1987-2021 考研数学一、三概率统计真题

作者：i44 统计考研

时间：July 26, 2021

版本：22.1

愿你回忆过往，可热泪盈眶！

特别声明

本习题供 22 应统真题班同学参考使用，时间为 2021.8.1—2021.9.30。

欢迎加入 22 应统真题班！

1. 方式：关注微信公众号：i44 统计考研，后台回复 **好友**，添加微信，加群费为 300 元！适用于专业课为概率论与数理统计的同学，如 432 应用统计学。
2. 时间：
   (a). 2021.8.1—2021.9.30
   主要涉及 1987-2021 年数学一、三所有概率统计真题（分章节，包括随机事件及其概率、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计和假设检验，共约 340 道），每天同学们需在小程序上完成每天布置的题目（约 6 道）.
   (b). 2021.10.1-2021.12.19
   主要涉及常见院校专业课真题（约 300 道），每天同学们需在小程序上完成每天布置的题目（约 3 道）. 选材来自茆诗松、李贤平、陈希孺、韦来生等老师的书中经典常考题目，一些院校本科生概率统计期中期末考试题，还有一些常见院校的真题，如：清华大学、北京大学、中国科学技术大学、南开大学、复旦大学、北京师范大学、中山大学、华东师范大学、兰州大学等，包括但不限于上述院校。

   注 注：所有的题目我们都会给出答案，但还是建议自己独立完成。如果对某一道题有疑惑，可以提出来，我们进行讲解。很多题目可以用多种方法完成，去年 21 应统真题班的同学就做得很不错，经常可以看到很多优秀的解法。
3. 福利：
   (a). 常见院校真题和部分解析，如：中山大学、中央财经大学、华东师范大学、东北财经大学、中科大、浙工商、辽宁大学、东北师范大学、武汉理工大学、大连理工大学、中南财、上海财经大学、暨南大学、山东大学、中国人民大学等，包括但不限于上述院校！
   (b). 常见院校本科生期中期末考试题，如：北大、清华、复旦、中科大、中山大学、南开、上财、西交、北航、厦大、上交等，包括但不限于上述院校！
   (c). 常见总结：对称性总结、递推法总结、常见分布转换、均匀分布总结、正态分布总结、一元线性回归总结等！
   (d). 22 茆诗松概统习题班 150 元优惠券，关于茆诗松概统习题班，可点击下方链接了解。22 茆诗松概统习题班

   注 注：群内禁止水群，禁止分享一切外边的链接，只允许讨论与考研相关的内容；否则，一经发现，立即踢出群，不退群费！请考虑好再加入。

All knowledge is, in the final analysis, history. All sciences are, in the abstract, mathematics. All methods of acquiring knowledge are, essentially, through statistics.

目录

第一章 随机事件及其概率

Day 1 微信公众号：i44 统计考研

1. (1987 数一) 在一次试验中事件 A 发生的概率为 p，现进行 n 次独立试验，则 A 至少发生一次的概率为________；而事件 A 至多发生一次的概率为 ________.
2. (1987 数一) 三个箱子，第一个箱子有 4 个黑球 1 个白球，第二个箱子中有 3 个白球 3 个黑球，第三个箱子中有 3 个黑球 5 五个白球，现随机地取一个箱子，再从这个箱子中取一个球，这个球为白球的概率为 ________，已知取出的是白球，此球属于第二箱的概率是________.
3. (1987 数四、五) 判断题。
   (a). 连续型随机变量取任何给定实数值的概率都等于 0.
4. (1987 数四) 若二事件 A 和 B 同时出现的概率 P(AB)=0, 则：
   (a). A 和 B 互不相容（互斥）
   (b). AB 是不可能事件
   (c). AB 未必是不可能事件
   (d). P (A)= 0 或 P(B)= 0
5. (1987 数四、五) 设有两箱同种零件. 第一箱内装 50 件，其中 10 件一等品; 第二箱内装有 30 件，其中 18 件一等品. 现从两箱中随机挑出一箱，然后从该箱中先后随机取出两个零件 (取出的零件均不放回)，试求：
   (a). 先取出的零件是一等品的概率 p;
   (b). 在先取出的零件是一等品的条件下, 第二次取出的零件仍然是一等品的条件概率 q.
6. (1987 数五) 对于任二事件 A 和 B, 有 $P(A-B)=$
   (a). $P(A)-P(B)$
   (b). $P(A)-P(B)+P(AB)$
   (c). $P(A)-P(AB)$
   (d). $P(A)-P(\bar{B})-P(A\bar{B})$

Day 2 微信公众号：i44 统计考研

7. (1988 数一) 设三次独立实验中，事件 A 出现的概率相等. 若已知 A 至少出现一次的概率等于 $\frac{19}{27}$，则事件 A 在一次试验中出现的概率为________.
8. (1988 数一) 在区间 (0,1) 中随机地取两个数，则事件 "两数之和小于 $\frac{6}{5}$" 的概率为________.
9. (1988 数四) 假设 $P(A)=0.4, P(A\cup B)=0.7$, 那么
   (a). 若 A 与 B 互不相容，则 $P(B)=$________.
   (b). 若 A 与 B 相互独立，则 $P(B)=$________.
10. (1988 数四) 判断题。
   (a). 若事件 A, B,C 满足等式 A $\cup C$=B$\cup C$, 则 A=B.
11. (1988 数四、五) 玻璃杯成箱出售，每箱 20 只，假设各箱含 0,1,2 只残次品的概率是 0.8,0.1 和 0.1，一顾客欲购买一箱玻璃杯，在购买时，售货员随意取一箱，而顾客开箱随机观察 4 只，若无残次品，则购买下该玻璃杯，否则退回. 试求:
   (1) 顾客买下该箱的概率 α;

(2) 在顾客买下的一箱中，确实没有残次品的概率 β.

12. (1989 数一) 已知随机事件 A 的概率 $P(A) = 0.5$, 随机事件 B 的概率 $P(B) = 0.6$ 及条件概率 $P(B \mid A) = 0.8$, 则和事件 $A \bigcup B$ 的概率 $P(A \cup B) =$________.

Day 3　微信公众号：i44 统计考研

13. (1989 数一) 甲，乙两人独立的对同一目标射击一次，其命中率分别为 0.6 和 0.5. 现已知目标被命中, 则它是甲射中的概率是________.
14. (1989 数四、五) 以 A 表示事件“甲种产品畅销，乙种产品滞销”，则其对立事件 $\bar{A}$ 为 ()
    (A) “甲种产品滞销，乙种产品畅销”
    (B) “甲，乙产品均畅销”
    (C) “甲种产品滞销”
    (D) “甲种产品滞销或乙种产品畅销”
15. (1990 数一) 设随机事件 A, B 及其事件 $A \cup B$ 的概率分别为 0.4,0.3 和 0.6, 若 $\bar{B}$ 表示 B 的对立事件，那么积事件 $A\bar{B}$ 的概率 $P(A\bar{B}) =$ ________
16. (1990 数四) 一射手对同一目标独立的进行四次射击，若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$, 则射手的命中率为________.
17. (1990 数四) 设 A, B 为两随机事件，且 $B \subset A$, 则下列式子正确的是
    (A) $P(A + B) = P(A)$
    (B) $P(AB) = P(A)$
    (C) $P(B \mid A) = P(B)$
    (D) $P(B - A) = P(B) - P(A)$
18. (1990 数四、五) 从 $0, 1, 2, \cdots, 9$ 等十个数字中任意选出三个不同的数字, 试求下列事件的概率: $A_1 = \{$ 三个数字中不含 0 和 5$\}$; $A_2 = \{$ 三个数字中含 0 但不含 5 $\}$.

Day 4　微信公众号：i44 统计考研

19. (1991 数一) 随机地向半圆 $0 < y < \sqrt{2ax - x^2} (a > 0)$ 内掷一点，点落在半圆内任何区域的概率与区域的面积成正比，则原点和该点的连线与 x 轴的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率为________.
20. (1991 数四、五) 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事件，则下列结论正确的是
    (A) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 不相容
    (B) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 相容
    (C) P(AB)=P(A)P(B)
    (D) $P(A - B) = P(A)$.
21. (1991 数五) 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) =$________.
22. (1992 数一) 已知 P(A)=P(B)=P(C)=$\frac{1}{4}$,P(AB)=0,P(AC)=P(BC)=$\frac{1}{16}$, 则事件 A,B,C 全不发生的概率为________.
    注 该题为 2020 年考研数学概率统计第 7 题原型题。
23. (1992 数四) 将 C, C, E, E, I, N, S 等七个字母随机地排成一行, 那么恰好排成英文单词 SCIENCE 的概率为________.
24. (1992 数四、五) 设当事件 A 与 B 同时发生时，事件 C 必发生，则
    (A) $P(C) < P(A) + P(B) - 1$

(B) $P(C) > P(A) + P(B) - 1$
(C) $P(C) = P(AB)$
(D) $P(C) = P(A \cup B)$

Day 5　微信公众号：i44 统计考研

25. (1992 数五) 设对于事件 A, B, C, 有 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = \frac{1}{8}$, 则三个事件 A, B, C 中至少出现一个的概率为________.
26. (1993 数一) 一批产品共有 10 个正品和 2 个次品，任意抽取两次，每次抽一个，抽出后不放回, 则第二次抽出的是次品的概率为________.
27. (1993 数四) 假设事件 A 和 B 满足 $P(B \mid A) = 1$，则
(A) A 是必然事件
(B) $P(B \mid \bar{A}) = 0$
(C) $A \supset B$
(D) $A \subset B$
注 该题无正确答案。
28. (1993 数五) 设 10 件产品有 4 件不合格品，从中任取两件，已知所取两件产品中有一件是不合格品，则另一件也是不合格品的概率为________.
29. (1994 数一) 已知 $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B}), \quad P(A) = p$, 则 $P(B) =$________.
30. (1994 数四、五) 设 $0 < P(A) < 1, \quad 0 < P(B) < 1, \quad P(A \mid B) + P(\bar{A} \mid \bar{B}) = 1$, 则
(A) 事件 A 和 B 互不相容
(B) 事件 A 和 B 互相对立
(C) 事件 A 和 B 互不独立
(D) 事件 A 和 B 相互独立

Day 6　微信公众号：i44 统计考研

31. (1994 数五) 假设一批产品中一，二，三等品各占 $60\%, 30\%, 10\%$, 从中随意取出一件，结果不是三等品，则取到的是一等品的概率为________.
32. (1995 数四、五) 假设一厂家生产的每台仪器，以概率为 0.70 可以直接出厂；以概率 0.30 需进一步调试，经调试后以概率 0.80 可以出厂; 以概率 0.20 定为不合格品不能出厂. 现该厂新生产了 $n(n \geqslant 2)$ 台仪器（假设各台仪器的生产过程相互独立)，求:
(1) 全部能出厂的概率 α;
(2) 其中恰好有两件不能出厂的概率 β;
(3) 其中至少有两件不能出厂的概率 θ.
33. (1996 数一) 设工厂 A 和工厂 B 的产品的次品率分别为 1% 和 2%, 现从 A 和 B 的产品分别占 60% 和 40% 的一批产品中随机抽取一件，发现是次品，则该次品属 A 生产的概率是 ________.
34. (1996 数四) 已知 $0 < P(B) < 1, \quad$ 且 $P\left[\left(A_1 + A_2\right) \mid B\right] = P\left(A_1 \mid B\right) + P\left(A_2 \mid B\right)$, 则下列选项成立的
(A) $P\left[\left(A_1 + A_2\right) \mid \bar{B}\right] = P\left(A_1 \mid \bar{B}\right) + P\left(A_2 \mid \bar{B}\right)$
(B) $P\left(A_1 B + A_2 B\right) = P\left(A_1 B\right) + P\left(A_2 B\right)$
(C) $P\left(A_1 + A_2\right) = P\left(A_1 \mid B\right) + P\left(A_2 \mid B\right)$

(D) $P(B)=P\left(A_1\right)P\left(B \mid A_1\right)+P\left(A_2\right)P\left(B \mid A_2\right)$

35. (1996 数四) 考虑一元二次方程 $x^2+Bx+C=0$, 其中 B,C 分别是将一枚股子接连郑两次先后出现的点数. 求方程有实根的概率 p 和有重根的概率 q .

36. (1996 数五) 一实习生用同一台机器接连独立地制造 3 个同种零件，第 i 个零件是不合格品的概率 $p_i=\frac{1}{i+1}(i=1,2,3)$, 以 X 表示 3 个零件中合格品的个数，则 $P(X=2)=$________.

