

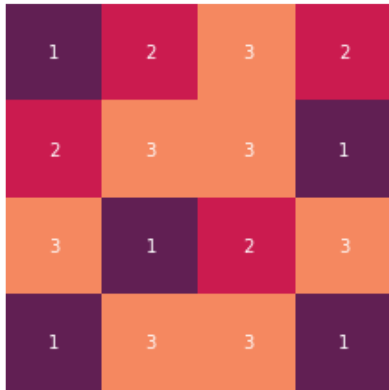
Курсовая работа
“Прогнозирование критических событий в моделях
песчаной кучи БТВ и Манна”

Сапожников Денис Сергеевич БПМИ 192

Руководитель КР: Шаповал Александр Борисович

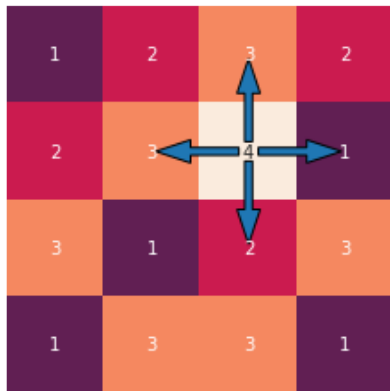
21 июня 2022 г.

Модель песчаной кучи БТВ



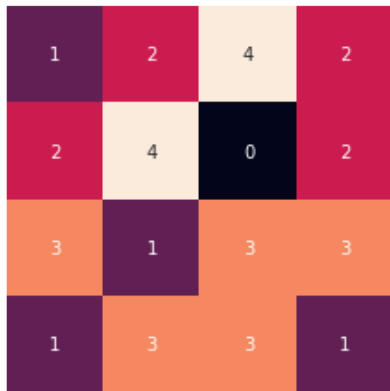
- Квадратная решетка $L \times L$
- В каждой клетке от 0 до 3 песчинок
- Каждую секунду добавляется одна песчинка в случайную клетку

Модель песчаной кучи БТВ



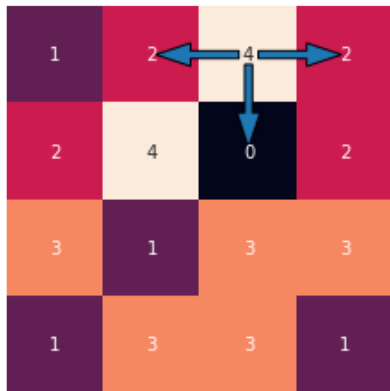
Происходит обвал — перераспределение песка (энергии)

Модель песчаной кучи БТВ



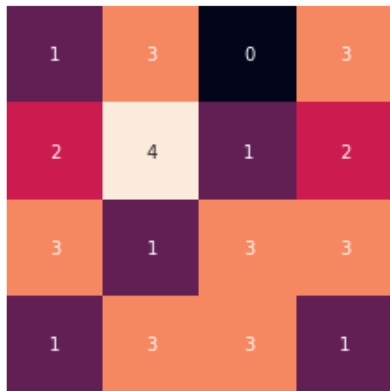
Происходит обвал — перераспределение песка

