

ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Филиппов Дмитрий Максимович
Шуйский Александр Александрович

Проект посвящён разработке новой эффективной численной модели нестационарных электродинамических процессов, протекающих в электротехнических системах, с целью оптимального проектирования элементов конструкций таких систем. Результаты проекта могут быть внедрены в такие отрасли реального сектора экономики как распределённая, в том числе возобновляемая, энергетика, электротранспорт, приборы и устройства неразрушающего контроля и др.

Задача численного моделирования нестационарных электродинамических процессов, вызванных, в общем случае, взаимным перемещением в пространстве массивных ферромагнитных проводников, расположенных в электромагнитном поле непериодических источников возникает, например, при проектировании электрических машин, систем вихретокового неразрушающего контроля и др. В проекте предлагаются новые модифицированные дискретно-полевые модели, основанные на концепции вторичных источников, таких как двойной слой фиктивных магнитных зарядов, простой слой электрических зарядов, объёмная плотность вихревых токов [1], которые меняются во времени по произвольному закону. Преимущества метода вторичных источников выражаются в отсутствии необходимости дискретизации области пространства, не заполненного веществом, что значительно снижает трудоёмкость вычислений, особенно в случае необходимости учёта в расчётной области микроскопических зазоров или дефектов сложной конфигурации. В настоящем проекте предложен подход, который является альтернативой методу коллокаций [2] для численного решения граничных

интегральных уравнений, и лишён недостатков, присущих методу коллокаций, что приводит к значительному повышению вычислительной эффективности метода (повышению точности моделирования при значительном снижении ресурсоёмкости вычислений).

С использованием разработанной вычислительной модели и компьютерной программы, реализующей эту модель:

а) исследовано распределение вихревых токов в объектах контроля для задачи вихретоковой магнитооптической дефектоскопии; на основании данного исследования в дальнейшем будут получены рекомендации по оптимизации конструкции индуктора дефектоскопа,

б) осуществлены оптимизационные расчёты конструкции электрической машины осевого потока с безжелезным статором, предложена новая конструкция электрической машины осевого потока повышенной энергоэффективности, которая будет использована в качестве тягового двигателя лёгких колёсных транспортных средств, а также в качестве стартер-генератора в гибридных системах энергоснабжения беспилотных летательных аппаратов.

1. Численная модель квазистационарного электромагнитного поля вблизи проводящих тел контроля для задач вихретоковой магнитооптической дефектоскопии

Приведём численную модель квазистационарного электромагнитного поля системы проводников, расположенных во внешнем поле первичных источников, меняющихся во времени по произвольному закону:

$$\sigma_{k,i} - \frac{1}{2\pi\Delta S_k} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_S} \sigma_{j,i} \int_{\Delta S_k} \int_{\Delta S_j} \frac{(\mathbf{r}_{PQ}, \mathbf{n}_Q)}{r_{PQ}^3} dS_P dS_Q = - \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{2\pi\Delta S_k} \sum_{m=1}^{N_V} \frac{\partial \delta_{m,i}}{\partial t} \mathbf{n}_Q \int_{\Delta S_k} \int_{\Delta V_m} \frac{dV_N dS_Q}{r_{QN}} - \\ - \frac{2\varepsilon_0}{\Delta S_k} \int_{\Delta S_k} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A}_0(Q, t_i), \mathbf{n}_Q) dS_Q, \quad k=1, 2, \dots, N_S-1; \quad i=0, 1, \dots, N_T-1. \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{N_S} \sigma_{k,i} \Delta S_k = q(t_i), \quad i=0, 1, \dots, N_T-1; \quad (2)$$

$$\delta_{k,i} = -\frac{\gamma\mu_0}{4\pi} \sum_{m=1}^{N_V} \frac{\partial \delta_{m,i}}{\partial t} \int_{\Delta V_m} \frac{dV_N}{r_{MN}} +$$

$$+ \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0} \sum_{m=1}^{N_S} \sigma_{m,i} \int_{\Delta S_m} \frac{\mathbf{r}_{PM}}{r_{PM}^3} dS_P - \gamma \partial \mathbf{A}_0(M_k, t_i) / \partial t, \quad k=1,2,\dots,N_V, \quad i=0,1,\dots,N_T-1. \quad (3)$$

В (1)–(3) входит: $\sigma_{k,i}$ – значение искомой поверхностной плотности электрических зарядов на k -м элементе разбиения поверхности S проводника в момент времени t_i (число элементов разбиения поверхности равно N_S , число интервалов времени равно N_T); ΔS_k – площадь элемента разбиения; \mathbf{r}_{PQ} – радиус-вектор, проведённый из точки $P \in \Delta S_j \in S$ в точку $Q \in \Delta S_k \in S$; \mathbf{n}_Q – внешняя нормаль к поверхности в точке Q ; $\delta_{m,i}$ – значение искомой объёмной плотности токов проводимости (вихревых токов) в пределах m -го элемента разбиения объёма V проводника в момент времени t_i (число элементов разбиения объёма равно N_V); r_{QN} – расстояние между точками $Q \in \Delta S_k \in S$ и $N \in \Delta V_m \in V$; $\mathbf{A}_0(Q, t_i)$ и $\mathbf{A}_0(M_k, t_i)$ – значения векторного потенциала первичных источников электромагнитного поля в точках $Q \in \Delta S_m \in S$ и $M \in \Delta V_k \in V$ соответственно, в момент времени t_i ; $q(t_i)$ – значение полного электрического заряда проводника в момент времени t_i .

Для приведённой вычислительной схемы строится итерационная процедура. Производные, входящие в (1)–(3) вычисляются численно методом Рунге-Кутты.

На основании разработанной вычислительной модели осуществлено моделирование электромагнитного поля в проводнике с дефектом (рис.1.)

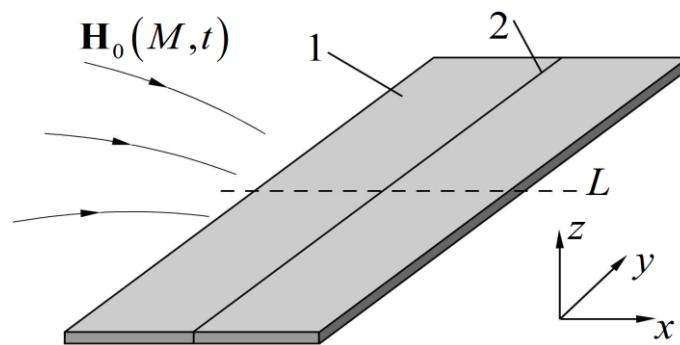


Рис.1. Проводник с дефектом в виде тонкой продольной щели

Проводник изготовлен из алюминия толщиной 0.3мм. Протяжённость щели составляет 14мм, ширина щели 40мкм. Проводник помещён в переменное магнитное поле, создаваемое катушкой с током (ток периодический с амплитудой 5А). Частота тока при расчётах и измерениях выбиралась равной 20кГц и 60кГц.

На рис.2 показаны графики распределения магнитного поля вдоль линии L , показанной пунктиром на рис.1 (линия расположена над проводником на высоте 5мкм).