Day 7　微信公众号：i44 统计考研

37. (1996 数五) 设 A,B 为任意两个事件，且 $A \subset B, P(B)>0$, 则下列选项必然成立的是
(A) $P(A)<P(A \mid B)$
(B) $P(A) \leq P(A \mid B)$
(C) $P(A)>P(A \mid B)$
(D) $P(A) \geq P(A \mid B)$

38. (1997 数一) 袋中有 50 个乒乓球，其中 20 个是黄球，30 个是白球，今有两人依随机从袋中各取一球，取后不放回，则第二个人取得黄球的概率是________.

39. (1997 数四) 设 A,B 是任意两个随机事件，则 $P\{(\bar{A}+B)(A+B)(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{B})\}=$________.

40. (1998 数一) 设 A,B 是随机事件, 且 $0<P(A)<1, P(B)>0, P(B \mid A)=P(B \mid \bar{A})$, 则必有
(A) $P(A \mid B)=P(\bar{A} \mid B)$
(B) $P(A \mid B) \neq P(\bar{A} \mid B)$
(C) $P(AB)=P(A)P(B)$
(D) $P(AB) \neq P(A)P(B)$

41. (1998 数三) 设有来自三个地区的各 10 名、15 名和 25 名考生的报名表，其中女生的报名表分别为 3 份、7 份和 5 份. 随机地取一个地区的报名表，从中先后抽出两份.
(1) 求先抽到的一份是女生表的概率 p；
(2) 已知后抽到的一份是男生表，求先抽到的一份是女生表的概率 q .

42. (1998 数四) 设 A、B、C 是三个相互独立的随机事件, 且 0<P(C)<1，则在下列给定的四对事件中不相互独立的是
(A) $\overline{A+B}$ 与 C
(B) $\overline{AC}$ 与 $\bar{C}$
(C) $\overline{A-B}$ 与 $\bar{C}$
(D) $\overline{AB}$ 与 $\bar{C}$.

Day 8　微信公众号：i44 统计考研

43. (1999 数一) 设两两相互独立的三事件 A B, 和 C 满足条件：ABC=$\emptyset$,$P(A)=P(B)=P(C)<\frac{1}{2}$, 且已知 $P(A \cup B \cup C)=\frac{9}{16}$, 则 $P(A)=$________.

44. (2000 数一) 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等，则 P(A)= ________.

45. (2000 数四) 设 A,B,C 三个事件两两独立，则 A,B,C 相互独立的充分必要条件是
(A) A 与 BC 独立
(B) AB 与 $A \cup C$ 独立
(C) AB 与 AC 独立

(D) $A \cup B$ 与 $A \cup C$ 独立

46. (2001 数四) 对于任意二事件 A 和 B, 与 $A \cup B = B$ 不等价的是

(A) $A \subset B$;

(B) $\bar{B} \subset \bar{A}$;

(C) $A\bar{B} = \phi$;

(D) $\bar{A}B = \phi$.

47. (2002 数四) 设 AB 是任意二事件，其中 A 的概率不等于 0 和 1，证明: $P(B \mid A) = P(B \mid \bar{A})$ 是事件 A 与 B 独立的充分必要条件.

48. (2003 数三) 将一枚硬币独立地掷两次，引进事件 A_1={ 掷第一次出现正面 },A_2={ 掷第二次出现正面 }, A_3={ 正反面各出现一次 },A_4={ 正面出现两次 }, 则事件

(A) A_1,A_2,A_3 相互独立

(B) A_2,A_3,A_4 相互独立

(C) A_1,A_2,A_3 两两独立

(D) A_2, A_3, A_4 两两独立

Day 9　微信公众号：i44 统计考研

49. (2003 数四) 对于任意二事件 A 和 B ,

(A) 若 $AB \neq \varnothing$, 则 A, B 一定独立.

(B) 若 $AB \neq \varnothing$, 则 A, B 有可能独立.

(C) 若 $AB = \varnothing$, 则 A, B 一定独立.

(D) 若 $AB = \varnothing$, 则 A, B 一定不独立.

50. (2006 数一) 设 A, B 为随机事件，且 $P(B) > 0, P(A \mid B) = 1$, 则必有

(A) $P(A \cup B) > P(A)$.

(B) $P(A \cup B) > P(B)$.

(C) $P(A \cup B) = P(A)$.

(D) $P(A \cup B) = P(B)$.

51. (2007 数一、三、四) 某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为 $p(0 < p < 1)$, 则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为

(A) $3p(1-p)^2$

(B) $6p(1-p)^2$

(C) $3p^2(1-p)^2$

(D) $6p^2(1-p)^2$

52. (2007 数一、三、四) 在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数，则这两个数之差的绝对值小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为________.

53. (2009 数三) 设事件 A 与事件 B 互不相容，则

(A) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0$

(B) $P(AB) = P(A)P(B)$

(C) $P(A) = 1 - P(B)$

(D) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1$

54. (2012 数一、三) 设 A, B, C 是随机事件，A 与 C 互不相容，$P(AB) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{3}$，　$P(AB \mid$

$\bar{C}) =$________.

Day 10　微信公众号：i44 统计考研

55. (2014 数一、三) 设随机事件 A 与 B 相互独立，$P(B) = 0.5$, 　$P(A - B) = 0.3$, 则 $P(B - A) =$
(A) 0.1
(B) 0.2
(C) 0.3
(D) 0.4

56. (2015 数一、三) 若 A, B 为任意两个随机事件，则
(A) $P(AB) \leq P(A)P(B)$
(B) $P(AB) \geq P(A)P(B)$
(C) $P(AB) \leq \frac{P(A)+P(B)}{2}$
(D) $P(AB) \geq \frac{P(A)+P(B)}{2}$

57. (2016 数三) 设 A, B 为随机事件，且 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$, 如果 $P(A \mid B) = 1$, 则
(A) $P(\bar{B} \mid \bar{A}) = 1$
(B) $P(A \mid \bar{B}) = 0$
(C) $P(A \cup B) = 1$
(D) $P(B \mid A) = 1$

58. (2016 数三) 设袋中有红、白、黑球各 1 个，从中有放回地取球，每次取 1 个，直到三种颜色的球都取到时停止，则取球次数恰好为 4 的概率为________.

59. (2017 数一) 设 A, B 为随机事件. $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$, 则 $P(A \mid B) > P(A \mid \bar{B})$ 的充分必要条件是
(A) $P(B \mid A) > P(B \mid \bar{A})$.
(B) $P(B \mid A) < P(B \mid \bar{A})$
(C) $P(\bar{B} \mid A) > P(B \mid \bar{A})$.
(D) $P(\bar{B} \mid A) < P(B \mid \bar{A})$.

60. (2017 数三) 设 A, B, C 为三个随机事件，且 A 与 C 相互独立，B 与 C 相互独立，则 $A \cup B$ 与 C 相互独立的充分必要条件是
(A) A 与 B 相互独立.
(B) A 与 B 互不相容.
(C) AB 与 C 相互独立.
(D) AB 与 C 互不相容.

Day 11　微信公众号：i44 统计考研

61. (2018 数一) 设随机事件 A 与 B 相互独立，A 与 C 相互独立，$BC = \varnothing$. 若 $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$, $P(AC \mid AB \cup C) = \frac{1}{4}$, 　则 $P(C) =$________.

62. (2018 数三) 随机事件 A, B, C 相互独立，且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}$, 则 $P(AC \mid A \cup B) =$________.

63. (2019 数一、三) 设 A, B 为随机事件, 则 $P(A) = P(B)$ 的充分必要条件是
A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

B. $P(AB)=P(A)P(B)$.

C. $P(A\bar{B})=P(B\bar{A})$

D. $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$.

64. (2020 数一、三) 设 A,B,C 为三个随机事件, 且

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4},\quad P(AB)=0,\quad P(AC)=P(BC)=\frac{1}{12}$$

则 A,B,C 中恰有一个事件发生的概率为

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{12}$

65. (2021 数一、三) 设 A,B 为随机事件, 且 $0<P(B)<1$, 下列命题中为假命题的是

(A) 若 $P(A\mid B)=P(A)$, 则 $P(A\mid\bar{B})=P(A)$.

(B) 若 $P(A\mid B)>P(A)$, 则 $P(\bar{A}\mid\bar{B})>P(\bar{A})$.

(C) 若 $P(A\mid B)>P(A\mid\bar{B})$, 则 $P(A\mid B)>P(A)$.

(D) 若 $P(A\mid A\cup B)>P(\bar{A}\mid A\cup B)$, 则 $P(A)>P(B)$.

第二章 一维随机变量及其分布

Day 12 微信公众号：i44 统计考研

1. (1987 数四、五) 已知随机变量 X 的概率分布为 $P(X=1)=0.2, P(X=2)=0.3, P(X=3)=0.5$, 试写出 X 的分布函数 $F(x)$.
2. (1988 数一) 设随机变量 X 服从均值为 10, 均方差为 0.02 的正态分布. 已知 $\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}du$, $\Phi(2.5)=0.9938$, 则 X 落在区间 (9.95,10.05) 内的概率为________.
3. (1988 数一) 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_x(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$, 求随机变量 $Y=1-\sqrt[3]{X}$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.
4. (1988 数四、五) 假设随机变量 X 在区间 (1,2) 上服从均匀分布. 试求随机变量 $Y=e^{2x}$ 的概率密度 f(y).
5. (1989 数一) 若随机变量 ξ 在 (1,6) 上服从均匀分布，则方程 $x^2+\xi x+1=0$ 有实根的概率是________.

Day 13 微信公众号：i44 统计考研

6. (1989 数四、五) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0 & 若x<0\\ A\sin x & 若0\le x\le \pi/2\\ 1 & 若x>\pi/2\end{cases}$ 则 $A=$ ________, $P\left\{|X|<\frac{\pi}{6}\right\}=$ ________.
7. (1989 数四) 设随机变量 X 的数学期望 EX=μ, 方差 DX=σ^2, 则由切比雪夫 (chebyshev) 不等式, 有 P$\{|X-\mu|\ge 3\sigma\}\le$________.
8. (1989 数四) 设随机变量 X 在 [2,5] 上服从均匀分布. 现在对 X 进行三次独立观测. 试求至少有两次观测值大于 3 的概率.
9. (1989 数五) 某仪器装有三只独立工作的同型号电子元件，其寿命 (单位: 小时）都服从同一指数分布，分布密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{600}e^{-\frac{x}{600}}, & 若x>0\\ 0, & 若\le 0\end{cases}$，试求：在仪器使用的最初 200 小时内，至少有一只电子元件损坏的概率 α.
10. (1990 数一) 已知随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty<x<+\infty$, 则 X 的概率分布函数 F(x)=________.

Day 14 微信公众号：i44 统计考研

11. (1990 数四、五) 某地抽样调查结果表明，考生的外语成绩 (百分制) 近似服从正态分布，平均成绩为 72 分，96 分以上的占考生总数的 2.3%, 试求考生的外语成绩在 60 分至 84 分之间的概率. [附表] （表中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数）

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$\Phi(x)$	0.500	0.692	0.841	0.933	0.977	0.994	0.999

12. (1991 数一) 若随机变量 X 服从均值为 2 ，方差为 σ^2 的正态分布，且 $P\{2<X<4\}=0.3$, 则 $P\{X<0\}=$________.

13. (1991 数四) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0, & 若 x<-1\\ 0.4, & 若 -1\le x<1\\ 0.8, & 若 1\le x<3\\ 1, & 若 x\ge 3\end{cases}$，则 X 的概率分布为________.

14. (1991 数五) 在电源电压不超过 200 伏、在 200 – 240 伏和超过 240 伏三种情形下，某种电子元件损坏的概率分别为 0.1, 0.001 和 0.2, 假设电源电压 X 服从正态分布 $\mathrm{N}\left(220,\quad 25^2\right)$， 试求

(1) 该电子元件损坏的概率 α;

(2) 该电子元件损坏时，电源电压在 200 – 240 伏的概率 β.

[附表] 表中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数)

x	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40
$\Phi(x)$	0.530	0.579	0.655	0.726	0.788	0.341	0.335	0.919

15. (1992 数四、五) 假设测量的随机误差 $X\sim \mathrm{N}\left(0,10^2\right)$, 试求在 100 次独立重复测量中，至少有三次测量误差的绝对值大于 19.6 的概率 α, 并利用泊松分布求出 α 的近似值 (要求小数点后取两位有效数字).

λ	1	2	3	4	5	6	7
$e^{-\lambda}$	0.368	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001

Day 15 微信公众号：i44 统计考研

16. (1993 数一) 设随机变量 X 服从 $(0,2)$ 的均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 在 $(0,4)$ 内概率分布密度 $f_Y(y)=$________.