Модель песчаной кучи БТВ



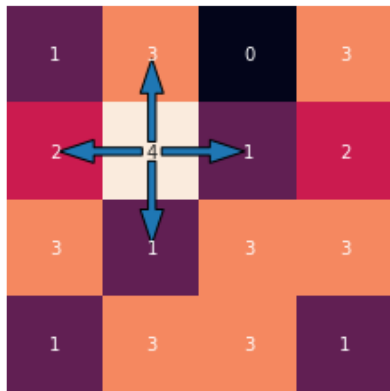
Диссипация на границе

Модель песчаной кучи БТВ



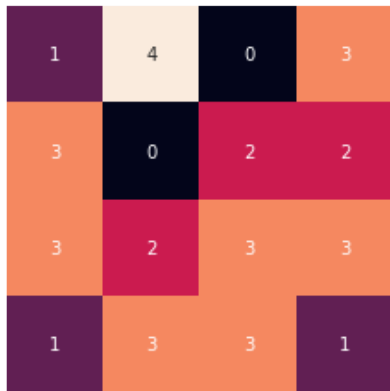
Диссипация на границе

Модель песчаной кучи БТВ



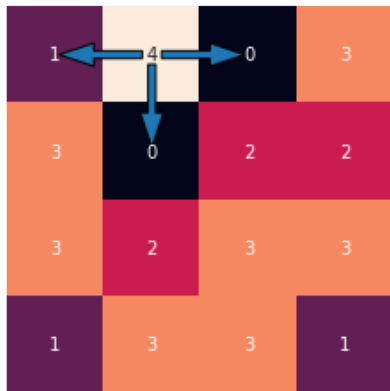
Диссипация на границе

Модель песчаной кучи БТВ



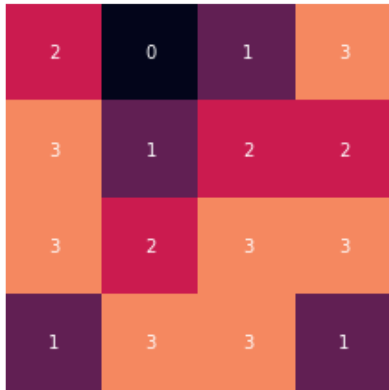
Диссипация на границе

Модель песчаной кучи БТВ



Диссипация на границе

Модель песчаной кучи БТВ



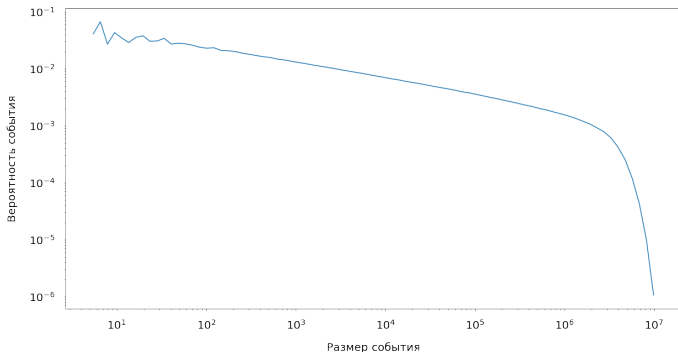
- ① Размер события — это количество обвалов до стабилизации
- ② Долгое накопление энергии и её мгновенное перераспределение

Обзор литературы

- Появление модели песчаной кучи и теории самоорганизованных систем оказало вклад в развитие целых областей: стат. физика, экономика, нейробиология и других

Обзор литературы

- Появление модели песчаной кучи и теории самоорганизованных систем оказало вклад в развитие целых областей: стат. физика, экономика, нейробиология и других
- Наблюдение степенного закона



Плотность распределения размеров событий в модели БТВ для решётки размера $L = 64$

Обзор литературы

- Появление модели песчаной кучи и теории самоорганизованных систем оказало вклад в развитие целых областей: стат. физика, экономика, нейробиология и других
- Наблюдение степенного закона
- Существует множество разных моделей песчаной кучи, которые можно получить заменой правил обвала и геометрии решетки

Обзор литературы

- Появление модели песчаной кучи и теории самоорганизованных систем оказало вклад в развитие целых областей: стат. физика, экономика, нейробиология и других
- Наблюдение степенного закона
- Существует множество разных моделей песчаной кучи, которые можно получить заменой правил обвала и геометрии решетки
- В классе симметричных правил обвала на квадратной решетке существует лишь одна альтернативная модель относительно модели БТВ — модель Манна, или стохастическая модель

Обзор литературы

- Появление модели песчаной кучи и теории самоорганизованных систем оказало вклад в развитие целых областей: стат. физика, экономика, нейробиология и других
- Наблюдение степенного закона
- Существует множество разных моделей песчаной кучи, которые можно получить заменой правил обвала и геометрии решетки
- В классе симметричных правил обвала на квадратной решетке существует лишь одна альтернативная модель относительно модели БТВ — модель Манна, или стохастическая модель
- Наличие степенного закона — индикатор отсутствия прогнозирования крупных событий

Обзор литературы

- Появление модели песчаной кучи и теории самоорганизованных систем оказало вклад в развитие целых областей: стат. физика, экономика, нейробиология и других
- Наблюдение степенного закона
- Существует множество разных моделей песчаной кучи, которые можно получить заменой правил обвала и геометрии решетки
- В классе симметричных правил обвала на квадратной решетке существует лишь одна альтернативная модель относительно модели БТВ — модель Манна, или стохастическая модель
- Наличие степенного закона — индикатор отсутствия прогнозирования крупных событий
- Попытки прогнозирования представлены в работах Hallerberg (2009), Delucia (2015)