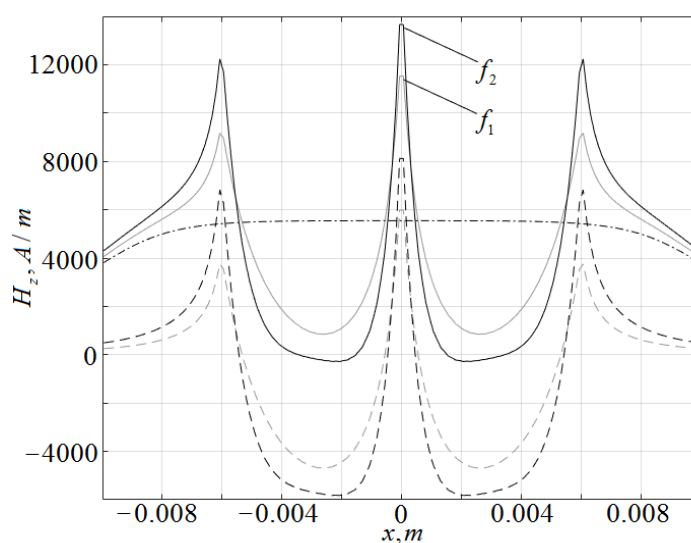


Рис.2. Распределение нормальной компоненты напряжённости магнитного поля вдоль отрезка L : пунктир – поле вихревых токов; пунктир с точкой – поле индуктора; сплошная – результирующее поле; $f_1 = 20$ кГц; $f_2 = 60$ кГц

На рис.3 показано распределение нормальной компоненты напряжённости магнитного поля над всей поверхностью проводника.

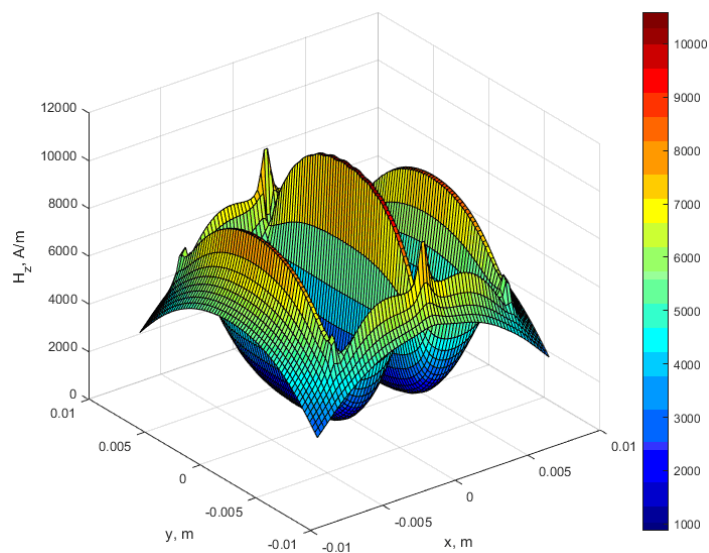
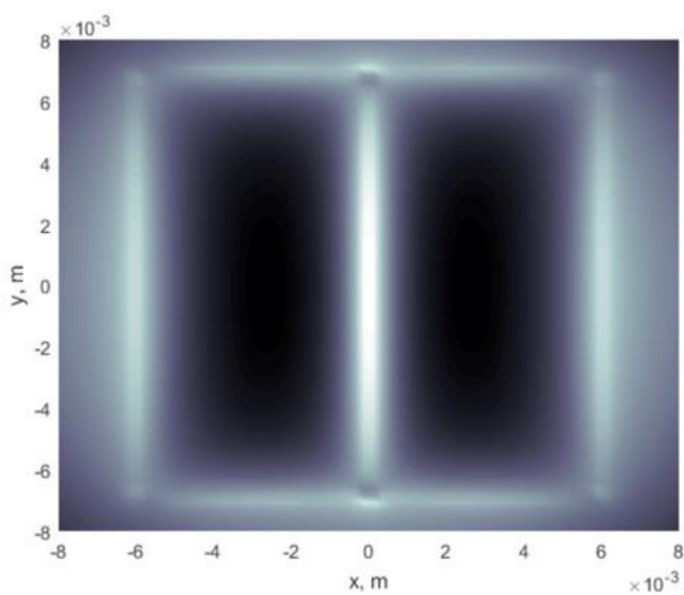


Рис.3. Картина поля над проводником с дефектом на частоте 20кГц

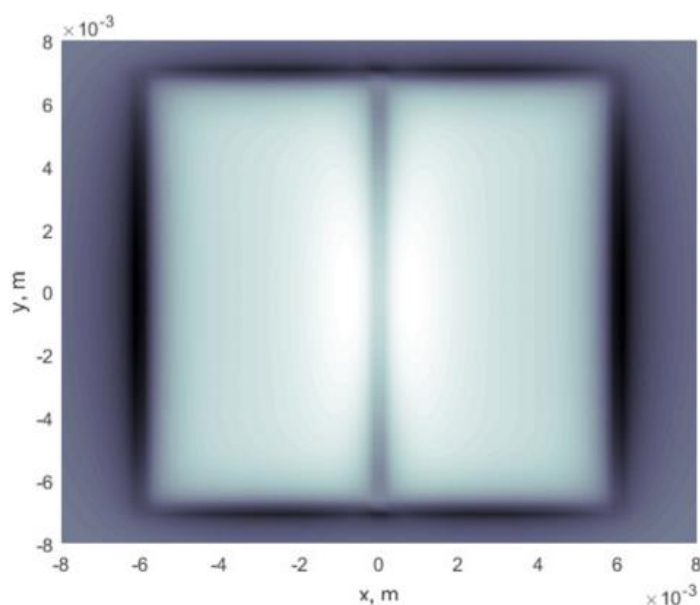
На рис.4 показаны топограммы магнитного поля над пластиной с дефектом, полученные расчётным путём (рисунки а и в) и снятые экспериментально методом магнитооптической интроскопии (рисунки б и г).



а)



б)



в)



г)

Рси.4. Топограммы магнитного поля и магнитооптические образы

Приведённые на рис.4 результаты соответствуют двум различным фазам тока индуктора. Случаи а) и б) фаза тока соответствуют минимальному значению тока ($-5A$), случаи в) и г) – максимальному ($+5A$). Инверсия магнитооптических образов зависит от направления поля и объясняется эффектом Фарадея.

Наличие всплесков поля над проводящим образцом объясняется увеличением плотности вихревых токов вблизи границ между средами. На рис.5 показано распределение вихревых токов в поперечном сечении проводника в момент времени, соответствующий току индуктора $-5A$.

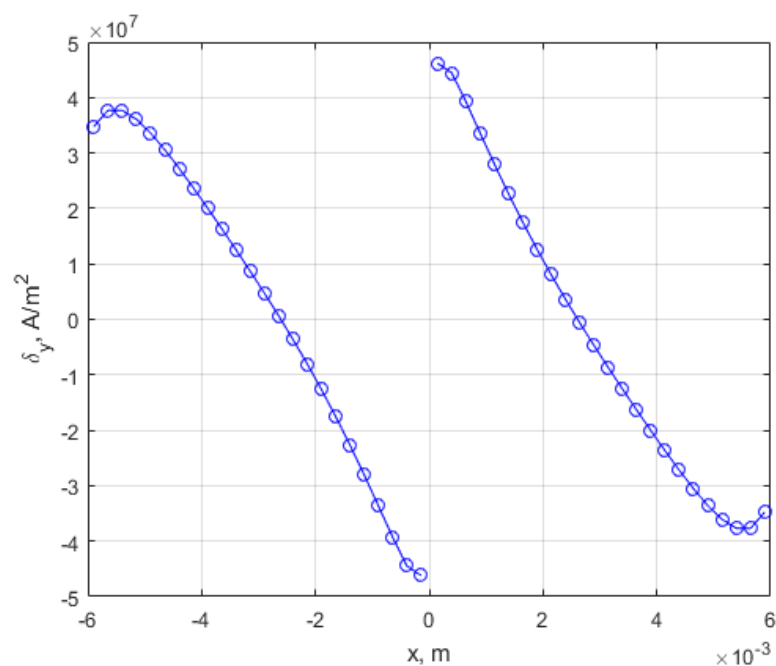


Рис.5. Распределение плотности вихревых токов
в сечении проводника с дефектом

В случае отсутствия дефекта (сквозной щели) плотность вихревых токов в координате $x = 0$ была бы равна нулю.

