Ejercicio 1.4

Manuel Luque Cuesta

En este caso se quiere hallar la segunda derivada utilizando el mismo procedimiento que en el **ejercicio 1.2**, por lo que teniendo tres puntos x_1, x_2 y x_3, y sus respectivas imágenes, la segunda derivada puede aproximarse mediante lagrange mediante:

$$f''(x) \approx f(x_0 - h) * l_1''(x) + f(x_0) * l_2''(x) + f(x_0 + h) * l_3''(x)$$

Del ejercicio anterior se tiene :

$$l_1'(x) = \frac{2x - 2x_0 - h}{(-h)(-2h)}$$

$$l_2'(x) = \frac{2x - 2x_0}{(h)(-h)}$$

$$l_3'(x) = \frac{2x - 2x_0 + h}{(2h)(h)}$$

A partir de la derivada de la base de lagrange, se obtendrá la segunda derivada:

$$l_1''(x) = \frac{2}{2h^2}$$

$$l_2''(x) = \frac{2}{-h^2}$$

$$l_3''(x) = \frac{2}{2h^2}$$

Sustituyendo en la aproximación:

$$f''(x) \approx f(x_0 - h) * \frac{2}{2h^2} + f(x_0) * \frac{2}{-h^2} + f(x_0 + h) * \frac{2}{2h^2}$$

Simplificando se obtiene la formula de la segunda derivada centrada:

$$f''(x) \approx \frac{f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h)}{h^2}$$

La cual en teoría valdría para cualquier valor de x, sin embargo, esta función ha sido construida a partir de una función interpoladora centrada en x_0, por lo que solo sería conveniente utilizarla en x_0:

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h)}{h^2}$$