Ejercicio 5.1

Manuel Luque Cuesta

Se desea escribir la formula correspondiente al método *Runge-Kutta* con el siguiente tablero de *Butcher*

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 1 & 1 & \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

Como la matriz tiene dos filas, se tienen k_1 y k_2:

$$k_1 = f(x_n + 0(h), y_n + h(0))$$
$$k_2 = f(x_n + h, y_n + h(k_1)))$$

Para obtener el siguiente valor de y mediante este método se tiene:

$$y_{n+1} = y_n + h(\frac{1}{2}k_1 + \frac{1}{2}k_2)$$

$$y_{n+1} = y_n + h(\frac{1}{2}f(x_n, y_n) + \frac{1}{2}f(x_n + h, y_n + hk_1)))$$

$$y_{n+1} = y_n + h(\frac{1}{2}f(x_n, y_n) + \frac{1}{2}f(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n)))$$

Si se observa con detenimiento el método obtenido es idéntico al método de Heun; desarrollando un poco:

$$y_{n+1} = y_n + h\frac{f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n))}{2}$$

donde $x_n + h = x_{n+1}$; $\qquad y_n + f(y_n + hf(x_n, y_n) = y^*_{n+1}$

$$y_{n+1} = y_n + h\frac{f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y^*_{n+1})}{2}$$