Отметим, что наличие в расчётной области микроскопического дефекта, незаполненного веществом, приводит, как видно из результатов, к значительному градиенту поля в данной области, в связи с этим, расчёт поля в указанной области требует значительных вычислительных ресурсов.

На рис.6 показаны графики сходимости предложенного в проекте численного метода, описываемого процедурой (1)–(3), и классического метода коллокаций от числа разбиений поверхностей проводника.

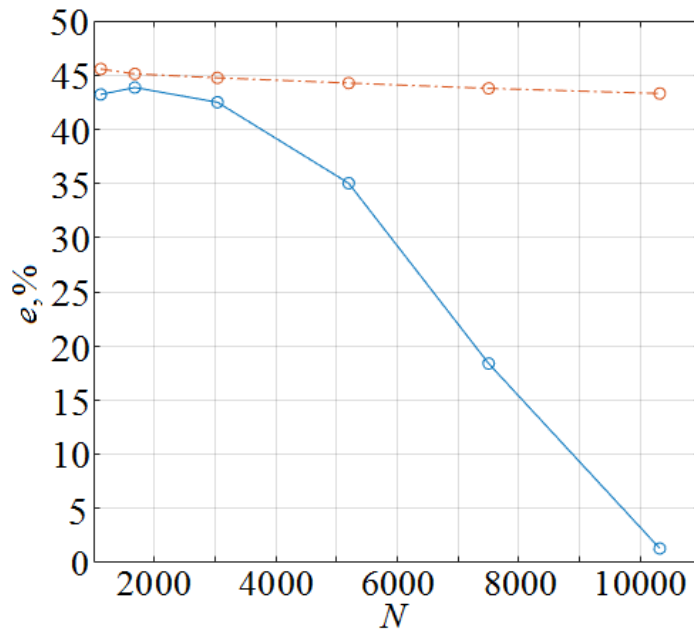


Рис.6. Сходимость предложенного метода (синий график) и классического метода коллокаций (красный график) от числа разбиений поверхностей проводника

Из графиков рис.6 видно, что классический метод коллокаций не позволяет получить решение задачи при приемлемом числе разбиений.

2. Численная модель трёхмерного магнитного поля электрических машин осевого потока

Приведём численную модель трёхмерного магнитного поля магнитных систем, основанную на модификации метода двойного слоя фиктивных магнитных зарядов.

Двойной слой магнитных зарядов представляет собой распределённые вдоль границы ферромагнитных сред слои разноимённых магнитных зарядов, и бесконечно близко прилегающие к этой границе.

Классическое граничное интегральное уравнение относительно искомой плотности двойного слоя фиктивных магнитных зарядов имеет следующий вид [4]:

$$v(Q) + \frac{1}{2\pi} \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \iint_S v(P) \frac{(\vec{n}_P, \vec{r}_{PQ})}{r_{PQ}^3} dS_P = -2 \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \Phi_0(Q), \quad (4)$$

где $v(Q)$ – плотность двойного слоя в точке $Q \in S$; S – граница между средами (в данном случае между ферромагнетиком и пустотой); μ – магнитная проницаемость ферромагнитной среды; \vec{r}_{PQ} – радиус-вектор, проведённый из точки $P \in S$ в точку $Q \in S$; $\varphi_0(Q)$ – скалярный магнитный потенциал первичных источников поля.

Как известно скалярный магнитный потенциал является функцией неоднозначной, и для её вычисления необходимо вводить в область условные непроницаемые перегородки [3] (рис.7).

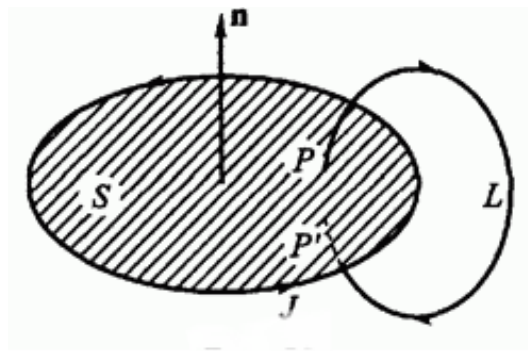


Рис.7. Условная непроницаемая перегородка, стягивающая круговой виток с током J

Так как точки P и P' бесконечно близки друг к другу, то путь интегрирования L лишь бесконечно мало отличается от замкнутого контура $PP'P$, поэтому можно записать следующее соотношение:

$$\varphi_0(P) - \varphi_0(P') = \oint_{PP'P} \vec{H}_0 d\vec{l} = \mu_0 J. \quad (5)$$

Последнее показывает неоднозначность функции скалярного магнитного потенциала.

Процедура введения непроницаемых перегородок практически не поддаётся автоматизации, поэтому пользователь метода, наряду с заданием геометрии расчётной области, расположением источников первичного магнитного поля, заданием свойств материалов, входящих в область, вынужден также задавать условные непроницаемые перегородки. Имея в виду то, что реальные электротехнические устройства могут содержать

сложную систему многовитковых катушек с током, плоскости которых могут пересекаться или перекрываться, можно заключить, что стандартный метод двойного слоя не применим на практике.

Ниже приведена новая модифицированная вычислительная модель для метода двойного слоя, лишённая перечисленных недостатков, присущих классическому методу двойного слоя.

$$v_i - v_k - \frac{\mu - \mu_0}{2\pi(\mu + \mu_0)} \left\{ \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N v_m \int_{\Delta l_k^I} \int_{\Delta S_m} \frac{3(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_P) \vec{r}_{PQ} - r_{PQ}^2 \vec{n}_P}{r_{PQ}^5} dS_P d\vec{l}_Q + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N v_m \int_{\Delta l_k^{II}} \int_{\Delta S_m} \frac{3(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_P) \vec{r}_{PQ} - r_{PQ}^2 \vec{n}_P}{r_{PQ}^5} dS_P d\vec{l}_Q \right\} = 2 \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \int_{\Delta l_k^I + \Delta l_k^{II}} \vec{B}_0(Q) d\vec{l}_Q, \\ i = i_1, i_2, i_3; \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

В (6) $\vec{B}_0(Q)$ – индукция магнитного поля свободных источников в точках поверхности ферромагнетика.

Обозначения, введённые в (6) понятны из рис.8.