17. (1993 数四) 设随机变量 X 的密度函数为 $\varphi(x)$, 且 $\varphi(-x)=\varphi(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a ，有

(A) $F(-a)=1-\int_0^a\varphi(x)dx$

(B) $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a\varphi(x)dx$

(C) $F(-a)=F(a)$

(D) $F(-a)=2F(a)-1$

18. (1993 数四、五) 假设一大型设备在任何长为 t 的时间内发生故障的次数 N(t) 服从参数为 λt 的泊松分布.

(1) 求相继两次故障之间时间间隔 T 的概率分布；

(2) 求在设备已经无故障工作 8 小时的情形下，再无故障运行 8 小时的概率 Q .

19. (1994 数四) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其\quad 他\end{cases}$，以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$________.

20. (1994 数五) 假设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x & 0<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$ 现在对 X 进行 n 次独立重复观测，以 V_n 表示观测值不大于 0.1 的次数, 试求随机变量 V_n 的概率分布.

Day 16 微信公众号：i44 统计考研

21. (1995 数一) 设 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-x}, & x\geqslant 0,\\ 0, & x<0,\end{cases}$ 求 $Y=\mathrm{e}^x$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

22. (1995 数四、五) 设随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$, 则随着 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$
(A) 单调增大
(B) 单调减小
(C) 保持不变
(D) 增减不定
23. (1995 数五) 假设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，证明: $Y=1-e^{-2X}$ 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布.
24. (1997 数三、四) 假设随机变量 X 的绝对值不大于 1; $P\{X=-1\}=\frac{1}{8}, P\{X=1\}=\frac{1}{4}$; 在事件 $\{-1<\mathrm{X}<1\}$ 出现的条件下, X 在 $(-1,1)$ 内的任一子区间上取值的条件概率与该子区间长度成正比. 试求
(1)X 的分布函数 $F(x)=P\{X\leq x\}$.
(2)X 取负值的概率 p.
25. (1999 数四) 设 X 服从指数分布，则 $Y=\min\{X,2\}$ 的分布函数
(A) 是连续函数
(B) 至少有两个间断点
(C) 是阶梯函数
(D) 恰有一个间断点

Day 17 微信公众号：i44 统计考研

26. (2000 数三) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}1/3 & x\in[0,1]\\ 2/9 & x\in[3,6]\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$, 若$k$ 使得$P\{x\geq k\}=\frac{2}{3}$, 则k 的取值范围是________.
27. (2002 数一) 设随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ $(\sigma>0)$, 且二次方程 $y^2+4y+X=0$ 无实根的概率为 $\frac{1}{2}$, 则 $\mu=$________.
28. (2002 数三、四) 假设一设备开机后无故障工作的时间 X 服从指数分布，平均无故障工作的时间 EX 为 5 小时，设备定时开机，出现故障时自动关机，而在无故障的情况下工作 2 小时便关机. 试求该设备每次开机无故障工作的时间 Y 的分布函数 F(y).
29. (2003 数一) 设随机变量 $X\sim t(n)(n>1)$, $Y=\frac{1}{X^2}$, 则
(A) $Y\sim\chi^2(n)$
(B) $Y\sim\chi^2(n-1)$
(C) $Y\sim F(n,1)$
(D) $Y\sim F(1,n)$
30. (2003 数三、四) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}, & \text{若}x\in[1,8]\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$; F(x) 是 X 的分布函数，求随机变量 Y=F(X) 的分布函数.

Day 18 微信公众号：i44 统计考研

31. (2004 数一、四) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$, 对给定的 $\alpha(0<\alpha<1)$, 数 u_α 满足 $P\{X>u_\alpha\}=\alpha$, 若 $P\{X|<x\}=\alpha$, 则 x 等于

(A) $u_{\frac{\alpha}{2}}$.

(B) $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$

(C) $u_{\frac{1-\alpha}{2}}$.

(D) $u_{1-\alpha}$.

32. (2005 数一、三、四) 从数 1,2,3,4 中任取一个数，记为 X, 再从 $1,2,\cdots,X$ 中任取一个数，记为 Y, 则 $P\{Y=2\}=$________.

33. (2010 数一、三) 设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{1}{2}, & 0\leq x<1, \\ 1-e^{-x}, & x\geq 1 \end{cases}$ 则 P{X=1}=

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{2}-e^{-1}$

(D) $1-e^{-1}$

34. (2010 数一、三) 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$ 为 [-1,3] 上均匀分布的概率密度，若 $f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\leq 0 \\ bf_2(x), & x>0 \end{cases}$ $(a>0,b>0)$ 为概率密度，则 a,b 应满足

(A) $2a+3b=4$

(B) $3a+2b=4$

(C) $a+b=1$

(D) $a+b=2$

35. (2011 数一、三) 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 为两个分布函数，其相应的概率密度 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$ 是连续函数，则必为概率密度的是

(A) $f_1(x)f_2(x)$

(B) $2f_2(x)F_1(x)$

(C) $f_1(x)F_2(x)$

(D) $f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$

36. (2013 数一) 设随机变量 Y 服从参数为 1 的指数分布，α 为常数且大于零，则 $P\{Y\leq\alpha+1\mid Y>\alpha\}=$________.

37. (2013 数三) 设随机变量 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$, 则 $E\left(Xe^{2X}\right)=$________.

38. (2016 数一) 设随机变量 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$ $(\sigma>0)$, 记 $p=P\left\{X\leq\mu+\sigma^2\right\}$, 则

(A) p 随着 μ 的增加而增加

(B) p 随着 σ 的增加而增加

(C) p 随着 μ 的增加而减少

(D) p 随着 σ 的增加而减少

39. (2018 数一、三) 设随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$, 且 $\int_0^2 f(x)dx=0.6$, 则 $P(X<0)=$

(A) 0.2. (B) 0.3. (C) 0.4 (D) 0.5.

第三章 多维随机变量及其分布

Day 19　微信公众号：i44 统计考研

1. (1987 数一) 设随机变量 X，Y 相互独立，其概率密度函数分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}1 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{其　它}\end{cases};f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y} & y>0\\ 0 & y\le 0\end{cases}, \tag{3.1}$$

求随机变量 Z = 2X + Y 的概率密度函数 $f_z(z)$.

2. (1989 数一) 设随机变量 X 与 Y 独立，且 X 服从均值为 1, 标准差为 $\sqrt{2}$ 的正态分布，而 Y 服从标准正态分布，试求随机变量 $Z=2X-Y+3$ 的概率密度函数.

3. (1989 数四) 已知随机变量X 和Y 的联合密度为$f(x,y)=\begin{cases}e^{-(x+y)} & 若0<x<\infty,0<y<+\infty\\ 0 & 其他\end{cases}$

 试求: (1) $P\{X<Y\}$;　(2) $E(XY)$

4. (1989 数五) 设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，其中 X_1 在 [0,6] 上服从均匀分布，X_2 服从正态分布 $N\left(0,2^2\right)$, X_3 服从参数为 $\lambda=3$ 的泊松分布. 记 $Y=X_1-2X_2+3X_3$, 则 $DY=$ ________.

5. (1990 数四) 设随机变量 X 和 Y 相互独立，其概率分布为

m	-1	1	m	-1	1
$P\{X=m\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P\{Y=m\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则下列式子正确的是

(A) $X=Y$

(B) $P\{X=Y\}=0$

(C) $P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$

(D) $P\{X=Y\}=1$

Day 20　微信公众号：i44 统计考研

6. (1990 数四) 一电子仪器由两个部件构成，以 X 和 Y 分别表示两个部件的寿命 (单位: 千小时)，已知 X 和 Y 的联合分布函数为:

$$F(x,y)=\begin{cases}1-e^{-0.5x}-e^{-0.5y}+e^{-0.5(x+y)} & x\ge 0,y\ge 0\\ 0 & \text{其 它}\end{cases}.$$

(1) 问 X 和 Y 是否独立?

(2) 求两个部件的寿命都超过 100 小时的概率 α.

7. (1990 数五) 已知随机变量 $X\sim N(-3,1),Y\sim N(2,1)$, 且 X,Y 相互独立，设随机变量 $Z=X-2Y+7$, 则 $Z\sim$________.

8. (1990 数五) 甲乙两人独立地各进行两次射击，假设甲的命中率为 0.2，乙的为 0.5，以 X 和 Y 分别表示甲和乙的命中次数，试求 X 和 Y 联合概率分布.

9. (1991 数一) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-(x+2y)} & x>0,y>0\\ 0 & \end{cases} \tag{3.2}$$

求 Z=X+2Y 的分布函数.

10. (1991 数四) 假设随机变量 X 和 Y 在圆域 $x^2+y^2\le r^2$ 上服从联合均匀分布，
(a). 求 X 和 Y 的相关系数 ρ;
(b). 问 X 和 Y 是否独立？

Day 21　微信公众号：i44 统计考研

11. (1992 数一) 设随机变量 X 与 Y 独立，X 服从正态分布 $\mathrm{N}\left(\mu,\sigma^2\right)$, Y 服从 $[-\pi,\pi]$ 上的均匀分布，试求 $Z=X+Y$ 的概率分布密度. (计算结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示，其中 $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$)
12. (1992 数四) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-y} & 0<x<y \\ 0 & \text{其　它} \end{cases}$, 求
(1) 求随机变量 X 的密度 $f_X(x)$;
(2) 概率 $P\{X+Y\le 1\}$.
13. (1993 数五) 设随机变量 X 与 Y 均服从正态分布，$X\sim N\left(\mu,4^2\right)$, $Y\sim N\left(\mu,5^2\right)$, 记 $p_1=P\{X\le\mu-4\}$, $p_2=P\{Y\ge\mu+5\}$, 则
(A) 对任何实数 μ, 都有 $p_1=p_2$
(B) 对任何实数 μ , 都有 $p_1<p_2$
(C) 只对 μ 的个别值，才有 $p_1=p_2$
(D) 对任何实数 μ, 都有 $p_1>p_2$
14. (1994 数一) 设相互独立的随机变量 X,Y 具有同一分布律，且 X 的分布律为

X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则随机变量 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布律为:________.
15. (1994 数四) 假设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 相互独立，且同分布 $P\{X_i=0\}=0.6, P\{X_i=1\}=0.4(i=1,2,3,4)$. 求行列式 $X=\begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{vmatrix}$ 的概率分布.(选做)

Day 22　微信公众号：i44 统计考研

16. (1995 数一) 设 X 和 Y 为两个随机变量, 且 $P\{X\ge 0,Y\ge 0\}=\frac{3}{7}$, $P\{X\ge 0\}=P\{Y\ge 0\}=\frac{4}{7}$, 则 $P\{\max(X,Y)\ge 0\}=$________.
17. (1995 数四) 已知随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为 $\varphi(x,y)=\begin{cases} 4xy, & \text{若} 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其　他} \end{cases}$, 求 X 和 Y 的联合分布函数 $F(x,y)$.
18. (1996 数五) 某电路装有三个同种电气元件, 其工作状态相互独立, 且无故障工作时间都服从参数为 $\lambda>0$ 的指数分布. 当三个元件都无故障时，电路正常工作，否则整个电路不能正常工作，试求电路正常工作的时间 T 的概率分布.
19. (1997 数三) 设两个随机变量 X 与 Y 相互独立同分布，且 $P\{X=-1\}=P\{Y=-1\}=\frac{1}{2}$, $P\{X=1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$, 则下列各式中成立的是
(A) $P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$
(B) $P\{X=Y\}=1$

(C) $P\{X+Y=0\}=\frac{1}{4}$

(D) $P\{XY=1\}=\frac{1}{4}$

20. (1997 数四) 设随机变量 X 服从参数为 $(2,p)$ 的二项分布, 随机变量 Y 服从参数为 $(3,p)$ 的二项分布. 若 $P\{X\geq 1\}=\frac{5}{9}$, 则 $P\{Y\geq 1\}$=________.

Day 23　微信公众号：i44 统计考研

21. (1998 数一) 设平面区域 D 由曲线 $y=\frac{1}{x}$ 及直线 $y=0, x=1, x=e^2$ 所围成，二维随机变量 (X,Y) 在区域 D 上服从均匀分布，则 (X,Y) 关于 X 的边缘概率密度在 $x=2$ 处的值为________.

