

Ejercicio 4.1

Manuel Luque Cuesta

Consideremos la señal

$$x(t) = 5 + 2\cos(2\pi t - \pi/2) + 3\cos(4\pi t), t \in [0, 1]$$

Calcular la señal discreta correspondiente para $N = 4$ y calcular su transformada discreta de Fourier.

Como $N = 4$, se tendrán 4 puntos equiespaciados.

t	x
0	8
1/4	4
2/4	8
3/4	0

$$\text{Siendo } w_4 = e^{i2\pi/4} = \cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}) = 0 + i$$

Se tiene A_4

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w_4 & w_4^2 & w_4^3 \\ 1 & w_4^2 & (w_4^2)^2 & (w_4^3)^2 \\ 1 & w_4^3 & (w_4^3)^2 & (w_4^3)^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0+i & -1+0i & 0-i \\ 1 & -1+0i & 1+0i & -1+0i \\ 1 & 0-i & -1+0i & 0+i \end{pmatrix}$$

Por lo tanto A_4^* es

$$A_4^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0-i & -1-0i & 0+i \\ 1 & -1-0i & 1-0i & -1-0i \\ 1 & 0+i & -1-0i & 0-i \end{pmatrix}$$

Dado que $DFT(X) = A^*X$

$$DFT(X) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 - i & -1 - 0i & 0 + i \\ 1 & -1 - 0i & 1 - 0i & -1 - 0i \\ 1 & 0 + i & -1 - 0i & 0 - i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -4i \\ 16 \\ 4i \end{pmatrix}$$