

Санкт-Петербургский политехнический университет
Высшая школа прикладной математики и
вычислительной физики,
Физико-механический институт

Отчет по лабораторной работе №5
по дисциплине «Интервальный анализ»

Выполнил студент гр. 5030102/80201
Дойников И. Д.
Руководитель
Баженов А. Н.

Санкт-Петербург
2021

Содержание

	Страница
1 Постановка задачи	4
2 Теория	4
2.1 Решение задачи регрессии с интервальным откликом	4
2.2 Информационное множество	4
2.3 Коридор совместных зависимостей	4
2.4 Предсказание значений	4
3 Реализация	4
4 Результаты	5
5 Обсуждение	6

Список иллюстраций

	Страница
1 Информационное множество с точечными оценками	5
2 Коридор совместных зависимостей и исходные измерения	5
3 График построенной модели регрессии с предсказаниями	6

1 Постановка задачи

Для линейной задачи построения регрессии $y = X\beta$ необходимо задать набор значений x и y с некоторыми ошибками измерений по отклику. Необходимо провести вычисления и привести иллюстрации:

- Построить интервальное множество решений β , сделать точечные оценки параметров.
- Построить коридор совместных зависимостей.
- Задать набор предсказания внутри и вне x , построить набор значений выходной переменной y .

2 Теория

2.1 Решение задачи регрессии с интервальным откликом

Решением задачи восстановления зависимости можно считать любое (в данном случае линейное) решение, проходящее через все исходные брусы.

2.2 Информационное множество

Интервальное множество решений β , которое необходимо построить и оценить в задании 1, называется информационным множеством. В качестве точечных оценок информационного множества будут использованы следующие величины:

- Середина наибольшей диагонали
- Центр тяжести (среднее суммы всех вершин)
- Оценка β , полученная решением исходной задачи в точечной постановке (с серединами интервалов) методом наименьших квадратов

2.3 Коридор совместных зависимостей

Коридором совместных зависимостей называется множество, образованное всеми решениями с параметрами из информационного множества.

2.4 Предсказание значений

Предсказание осуществляется посредством построения сечения коридора совместных зависимостей в указанных точках. Соотношение прогнозных и исходных интервалов в исходных точках измерений является одним из показателей качества построенной модели.

3 Реализация

Для осуществления вычислений и визуализации результатов использовалась среда Octave с библиотекой С. И. Жилина.

4 Результаты

В качестве входных значений предиктора были выбраны точки $x = \{2, 4, 10, 12\}$. В качестве отклика y были взяты значения $[y_i - \varepsilon_i, y_i + \varepsilon_i]$, где $y = \{2, 8.5, 18, 25\}$, $\varepsilon = \{2, 1.5, 2.5, 1.5\}$. $\hat{\beta}_{\text{maxdiag}} = (-0.95, 2.1)$, $\hat{\beta}_{\text{gravity}} = (-0.8188, 2.08)$, $\hat{\beta}_{\text{lsm}} = (-1.39, 2.11)$.

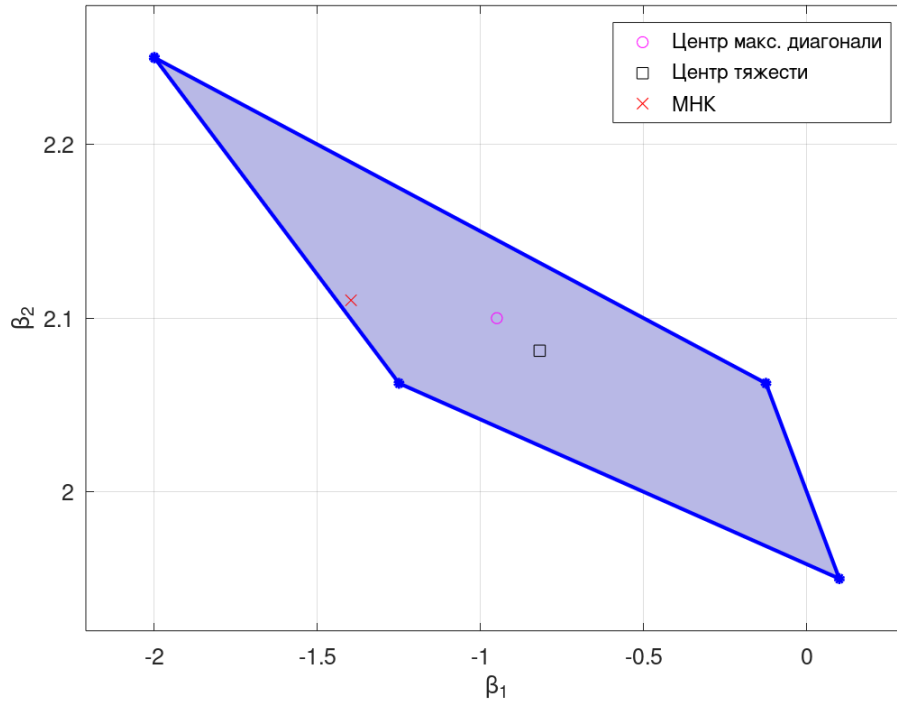


Рис. 1: Информационное множество с точечными оценками

Коридор совместных зависимостей обозначен фиолетовым цветом на следующем графике.