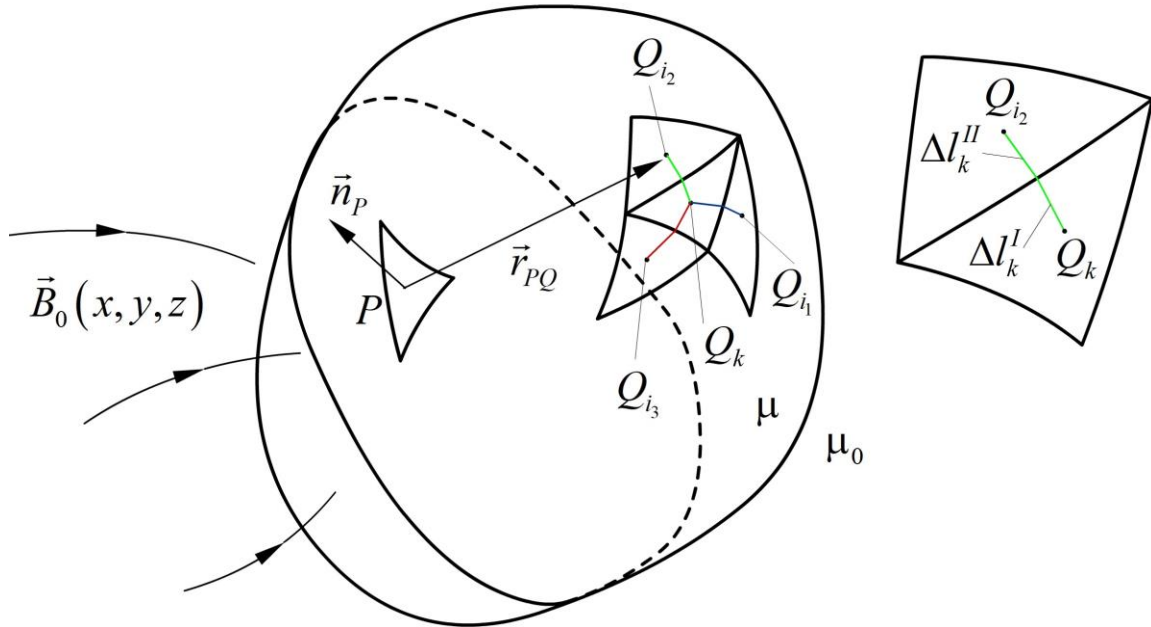


Рис.8. К выводу СЛАУ для двойного слоя

Интегрирование в (6) ведётся по отрезкам, соединяющим середины двух соседних элементов дискретизации (триангуляции). Для определенности можно положить, что каждый треугольник на поверхности ферромагнитного тела имеет только три соседа (этому условию можно достаточно просто удовлетворить на практике, хотя возможны и другие варианты, и это не ограничивает возможности предложенного метода).

Для каждого из треугольников записывается три уравнения типа (6). Далее эти уравнения складываются между собой (левые части с левыми, правые с правыми) и, таким образом, для каждого треугольника получается одно уравнение. В конечном итоге имеем СЛАУ с квадратной матрицей.

Рассмотрим электрическую машину осевого потока с безжелезным статором [5—9] (рис.9).

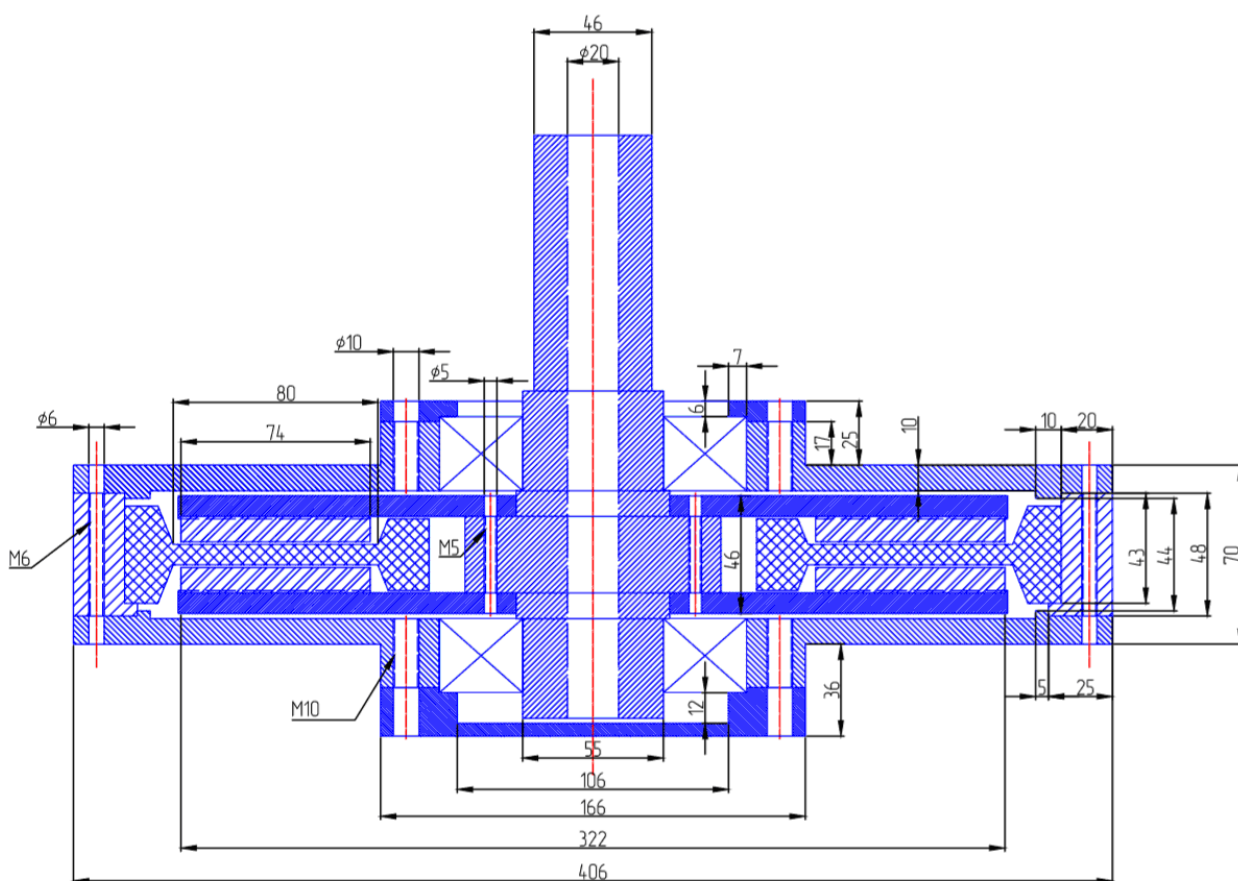


Рис.9. Электрическая машина осевого потока с безжелезным статором

Ротор такой машины представляет собой два ферромагнитных диска с постоянными магнитами (рис.10). Статор представляет собой совокупность

медных катушек, соединённых между собой в трёхфазную электрическую схему, и залитых эпоксидным компаундом (рис.11).



Рис.10. Ротор машины осевого потока



Рис.11. Статор машины осевого потока

Электрическая машина номинальной мощности 2кВт была изготовлена и испытана на стенде (рис.12).

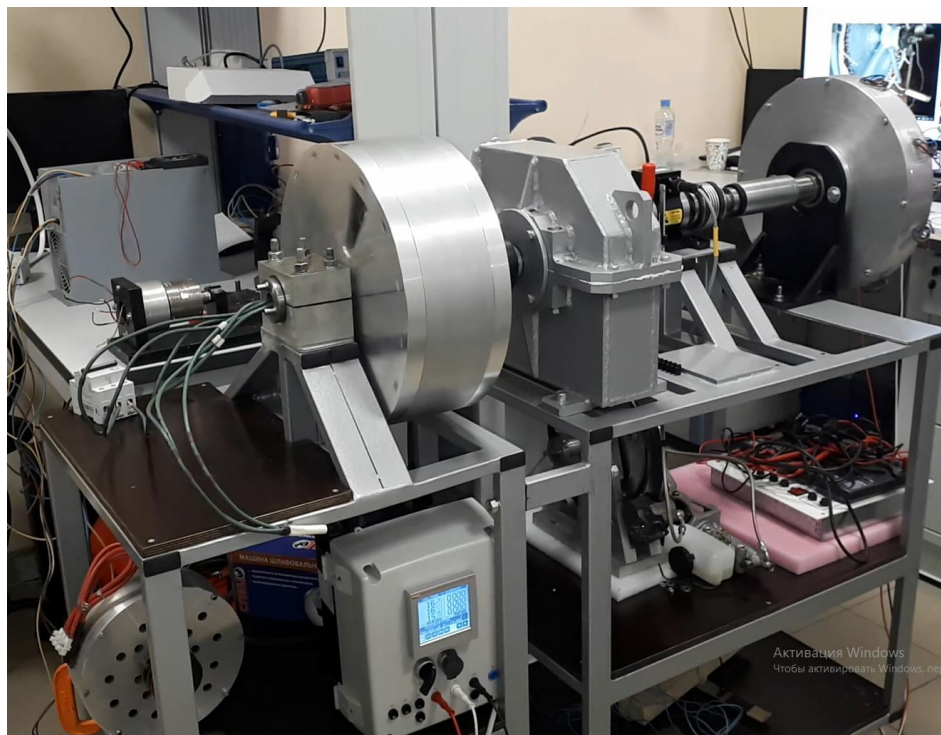


Рис.12. Стенд для испытания электрических машин (слева направо: тяговый двигатель 430Нм; редуктор-мультипликатор, датчик момента Magtrol TM-311, машина осевого потока; на средней полке – универсальный мультиметр)

На рис.13 показаны рабочие характеристики машины, полученные на стенде при скорости вращения ротора 3750об/мин (данная скорость соответствует частоте тока 50Гц).

