerano tutti gli elementi all'interno di un insieme in caso contrario dobbiamo applicare le Disposizioni o Combinazioni.

Esempi:

1. Abbiamo 10 elementi distinguibili, in quanti modi possiamo ordinarli?
 $n! = 10! = n * (n - 1) * \dots * 2 * 1$
2. Abbiamo 10 elementi di cui 6 hanno lo stesso valore e sono indistinguibili, in quanti modi possiamo ordinarli?
 $n! \div k! = 10! \div 6!$ questo perché 6 elementi sono uguali e con ci interessa se comunque sono uguali, un esempio pratico sono gli anagrammi tipo:
abbiamo la parola *AMAPALAUAA*, 10 elementi di cui 6 uguali e indistinguibili cioè non possiamo dire che la A in prima posizione sia diversa da quella all'ultima e i possibili anagrammi sono $10! \div (6!)$.

Disposizioni

Le disposizioni seguono un ordine e sono composte da k posizioni e hanno n elementi tra cui scegliere.

Esempi:

1. Abbiamo 10 elementi, in quanti modi possiamo formare una lista di 5 elementi?
 p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 e 10 elementi, allora in $p_1 = 10, p_2 = 10, \dots, p_5 = 10$ allora abbiamo 10^5 possibili disposizioni cioè n^k
2. consideriamo il problema di prima ma se un elemento viene scelto non potrà essere riscelto (senza ripetizioni), quante saranno le possibili disposizioni?
 $p_1 = 10, p_2 = 9, \dots, p_5 = 6$ allora abbiamo $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 10! \div (10 - 5)!$
generalmente possiamo dire che la formula è $n! \div (n - k)!$

Combinazioni

Le combinazioni sono simili alle disposizioni ma senza un ordine quindi se nella p_1 c'è un elemento scelto per ultimo nelle disposizioni non ci interessa

Esempi:

1. In quanti modi posso scegliere 5 elementi da un insieme di 10 senza considerare l'ordine in cui lo scelgo e una volta estratto un elemento non posso riestrarlo?
 $10! \div ((10 - 5)! \cdot 5!)$ il $5!$ nel divisore elimina tutti i possibili ordini degli elementi al fine di averne uno che non ha importanza quale, la formula generica sarebbe
 $n! \div ((n - k)! \cdot k!) = \binom{n}{k}$ con n sopra e k sotto (n scelgo k)

2. Ora invece riciamo che ci interessa la possibilità di ripescare elementi presi in precedenza, quante possibili combinazioni abbiamo?
di base $(10 + 5 - 1)! \div (5! \cdot (10 - 1)!)$ che sarebbe il nostro risultato anche scritto
 $(n + k - 1)! \div (k! \cdot (n - 1)!) = (n + k - 1 \text{ scelgo } k)$