

第十六届蓝桥杯大赛软件赛决赛

C/C++ 大学 B 组

【选手须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0。

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A：新型锁

本题总分：5 分

【问题描述】

密码学家小蓝受邀参加国际密码学研讨会，为此他设计了一种新型锁，巧妙地融合了数学的严谨性与密码学的安全性。这把锁包含 2025 个连续的数字格，每个格子需填入一个正整数，从而形成一个长度为 2025 的序列 $\{a_1, a_2, \dots, a_{2025}\}$ ，其中 a_i 表示第 i 个格子上的数字。

要想解锁，该序列需满足以下条件：任意两个相邻格子中的数字，其最小公倍数（LCM）均为 2025。即对于所有的 i ($1 \leq i \leq 2024$)，需满足：

$$\text{LCM}(a_i, a_{i+1}) = 2025$$

现在，请你计算有多少个不同的序列能够解开这把锁。由于答案可能很大，你只需输出其对 $10^9 + 7$ 取余后的结果即可。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 互质藏卡

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝整理着阁楼上的旧物，偶然发现了一个落满灰尘的卡片箱。打开箱子，里面整齐地摆放着 17600 张卡片，每张卡片上都写有一个数字，恰好包含了从 1 到 17600 的所有正整数。

儿时的他热衷于收集各种卡牌，数量之多令人咋舌。如今，再次翻阅这些尘封的记忆，小蓝不禁感慨万千。他想起收藏家前辈的箴言：“收藏的魅力在于精粹，而非数量”。于是，他决定从这些卡牌中选取 2025 张，组成一套“互质藏卡”。

“互质藏卡”的特点在于：任意两张卡片上的数字之间互质，即它们的最大公约数恒为 1。现在，请你帮小蓝计算，共有多少种不同的选取方案，使得选出的 2025 张卡片满足“互质藏卡”的条件。由于答案可能很大，你只需给出其对 $10^9 + 7$ 取余后的结果即可。

注意：两个选取方案被认为是不同的，当且仅当它们所包含的数字集合不完全相同。即，若存在至少一个数字出现在其中一个集合但不出现在另一个集合中，则这两个方案被视为不同。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 数字轮盘

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

“数字轮盘”是一款益智游戏，基于一个带有指针的圆形轮盘展开。轮盘边缘按顺时针刻有数字 1 至 N ，初始时指针指向 1。

游戏分为两阶段：旋转轮盘和恢复轮盘。

第一阶段，将轮盘顺时针旋转 K 次。每次旋转，数字依次后移一位，指针指向的数字随之改变。例如，对于 $N = 4$ 的轮盘，初始状态为 1, 2, 3, 4（指针指向 1），旋转一次变为 4, 1, 2, 3（指针指向 4），再旋转一次变为 3, 4, 1, 2（指针指向 3），依此类推。

第二阶段，小蓝需通过操作恢复初始状态，每次操作包含以下两步：

- 第一步：翻转以指针为起点、顺时针方向的前 $N - 1$ 个数字的顺序。
- 第二步：翻转除指针外的 $N - 1$ 个数字的顺序。

例如，对 $N = 4$ ，状态为 4, 1, 2, 3（指针指向 4）进行一次操作：

- 第一步：翻转 4, 1, 2，变为 2, 1, 4, 3（指针指向 2）。
- 第二步：翻转 1, 4, 3，变为 2, 3, 4, 1（指针指向 2）。

现在，给定轮盘的数字个数 N 和旋转次数 K ，请计算小蓝最少需要几次操作才能恢复初始状态。如果无法恢复初始状态，则输出 -1。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 T ，表示测试用例的数量。

接下来 T 行，每行包含两个整数 N 和 K ，分别表示轮盘上的数字个数和旋转次数。

【输出格式】

输出共 T 行，每行包含一个整数，表示最少需要的操作次数。如果无法恢复初始状态，则输出 -1 。

【样例输入】

```
2
3 2
4 1
```

【样例输出】

```
2
-1
```

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10^2$ ， $2 \leq N \leq 500$ ， $0 \leq K \leq 500$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10^5$ ， $2 \leq N \leq 10^9$ ， $0 \leq K \leq 10^9$ 。