22. (1998 数三、四) 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 分别为随机变量 X_1 与 X_2 的分布函数，为使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数值中应取

(A) $a=\frac{3}{5}, b=-\frac{2}{5}$;

(B) $a=\frac{2}{3}, b=\frac{2}{3}$;

(C) $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$;

(D) $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{3}{2}$

23. (1999 数一) 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$, 则

(A) $P(X+Y\leq 0)=\frac{1}{2}$

(B) $P(X+Y\leq 1)=\frac{1}{2}$

(C) $P(X-Y\leq 0)=\frac{1}{2}$

(D) $P(X-Y\leq 1)=\frac{1}{2}$

24. (1999 数一) 设随机变量 X 和 Y 相互独立，下表列出了二维随机变量 (X,Y) 联合分布律及关于 X 和关于 Y 的边缘分布中的部分数值，试将其余数值填入表中的空白处.

X	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_i$
x_1		$\frac{1}{8}$		
x_2	$\frac{1}{8}$			
$P\{Y=y_j\}=p_j$	$\frac{1}{6}$			1

25. (1999 数三) 设随机变量 $X_i\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}(i=1,2)$, 且满足 $P\{X_1X_2=0\}=1$, 则 $P\{X_1=X_2\}$ 等于

(A) 0

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 1

Day 24　微信公众号：i44 统计考研

26. (1999 数四) 设二维随机变量 (X,Y) 在矩形 $G=\{(x,y)\mid 0\leq x\leq 2, 0\leq y\leq 1\}$ 上服从均匀分布，试求边长为 X 和 Y 的矩形面积 S 的概率密度 f(s).

27. (1999 数四) 已知随机变量 X_1 和 X_2 的概率分布 $X_1\sim\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$，$X_2\sim\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$, 且 P($X_1X_2$=0)=1,

(1) 求 X_1 和 X_2 的联合分布；

(2) 问 X_1 和 X_2 是否独立？为什么？

28. (2001 数一) 设某班车起点站上客人数 X 服从参数 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，每位乘客在中途下车的概率为 $P(0<P<1)$，且途中下车与否相互独立，以 Y 表示在中途下车的人数，求
(1) 在发车时有 n 个乘客的条件下，中途有 m 人下车的概率;
(2) 二维随机变量 (X,Y) 的概率分布.

29. (2001 数三) 设随机变量 X 和 Y 的联合分布是正方形 $G=\{(x,y)\mid 1\le x\le 3, 1\le y\le 3\}$ 上的均匀分布，试求随机变量 $U=|X-Y|$ 的概率密度 $p(u)$.

30. (2002 数一) 设 X_1 和 X_2 是任意两个相互独立的连续型随机变量，它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，则
(A) $f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度.
(B) $f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度.
(C) $F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数.
(D) $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数

Day 25　微信公众号：i44 统计考研

31. (2002 数三) 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，则
(A) $X+Y$ 服从正态分布
(B) X^2+Y^2 服从 χ^2 分布
(C) X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布
(D) X^2/Y^2 服从 F 分布.

32. (2003 数一) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0\le x\le y\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ 则 $P\{X+Y\le 1\}=$________.

33. (2003 数三) 设随机变量 X 与 Y 独立，其中 X 的概率分布为 $X\sim\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0.3 & 0.7\end{pmatrix}$. 而 Y 的概率密度为 f(x), 求随机变量 U=X+Y 的概率密度 g(u) .

34. (2003 数四) 设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布，且它们不相关，则
(A) X 与 Y 一定独立.
(B) (X,Y) 服从二维正态分布.
(C) X 与 Y 未必独立.
(D) $X+Y$ 服从一维正态分布.

35. (2004 数四) 设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布, 在 $X=x(0<x<1)$ 的条件下，随机变量 Y 在区间 $(0,x)$ 上服从均匀分布，求:
(I) 随机变量 X 和 Y 的联合概率密度;
(II) Y 的概率密度;
(III) 概率 $P\{X+Y>1\}$.

Day 26　微信公众号：i44 统计考研

36. (2005 数一、三、四) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率分布为

X\Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 相互独立，则

(A) $a=0.2, b=0.3$

(B) $a=0.4, b=0.1$

(C) $a=0.3, b=0.2$

(D) $a=0.1, b=0.4$

37. (2005 数一、三、四) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}1, & 0<x<1, 0<y<2x \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

求:

(I) (X,Y) 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(II) $Z=2X-Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$;

(III) $P\left\{Y\leq\frac{1}{2}\mid X\leq\frac{1}{2}\right\}$.

38. (2006 数一、三、四) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且均服从区间 [0,3] 上的均匀分布，则 $P\{\max\{X,Y\}\leq 1\}=$________.

39. (2006 数一、三、四) 设随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$, 且 $P\left\{|X-\mu_1|<1\right\}>P\left\{|Y-\mu_2|<1\right\}$, 则必有

(A) $\sigma_1<\sigma_2$.

(B) $\sigma_1>\sigma_2$.

(C) $\mu_1<\mu_2$.

(D) $\mu_1>\mu_2$.

40. (2006 数四) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率分布为

X \ Y	-1	0	1
-1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.2
1	0	0.1	c

其中 a,b,c 为常数，且 X 的数学期望 $EX=-0.2, P\{Y\leq 0\mid X\leq 0\}=0.5$, 记 $Z=X+Y$, 求

(I) a,b,c 的值;

(II) Z 的概率分布;

(III) $P\{X=Z\}$

Day 27　微信公众号：i44 统计考研

41. (2007 数一、三、四) 设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，且 X 与 Y 不相关，$f_x(x), f_y(y)$ 分别表示 X,Y 的概率密度，则在 $Y=y$ 的条件下，X 的条件概率密度 $f_{X|Y}(x\mid y)$ 为

(A) $f_X(x)$

(B) $f_Y(y)$

(C) $f_X(x)f_Y(y)$

(D) $\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

42. (2007数一、三、四) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2-x-y, 0<x<1, 0<y<1\\ 0,\ 其它\end{cases}$

(I) 求 $P\{X>2Y\}$

(II) 求 $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_z(z)$.

43. (2008 数一、三、四) 随机变量 X,Y 独立同分布，且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z=\max\{X,Y\}$ 分布函数为

(A) $F^2(x)$

(B) $F(x)F(y)$

(C) $1-[1-F(x)]^2$

(D) $[1-F(x)][1-F(y)]$

44. (2008 数一、三、四) 随机变量 $X\sim N(0,1), Y\sim N(1,4)$, 且相关系数 $\rho_{XY}=1$, 则

(A) $P\{Y=-2X-1\}=1$

(B) $P\{Y=2X-1\}=1$

(C) $P\{Y=-2X+1\}=1$

(D) $P\{Y=2X+1\}=1$

45. (2008 数一、三、四) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 概率分布为 $P\{X=i\}=\frac{1}{3}(i=-1,0,1)$, Y 的概率密度为 $f_Y(y)=\begin{cases}1 & 0\le y\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$， 记 $Z=X+Y$

(I) 求 $P\left\{Z\le \frac{1}{2}\mid X=0\right\}$

(II) 求 Z 的概率密度 $f_z(z)$.

Day 28 微信公众号：i44 统计考研

46. (2009 数一、三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$, Y 的概率分布为 $P\{Y=0\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$. 记 $F_z(z)$ 为随机变量 $Z=XY$ 的分布函数，则函数 $F_z(z)$ 的间断点个数为

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

47. (2009 数一、三) 袋中有 1 个红球、2 个黑球与 3 个白球。现有放回地从袋中取两次，每次取一个球. 以 X,Y,Z 分别表示两次取球所取得的红球、黑球与白球的个数.

(I) 求 $P\{X=1\mid Z=0\}$

(II) 求二维随机变量 (X,Y) 的概率分布.

48. (2009 数三) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-x}, & 0<y<x\\ 0, & 其他\end{cases}$

(I) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y\mid x)$;

(II) 求条件概率 $P\{X\le 1\mid Y\le 1\}$.

49. (2010 数一、三) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=Ae^{-2x^2+2xy-y^2}, -\infty<x<+\infty, -\infty<y<+\infty$$

求常数 A 及条件概率密度 $f_{Y|X}(y\mid x)$.

Day 29　微信公众号：i44 统计考研

50. (2011 数一、三) 设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 $P\left\{X^2=Y^2\right\}=1$

(I) 求二维随机变量 (X,Y) 的概率分布;

(II) 求 $Z=XY$ 的概率分布;

(III) 求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}.

51. (2011 数三) 设二维随机变量 (X,Y) 服从区域 G 上的均匀分布, 其中 G 是由 $x-y=0,\quad x+y=2$ 与 $y=0$ 所围成的三角形区域.

(I) 求 X 的概率密度 $f_X(x)$;

(II) 求条件概率密度 $f_{X|Y}(x\mid y)$.

52. (2012 数一) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且分别服从参数为 1 与参数为 4 的指数分布，则 $P\{X<Y\}=$

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{4}{5}$

53. (2012 数三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布, 则 $P\left\{X^2+Y^2\leq 1\right\}=$

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\pi}{8}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

54. (2013 数一、三) 设 X_1,X_2,X_3 是随机变量, 且 $X_1\sim N(0,1),\quad X_2\sim N\left(0,2^2\right),\quad X_3\sim N\left(5,3^2\right)$, $p_i=P\{-2\leq X_i\leq 2\}\,(i=1,2,3)$, 则

(A) $p_1>p_2>p_3$

(B) $p_2>p_1>p_3$

(C) $p_3>p_1>p_2$

(D) $p_1>p_3>p_2$

55. (2013 数一、三) 设随机变量 $X\sim t(n), Y\sim F(1,n)$, 给定 $\alpha(0<\alpha<0.5)$, 常数 c 满足 $P\{X>c\}=\alpha$, 则 $P\left\{Y>c^2\right\}=$

(A) α

(B) $1-\alpha$

(C) 2α

(D) $1-2\alpha$

Day 30　微信公众号：i44 统计考研

56. (2013 数一) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}x^2, & 0<x<3,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ 令随机变量 $Y=\begin{cases}2, & X\leq 1\\ X, & 1<X<2,\\ 1, & X\geq 2.\end{cases}$

(I) 求 Y 的分布函数;

(II) 求概率 $P\{X \leq Y\}$.

57. (2013 数三) 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 X 和 Y 的概率分布分别如下, 则 $P\{X+Y=2\}=$

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{2}$

X	0	1	2	3	Y	-1	0	1
P	1/2	1/4	1/8	1/8	P	1/3	1/3	1/3

58. (2013 数三) 设 (X,Y) 是二维随机变量，X 的边缘概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$, 在给定 $X=x(0<x<1)$ 的条件下 Y 的条件概率密度为 $f_{Y|X}(y\mid x)=\begin{cases}\frac{3y^2}{x^3}, & 0<y<x\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

(I) 求 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$;

(II) 求 Y 的边缘概率密度 $f_Y(y)$;

(III) 求 $P\{X>2Y\}$.

59. (2014 数三) 设随机变量 X,Y 的概率分布相同，X 的概率分布为 $P\{X=0\}=\frac{1}{3}, P\{X=1\}=\frac{2}{3}$, 且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=\frac{1}{2}$,

(I) 求 (X,Y) 的概率分布;

(II) 求 $P\{X+Y\leq 1\}$.

60. (2015 数一、三) 设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(1,0;1,1;0)$, 则 $P\{XY-Y<0\}=$________.

Day 31　微信公众号：i44 统计考研

61. (2016 数一、三) 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $D=\left\{(x,y)\mid 0<x<1, x^2<y<\sqrt{x}\right\}$ 上服从均匀分布，令 $U=\begin{cases}1, X\leq Y\\ 0, X>Y\end{cases}$.

(I) 写出 (X,Y) 的概率密度;

(II) 问 U 与 X 是否相互独立? 并说明理由;

(III) 求 $Z=U+X$ 的分布函数 $F(z)$.

62. (2017 数一、三) 设随机变量 X,Y 相互独立, 且 X 的概率分布为 $P(X=0)=P(X=2)=\frac{1}{2}$, Y 的概率密度为 $f(y)=\begin{cases}2y, & 0<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

(I) 求 $P(Y\leq EY)$;

(II) 求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

63. (2019 数一、三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$, 则 $P\{|X-Y|<1\}$

A. 与 μ 无关, 而与 σ^2 有关.

B. 与 μ 有关, 而与 σ^2 无关.

C. 与 μ,σ^2 都有关.

D. 与 μ,σ^2 都无关.

64. (2019 数一、三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 服从参数为 1 的指数分布, Y 的概率分布为 $P\{Y=-1\}=p, P\{Y=1\}=1-p(0<p<1)$. 令 $Z=XY$

(I) 求 Z 的概率密度;

(II) p 为何值时, X 与 Z 不相关?

(III) X 与 Z 是否相互独立?

