



### Ejercicio

Supongamos el siguiente conjunto de patrones para un problema de clasificación binaria:

$x_1$	$x_2$	Etiqueta Esperada
1	1	$C_2$
2	2	$C_2$
1	3	$C_2$
3	1	$C_2$
3	3	$C_2$
-2	-2	$C_1$
-3	-3	$C_1$
-4	-4	$C_1$

- Dibuje los patrones en el plano, junto con su etiqueta.
- Diseñar *de forma heurística* una red neuronal de funciones de base radial, con **dos** neuronas en capa oculta, colocando los centroides en el centro geométrico de cada clase y asignando un radio igual a la distancia del centroide al patrón más lejano de la clase. En la capa de salida, aplique la transformación *softmax* y utilice unos pesos de salida que permitan clasificar correctamente todos los patrones.

Compruebe el resultado de la clasificación con los siguientes ejemplos, calculando también la probabilidad predicha para cada clase:

$x_1$	$x_2$	Etiqueta Esperada
-2	-3	$C_1$
1	2	$C_2$

### Solución.-

- Si hacemos una representación gráfica de los patrones del conjunto de entrenamiento tenemos que



Los centroides de las clases son



$$C_1 = \left( \frac{-2-3-4}{3}, \frac{-2-3-4}{3} \right) = (-3, -3) \quad \text{y} \quad C_2 = \left( \frac{1+3+2+1+3}{5}, \frac{3+3+2+1+1}{5} \right) = (2, 2)$$

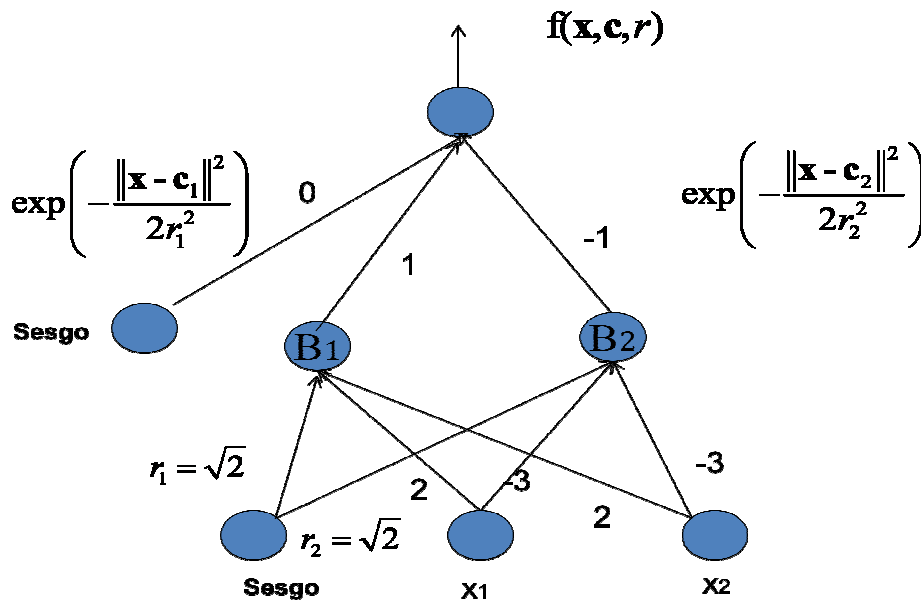
Los radios son

$$r_1 = d(C_1, (-2, -2)) = \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (-2 - (-3))^2} = \sqrt{2}$$

, mientras que

$$r_2 = d(C_2, (1, 1)) = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

El grafo de la red lo podemos poner en la forma



Así, la ecuación del modelo de red RBF es

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, r) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_1\|^2}{2r_1^2}\right) - \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_2\|^2}{2r_2^2}\right)$$

Para el patrón de test  $\mathbf{x} = (-2, -3)$  tenemos

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, r) &= \exp\left(-\frac{1^2}{2(\sqrt{2})^2}\right) - \exp\left(-\frac{\sqrt{(-2-2)^2 + (-3-2)^2}}{2(\sqrt{2})^2}\right) = \\ &= \exp\left(-\frac{1}{4}\right) - \exp\left(-\frac{41}{4}\right) = 0,779 \end{aligned}$$