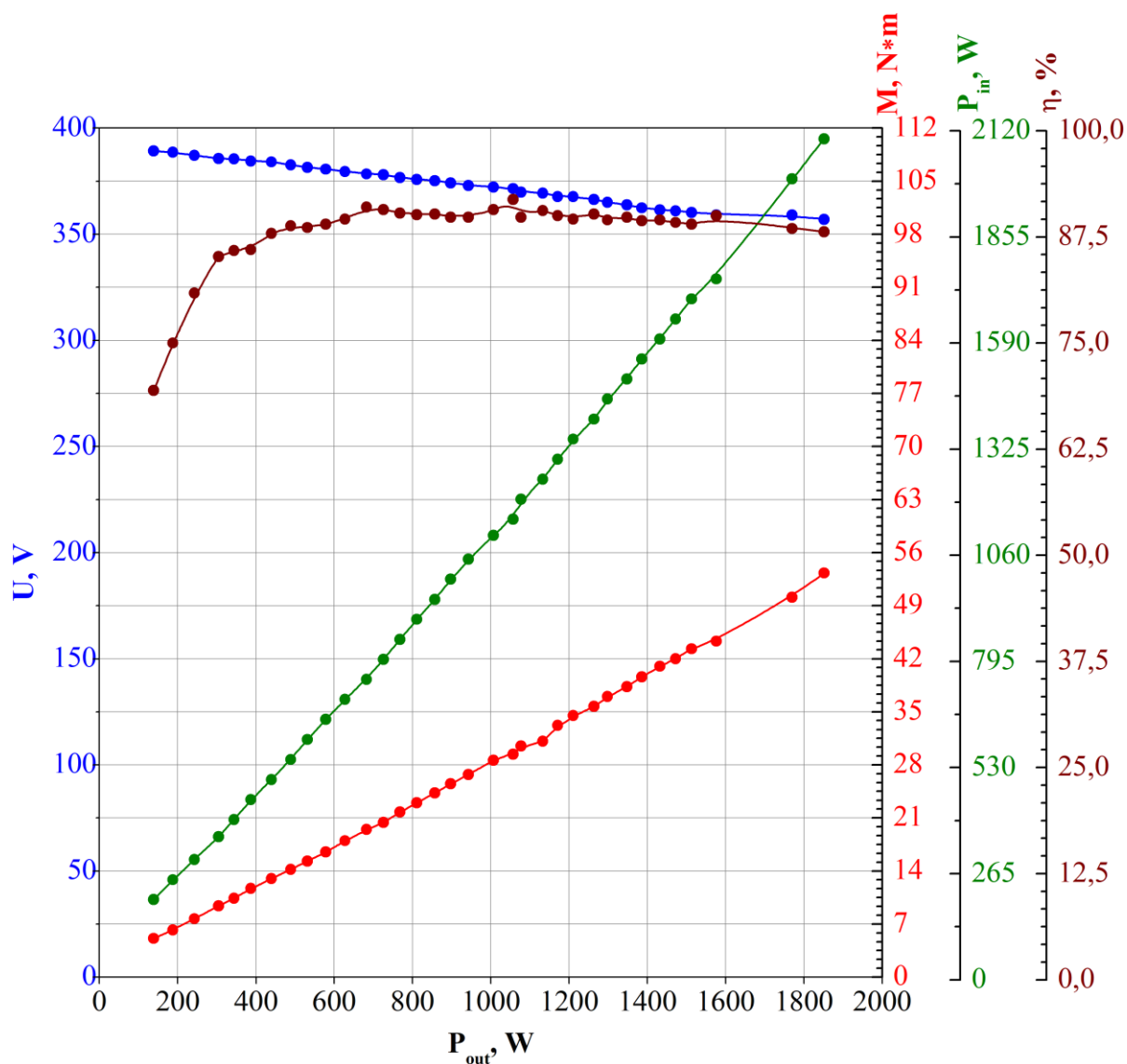
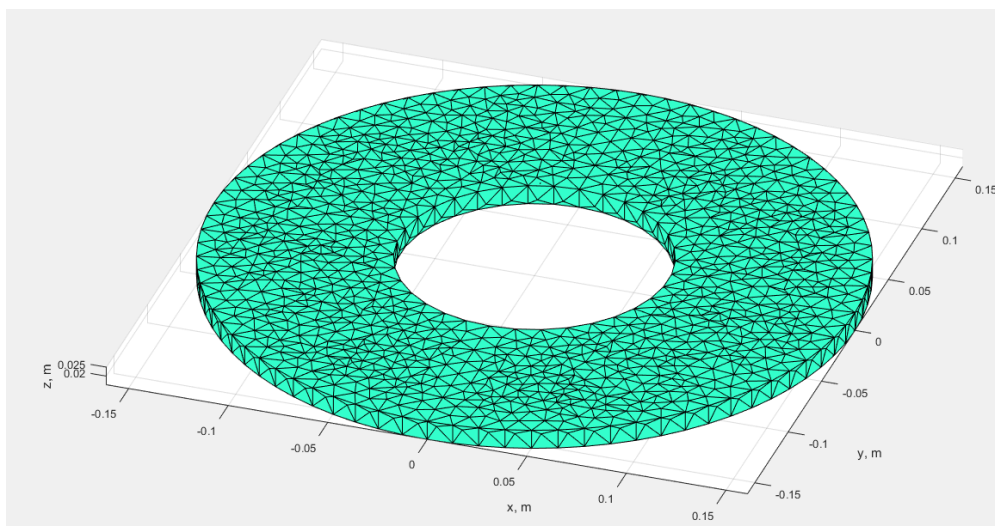
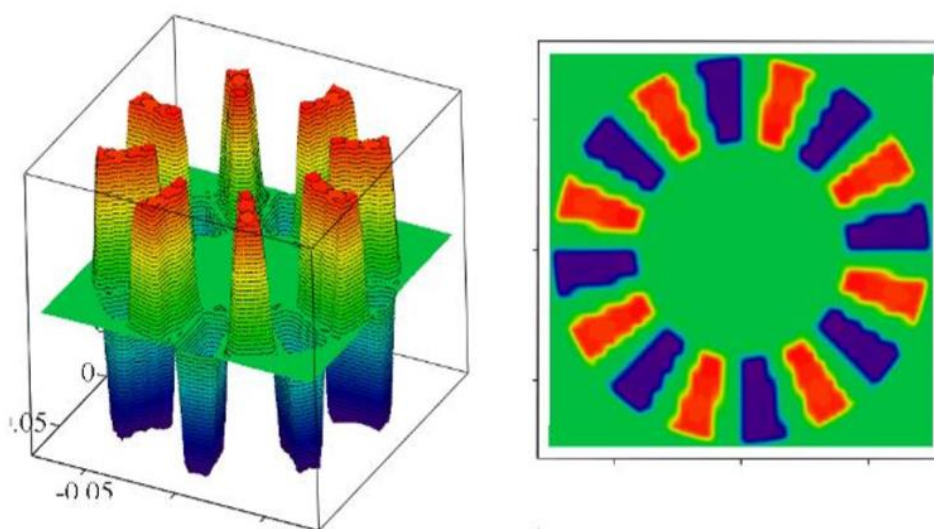


Рис.13. Характеристики машины осевого потока

С использованием разработанной вычислительной модели (6) проведено моделирование магнитного поля машины осевого потока (рис.14). Поле постоянных магнитов вычислялось с использованием токовой модели, согласно которой каждый магнит заменялся катушкой с током $i = Jh$, где J — это намагниченность постоянного магнита, h — его толщина.