65. (2020 数一) 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 X_1 与 X_2 均服从标准正态分布,X_3 的概率分布为 $P\{X_3=0\}=P\{X_3=1\}=\frac{1}{2}\cdot Y=X_3X_1+(1-X_3)X_2$

(I) 求二维随机变量 (X_1, Y) 的分布函数, 结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示

(II) 证明随机变理 Y 服从标准正态分布.

66. (2020 数三) 设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布 $N\left(0,0;1,4;-\frac{1}{2}\right)$, 则下列随机变量中服从标准正态分布且与 X 独立的是

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}(X+Y)$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}(X-Y)$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}(X+Y)$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}(X-Y)$

第四章 随机变量的数字特征

Day 32 微信公众号：i44 统计考研

1. (1987 数一) 已知连续随机变量 X 的密度为 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$, 则 X 的数学期望为 ________, X 的方差为 ________.
2. (1987 数四) 已知随机变量 Y 的概率密度为 $f(y)=\begin{cases}\frac{y}{a^2}e^{-\frac{y^2}{2a^2}} & y\geq 0\\ 0 & y<0\end{cases}$，求随机变量 $Z=\frac{1}{Y}$ 的数学期望 EZ.
3. (1988 数五) 假设有十只同种电器元件，其中有两只废品装配仪器时从这批元件中任取一只，如是废品，则倒掉重新任取一只;若仍是废品，则扔掉再取一只. 试求在取到正品之前，已取出的废品只数的分布，数学期望和方差.
4. (1989 数五) 已知随机变量 X 和 Y 的联合概率分布为:

(X,Y)	$(0,0)$	$(0,1)$	$(1,0)$	$(1,1)$	$(2,0)$	$(2,1)$
$P\{X=x,Y=y\}$	0.10	0.15	0.25	0.20	0.15	0.15

求:
   (a). X 的概率分布;
   (b). X+Y 的概率分布;
   (c). $Z=\sin\frac{\pi(X+Y)}{2}$ 的数学期望.
5. (1990 数一) 已知离散型随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，则随机变量 $Z=3X-2$ 的数学期望 $E(Z)=$ ________

Day 33 微信公众号：i44 统计考研

6. (1990 数一) 设二维变量 (X,Y) 在区域 $D:0<x<1,|y|<x$ 内服从均匀分布，求关于 X 的边缘概率密度函数及随机变量 $Z=2X+1$ 的方差 $D(Z)$.
7. (1990 数五) 已知随机变量 X 服从二项分布，且 $EX=2.4,\quad DX=1.44$, 则二项分布的参数 n,p 的值为
   (A) $n=4,p=0.6$
   (B) $n=6,p=0.4$
   (C) $n=8,p=0.3$
   (D) $n=24,p=0.1$
8. (1991 数四) 对于任意两个随机变量 X 和 Y，若 $E(XY)=EXEY$, 则
   (A) D(XY)=DXDY
   (B) D(X+Y)=DX+DY
   (C) X 和 Y 独立
   (D) X 和 Y 不独立
9. (1991 数五) 一汽车沿一街道行驶，需要经过三个均设有红绿信号灯的路口，每个信号灯为红或绿与其他信号灯为红或绿相互独立，且红绿两种信号显示的时间相等. 以 X 表示汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数.

(a). 求 X 的概率分布;

(b). $E\frac{1}{1+X}$.

10. (1992 数一) 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，则数学期望 E(X+e^{-2X})=________.

Day 34　微信公众号：i44 统计考研

11. (1992 数四、五) 一台设备由三大部件构成，在设备运转中各部件需要调整的概率相应为 0.10, 0.20 和 0.30. 假设各部件的状态相互独立，以 X 表示同时需要调的部件数，试求 X 的数学期望 EX 和方差 DX.

12. (1993 数一) 设随机变量 X 的概率分布密度为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|},-\infty<x<+\infty$.

(1) 求 X 的数学期望 EX 和方差 DX;

(2) 求 X 与 $|X|$ 的协方差; 并问 X 与 $|X|$ 是否不相关?

(3) 问 X 与 $|X|$ 是否相互独立? 为什么?

13. (1993 数四) 设随机变量 X 和 Y 同分布, X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}x^2 & 0<x<2\,,\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

(1) 已知事件 $A=\{X>a\}$ 和 $B=\{Y>a\}$ 独立，且 $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$, 求常数 a;

(2) 求 $\frac{1}{X^2}$ 的数学期望.

14. (1993 数五) 设随机变量 X 和 Y 独立，都在区间 $[1,3]$ 上服从均匀分布; 引进事件 $A=\{X\le a\}$,$B=\{Y\le a\}$

(1) 已知 $P(A\cup B)=\frac{7}{9}$, 求常数 a;

(2) 求 $\frac{1}{X}$ 的数学期望.

15. (1994 数一) 若随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 N(1,3^2) 和 N(0,4^2)，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$, 设 $Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$,

(1) 求 Z 的数学期望 EZ 和和方差 DZ;

(2) 求 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ};

(3) 问 X 与 Z 是否独立? 为什么?

Day 35　微信公众号：i44 统计考研

16. (1994 数四、五) 假设由自动生产线加工的某种零件的内径 X(毫米) 服从正态分布 $N(\mu,1)$, 内径小于 10 或大于 12 的为不合格品，其余为合格品，销售每件合格品获利，销售每件不合格品亏损，已知销售利润 T (单位：元) 与销售零件的内径 X 有如下关系: $T=\begin{cases}-1 & X<10\\ 20 & 10\le X\le 12\\ -5 & X>12\end{cases}$ 问平均内径 μ 取何值时，销售一个零件的平均利润最大?

17. (1995 数一) 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数，每次射中目标的概率为 0.4，则 X^2 的数学期望 E(X^2) =________.

18. (1995 数四) 设随机变量 X 和 Y 独立同分布，记 $U=X-Y,V=X+Y$, 则随机变量 U 与 V 必然

(A) 不独立

(B) 独立

(C) 相关系数不为零

(D) 相关系数为零

19. (1995 数五) 设 X 是一个随机变量, 其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}1+x, & -1\le x\le 0\\ 1-x, & 0<x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$, 则方差 $DX=$________.

20. (1996 数一) 设 ξ,η 是两个相互独立且均服从正态分布 $N\left(0,\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)$ 的随机变量, 则随机变量 $|\xi-\eta|$ 的数学期望 $E(|\xi-\eta|)=$________.

21. (1996 数一) 设 ξ,η 是相互独立且服从同一分布的随机变量，已知 ξ 的分布律为 $P(\xi=i)=\frac{1}{3},i=1,2,3.$ 又设 $X=\max\{\xi,\eta\},Y=\min\{\xi,\eta\}$
(1) 写出二维随机变量 (X,Y) 发分布律;
(2) 求随机变量 X 的数学期望.

Day 36 微信公众号：i44 统计考研

22. (1996 数四、五) 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2，机器发生故障时全天停止工作，若一周 5 个工作日里无故障，可获得利润 10 万元；发生一次故障仍可获得利润 5 万元；发生二次故障多获得利润 0 元；发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元. 求一周内期望利润是多少?

23. (1997 数一) 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 方差分别为 4 和 2, 则随机变量 $3X-2Y$ 的方差是
(A) 8
(B) 16
(C) 28
(D) 44

24. (1997 数一) 从学校趁汽车到火车站的途中有 3 个交通岗, 假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是 $\frac{2}{5}$, 设途中遇到红灯的次数, 求随机变量 X 的分布律. 分布函数和数学期望.

25. (1997 数三) 游客乘电梯从底层到电视塔顶层观光；电梯于每个整点的第 5 分钟、25 分钟和 55 分钟从底层起行. 假设一游客在早八点的第 X 分钟到达底层侯梯处，且 X 在 [0,60] 上均匀分布，求该游客等候时间的数学期望.

Day 37 微信公众号：i44 统计考研

26. (1997 数三) 两台同样的自动记录仪，每台无故障工作的时间服从参数为 5 的指数分布；首先开动其中一台，当其发生故障时停用而另一台自动开动. 试求两台记录仪无故障工作的总时间 T 的概率密度 f(t)、数学期望和方差.

27. (1997 数四) 设 X 是一随机变量, $EX=\mu,DX=\sigma^2(\mu,\sigma>0$ 常数), 则对任意常数 c, 必有
(A) $E(X-c)^2=EX^2-c^2$
(B) $E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$
(C) $E(X-c)^2\le E(X-\mu)^2$
(D) $E(X-c)^2\ge E(X-\mu)^2$

28. (1997 数四) 假设随机变量 Y 服从参数为 $\lambda=1$ 的指数分布，随机变量 $X_k=\begin{cases}0, & \text{若}Y\le k\\ 1, & \text{若}Y>k\end{cases}$, $(k=1,2)$, 求:
(1)X_1 和 X_2 的联合概率分布；

（2）E(X_1+X_2).

29. (1998 数一) 设两个随机变量 X，Y 相互独立，且都服从均值为 0、方差为 $\frac{1}{2}$ 的正态分布，求随机变量 |X -Y| 的方差.

30. (1998 数三) 一商店经销某种商品，每周进货的数量 X 与顾客对该种商品的需求量 Y 是相互独立的随机变量，且都服从区间 [10，20] 上的均匀分布. 商店每售出一单位商品可得利润 1000 元；若需求量超过了进货量，商店可从其他商店调剂供应，这时每单位商品获利润为 500 元. 试计算此商店经销该种商品每周所得利润的期望值.

Day 38　微信公众号：i44 统计考研

31. (1998 数四) 设一次试验成功的概率为 p ，进行 100 次独立重复试验，当 p=________时，成功次数的标准差的值最大；其最大值为________.

32. (1998 数四) 求某种商品每周的需求量 X 是服从区间 [10，30] 上均匀分布的随机变量，而经销商进货数量为区间 [10，30] 中的某一整数，商店每销售一单位商品可获利 500 元；若供大于求则削价处理，每处理 1 单位商品亏损 100 元；若供不应求，则可从外部调剂供应，此时每 1 单位商品仅获利 300 元，为使商品所获利润期望值不小于 9280 元，试确定最少进货量.

33. (1998 数四) 某箱装有 100 件产品，其中一、二、三等品分别为 80 件、10 件和 10 件，现在从中随机抽取一件，记 $X_i = \begin{cases} 1 & 若抽到 i 等品 \\ 0 & 其\quad 他 \end{cases}$ $(i = 1, 2, 3)$, 试求:

(1) 随机变量 X_1 与 X_2 的联合分布;

(2) 随机变量 X_1 与 X_2 的相关系数 ρ.

34. (1999 数三) 设随机变量 $X_{ij}(i, j = 1, 2, \cdots, n; n \geq 2)$ 独立同分布，$EX_{ij} = 2$, 则行列式 $Y = \begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nn} \end{vmatrix}$ 的数学期望 $EY =$________.（选做）

35. (1999 数三) 假设二维随机变量 (X, Y) 在矩形 $G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上服从均匀分布，记

$$U = \begin{cases} 0 & X \leq Y \\ 1 & X > Y \end{cases}, \quad V = \begin{cases} 0 & X \leq 2Y \\ 1 & X > 2Y \end{cases}$$

(1) 求 U 和 V 的联合分布;

(2) 求 U 和 V 的相关系数 r.

Day 39　微信公众号：i44 统计考研

36. (1999 数四) 设 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 E [(X - 1)(X -2)] =1 ，则 $\lambda =$________.

37. (1999 数四) 设随机变量 X 和 Y 的方差存在且不等于 0, 则 $D(X+Y) = DX + DY$ 是 X 和 Y

(A) 不相关的充分条件，但不是必要条件

(B) 独立的必要条件，但不是充分条件

(C) 不相关的充要条件

(D) 独立的充要条件

38. (2000 数一) 设二维随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布，则随机变量 ξ=X+Y 与 η=X-Y 不相关的充分必要条件为

(A) E(X)=E(Y)

(B) $E\left(X^2\right)-[E(X)]^2=E\left(Y^2\right)-[E(Y)]^2$

(C) $E\left(X^2\right)=E\left(Y^2\right)$

(D) $E\left(X^2\right)+[E(X)]^2=E\left(Y^2\right)+[E(Y)]^2$

39. (2000 数一) 某流水生产线上每个产品不合格的概率为 p,0<p<1，各产品合格与否相互独立，当出现一个不合格产品时即停机检修. 设开机后第一次停机时已生产了的产品个数为 X，求 X 的数学期望 E (X) 和方差 D (X).

40. (2000 数三、四) 设随机变量 X 在区间 $[-1,2]$ 上服从均匀分布；随机变量 $Y=\begin{cases}1, & X>0\\ 0, & X=0\\ -1, & \text{其他}\end{cases}$，则方差 $DY=$_______.