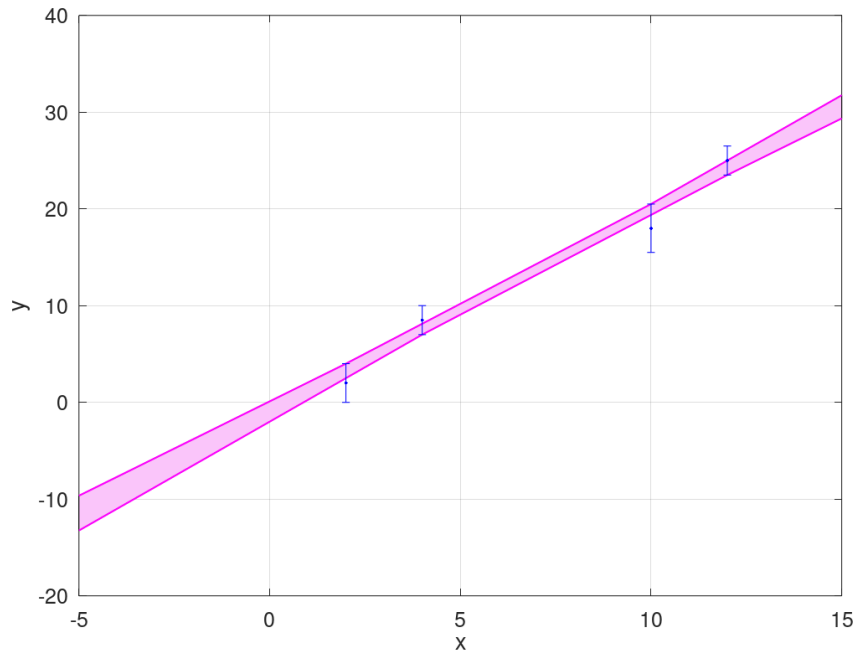


Рис. 2: Коридор совместных зависимостей и исходные измерения

Для построения следующего графика были выбраны точки $x_p = \{2, 10, -1, 5, 13\}$ для вычисления предсказаний. Первые две из них принадлежат множеству точек, по которым строилась регрессия. Синими отрезками обозначены образующие модель интервалы, черными - предсказания.

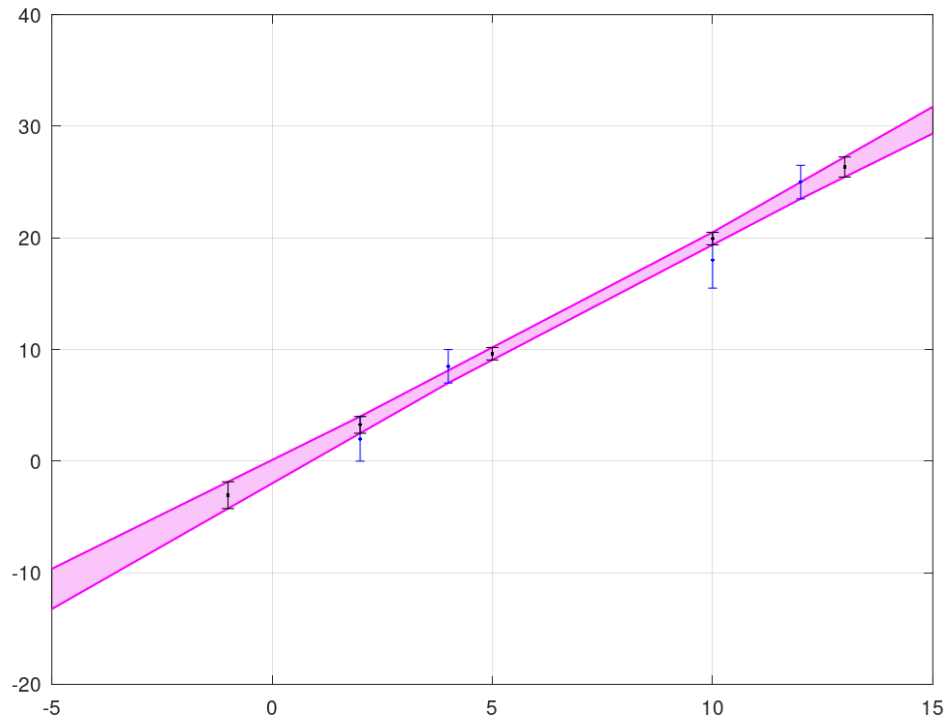


Рис. 3: График построенной модели регрессии с предсказаниями

5 Обсуждение

1. По форме информационного множества можно сделать вывод, что все 4 интервала оказывают влияние на построенную модель.
2. Точечные оценки информационного множества дали ощутимо разные результаты. Все три оценки лежат внутри множества, однако оценка, полученная на основании МНК, находится возле границы. В общем случае возможно подобрать данные так, чтобы данная оценка вышла за пределы информационного множества.
3. По графику 2 видно, что исходные данные имеют значительную неопределенность и разброс, коридор совместных зависимостей испытывает влияние всех интервалов и довольно узок в средней части.
4. По предсказаниям, полученным в точках, являющихся подмножеством x , видно, что исходные и предсказанные интервалы довольно сильно различаются. Можно сделать вывод, что линейная модель не очень хорошо описывает исходные данные. Тем не менее, в целом предсказания получились с невысокой степенью неопределенности.

Исходный код

С исходным кодом программы и отчета можно ознакомиться в репозитории <https://github.com/ilich/Interval>.