а)



б)

Рис.14. Триангуляция поверхности диска (а) и распределение нормальной компоненты поля на поверхности диска (б)

Далее приведём сопоставление результатов моделирования с экспериментом. На рис.15 показаны характеристика холостого тока машины, а также зависимость вращающего момента от тока в обмотке. Точками отмечены величины, полученные экспериментально, сплошными линиями — полученные расчётным путём.

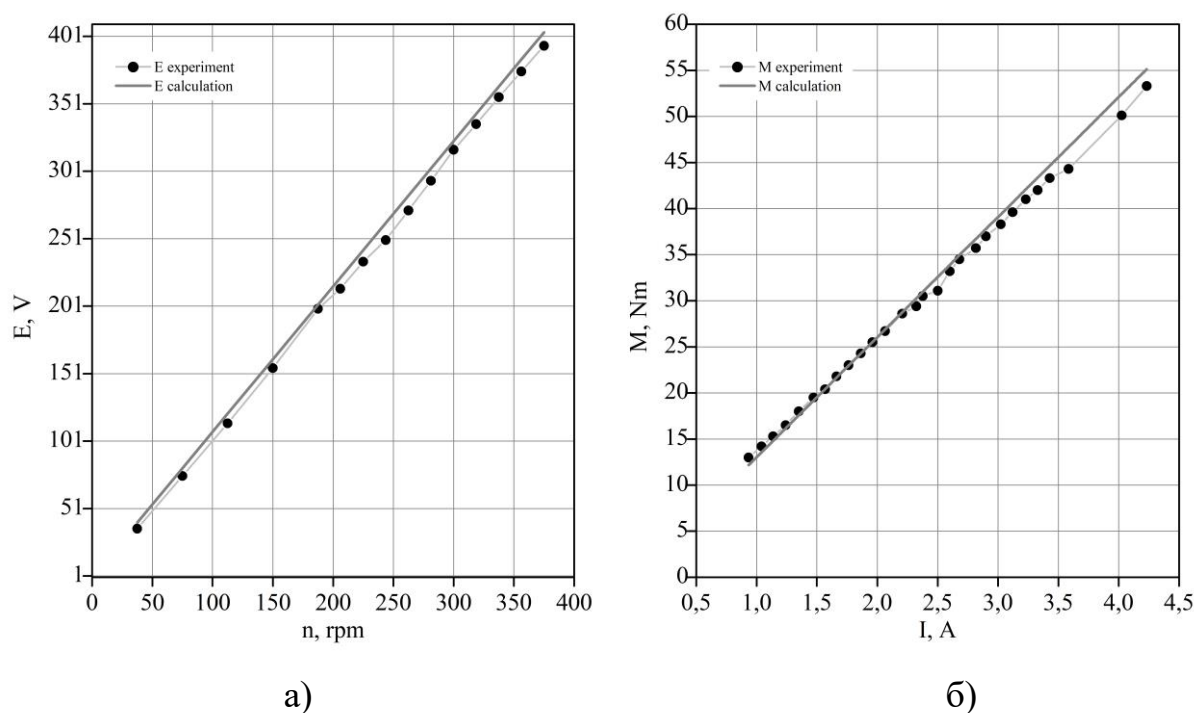


Рис.15. Характеристика холостого хода (а) и электромеханическая характеристика (б)

Для определения противо-ЭДС генератора вычислялся магнитный поток через катушки, после чего с использованием численного дифференцирования определялось значение ЭДС. На рис.15.а показано действующее значение линейного напряжения генератора.

На рис.16 показаны осциллограммы ЭДС генератора на скорости 180 об/мин, полученные при помощи 4-х канального цифрового осциллографа.

На рис.17 приведена зависимость ЭДС генератора от времени, полученная расчётным путём.

Форма кривой ЭДС объясняется тем, что между постоянными магнитами на роторе достаточно большие зазоры (см.рис.10). Такая геометрия магнитов не является оптимальной. В данном случае магниты выбирались исключительно из соображений экономии средств на экспериментальную модель. Однако в дальнейшем в эти зазоры, возможно, будут помещены межполюсные магниты.

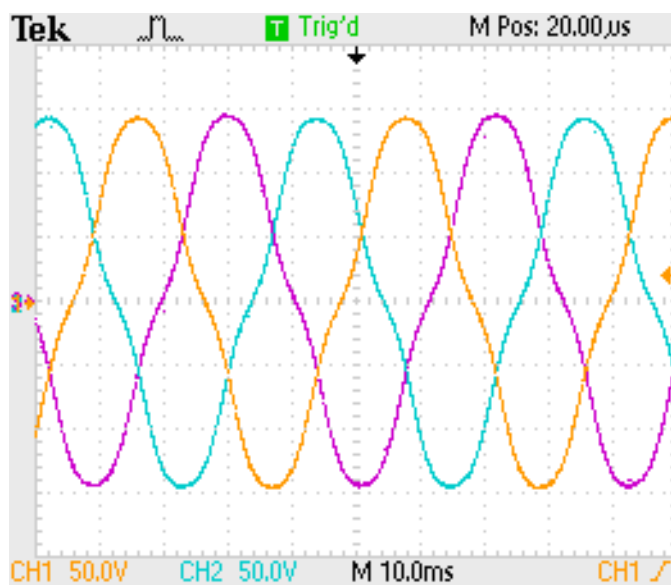


Рис.16. Осциллограммы ЭДС генератора

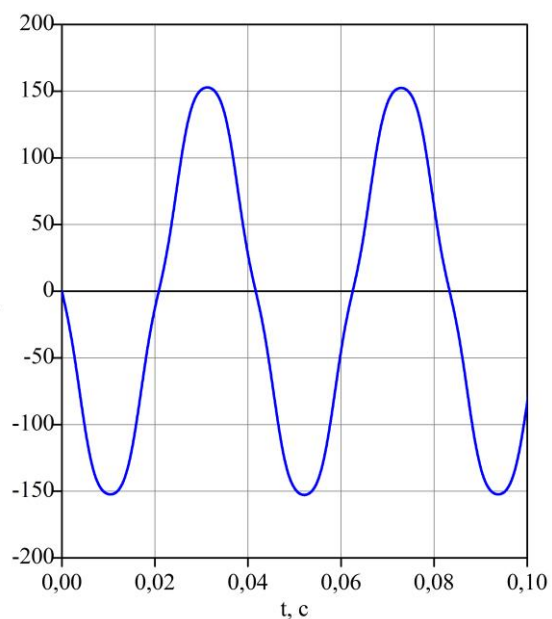


Рис.17. Зависимость ЭДС от времени (расчёт)

При помощи миллитесламетра было измерено магнитное поле в немагнитном зазоре электрической машины осевого потока (рис.18).