41. (2000 数三、四) 设 A,B 是二随机事件; 随机变量 $X=\begin{cases}1, & \text{若} A \text{ 出现},\\ -1, & \text{若} A \text{ 不出现},\end{cases}$, $Y=\begin{cases}1, & \text{若} B \text{ 出现},\\ -1, & \text{若} B \text{ 不出现},\end{cases}$ 试证明随机变量 X 和 Y 不相关的充分必要条件是 A 与 B 相互独立.

Day 40　微信公众号：i44 统计考研

42. (2000 数四) 设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $f(x,y)=\frac{1}{2}\left[\varphi_1(x,y)+\varphi_2(x,y)\right]$, 其中 $\varphi_1(x,y)$ 和 $\varphi_2(x,y)$ 都是二维正态密度函数，且它们对应的二维随机变量的相关系数分别为 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{-1}{3}$, 它们的边缘密度对应的随机变量的数学期望都是零，方差都是 1.

(1) 求随机变量 X 和 Y 的密度函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(y)$ 及 X 和 Y 的相关系数 ρ (可以直接利用二维正态密度的性质).

(2) 问 X 和 Y 是否独立? 为什么?

43. (2001 数一) 设随机变量 X 的方差为 2, 则根据切比雪夫不等式有估计 $P\{X-E(X)\mid\geq 2\}\leq$_______.

44. (2001 数一、三、四) 将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和 Y 的相关系数等于

A.-1

B.0

C.$\frac{1}{2}$

D.1

45. (2001 数三) 设随机变量 X,Y 的数学期望都是 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 0.5. 则根据切比雪夫不等式 $P\{|X-Y|\geq 6\}\leq$_______.

Day 41　微信公众号：i44 统计考研

46. (2001 数四) 设随机变量 X 和 Y 的联合分布在以点 (0,1),(1,0),(1,1) 为顶点的三角形区域上服从均匀分布，试求随机变量 U=X+Y 的方差.

47. (2002 数一) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}, & 0\leq x\leq\pi\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ 对 X 独立地重复观察 4 次，用 Y 表示观察值大于 $\frac{\pi}{3}$ 的次数，求 Y^2 的数学期望.

48. (2002 数三、四) 设随机变量 X 和 Y 的联合概率分布为

X\Y	-1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.20

则 X^2 和 Y^2 的协方差 $\operatorname{cov}\left(X^2, Y^2\right)=$______，$X$ 和 Y 的相关系数 $\rho=$______.

Day 42 微信公众号：i44 统计考研

49. (2002 数三) 假设随机变量 U 在区间 [-2,2] 上服从均匀分布，随机变量

$$X=\left\{\begin{array}{ll}-1, & U \leq -1, \\ 1, & U>-1;\end{array}\right., Y=\left\{\begin{array}{ll}-1, & U \leq 1 \\ 1, & U>1\end{array}\right., \text{ 试求:}$$

(1) X 和 Y 的联合概率分布;

(2) $D(X+Y)$.

50. (2003 数一) 已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品，乙箱中仅装有 3 件合格品，从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求：(1) 乙箱中次品件数 X 的数学期望；(2) 从乙箱中任取一件产品是次品的概率.

51. (2003 数三) 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.9, 若 $Z=X-0.4$, 则 Y 与 Z 的相关系数为______.

52. (2003 数四) 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.5，EX=EY=0 ,$EX^2=EY^2$=2，则 $E(X+Y)^2$=______.

53. (2003 数四) 对于任意二事件 A 和 $B, 0<P(A)<1, 0<P(B)<1,$, $\rho=\frac{P(AB)-P(A)P(B)}{\sqrt{P(A)P(B)P(\bar{A})P(\bar{B})}}$ 称做事件 A 和 B 的相关系数.

(1) 证明事件 A 和 B 独立的充分必要条件是其相关系数等于零;

(2) 利用随机变量相关系数的基本性质，证明 $|\rho| \leq 1$.

54. (2004 数一、三、四) 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，则 $P\{X>\sqrt{DX}\}=$______.

55. (2004 数一、四) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>1)$ 独立同分布，且其方差为 $\sigma^2>0$. 令 $Y=\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则

(A) $\operatorname{Cov}\left(X_1, Y\right)=\frac{\sigma^2}{n}$.

(B) $\operatorname{Cov}\left(X_1, Y\right)=\sigma^2$.

(C) $D\left(X_1+Y\right)=\frac{n+2}{n} \sigma^2$.

(D) $D\left(X_1-Y\right)=\frac{n+1}{n} \sigma^2$.

Day 43 微信公众号：i44 统计考研

56. (2004 数一、三、四) 设 A, B 为随机事件，且 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B \mid A)=\frac{1}{3}, P(A \mid B)=\frac{1}{2}$,

$$\text{令 } X=\left\{\begin{array}{ll}1, & A \text{ 发生} \\ 0, & A \text{ 不发生}\end{array}\right., Y=\left\{\begin{array}{ll}1, & B \text{ 发生} \\ 0, & B \text{ 不发生}\end{array}\right.$$

求:

(I) 二维随机变量 (X, Y) 的概率分布;

(II) X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY}.

57. (2006 数一、三、四) 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & -1<x<0\\ \frac{1}{4}, & 0\le x<2,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ 令 $Y=X^2, F(x,y)$ 为二维随机变量 (X,Y) 的分布函数. 求:

(I) 求 Y 的概率密度 $f_y(y)$;

(II) $\operatorname{Cov}(X,Y)$;

(III) $F\left(-\frac{1}{2},4\right)$.

58. (2007 数四) 设随机变量 X 与 Y 独立同分布，且 X 的概率分布为

X	1	2
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

记 $U=\max\{X,Y\}, V=\min\{X,Y\}$, 求

(I) (U,V) 的概率分布;

(II) U 与 V 的协方差 $\operatorname{Cov}(U,V)$

59. (2008 数一、三、四) 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则 $P\left\{X=EX^2\right\}=$________.

60. (2008 数四) 设某企业生产线上产品合格率为 0.96，不合格产品中只有品可进行再加工，且再加工合格率为 0.8，其余均为废品，每件合格品获利 80 元，每件废品亏损 20 元, 为保证该企业每天平均利润不低于 2 万元, 问企业每天至少应生产多少件产品?

Day 44 微信公众号：i44 统计考研

61. (2009 数一) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=0.3\Phi(x)+0.7\Phi\left(\frac{x-1}{2}\right)$, 其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则 $EX=$

(A) 0

(B) 0.3

(C) 0.7

(D) 1

62. (2010 数一) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=k\}=\frac{C}{k!}, k=0,1,2,\cdots$, 则 $EX^2=$________.

63. (2010 数三) 箱中装有 6 个球，其中红、白、黑球的个数分别为 1，2，3 个. 现从箱中随机地取出 2 个球，记 X 为取出的红球个数，Y 为取出的白球个数.

（I）求随机变量 (X,Y) 的概率分布;

(II) 求 $\operatorname{Cov}(X,Y)$.

64. (2011 数一) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 EX 与 EY 存在, 记 $U=\max\{X,Y\}, V=\min\{X,Y\}$, 则 $E(UV)=$

(A) $EU\cdot EV$

(B) $EX\cdot EY$

(C) $EU\cdot EY$

(D) $EX\cdot EV$

65. (2011 数一、三) 设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N\left(\mu,\mu;\sigma^2,\sigma^2;0\right)$, 则 $E\left(XY^2\right)=$________.

Day 45 微信公众号：i44 统计考研

66. (2012 数一) 将长度为 1 m 的木棒随机地截成两段，则两段长度的相关系数为

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) -1

67. (2012 数一、三) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的概率分布为

X\Y	0	1	2
0	1/4	0	1/4
1	0	1/3	0
2	1/12	0	1/12

(I) 求 $P\{X = 2Y\}$;

(II) 求 $\mathrm{Cov}(X - Y, Y)$.

68. (2012 数三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从参数为 1 的指数分布，记 $U = \max\{X, Y\}, \quad V = \min\{X, Y\}$

(I) 求 V 的概率密度 $f_V(v)$;

(II) 求 $E(U + V)$.

69. (2014 数一、三) 设连续型随机变量 X_1 与 X_2 相互独立且方差均存在, X_1 与 X_2 的概率密度分别为 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$, 随机变量 Y_1 的概率密度为 $f_{Y_1}(y) = \frac{1}{2}(f_1(y) + f_2(y))$, 随机变量 $Y_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$, 则

(A) $EY_1 > EY_2, DY_1 > DY_2$

(B) $EY_1 = EY_2, DY_1 = DY_2$

(C) $EY_1 = EY_2, DY_1 < DY_2$

(D) $EY_1 = EY_2, DY_1 > DY_2$

70. (2014 数一、三) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X = 1\} = P\{X = 2\} = \frac{1}{2}$, 在给定 $X = i$ 的条件下，随机变量 Y 服从均匀分布 $U(0, i), i = 1, 2$.

(I) 求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$;

(II) 求 EY.

Day 46　微信公众号：i44 统计考研

71. (2015 数一) 设随机变量 X, Y 不相关，且 $EX = 2, EY = 1, DX = 3$, 则 $E[X(X + Y - 2)] =$

(A) -3

(B) 3

(C) -5

(D) 5

72. (2015 数一、三) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} \ln 2, x > 0, \\ 0, \quad x \leq 0. \end{cases}$ ，对 X 进行独立重复的观测, 直到第 2 个大于 3 的观测值出现时停止，记 Y 为观测次数.

(I) 求 Y 的概率分布;

(II) 求 EY.

73. (2016 数一) 随机试验 E 有三种两两不相容的结果 A_1, A_2, A_3, 且三种结果发生的概率均为 $\frac{1}{3}$. 将试验 E 独立重复做 2 次，X 表示 2 次试验中结果 A_1 发生的次数，Y 表示 2 次试验中结果 A_2 发生的次数，则 X 与 Y 的相关系数为

(A) $-\frac{1}{2}$
(B) $-\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{1}{2}$

74. (2016 数三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(1,2), Y \sim (1,4)$, 则 $D(XY) =$
(A) 6
(B) 8
(C) 14
(D) 15

75. (2017 数一) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = 0.5\Phi(x) + 0.5\Phi\left(\frac{x-4}{2}\right)$, 其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则 $EX =$________.

76. (2017 数三) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X = -2\} = \frac{1}{2}$, $P\{X = 1\} = a, \{X = 3\} = b$, 若 $EX = 0$, 则 $DX =$________.

Day 47　微信公众号：i44 统计考研

77. (2018 数一、三) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 的概率分布为 $P\{X = 1\} = P\{X = -1\} = \frac{1}{2}, Y$ 服从参数为 λ 的泊松分布. 令 $Z = XY$.
(1) 求 $\operatorname{Cov}(X, Z)$;
(2) 求 Z 的概率分布.

78. (2019 数一、三) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ $F(x)$ 为 X 的分布函数, EX 为 X 的数学期望, 则 $P\{F(X) > EX - 1\} =$________.

79. (2020 数一) 设 X 服从区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的均匀分布,$Y = \sin X$, 则 $\operatorname{Cov}(X, Y) =$________.

80. (2020 数三) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X = k\} = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, 3, \cdots, Y$ 表示 X 被 3 除的余数，则 $E(Y) =$________.

81. (2020 数三) 设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D = \left\{(x, y) \mid 0 < y < \sqrt{1 - x^2}\right\}$ 上服从均匀分布, 令

$$Z_1 = \begin{cases} 1, & X - Y > 0 \\ 0, & X - Y \leqslant 0, \end{cases} \quad Z_2 = \begin{cases} 1, & X + Y > 0 \\ 0, & X + Y \leqslant 0 \end{cases}$$

(I) 求二维随机变量 (Z_1, Z_2) 的概率分布;
(II) 求 Z_1 与 Z_2 的相关系数.

82. (2021 数一、三) 甲、乙两个盒子中有 2 个红球和 2 个白球, 先从甲盒中任取一球，观察颜色后放入乙盒, 再从乙盒中任取一球, 令 X, Y 分别表示从甲盒和乙盒中取到的红球的个数, 则 X 与 Y 的相关系数为________.

83. (2021 数一、三) 在区间 $(0, 2)$ 上随机取一点, 将该区间分成两段, 较短一段的长度记为 X, 较长一段的长度记为 Y. 令 $Z = \frac{Y}{X}$,
(I) 求 X 的概率密度;
(II) 求 Z 的概率密度;
(III) 求 $E\left(\frac{X}{Y}\right)$.

