E X P L I C A T I O N DE L'ARITHMETIQUE B I N A I R E,

Qui se sert des seuls caracteres 0 & 1; avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.

PAR M. LEIBNITZ.

E calcul ordinaire d'Arithmétique se fait suivant la progression de dix en dix. On se sert de dix caracteres, qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui signissent zero, un, & les nombres suivans jusqu'à neuf inclusivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit dix; par 10; & dix sois dix, ou cent, par 100; & dix sois cent, ou mille, par 1000; & dix sois mille, par 1000. Et ainsi de suite.

Mais au lieu de la progression de dix en dix, j'ai employé depuis plusieurs années la progression la plus simple de toutes, qui va de deux en deux; ayant trouvé qu'elle sert à la persection de la science des Nombres. Ainsi je n'y employe point d'autres caractères que o & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'est pourquoi deux s'écrit ici par 10, & deux fois deux ou quatre par 100; & deux sois quatre ou huit par 1000; & deux fois huit ou seize par 100000, & ainsi de suite. Voici la Table des Nombres de cette saçon, qu'on peut continuer tant que l'on youdra.

On voit ici d'un coup d'œil la raison d'une propriété célébre de la progression Géométrique double en Nombres entiers, qui porte que si on n'a qu'un de ces nombres de chaque degré, on en peut composer tous les autres nom-

1 7 0 3.

```
TABLE 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
            bres entiers au-dessous du double du 100/4
Nombres. plus haut degré. Car ici, c'est com- 10 2
            me si on disoit, par exemple, que 111
            ou 7 est la somme de quatre, de deux 1111/7 & d'un?
000000
            Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre 11000
1 00000
           2 & un. Cette propriété sert aux Essayeurs pour
0,00,010
           3 peser toutes sortes de masses avec peu de poids,
           4 & pourroit servir dans les monnoyes pour don- 1101 13
000011
000 100
           5 ner plusieurs valeurs avec peu de piéces.
               Cette expression des Nombres étant établie, sert à saire
10100
000110
           7 très-facilement toutes sortes d'opérations.
 000111
                                                           1110||14
                                                 101 / 5
                                     110/16
                                                          10001 17
                                               1011||11
 0001000
            8
                                     111 7
                Pour l'Addition 3
 1001 00
            9
                par exemple.
                                                          11111 31
                                               10000||16
 010100
                                     1101 13
          10
                                                          11111 31
                                               10000||16
 110100
           11
                                    1101 | 13
                                                          10001 17
 001100
                Pour la Soustrac-
          12
                                                1011
                                      111 7
                                                           1110 14
                                                 101 5
                                      110 6
 001101
          13
                tion.
 0 0 1110
                                                             TOIL S.
           14
                                                 TOIL ?
                                       11|| 3
  0 0 1111
                                                             101 5
           15
                                                  11
                                       11 3
                                                             IOI
           16
                                                 IOI
  0.10000
                Pour la Multi-
                                       J I
                                                           1010
           i 7
                                                 101
  0 10001
                                      ΙI
                plication.
            18
  010010
                                                           11001 25
                                                 1111||15
            19
  0,10011
           20
  010100
                                   15 || ** 11
            21
                                     311 *** 1
  0 10101
                 Pour la Division.
            22
   0110110
            24 Et toutes ces opérations sont si aisées, qu'on n'a jamais
   0 1011
           23
   o 11001 25 besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut saire
    11010 26 dans la division ordinaire. On n'a point besoin non plus
            27 de rien apprendre par cœur içi, comme il faut faire dans
            28 le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que
   0 11011
            29 6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3
   0 11100
             30 donne 15, suivant la Table d'une fois un est un; qu'on ap-
    0|11101
             31 pelle Pythagorique. Mais ici tout cela se trouve & se
    0 11110
             32 prouve de source, comme l'on voit dans les exemples pré-
    OIIIII
    100000
                cédens sous les signes > & O.
     &c.
```

Cependant je ne recommande point cette maniere de compter, pour la faire introduire à la place de la pratique ordinaire par dix. Car outre qu'on est accoutumé à celle-ci, on n'y a point besoin d'y apprendre ce qu'on a déja appris par cœur: ainsi la pratique par dix est plus abrégée, & les nombres y font moins longs. Et si on étoit accoûtumé à aller par douze ou par seize, il y auroit encore plus d'avantage. Mais le calcul par deux, c'est-à-dire par 0 & par 1, en récompense de sa longueur, est le plus fondamental pour la science, & donne de nouvelles découvertes, qui se trouvent utiles ensuite, même pour la pratique des nombres, & sur-tout pour la Géométrie; dont la raison est, que les nombres étant réduits aux plus simples principes, comme o & 1, il paroît partout un ordre merveilleux. Par exemple, dans la Table même des Nombres, on voit en chaque colonne régner des périodes qui recommencent toujours. Dans la premiere colonne c'est o1, dans la seconde 0011, dans la troisiéme 00001111, dans la quatriéme 000000011111111, & ainst de suite. Et on a mis de petits zeros dans la Table pour remplir le vuide au commencement de la colonne, & pour mieux marquer ces périodes. On a mené aussi des lignes dans la Table, qui marquent que ce que ces lignes renferment revient toujours sous elles. Et il se trouve encore que les Nombres Quarrés, Cubiques, & d'autres puissances; item les Nombres Triangulaires, Pyramidaux & autres Nombres figurés, ont aussi de semblables périodes : de sorte qu'on en peut écrire les Tables tout de suite, fans calculer. Et une prolixité dans le commencement, qui donne ensuite le moyen d'épargner le calcul, & d'aller à l'infini par régle, est infiniment avantageuse.