Постановка задачи

- Провести сравнительный анализ прогнозируемости крупных событий в моделях БТВ и Манна для конкретных конечных систем и термодинамического предела

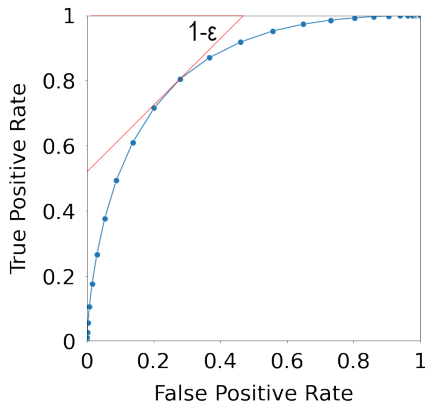
Постановка задачи

- Провести сравнительный анализ прогнозируемости крупных событий в моделях БТВ и Манна для конкретных конечных систем и термодинамического предела
- Найти скейлинг эффективности прогноза относительно объёма системы

Постановка задачи

- Провести сравнительный анализ прогнозируемости крупных событий в моделях БТВ и Манна для конкретных конечных систем и термодинамического предела
- Найти скейлинг эффективности прогноза относительно объёма системы
- Соотнести скейлинг эффективности прогноза со скейлингом степенного распределения событий по размерам для конечной системы

- Качество прогноза ε измеряется с помощью ROC-кривых



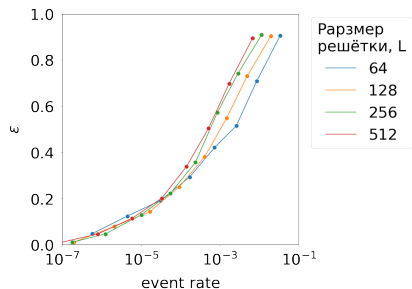
Алгоритм прогноза

- 1 Пусть $\{s_n\}_{i=1}^N$ — выборка из размеров событий. Она разбивается пополам на тренировочную и тестовые части
- 2 Предсказываем вероятность крупного события $X_i = I[s_i > \eta]$
- 3 Вычисляется переменная принятия решения

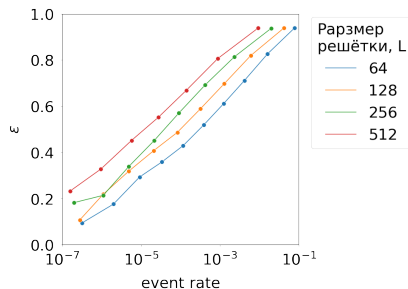
$$y_i = \sum_{k=1}^i a^k \cdot s_{i-k}$$

- 4 Вычисляется совместное распределение на тренировочной выборке $P(X, y)$
- 5 По совместному распределению делаются прогнозы на тестовой выборке

Качество прогноза



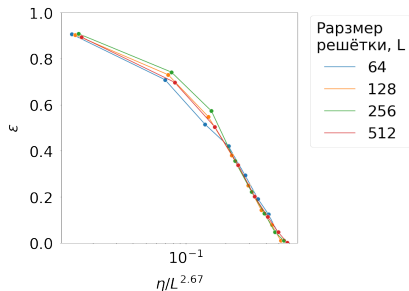
(a) Модель Манна



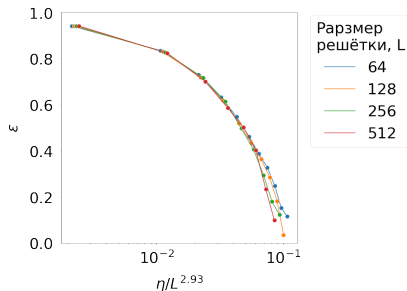
(b) Модель БТВ

Качество прогноза ε в зависимости от частоты встречаемости событий *event rate*

Качество прогноза



(a) Модель Манна



(b) Модель БТВ

Качество прогноза ε в зависимости от нормированного размера крупного события η/L^γ

- В модели Манна качество прогноза не зависит от объёма системы

Результаты

- В модели Манна качество прогноза не зависит от объёма системы
- В модели БТВ качество прогноза падает с ростом объёма системы