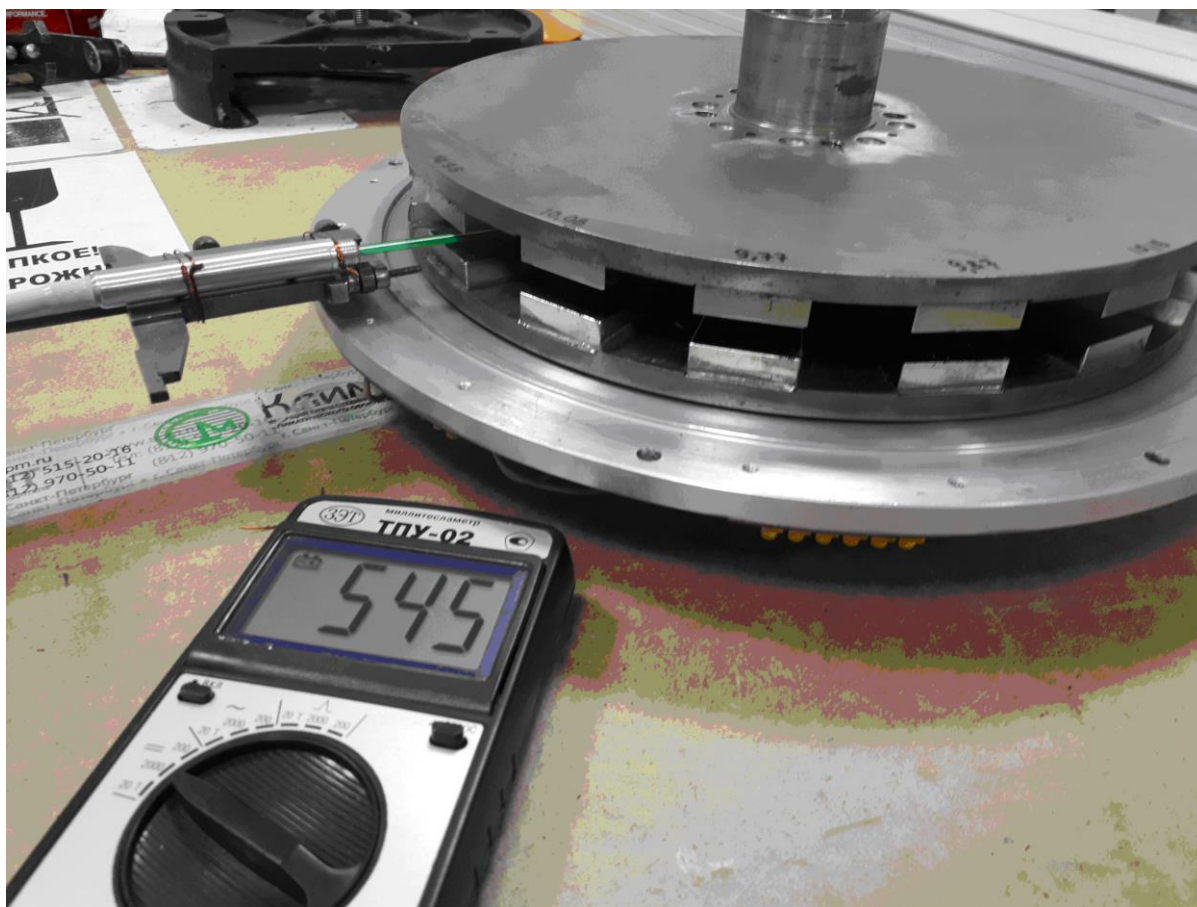


Рис.18. Измерение магнитного поля в немагнитном зазоре

На рис.19. показаны графики поля, построенные для точек, взятых в центре зазора над центральной линией магнита в радиальном направлении. Здесь сплошная линия — индукция, полученная расчётным путём, точками показаны значения индукции, измеренные прибором.

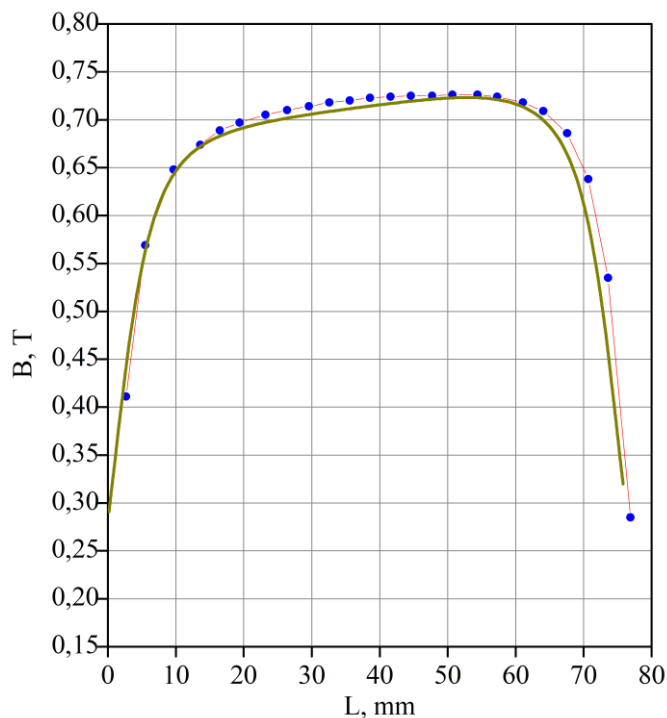


Рис.19. Распределение магнитного поля в зазоре машины

Из приведённых данных видно, что предложенная вычислительная модель (6) весьма адекватно описывает распределение трёхмерного магнитного поля, создаваемого магнитной системой машины осевого потока. Интегральные характеристики, такие как действующее значение ЭДС или среднее значение вращающего момента (рис.15) отличаются от экспериментально измеренных не более чем на 3,1%.

С использованием данной математической модели спроектирована новая конструкция машины осевого потока, особенностью которой является неравномерный вдоль радиуса немагнитный зазор (рис.20). Такое решение позволяет обеспечить максимально плотное заполнение статора медью, а также, существенно (на 25%) увеличить магнитный поток в зазоре электрической машины.

На рис.20 показаны схематические изображения машины осевого потока традиционного исполнения (слева) и предложенной конструкции (справа).

