

2024 Fire Cup Tutorial



HBUE ACM集训队 IT命题组

题目难度划分

- **Easy:** A C D E F H
- **Medium:** B I J
- **Hard:** G

A Fire Cup

题意

打印“我心中的的一团火不会熄灭”

A Fire Cup

题解

略

B 只想做题的小奥

题意

给出个数，从中选取段长度为的不相交的子数列，问如何选择能使得覆盖的数之和最大。

B 只想做题的小奥

题解

由于需要选择连续子数组，故不能排序，注意到区间存在最优子结构和重叠子问题，本题应当考虑动态规划解法

B 只想做题的小奥

题解

动态规划。区间中选择了个子数组，最大和为考虑最后一个区间，注意到其只存在两种情况

二者取最大即为状态转移方程，输出即可

C 让子弹飞一会

题意

个人，第个人有个金币，若，则拿走他的所有金币，若，则给他一枚金币（如果手中还有金币的话），最开始金币数为0，问给了多少人金币

C 让子弹飞一会

题解

按照题意模拟即可

D 加和乘

题意

有一个无穷集合，初始集合内有整数，给定整数和。
集合内部元素有如下定义：
若存在于集合中，则存在于集合中，也存在于集合当中。
问整数是否存在于集合中。

D 加和乘

题解

：正整数在集合中，当且仅当（为非负整数）

证明：

由在集合中，可知

在集合中

在集合中

命题得证

D 加和乘

题解

数学。由定理1，给定只需枚举即可

枚举思路：

时：判断 即可

时：判断 即可

E 没有你，对我很重要

题意

给定一个数组，将其中最太的数加上一个最小的，使得这个数组中严格大于一半的数都严格小于数组新的平均数的一半

E 没有你，对我很重要

题解

模拟。注意到只有当时，输出
可以将数组升序排序，这样严格大于一半的位置就是
由题意不等式成立
化简得：
因为为非负整数，故

F 四字大神的数组

题意

对数组执行2步操作：

1. 将数组元素任意排列，也可以不排列。
2. 选择一段区间，对区间中的每个数取相反数，也可以不取。

求操作后数组的最大和

F 四字大神的数组

题解

模拟。显然我们可以将所有负数集中在一个连续区间内，然后对这个区间中的每一个数取相反数，即可获得最大和。

形式上，结果为

G 这里有少佐的眼睛，和少佐的眼睛，是一样的颜色

题意

给于时
定访问
无权都
向,会若
图但变不
是成可
和有边达
点个权输
各点的出
有有一
一马半;
一个走
人走到
相到两
向有人
面马在
行的任
点意
每之位
条后置
边的相
遇花
费条花
的边费
的时间
费最
短的

G 这里有少佐的眼睛，和少佐的眼睛，是一样的颜色

题解

最短路径。先不考虑骑马，思路显然是分别以和为源点运行算法，然后枚举相遇点找最早时间即可。
考虑骑马，只需要额外维护不时骑马与骑马的最短距离，以及在松弛一个虚拟节点的时候，考虑只考虑现存的骑马是骑马最短距离，并可使用优先队列维护最短路径。

H 风起地的橡树

题意

一颗橡树第一年有片叶子，第 n 年长出片叶子，每片叶子的寿命为 n 年，即第 n 年长出的叶子会在第 n 年和第 $n+1$ 年之间持续。问第 n 年的叶子数是否为偶数。

H 风起地的橡树

题解

数学。注意到与奇偶性相同，因为奇数相乘结果还是奇数，偶数相乘结果还是偶数。由题意，只需考虑将第 n 年长出的叶子数，因此只需考虑将第 n 年长出的叶子数求和。形似上，判断的奇偶性即可

I 阿帽你又在偷懒哦

题意

给定未填的数独，输出填好的数独

I 阿帽你又在偷懒哦

题解

dfs。本题的数据非常宽松, 阶乘级的算法也能通过一个较为优化的实现是使用数组存储行、列和宫占用形式上

1. 当且仅当第行已存在数字 ()
 2. 当且仅当第列已存在数字 ()
 3. 当且仅当第行第列的宫已存在数字 ()
- 在递归的每一层枚举到所有数字即可

I 阿帽你又在偷懒哦

题解

感兴趣的同学们可以了解一下更快的算法，比如上述算法在解以下两个数独时会超时

```
4 0 0 0 0 0 8 0 59 0 0 8 0 0 0 0 0
0 3 0 0 0 0 0 0 00 0 0 0 0 0 5 0 0
0 0 0 7 0 0 0 0 00 0 0 0 0 0 0 0 0
0 2 0 0 0 0 0 6 00 2 0 0 1 0 0 0 3
0 0 0 0 8 0 4 0 00 1 0 0 0 0 0 6 0
0 0 0 0 1 0 0 0 00 0 0 4 0 0 0 7 0
0 0 0 6 0 3 0 7 07 0 8 6 0 0 0 0 0
5 0 0 2 0 0 0 0 00 0 0 0 3 0 1 0 0
1 0 4 0 0 0 0 0 04 0 0 0 0 0 2 0 0
```

对于前者可以使用二进制状压优化，对于后者可以使用 Dancing Link 算法求解，参考代码中会给出。

J 兄弟与朋友

题意

给定 k 个区间，你要选取一个长度为 d 的区间，分别输出与这个区间相交区间最多和最少的情况的区间起点

J 兄弟与朋友

题解

前缀和、后缀和。正难则反，考虑与区间不相交的区间数量，不相交数量最大即为最少重叠，反之则为最大重叠。

区间与区间不相交当且仅当或

一个可行的实现是使用维护第天的左端点个数，维护第天的右端点个数。

注意到后缀和为大于区间的右端点的左端点个数，也即从天的到最右一个数，也即从第天的右端点有多少个

J 兄弟与朋友

题解

于是□区间不相交区间数量为：

也即：

寻找分别使最大与最小的下标即可

J 兄弟与朋友

题解

值得注意的是正着求也是可以，需要使用线段树维护每一个位置开始会覆盖到多少个位置即可
值得注意的是正着求也是可以，需要使用线段树维护每一个位置开始会覆盖到多少个位置即可