Si aplicamos la función softmax al valor de salida de la red tenemos

$$p(x \in C_1) = \frac{e^{0,779}}{1 + e^{0,779}} = 0,685 \text{ , luego el patrón pertenece a la clase } C_1$$

Para el patrón  $\mathbf{x}=(1,2)$  tenemos

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, r) = \exp\left(-\frac{41}{4}\right) - \exp\left(-\frac{1}{4}\right) = -0,779 \text{ y ahora}$$

$$p(x \in C_1) = \frac{e^{-0,779}}{1 + e^{-0,779}} = 0,315$$

Luego el patrón pertenece a la clase  $C_2$ , por lo que ambos están bien clasificados

**Ejercicio 2.- a)** Analice la salida adjunta del mejor modelo de red RBF utilizando el software NNEP. Escriba la ecuación del modelo para la base de datos Pima, determinando el n° de nodos de la capa oculta, así como el n° de enlaces y describir donde se encuentran los centroides de las funciones de base y los radios. ¿El software hace selección de características? ¿El mejor modelo clasifica de forma similar ambas clases?

Iteration 1 - Generation 75 - Methodology EP

```
-----
-4.69 * ( e ^ ( -0.5 * ( (
    + ( x2-1.0 )^2
    + ( x6-0.51 )^2
    + ( x8+0.36 )^2 )^0.5
    / 0.70 )^2 ) )
+2.70 * ( e ^ ( -0.5 * ( (
    + ( x2+0.28 )^2
    + ( x6+0.18 )^2
    + ( x8+1.0 )^2 )^0.5
    / 0.52 )^2 ) )
+1.31 * (1)
```

Train CCR: 77.76

Train Confussion Matrix

```
-----
Pred.  0      1      CCR
Target
0      283    42      0.87
1      69     105     0.60
```

Test CCR: 76.58

Test Confussion Matrix

```
-----
Predicted      0      1      CCR
```

**GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA**  
**INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS COMPUTACIONALES (IMC)**  
**CURSO 2021-2022**



Target

0	155	20	0.89
1	43	51	0.54

b) Las siguientes tablas son las salidas de 5 ejecuciones. La primera, son los resultados del conjunto de test, mientras que la segunda, son los resultados para el conjunto de entrenamiento. ¿Estamos sobreentrenando? ¿Con que iteración nos quedaríamos?

Iteration	Generation	CABestEP	NoflinksBestEP
1	75	76,5799257	9
2	75	76,5799257	11
3	75	75,4646840	13
4	75	76,2081784	9
5	75	75,8364312	9

	Mean	76,1338290	10,2000000
	StdDv	0,4846991	1,7888544
Iteration	Generation	CABestEP	NoflinksBestEP
1	75	77,7555110	9
2	75	78,1563126	11
3	75	76,1523046	13
4	75	77,7555110	9
5	75	77,5551102	9
	Mean	77,4749499	10,2000000
	StdDv	0,7709573	1,7888544

**Solución.-**

a) La ecuación del modelo de red RBF es

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, r) = 1.31 - 4.69 * \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_1\|^2}{2r_1^2}\right) + 2.70 * \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_2\|^2}{2r_2^2}\right)$$

Puesto que tiene dos nodos en capa oculta, donde  $\mathbf{x}=(x_2, x_6, x_8)$ ,  $\mathbf{c}_1=(1, 0.51, 0.36)$ ,  $\mathbf{c}_2=(1, 0.51, 0.36)$ ,  $r_1=0.70$  y  $r_2=0.52$ . El número de conexiones es 11, de ellos 9 efectivos, porque los valores de las variables  $\mathbf{x}$  están en el rango (-1,1) por decisión del investigador.

Hay que destacar que el número de características es 3 por lo que se hace una selección de las 8 variables iniciales del problema.

Es de destacar también que el mejor modelos de red RBF clasifica mejor la clase positiva, , Indias Pima sin diabetes (0.89 de sensibilidad en test ) que la clase negativa, Indias Pima con diabetes (0.54 de sensibilidad en test).

b) A la vista de las tablas podemos considerar que hay un cierto sobreentrenamiento dado que la media de CCR en entrenamiento es de 77.49, mientras que la media en test es 76.13.

Nos quedaríamos con la iteración primera dado que el valor de CCR es el mayor 76.58; mientras que el número efectivo de enlaces es de 9.