第五章 大数定律与中心极限定理

Day 48 微信公众号：i44 统计考研

1. (1988 数四) 某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗索赔户占 20%, 以 X 表示在随意抽查的 100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数.
   (1) 写出 X 的概率分布;
   (2) 利用棣莫佛拉普拉斯定理，求出索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值.
2. (1996 数四) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 独立且与 X 同分布，$EX^k = \alpha_k (k = 1, 2, 3, 4)$. 求证：当 n 充分大时，$Z_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 近似服从正态分布，并求出其分布参数.
3. (2001 数三、四) 生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的，假设每箱平均重 50 千克，标准差为 5 千克. 若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保障不超载的概率大于 0.977.（$\Phi(2)$= 0.977，其中 $\Phi(X)$ 是标准正态布函数）.
4. (2002 数四) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$, 则根据列维一林德伯格 (Levy-Lindberg) 中心极限定理，当 n 充分大时，S_n 近似服从正态分布，只要 $X_1, X_2, \cdots, X_n$
   (A) 有相同的数学期望
   (B) 有相同的方差
   (C) 服从同一指数分布
   (D) 服从同一离散型分布
5. (2003 数三) 设总体 X 服从参数为 2 的指数分布，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 来自总体 X 的简单随机样本，则当 $n \to \infty$ 时，$Y_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛于________.
6. (2005 数四) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 为独立同分布的随机变量列，且均服从参数为 $\lambda(\lambda > 1)$ 的指数分布，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则
   (A) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\lambda\sqrt{n}} \le x\right\} = \Phi(x)$
   (B) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right\} = \Phi(x)$
   (C) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\lambda\sum_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \le x\right\} = \Phi(x)$
   (D) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right\} = \Phi(x)$
7. (2020 数一) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 为来自总体 X 的简单随机样本, 其中 $P\{X = 0\} = P\{X = 1\} = \frac{1}{2}$. $\Phi(x)$ 表示标准正态分布函数, 则利用中心极限定理可得 $P\left\{\sum_{i=1}^{100} X_i \leqslant 55\right\}$ 的近似值为
   A. $1 - \Phi(1)$
   B. $\Phi(1)$
   C. $1 - \Phi(0.2)$
   D. $\Phi(0.2)$

第六章 数理统计的基本概念

Day 49　微信公众号：i44 统计考研

1. (1994 数四) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 是样本均值，记 $S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$，$S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$，$S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2$ $S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2$, 则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是
(A) $t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$
(B) $t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$
(C) $t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$
(D) $t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$
2. (1997 数三) 设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从正态分布 $N\left(0,3^2\right)$，而 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_9$ 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本，那么统计量 $\mathrm{U}=\frac{X_1+X_2+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从的分布为________.
3. (1998 数三) 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态总体 $N\left(0,2^2\right)$ 的简单随机样本，$X=a\left(X_1-2X_2\right)^2+b\left(3X_3-4X_4\right)^2$, 则当 a=________, b=________ 时，统计量 X 服从 χ^2 分布, 其自由度为________.
4. (1998 数一) 从正态总体 $N\left(3.4,6^2\right)$ 中抽取容量为 n 的样本, 如果要求其样本均值位于区间 $(1.4,5.4)$ 内的概率不小于 0.95, 问样本容量 n 至少应取多大? 附表: 标准正态分布表　$\Phi(z)=\int_{-\infty}^{z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

z	1.28	1.645	1.96	2.33
$\Phi(z)$	0.900	0.950	0.975	0.990

5. (1999 数三) 在天平上重复称量一重为 a 的物品，假设各次称量结果相互独立且同服从正态分布 $N\left(a,0.2^2\right)$, 若以 $\overline{X_n}$ 表示 n 次称量结果的算术平均值，则为使 $P\left\{\left|\overline{X_n}-a\right|<0.1\right\}\geq 0.95, n$ 的最小值应不小于自然数________.

Day 50　微信公众号：i44 统计考研

6. (1999 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots X_9$ 是来自正态总体 X 的简单随机样本，$Y_1=\frac{1}{6}\left(X_1+\cdots+X_6\right), Y_2=\frac{1}{3}\left(X_7+X_8+X_9\right)$，$S^2=\frac{1}{2}\sum_{i=7}^{9}\left(X_i-Y_2\right)^2$，$Z=\frac{\sqrt{2}\left(Y_1-Y_2\right)}{S}$, 证明统计量 Z 服从自由度为 2 的 t 分布.
7. (2000 数三、四) 在电炉上安装了 4 个温控器，其显示器的误差是随机的，在使用过程中，只要有两个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0, 电炉就断电，以 E 表示时间“电炉断电”，而 $T_{(1)}\leq T_{(2)}\leq T_{(3)}\leq T_{(4)}$ 为 4 个温控器显示的按递增顺序排列的温度值，则事件 E 等于
(A) $\left\{T_{(1)}\geq t_0\right\}$.
(B) $\left\{T_{(2)}\geq t_0\right\}$.
(C) $\left\{T_{(3)}\geq t_0\right\}$.
(D) $\left\{T_{(4)}\geq t_0\right\}$.
8. (2001 数一) 设总体 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)(\sigma>0)$,, 从该总体中抽取简单随机样本，其样本均值为 $\bar{X}=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}X_i$, 求统计量 $Y=\sum_{i=1}^{n}\left(X_i+X_{n+i}-2\bar{X}\right)^2$ 数学期望 $E(Y)$.
9. (2001 数三) 设总体 X 服从正态分布 $N\left(0,0.2^2\right)$, 而 $X_1,X_2,\cdots X_{15}$ 是来自总体 X 的简单随机样本, 则随机变量 $Y=\frac{X_1^2+X_2^2+\cdots X_{15}^2}{2\left(X_{11}^2+X_2^2+\cdots X_{15}^2\right)}$ 服从________ 分布，参数为________.

10. (2004 数三) 设总体 X 服从正态分布 $N\left(\mu_1,\sigma^2\right)$, 总体 Y 服从正态分布 $N\left(\mu_2,\sigma^2\right)$, $X_1,X_2,\cdots X_{n_1}$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots Y_{n_2}$ 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本，则 $E\left[\frac{\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\bar{X}\right)^2+\sum_{j=1}^{n_2}\left(Y_j-\bar{Y}\right)^2}{n_1+n_2-2}\right]=$________.

Day 51　微信公众号：i44 统计考研

11. (2005 数一) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n\geq 2)$ 为来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则
(A) $n\bar{X}\sim N(0,1)$
(B) $nS^2\sim\chi^2(n)$
(C) $\frac{(n-1)\bar{X}}{S}\sim t(n-1)$
(D) $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim F(1,n-1)$
12. (2005 数一、四) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>2)$ 为独立同分布的随机变量，且均服从 $N(0,1)$，记 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad Y_i=X_i-\bar{X}, i=1,2,\cdots,n$. 求:
(I) Y_i 的方差 $DY_i, i=1,2,\cdots,n$;
(II) Y_1 与 Y_n 的协方差 $\operatorname{Cov}\left(Y_1,Y_n\right)$;
(III) $P\left\{Y_1+Y_n\leq 0\right\}$
13. (2006 数三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}(-\infty<x<+\infty), X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，其样本方差为 S^2, 则 $ES^2=$________.
14. (2010 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是来自总体 $N\left(\mu,\sigma^2\right)(\sigma>0)$ 的简单随机样本，记统计量 $T=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$, 则 $ET=$________.
15. (2011 数三) 设总体 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n(n\geq 2)$ 为来自该总体的简单随机样本. 则对于统计量 $T_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 和 $T_2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}X_i+\frac{1}{n}X_n$, 有
(A) $ET_1>ET_2, DT_1>DT_2$
(B) $ET_1>ET_2, DT_1<DT_2$
(C) $ET_1<ET_2, DT_1>DT_2$
(D) $ET_1<ET_2, DT_1<DT_2$

Day 52　微信公众号：i44 统计考研

16. (2012 数三) 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 $N\left(1,\sigma^2\right)(\sigma>0)$ 的简单随机样本, 则统计量 $\frac{X_1-X_2}{|X_3+X_4-2|}$ 的分布为
(A) $N(0,1)$
(B) $t(1)$
(C) $\chi^2(1)$
(D) $F(1,1)$
17. (2014 数三) 设 X_1,X_2,X_3 为来自正态总体 $N\left(0,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本，则统计量 $S=\frac{X_1-X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$ 服从的分布为
(A) $F(1,1)$
(B) $F(2,1)$
(C) $t(1)$
(D) $t(2)$

18. (2015 数三) 设总体 $X \sim B(m,\theta), X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为来自该总体的简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值, 则 $E\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2\right]=$

(A) $(m-1)n\theta(1-\theta)$

(B) $m(n-1)\theta(1-\theta)$

(C) $(m-1)(n-1)\theta(1-\theta)$

(D) $mn\theta(1-\theta)$

19. (2017 数一、三) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n \geq 2)$ 为来自总体 $N(\mu, 1)$ 的简单随机样本，记 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, 则下列结论不正确的是

(A) $\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2$ 服从 χ^2 分布.

(B) $2\left(X_n-X_1\right)^2$ 服从 χ^2 分布.

(C) $\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$ 服从 χ^2 分布.

(D) $n(\bar{X}-\mu)^2$ 服从 χ^2 分布.

20. (2018 数三) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n \geq 2)$ 为来自总体 $N\left(\mu, \sigma^2\right)$ 的简单随机样本, 令 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, $S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2}$, $\quad S^*=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2}$, 则

(A) $\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S} \sim t(n)$

(B) $\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S} \sim t(n-1)$.

(C) $\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S^*} \sim t(n)$

(D) $\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S^*} \sim t(n-1)$.

第七章 参数估计

Day 53 微信公众号：i44 统计考研

1. (1991 数四) 设总体 X 的概率密度为

$$p(x,\lambda)=\begin{cases}\lambda a x^{a-1}e^{-\lambda x^{\alpha}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases} \tag{7.1}$$

其中 $\lambda>0$ 中是未知参数, a>0 是已知常数. 试根据来自总体 X 的简单随机样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$, 求 λ 的最大似然估计量 $\hat{\lambda}$.

2. (1992 数四) 设 n 个随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 独立同分布，$DX_1=\sigma^2,\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$, $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$, 则
(A) S 是 σ 的无偏估计量
(B) S 是 σ 的最大似然估计量
(C) S 是 σ 的相合估计量 (即一致估计量)
(D) S 与 $\bar{X}$ 相互独立.

3. (1993 数四) 设总体 X 的方差为 1, 根据来自 X 的容量为 100 的简单随机样本，测得样本均值为 5, 则 X 的数学期望的置信度近似等于 0.95 的置信区间为________.

4. (1996 数四) 设由来自正态总体 $X\sim N\left(\mu,0.9^2\right)$, 容量为 9 的简单随机样本，得样本均值 $\bar{X}=5$, 则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.

5. (1997 数一) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta} & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$, 其中 $\theta>-1$ 是未知参数,$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体的一个容量为 n 的简单随机样本, 分别用矩估计法和极大似然估计法求 θ 的估计量.

Day 54 微信公众号：i44 统计考研

6. (1999 数一) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{6x^2}{\theta^3}(\theta-x), & 0<x<\theta,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本.
(1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$;
(2) 求 $\hat{\theta}$ 的方差 $D(\hat{\theta})$

7. (2000 数一) 设某种元件的使用寿命 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}2e^{-2(x-\theta)}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$, 其中 $\theta>0$ 为未知参数. 又设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是 X 的一组样本观测值，求参数 θ 的最大似然估计值.

8. (2000 数三) 假设 $0.50, 1.25, 0.80, 2.00$ 是来自总体 X 的简单随机样本值. 已知 $Y=\ln X$ 服从正态分布 $N(\mu,1)$.
(1) 求 X 的数学期望 EX(记 EX 为 b);
(2) 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间;
(3) 利用上述结果求 b 的置信度为 0.95 的置信区间.

9. (2002 数一) 设总体 X 的概率分布为:

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

其中 $\theta\left(0<\theta<\frac{1}{2}\right)$ 是未知参数，利用总体 X 的如下样本值 $3,1,3,0,3,1,2,3$, 求 θ 的矩估计值和最大似然估计值.