Ce qu'il y a de surprenant dans ce calcul, c'est que cette Arithmétique par 0 & 1 se trouve contenir le mystere des lignes d'un ancien Roi & Philosophe nommé Fohy, qu'on croit avoir vêcu il y a plus de quatre mille ans, & que les Chinois regardent comme le Fondateur de leur Empire & de leurs sciences. Il y a plusieurs Figu-

88 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
res Lineaires qu'on lui attribue. Elles reviennent toutes à
cette Arithmétique; mais il suffit de mettre ici la Figure
de huit Cova comme on l'appelle, qui passe pour sondamentale, & d'y joindre l'explication qui est maniseste,
pourvû qu'on remarque premierement qu'une ligne entiere ____ signisse l'unité ou 1, & secondement qu'une
ligne brisée ___ signisse le zero ou o.

| | 100 | 010 | 011 | === 001 | 101 | 11011 | |
|---|-----|-----|-----|------------|-----|-------|-----|
| 0 | I | 10 | 11 | 100 | 101 | 110 | 111 |
| 0 | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

Les Chinois ont perdu la signification des Cova ou Linéations de Fohy, peut-être depuis plus d'un millenaire d'année; & ils ont fait des Commentaires là-dessus, où ils ont cherché je ne sçai quels sens éloignés. De sorte qu'il a fallu que la vraie explication leur vînt maintenant des Européens: voici comment. Il n'y a gueres plus de deux ans que j'envoyai au R. P. Bouvet Jésuite, François célébre, qui demeure à Pekin, ma maniere de compter par 0 & 1; & il n'en fallut pas davantage pour lui faire reconnoître que c'est la clef des Figures de Fohy. Ainsi m'écrivant le 14 Novembre 1701, il m'a envoyé la grande Figure de ce Prince Philosophe qui va à 64, & ne laisse plus lieu de douter de la vérité de notre interprétation; de sorte qu'on peut dire que ce Pere a déchiffré l'Enigme de Fohy à l'aide de ce que je lui avois communiqué. Et comme ces Figures sont peut-être le plus ancien monument de science qui soit au monde, cette restitution de leur sens, après un si grand intervalle de tems, paroîtra d'autant plus curieuse.

Le consentement des Figures de Fohy & de ma Table des Nombres, se fait mieux voir lorsque dans la Table on supplée les zeros initiaux, qui paroissent superflus, mais qui servent à mieux marquer la période de la colon-

ne, comme je les y ai suppléés en esset avec des petits ronds pour les distinguer des zéros nécessaires, & cet accord me donne une grande opinion de la prosondeur des méditations de Fohy. Car ce qui nous paroît aisé maintenant, ne l'étoit pas tant dans ces tems éloignés. L'Arithmétique Binaire ou Dyadique est en esset fort aisée aujourd'hui pour peu qu'on y pense, parce que notre maniere de compter y aide beaucoup, dont il semble qu'on retranche seulement le trop. Mais cette Arithmétique ordinaire par dix ne paroît pas sort ancienne, au moins les Grecs & les Romains l'ont ignorée, & ont été privés de ses avantages. Il semble que l'Europe en doit l'introduction à Gerbert, depuis Pape sous le nom de Sylvestre II, qui l'a eue des Maures d'Espagne.

Or comme l'on croit à la Chine que Fohy est encore Auteur des Caracteres Chinois, quoique fort altérés par la suite des tems, son Essai d'Arithmétique fait juger qu'il pourroit bien s'y trouver encore quelque chose de considérable par rapport aux nombres & aux idées, si l'on pouvoit déterrer le fondement de l'Ecriture Chinoise, d'autant plus qu'on croit à la Chine, qu'il a eu égard aux nombres en l'établissant. Le R. P. Bouvet est fort porté à pousser cette pointe, & très-capable d'y réussir en bien des manieres. Cependant je ne sçai s'il y a jamais eu dans l'Ecriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit être nécessairement dans une Caractéristique que je projette. C'est que tout raisonnement qu'on peut tirer des notions, pourroit être tiré de leurs Caracteres par une maniere de calcul, qui seroit un des plus importans moyens d'aider l'esprit humain.



Mém. 1703.

Explication de l' arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères O & I avec des remarques sur son utilité et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy - M. LEIBNITZ

Académie royale des sciences - Année 1703

MATHÉMATIQUE LEIBNITZ, FOHY, BOUVET