

Комбинаторная оптимизация

Задача о рюкзаке

11 марта 2021 г.

1 Формулировка

Дано N предметов и рюкзак вместимости W . Каждый предмет описывается парой (c_i, w_i) — стоимостью и весом.

Набор $I \subseteq \{1, \dots, N\}$ предметов называется *допустимым*, если выполнено условие

$$\sum_{i \in I} w_i \leq W$$

Стоимостью набора называется величина

$$C(I) = \sum_{i \in I} c_i$$

Допустимый набор называется *оптимальным*, если не существует допустимого набора с большей стоимостью.

Поиск оптимального набора является сложной задачей, тем не менее, возможен поиск приближенного решения. Ваша задача заключается в поиске допустимого решения максимального близкого по стоимости к оптимальному.

2 Входные данные

Первая строка входных данных содержит два целых числа N и W — количество предметов и максимальный вес рюкзака. В следующих N строках содержатся пары целых чисел (c_i, w_i) описывающие предметы. Для всех тестов верно, что $N \leq 200\,000$ и $W \leq 2\,500\,000$. Гарантируется, что стоимость любого допустимого решения помещается в стандартный тип `int`.

3 Формат вывода

Первая строка выходных данных должна содержать число C — стоимость вашего допустимого набора. Во второй строке должны быть перечислены номера предметов составляющих ваш набор, то есть набор различных чисел из диапазона $[1, 2, \dots, n]$.

4 Ограничения

- Ограничение по времени: 10с
- Ограничение по памяти: 512МВ

В качестве языка программирования разрешается использовать любой язык, поддерживаемый системой Яндекс.Контест. Использование сторонних библиотек для оптимизации запрещено — код оптимизационного движка должен быть написан вами.

5 Оценивание

Оценивание будет производиться по сумме разностей вашего решения и оптимального решения. Полный балл можно получить за оптимальное решение. Стандартное жадное решение будет набирать не более 1 балла суммарно на всех тестах.

6 Полезные советы

- Для поиска оптимума вы можете применить динамическое программирование (например, динамику по весу), оно будет долго работать, но вы узнаете оптимальное решение и будете понимать к чему надо стремиться.
- Начните с простого решения и старайтесь постепенно его усложнять. Попробуйте разные подходы, рассказанные на семинаре.

7 Технические подробности

В архиве предоставлен публичный набор тестов, на котором можно отлаживать свою программу и сравнивать свои результаты с другими участниками. Решение будет оцениваться на приватном наборе тестов, который по структуре похож на публичный. Тесты с 1 по 10 в контесте соответствуют публичным тестам, с 11 по 20 приватным тестам.

В качестве решения вы должны прислать **ссылку на вашу посылку в Я.Контесте** и отчет с описанием решения. Описание идей и экспериментов (даже неудачных) поощряются.

1 Содержимое архива

- `data/*` — набор публичных тестов
- `example.py` — пример решения, демонстрирующий формат ввода/вывода
- `submit.py` — скрипт для отправки решений в грейдер. При отправке решения необходимо указывать ваше имя в формате: фамилия транслитом маленькими буквами + подчеркивание + имя транслитом маленькими буквами, например `kolesnichenko_ignat`

```
./submit.py kolesnichenko_ignat knapsack 04.public 04.out
```