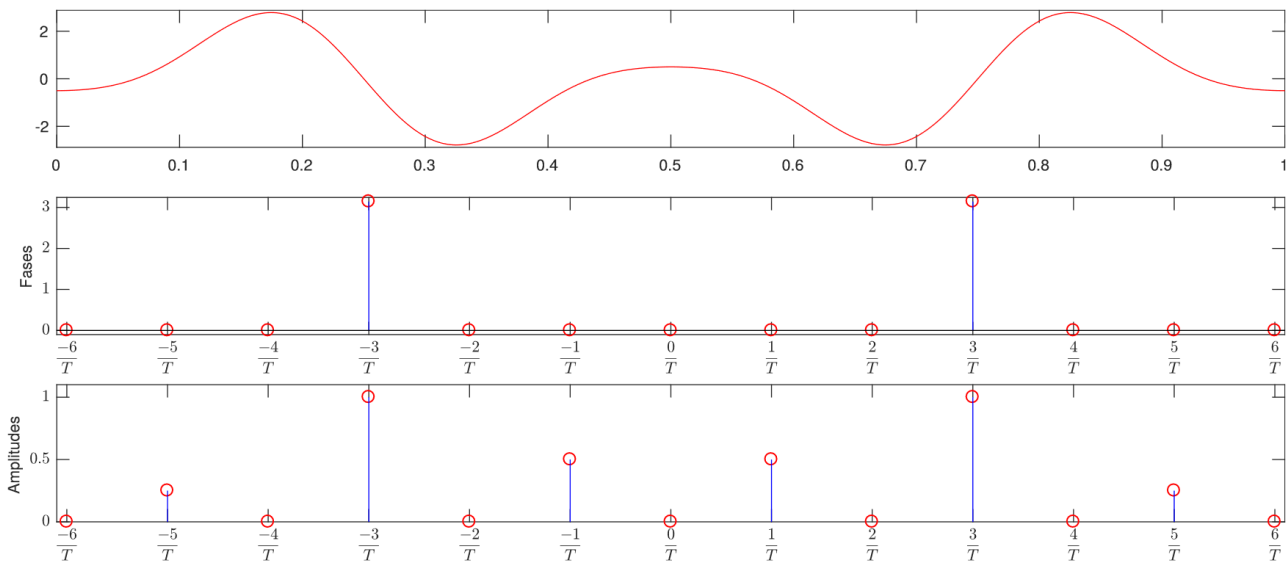


Ejercicio 2.2

Manuel Luque Cuesta

Tenemos la siguiente onda para la que se dan los siguientes diagramas de fases y amplitudes:



Determinar la expresión exacta $x(t)$ expresada como combinación de exponenciales complejas y también como combinación de cosenos.

Observando el diagrama de amplitudes, en el cual se reflejan las amplitudes obtenidas de los dos coeficientes de Fourier de cada onda (siendo estas simétricas respecto al 0), se tiene el número de ondas, ya que si la amplitud fuese nula, no se tendría onda. Por ello hay un total de tres ondas componiendo la onda, además, se puede determinar que son cosenos ya que el diagrama de fases es simétrico respecto del 0 (si hubiese alguna fase negativa, se daría el caso de que una de las ondas sería un seno).

Primera onda

$$f = -\frac{1}{T} \text{ y } f = \frac{1}{T}$$

$$\text{fase} = 0 \text{ y fase} = 0$$

$$\text{amplitud} = 0.5$$

Obteniendo el complejo mediante $z = |z|\cos(\theta) + |z|\sin(\theta)i$ donde $|z|$ es la amplitud y θ la fase.

$$\text{Primer coeficiente} \rightarrow z = 0,5\cos(0) + 0,5\sin(0)i = 0,5 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Segundo coeficiente} \rightarrow z = 0,5\cos(0) + 0,5\sin(0)i = 0,5 = \frac{1}{2}$$

Teniendo que el complejo asociado a esta onda es:

$$\frac{1}{2}e^{-i2\pi\frac{t}{T}} + \frac{1}{2}e^{i2\pi\frac{t}{T}}$$

Y el coseno:

$$\cos(2\pi\frac{t}{T})$$

Segunda onda

$$f = -\frac{3}{T} \text{ y } f = \frac{3}{T}$$

$$\text{fase} = \pi \text{ y fase} = \pi$$

$$\text{amplitud} = 1$$

$$\text{Primer coeficiente} \rightarrow z = 1\cos(\pi) + 1\sin(\pi)i = -1$$

$$\text{Segundo coeficiente} \rightarrow z = 1\cos(\pi) + 1\sin(\pi)i = -1$$

Teniendo que el complejo asociado a esta onda es:

$$(-1)e^{-i2\pi3\frac{t}{T}} + (-1)e^{i2\pi3\frac{t}{T}}$$

Y el coseno:

$$-2\cos(2\pi3\frac{t}{T})$$

Tercera onda

$$f = -\frac{5}{T} \text{ y } f = \frac{5}{T}$$

$$\text{fase} = 0 \text{ y fase} = 0$$

$$\text{amplitud} = 0.25$$

$$\text{Primer coeficiente} \rightarrow z = 0,25\cos(0) + 0,25\sin(0)i = 0,25 = \frac{1}{4}$$

$$\text{Segundo coeficiente} \rightarrow z = 0,25\cos(0) + 0,25\sin(0)i = 0,25 = \frac{1}{4}$$

Teniendo que el complejo asociado a esta onda es:

$$\frac{1}{4}e^{-i2\pi 5\frac{t}{T}} + \frac{1}{4}e^{i2\pi 5\frac{t}{T}}$$

Y el coseno:

$$\frac{1}{2}\cos(2\pi 5\frac{t}{T})$$

Onda compuesta

Suma de complejos:

$$\frac{1}{2}e^{-i2\pi\frac{t}{T}} + \frac{1}{2}e^{i2\pi\frac{t}{T}} - e^{-i2\pi 3\frac{t}{T}} - e^{i2\pi 3\frac{t}{T}} + \frac{1}{4}e^{-i2\pi 5\frac{t}{T}} + \frac{1}{4}e^{i2\pi 5\frac{t}{T}}$$

Suma de cosenos:

$$\cos(2\pi\frac{t}{T}) - 2\cos(2\pi 3\frac{t}{T}) + \frac{1}{2}\cos(2\pi 5\frac{t}{T})$$