Ejercicio 1.5

Manuel Luque Cuesta

Se desea obtener la formula que determina el error para cuando se aproxima la derivada mediante la aproximación regresiva. Para ello se utiliza el teorema de Taylor que dice que una función se puede evaluar en el polinomio de Taylor, más el resto:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + ... + \frac{f^n(x_0)}{n!} + + \frac{f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!}$$

Siendo $n = 1$ y $x = x_0 - h$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) + f'(x_0)(x_0 - h - x_0) + \frac{f''(\xi)}{2!}(x_0 - h - x_0)^2$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - f'(x_0)h + \frac{f''(\xi)}{2!}h^2$$

Despejando la derivada, $f'(x_0)$:

$$f'(x_0)h = f(x_0) - f(x_0 - h) + \frac{f''(\xi)}{2!}h^2$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h) + \frac{f''(\xi)}{2!}h^2}{h}$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2!}h$$

Teniéndose que $\frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$ es la formula de la derivada regresiva, el error que se comete es por lo tanto:

$$error = \frac{f''(\xi)}{2!}h$$