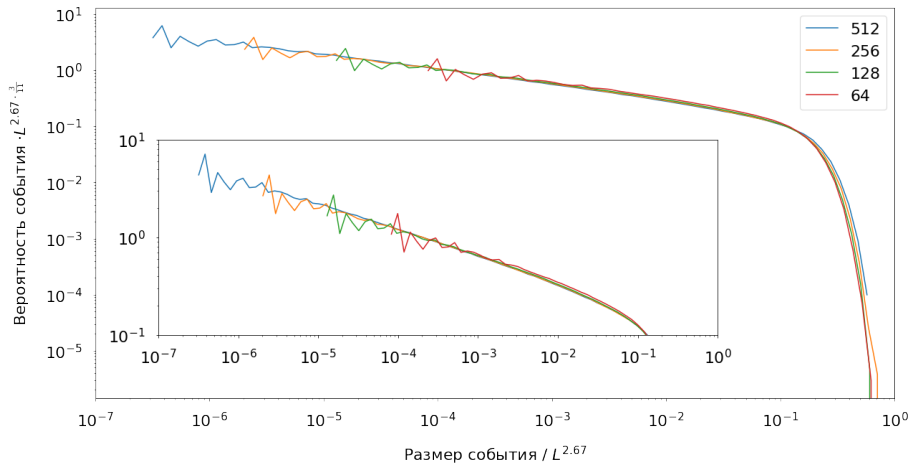
Результаты

- В модели Манна качество прогноза не зависит от объёма системы
- В модели БТВ качество прогноза падает с ростом объёма системы
- Скейлинг эффективности прогноза в модели Манна совпадает со скейлингом плотности распределений событий, а в модели БТВ – со скейлингом крупнейшего события

Результаты

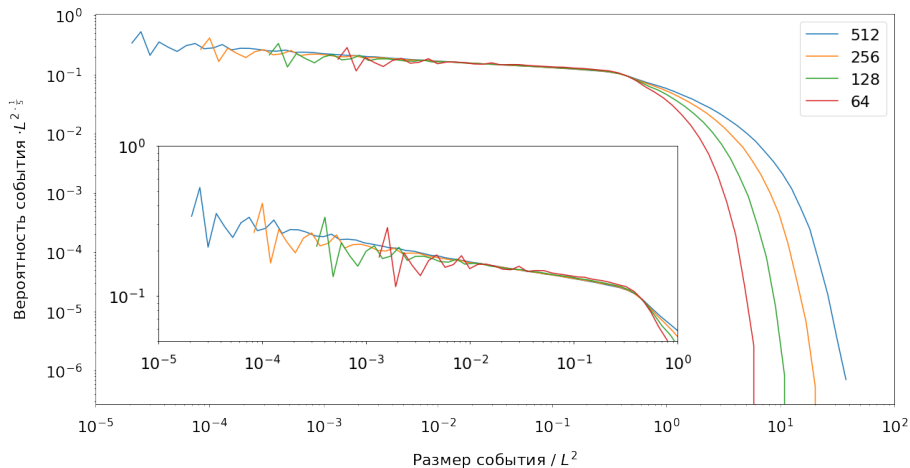
- В модели Манна качество прогноза не зависит от объёма системы
- В модели БТВ качество прогноза падает с ростом объёма системы
- Скейлинг эффективности прогноза в модели Манна совпадает со скейлингом плотности распределений событий, а в модели БТВ – со скейлингом крупнейшего события
- Модель песчаной кучи обладает большой памятью

Шкалирование плотности распределения



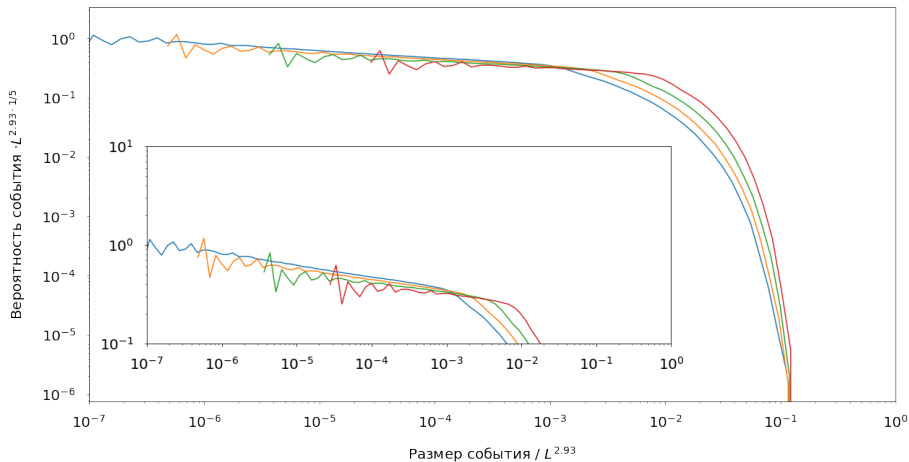
Шкалирование плотности распределения в модели Манна, $\tau = 2.67$