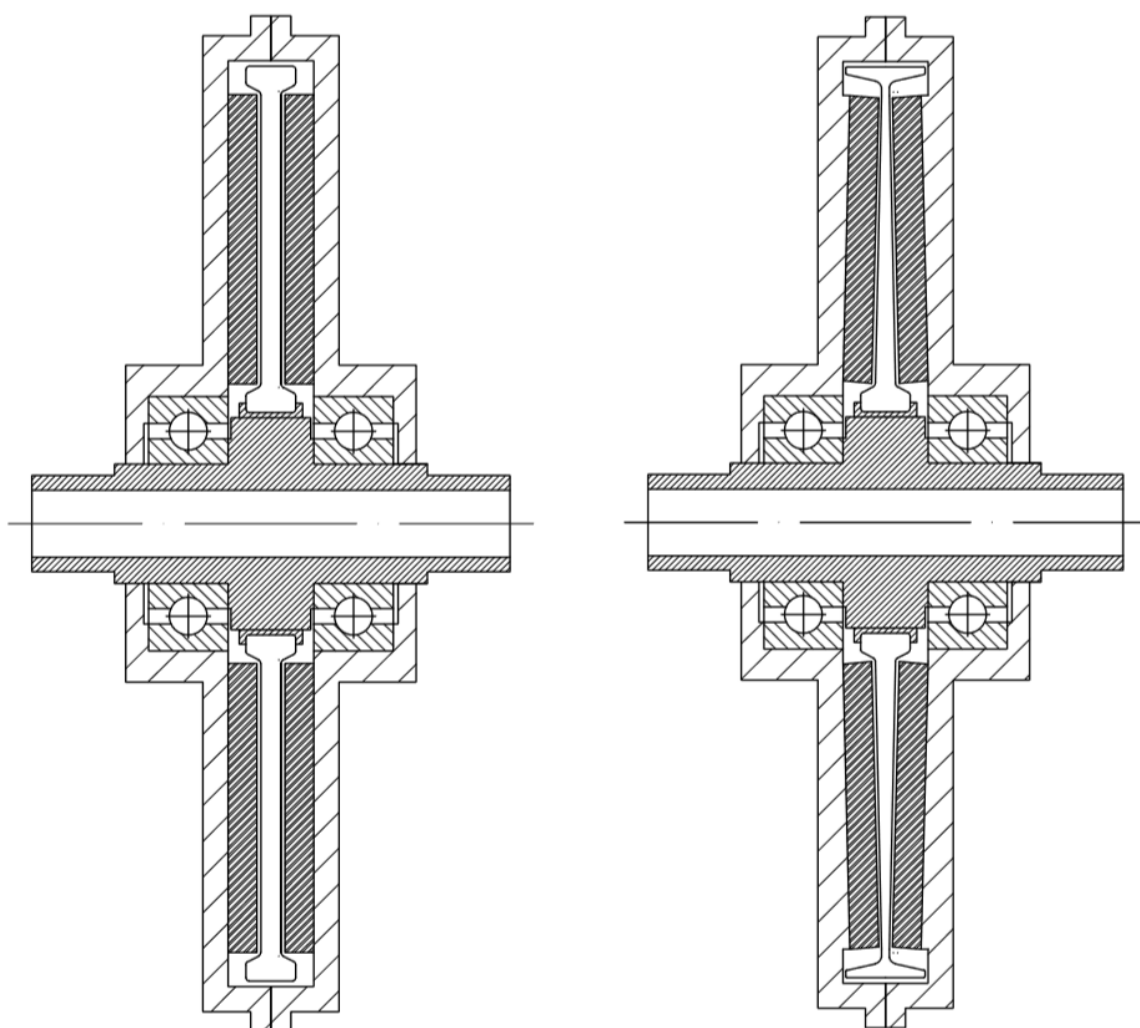


Рис.20. Оптимизация конструкции машины осевого потока

По предложенной конструкции машины осевого потока в настоящее время готовится заявка на полезную модель.

Предложенная конструкция машины осевого потока может быть использована в электротранспорте, в качестве тягового двигателя, встроенного в колесо транспортного средства, или в качестве стартер-генератора для систем гибридного энергоснабжения беспилотных летательных аппаратов.

С использованием численной модели (6) для предложенной конструкции машины осевого потока был спроектирован (но пока не изготовлен) тяговый двигатель для привода мотор-колеса электросамоката. Особенностью предложенного двигателя является его работа на более низком напряжении и, в тоже время, на более высоком токе, поскольку импеданс обмотки такого двигателя на порядок ниже двигателя традиционной конструкции. В таблице 1 приведены сравнительные характеристики двигателя традиционной конструкции от электросамоката Halten RS-03 и двигателя предложенной конструкции.

Таблица 1. Сравнение характеристик двигателей

Параметр	HALTEN RS-03	Предлагаемая модель
Номинальная мощность, Вт	1200	525 (в пике до 1575Вт)
Напряжение АКБ, В	60	14,4
Ёмкость АКБ, Ач	24	67
Вращающий момент, Нм	8 / 11,5	5 (∞) / 14,5 (до 5 сек)
Номинальная скорость, об/мин	1000	1000 (5000 у двигателя)
Число полюсов	30	8
Импеданс на номинальной частоте, мОм	550	55
Фазное сопротивление, мОм	65	18
Индуктивность, мкГн	350	25
Масса постоянных магнитов, г	335	335
Масса медной обмотки, г	400	150
Масса статора, г	1750	300

Электрическая машина предложенной конструкции имеет существенно более высокую номинальную скорость, но меньший продолжительный вращающий момент. Поэтому такой двигатель предлагается эксплуатировать в комбинации с планетарным редуктором (коэффициент редукции 1:5). Значения моментов, указанные в таблице 1, относятся к выходному моменту редуктора. Ожидается, что коэффициент полезного двигателя редукторного привода на основе предложенной электрической машины не будет ниже 82%, что не хуже привода мотор-колеса стандартной конструкции. По остальным

параметрам ожидается существенное преимущество (масса, продолжительность хода и др.).

3. Выводы

В проекте предложены оригинальные математические модели, позволяющие учитывать трёхмерность распределения магнитного поля, вихревые токи в проводниках, содержащих микроскопические дефекты. По материалам проекта опубликовано 5 научных работ (в том числе 2 в рецензируемых изданиях, входящих в б.д. Scopus и Web of Science), одна публикация находится на стадии рецензирования, подготовлена заявка на полезную модель.

В дальнейшем планируется объединить численные модели (1)—(3) и (6) для решения задач на вихревые токи с учётом ферромагнитных проводников, находящихся во взаимном перемещении в пространстве.

Разработанные автором численные модели, и их программная реализация, прошли стадию верификацию на экспериментальных моделях. С применением данных моделей спроектированы новые устройства, которые в ближайшее время планируется также изготовить.

Список использованных источников

1. Zhiltsov, A., The calculation of the magnetic field in the working area of the linear motor with permanent magnets / A. Zhiltsov, D. Sorokin. // 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE) — 2015 — 252—254pp.

2. Ramm, A.G. Application of the asymptotic solution to EM field scattering problem for creation of media with prescribed permeability / A.G. Ramm, M.I. Andriychuk // Journal of Applied Mathematics and Computing. — 2014. — 45(1-2), 461—485pp.

3. Тамм И.Е. Основы теории электричества: Учеб. Пособие для вузов — 11-е изд., испр. и доп. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 203. — 616 с.

4. Ishibashi K. Improvement of Unified Bondary Integral Ewuation Method in Magnetostatic Shielding Analysis / K. Ishibashi, T. Yoshioka, S. Wakao, Y. Takahashi // IEEE Transaction on Magnetics. — Col.50,No.2. — 2014.

5. Prise, G.P. Design and Testing of a Permanent Magnet Axial Flux Wind Power Generator / G.P. Price, T.D. Batzel, M. Comanescu, B.A. Muller // Proceeding of the 2008 IAJC-IJME International Conference (November 17—19, 2008; Music City Sheraton, Nashville, TN, USA). — 2008. — 15 p.

6. Chan, T.F. An Axial-Flux Permanent-Magnet Synchronous Generator for a Direct-Coupled Wind-Turbine System/ T.F. Chan, L.L. Lai // IEEE Transaction on Energy Conversion. — 2007. — Volume 22. — pp. 86—94.

7. Bastiaens, K. Design of an Axial-Flax Permanent Magnet Machine for an In-Wheel Direct Drive Application / K. Bastiaens, J.W. Jansen, S. Jumayev, E.A. Lomonova // 2017 IEEE International Electric Machines and Drive Conference (IEMDC, May 2017) — 6 p.

8. Friedrich, L.A.J. Design of an Axial-Flux Permanent Magnet Machine for a Solar-Powered Electric Vehicle / L.A.J. Friedrich, K. Bastiaens, B.L.J. Gysen, D.C.J. Krop, E.A. lomonova // 2018 Thirteen International Conference on Ecological Vechicles and Renewable Energiens (EVER) (Monte-Carlo, Monaco, 10—12 April 2018). — 6 p.

9. Parviainen, A. Modeling of Axial Flux Permanent-Magnet Machines / A. Parviainen, M. Niemela, J. Pyrhonen // IEEE Transactions on Industry Applications. — 2014. — 8 p.