

【示例-1】分析以下算法的时间复杂度。

```
void MATMulti(int n,a[][N],b[][N],int c[][N])
{
    int i,j;
    for (i=0;i<n;i++)                //①
        for (j=0;j<n;j++)            //②
        {
            c[i][j]=0;                //③
            for (k=0;k<n;k++)          //④
                c[i][j]=c[i][j]+a[i][k]*b[k][j];    //⑤
        }
}
```

解法1: 从求算法中所有语句的频度来分析算法时间复杂度。

- ✓ 语句①的执行频度为 $n+1$ （注意 $i < n$ 判断语句需执行 $n+1$ 次）
- ✓ 语句②的执行频度为 $n(n+1)$
- ✓ 语句③的执行频度为 n^2
- ✓ 语句④的执行频度为 $n^2(n+1)$
- ✓ 语句⑤的执行频度为 n^3

⇒ $f(n) = 2n^3 + 3n^2 + 2n + 1$
 $T(n) = O(n^3)$

解法2: 从算法中基本运算的频度来分析算法时间复杂度。

- 基本运算是语句⑤
- 其频度为 n^3

⇒ $T(n)=O(n^3)$

结论: 从中看到, 两种方法的结果相同, 而第二种方法更加简洁。

【示例-2】 给出以下算法的时间复杂度。

```
void func(int n)
{
    int i=1,k=100;
    while (i<=n)
    {
        k++;
        i+=2;
    }
}
```

解：基本运算语句是while循环内的语句。

设while循环语句执行的次数为 m ， i 从1开始递增，
最后取值为 $1+2m$ ，有：

$$i=1+2m \leq n$$

即

$$T(n)=m \leq (n-1)/2 = O(n)$$

该算法的时间复杂度为 $O(n)$ 。

【示例-3】 分析示例-1和示例-2算法的空间复杂度。

解：这两个算法中，局部变量只有固定几个变量，故它们的空间复杂度均为 $O(1)$ ，即该算法为原时工作算法。

【示例-4】 设3个表示算法频度的函数f、g和h分别为：

$$f(n)=100n^3+n^2+1000$$

$$h(n)=n^{1.5}+5000n\log_2 n$$

求它们对应的时间复杂度。

解：

$$f(n)=100n^3+n^2+1000=O(n^3),$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\sqrt{n} > \log_2 n$,

所以 $h(n)=n^{1.5}+5000n\log_2 n=O(n^{1.5})$ 。

【示例-5】 2011年全国考研题

设 n 是描述问题规模的非负整数，下面程序片段的时间复杂度为_____。

```
x=2;  
while (x<n/2)  
    x=2*x;
```

A. $O(\log_2 n)$

B. $O(n)$

C. $O(n\log_2 n)$

D. $O(n^2)$

解：

基本算法是语句 $x=2*x$ ，设其执行时间为 $T(n)$ ，则有：
 $2^{T(n)} < n/2$ ，即 $T(n) < \log_2 n/2 = O(\log_2 n)$ 。本题答案为A。

【示例-6】 本题为2012年全国考研题

求整数 n ($n \geq 0$) 阶乘的算法如下，其时间复杂度是_____。

```
int fact(int n)
{
    if (n<=1) return 1;
    else return n*fact(n-1);
}
```

A. $O(\log_2 n)$ **B.** $O(n)$ **C.** $O(n\log_2 n)$ **D.** $O(n^2)$

解：本算法是一个递归算法，设其执行时间为 $T(n)$ ，则有：

$T(n)=1$ 当 $n=1$ 时

$T(n)=T(n-1)+1$ 当 $n>1$ 时

所以， $T(n)=T(n-1)+1=(T(n-2)+1)+1=T(n-2)+2=\dots=T(1)+(n-1)=n=O(n)$ 。本题答案为B。



— END —