Day 55　微信公众号：i44 统计考研

10. (2002 数三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases} e^{-(x-\theta)} & x\geq\theta \\ 0 & x<\theta \end{cases}$, 而 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，则未知参数 θ 的矩估计量为________.
11. (2003 数一) 已知一批零件的长度 X (单位: cm) 服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机地抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40(cm) ，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.（注: 标准正态分布函数值 $\Phi(1.96)=0.975,\quad \Phi(1.645)=0.95$)
12. (2003 数一) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)}, & x>\theta \\ 0, & x\leq\theta \end{cases}$, 其中 $\theta>0$ 是未知参数. 从总体 X 中抽取简单随机样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$, 记 $\hat{\theta}=\min\left(X_1,X_2,\cdots,X_n\right)$.
(1) 求总体 X 的分布函数 $F(x)$;
(2) 求统计量 $\hat{\theta}$ 的分布函数 $F_{\hat{\theta}}(x)$;
(3) 如果用 $\hat{\theta}$ 作为 θ 的估计量，讨论它是否具有无偏性.
13. (2004 数一) 设总体 X 的分布函数为 $F(x,\beta)=\begin{cases} 1-\frac{1}{x^\beta}, x>1 \\ 0, \quad x\leq 1 \end{cases}$,其中未知参数 $\beta>1.X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求:
(I) β 的矩估计量;
(II) β 的最大似然估计量.
14. (2004 数三) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x,\alpha,\beta)=\begin{cases} 1-\left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta, & x>\alpha \\ 0, & x\leq\alpha \end{cases}$ 其中参数 $\alpha>0,\beta>1$. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.
(I) 当 $\alpha=1$ 时，求未知参数 β 的矩估计量;
(II) 当 $\alpha=1$ 时, 求未知参数 β 的最大似然估计量;
(III) 当 $\beta=2$ 时, 求未知参数 α 的最大似然估计量.

Day 56　微信公众号：i44 统计考研

15. (2005 数三) 设一批零件的长度服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$, 其中 μ,σ^2 均未知，现从中随机抽取 16 个零件测得样本均值 $\bar{x}=20$(cm), 样本标准差 $\mathrm{s}=1$(cm), 则 μ 的置信度为 0.90 的置信区间是
(A) $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(16),20+\frac{1}{4}t_{0.05}(16)\right)$
(B) $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.1}(16),20+\frac{1}{4}t_{0.1}(16)\right)$.
(C) $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(15),20+\frac{1}{4}t_{0.05}(15)\right)$
(D) $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.1}(15),20+\frac{1}{4}t_{0.1}(15)\right)$
16. (2005 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>2)$ 为来自总体 $N\left(0,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本，其样本均值为 $\bar{X}$. 记 $Y_i=X_i-\bar{X},i=1,2,\cdots,n$.
(I) 求 Y_i 的方差 $DY_i,i=1,2,\cdots,n$;
(II) 求 Y_1 与 Y_n 的协方差 $\operatorname{Cov}\left(Y_1,Y_n\right)$;

(III) 若 $c\left(Y_1+Y_n\right)^2$ 是 σ^2 的无偏估计量，求常数 c.

17. (2006 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta, 0<x<1\\ 1-\theta, 1\le x<2,\\ 0, \quad 其他\end{cases}$ 其中 θ 是未知参数 $(0<\theta<1)$.$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本, 记 N 为样本值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 中小于 1 的个数。求 θ 的矩估计、最大似然估计.

18. (2007 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{1}{2\theta}, 0<x<\theta\\ \frac{1}{2(1-\theta)}, \theta\le x<1\\ 0, 其它\end{cases}$,其中参数 $\theta(0<\theta<1)$ 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$\bar{X}$ 是样本均值.

(I) 求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$;

(II) 判断 $4\bar{X}^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计量，并说明理由.

19. (2008 数一、三) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体为 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本，记

$$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2,\quad T=\bar{X}^2-\frac{1}{n}S^2$$

(I) 证明 T 是 μ^2 的无偏估计量;

(II) 当 $\mu=0,\sigma=1$ 时，求 DT.

20. (2009 数一) 设 $X_1,X_2,\cdots X_m$ 为来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差. 若 $\bar{X}+kS^2$ 为 np^2 的无偏估计量，则 $k=$________.

Day 57 微信公众号：i44 统计考研

21. (2009 数一) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\lambda^2xe^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 其中参数 $\lambda(\lambda>0)$ 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本

(I) 求参数 λ 的矩估计量;

(II) 求参数 λ 的最大似然估计量.

22. (2009 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots X_m$ 为来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差. 若统计量 $T=\bar{X}-S^2$, 则 $ET=$________.

23. (2010 数一) 设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
p	$1-\theta$	$\theta-\theta^2$	θ^2

其中参数 $\theta\in(0,1)$ 未知. 以 N_i 表示来自总体 X 的简单随机样本 (样本容量为 n) 中等于 i 的个数 $(i=1,2,3)$. 试求常数 a_1,a_2,a_3, 使 $T=\sum_{i=1}^{3}a_iN_i$ 为 θ 的无偏估计量，并求 T 的方差.

24. (2011 数一) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自正态总体 $N\left(\mu_0,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本, 其中 μ_0 已知，$\sigma^2>0$ 未知. $\bar{X}$ 和 S^2 分别表示样本均值和样本方差.

(I) 求参数 σ^2 的最大似然估计 $\widehat{\sigma^2}$;

(II) 计算 $E\widehat{\sigma^2}$ 和 $D\widehat{\sigma^2}$.

25. (2012 数一) 设随机变量 X 与 Y 相互独立且分别服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 与 $N\left(\mu,2\sigma^2\right)$, 其中 σ 是未知参数且 $\sigma>0$, 记 $Z=X-Y$.

(I) 求 Z 的概率密度 $f\left(z;\sigma^2\right)$;

(II) 设 $Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ 为来自总体 Z 的简单随机样本，求 σ^2 的最大似然估计量 $\hat{\sigma}^2$;

(III) 证明 $\hat{\sigma}^2$ 为 σ^2 的无偏估计.

Day 58　微信公众号：i44 统计考研

26. (2013 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{\theta^2}{x^3}\cdot e^{-\frac{\theta}{x}} & x>0,\\ 0, & 其他\end{cases}$ 其中 θ 为未知参数且大于零. $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

(I) 求 θ 的矩估计量;

(II) 求 θ 的最大似然估计量.

27. (2014 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{2x}{3\theta^2}, \theta<x<2\theta\\ 0, 其他\end{cases}$，其中 θ 是未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本. 若 $c\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 是 θ^2 的无偏估计，则 $c=$________.

28. (2014 数一) 设总体 X 的分布函数为 $F(x;\theta)=\begin{cases}1-e^{-\frac{x^2}{\theta}}, x\geq 0, 其中\theta 是未\\ 0, \quad x<0\end{cases}$ 知参数且大于零，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

(I) 求 EX 与 EX^2;

(II) 求 θ 的最大似然估计量 $\widehat{\theta}_n$.

(III) 是否存在实数 a, 使得对任何 $\varepsilon>0$, 都有 $\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\widehat{\theta}_n-a\right|\geq\varepsilon\right\}=0$?

29. (2015 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{1-\theta}, & \theta\leq x\leq 1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ θ 为未知参数. $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自该总体的简单随机样本.

(I) 求 θ 的矩估计量;

(II) 求 θ 的最大似然估计量.

30. (2016 数一) 设 $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 为来自总体 $N\left(\mu, \sigma^2\right)$ 的简单随机样本，样本均值 $\bar{x}=9.5$, 参数 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间的置信上限为 10.8 ，则 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间为________.

Day 59　微信公众号：i44 统计考研

31. (2016 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{3x^2}{\theta^3}, & 0<x<\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$，其中 $\theta\in(0,+\infty)$ 为未知参数. X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的简单随机样本，令 $T=\max\left(X_1, X_2, X_3\right)$.

(I) 求 T 的概率密度;

(II) 确定 a, 使得 aT 为 θ 的无偏估计.

32. (2017 数一、三) 某工程师为了解一台天平的精度，用该天平对一物体的质量做 n 次测量，该物体的质量 μ 是已知的. 设 n 次测量结果 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立且均服从正态分布 $N\left(\mu, \sigma^2\right)$, 该工程师记录的是 n 次测量的绝对误差 $Z_i=\left|X_i-\mu\right|(i=1,2,\cdots n)$, 利用 $Z_1, Z_2, \cdots Z_n$ 估计 σ.

(I) 求 Z_i 的概率密度;

(II) 利用一阶矩求 σ 的矩估计量;

(III) 求 σ 的最大似然估计量.

33. (2018 数一、三) 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\sigma)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty<x<+\infty$, 其中 $\sigma\in(0,+\infty)$ 为未知参数, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本. 记 σ 的最大似然估计量为 $\widehat{\sigma}$.

(1) 求 $\hat{\sigma}$;

(2) 求 $E(\widehat{\sigma})$ 和 $D(\widehat{\sigma})$.

34. (2019 数一、三) 设总体 X 的概率密度为

$$f\left(x;\sigma^2\right)=\begin{cases}\frac{A}{\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x\geqslant\mu\\ 0, & x<\mu\end{cases}$$

其中 μ 是已知参数,$\sigma>0$ 是未知参数, A 是常数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.

(I) 求 A;

(II) 求 σ^2 的最大似然估计量.

35. (2020 数一、三) 设某种元件的使用寿命 T 的分布函数为

$$F(t)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^m}, & t\geqslant 0,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

其中 θ,m 为参数且大于零.

(I) 求概率 $P\{T>t\}$ 与 $P\{T>s+t\mid T>s\}$, 其中 $s>0,t>0$

(II) 任取 n 个这种元件做寿命试验, 测得它们的寿命分别为 $t_1,t_2,\cdots,t_n$. 若 m 已知, 求 θ 的最大似然估计值 $\hat{\theta}$.

36. (2021 数一、三) 设 $\left(X_1,Y_1\right),\left(X_2,Y_2\right),\cdots,\left(X_n,Y_n\right)$ 为来自总体 $N\left(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho\right)$ 的简单随机样本, 令 $\theta=\mu_1-\mu_2,\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i,\bar{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i,\hat{\theta}=\bar{X}-\bar{Y}$, 则

(A) $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计, $D(\hat{\theta})=\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{n}$.

(B) $\hat{\theta}$ 不是 θ 的无偏估计,$D(\hat{\theta})=\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{n}$.

(C) $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计,$D(\hat{\theta})=\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\rho_{\sigma_1\sigma_2}}{n}$.

(D) $\hat{\theta}$ 不是 θ 的无偏估计, $D(\hat{\theta})=\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\rho_{\sigma_1\sigma_2}}{n}$.

37. (2021 数三) 设总体 X 的概率分布为 $P\{X=1\}=\frac{1-\theta}{2},P\{X=2\}=P\{X=3\}=\frac{1+\theta}{4}$, 利用来自总体的样本值 $1,3,2,2,1,3,1,2$, 可得 θ 的最大似然估计值为

(A) $\frac{1}{4}$.

(B) $\frac{3}{8}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{5}{8}$.

第八章 假设检验 (仅数一)

Day 60　微信公众号：i44 统计考研

1. (1995 数四) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N\left(\mu, \sigma^2\right)$ 的简单随机样本, 其中参数 μ 和 σ^2 未知记 $\bar{X}=\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, Q^2=\sum_{i=1}^n\left(X_i-\bar{X}\right)^2$, 则假设 $H_0: \mu=0$ 的 t 检验使用统计量 $t=$________.
2. (1998 数一) 设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分，问在显著性水平 0.05 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？并给出检验过程.
   附: t 分布表 $P\{t(n) \leq t_p(n)\}=p$
   $t_{0.95}(35)=1.6896 \quad t_{0.975}(35)=2.0301 \quad t_{0.95}(36)=1.6883 \quad t_{0.975}(36)=2.0281$
3. (2018 数一) 设总体 X 服从正态分布 $N\left(\mu, \sigma^2\right) \cdot x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，据此检验假设: $H_0: \mu=\mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则
   (A) 如果在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下拒绝 H_0, 那么在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必拒绝 H_0.
   (B) 如果在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下拒绝 H_0, 那么在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必接受 H_0.
   (C) 如果在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0, 那么在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必拒绝 H_0.
   (D) 如果在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0, 那么在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必接受 H_0.
4. (2021 数一) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{16}$ 是来自总体 $N(\mu, 4)$ 的简单随机样本, 考虑假设检验问题: $H_0: \mu \leqslant 10, H_1: \mu>10, \Phi(x)$ 表示标准正态分布函数, 若该检验问题的拒绝域为 $W=\{\bar{X} \geqslant 11\}$, 其中 $\bar{X}=\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i$, 则 $\mu=11.5$ 时, 该检验犯第二类错误的概率为
   (A) $1-\Phi(0.5)$.
   (B) $1-\Phi(1)$.
   (C) $1-\Phi(1.5)$.
   (D) $1-\Phi(2)$.