Шкалирование плотности распределения



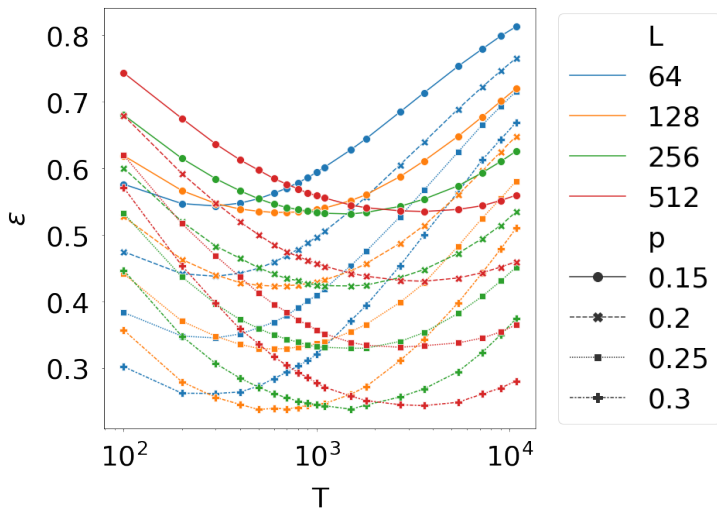
Шкалирование плотности распределения в модели БТВ, $\tau = 2$

Шкалирование плотности распределения



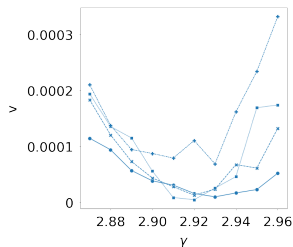
Шкалирование плотности распределения в модели БТВ, $\tau = 2.93$

Влияние гиперпараметра a

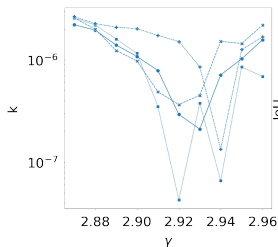


Зависимость качества прогноза ε от гиперпараметра a , переведенного в логарифмическую шкалу: $a = \exp(-T)$

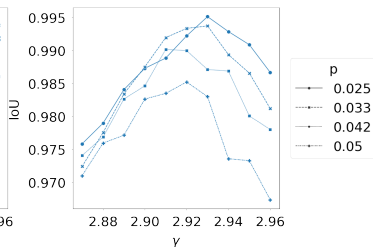
О скейлинге эффективности прогноза



(a) Дисперсия



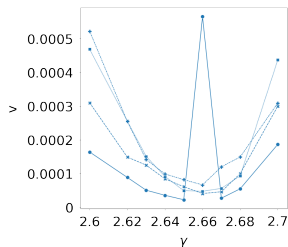
(b) Абсолютное
значение
коэффициента
регрессирующей
прямой



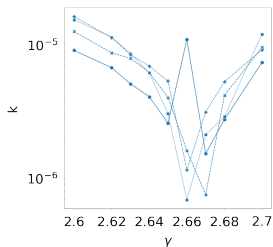
(c) IoU

Метрики качества шкалирования в модели БТВ в зависимости от параметра γ

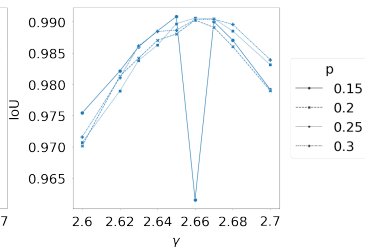
О скейлинге эффективности прогноза



(a) Дисперсия



(b) Абсолютное
значение
коэффициента
регрессирующей
прямой



(c) IoU

Метрики качества шкалирования в модели Манна в зависимости от параметра γ