试题 D: 斐波那契字符串

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

斐波那契字符串 S 是由“0”和“1”所组成的字符串，其生成规则如下：

- $S_1 = 0$ 。
- $S_2 = 1$ 。
- 对于任意正整数 n ($n \geq 3$)， $S_n = S_{n-2} + S_{n-1}$ (“+”表示字符串拼接)。

例如： $S_3 = 01$ 、 $S_4 = 101$ 、 $S_5 = 01101$ 。

在斐波那契字符串 S 中，定义逆序对为满足以下条件的整数对 (i, j) ：

- $1 \leq i < j \leq |S|$ (其中 $|S|$ 表示 S 的长度)。
- $S[i] = 1$ (第 i 个字符为“1”) 并且 $S[j] = 0$ (第 j 个字符为“0”)。

现在，给定一个正整数 N ，请你计算出 S_N 中所有逆序对 (i, j) 的总数。由于结果可能很大，请输出其对 $10^9 + 7$ 取余后的值。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 T ，表示测试用例的数量。

接下来的 T 行，每行包含一个整数 N ，表示要计算的斐波那契字符串的序号。

【输出格式】

对于每个测试用例，输出一行，包含一个整数，表示 S_N 中所有逆序对的总数对 $10^9 + 7$ 取余后的结果。

【样例输入】

2
3
5

【样例输出】

0
2

【样例说明】

对于 $N = 3$, $S_3 = 01$, 逆序对总数为 0。

对于 $N = 5$, $S_5 = 01101$, 逆序对为 $(2, 4)$ 、 $(3, 4)$, 总数为 2。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $1 \leq T \leq 20$, $3 \leq N \leq 35$ 。

对于 100% 的评测用例, $1 \leq T \leq 10^5$, $3 \leq N \leq 10^5$ 。

试题 E: 项链排列

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝有 A 颗蓝珠（用字符 ‘L’ 表示）和 B 颗桥珠（用字符 ‘Q’ 表示），他打算用这些珠子串成一条项链。他认为项链的美感主要体现在其视觉“变化”上：当项链中任意两个相邻的珠子种类不同时，就记为产生了一次“变化”。

为了系统地研究不同排列的美感，小蓝将每一种项链的排列方式表示为一个长度为 $A + B$ 的字符串。这个字符串由 A 个字符 ‘L’ 和 B 个字符 ‘Q’ 组成。相应地，一条项链的“变化次数”即为这个字符串中，所有相邻且不相同的字符对的数目。

例如，如果项链的排列是 “LLQLQ”，那么：

- 第 1 个 ‘L’ 和第 2 个 ‘L’ 相同，无变化。
- 第 2 个 ‘L’ 和第 3 个 ‘Q’ 不同，产生了 1 次变化。
- 第 3 个 ‘Q’ 和第 4 个 ‘L’ 不同，产生了 1 次变化。
- 第 4 个 ‘L’ 和第 5 个 ‘Q’ 不同，产生了 1 次变化。

排列 “LLQLQ” 的总“变化次数”为 3。

现在，小蓝希望找到一种项链排列，使其总“变化次数”恰好为 C 。对此，请你帮他在所有满足这一条件的排列中，找出字典序最小的那一个。如果不存在任何满足条件的排列方式，则输出 -1。

【输入格式】

输入仅一行，包含三个整数 A ， B 和 C ，分别表示蓝珠数量、桥珠数量和目标变化次数。

【输出格式】

输出一个长度为 $A + B$ 的字符串，表示字典序最小的满足条件的排列。如果不存在这样的排列，则输出 -1 。

【样例输入 1】

2 2 2

【样例输出 1】

LQQL

【样例输入 2】

2 2 3

【样例输出 2】

LQLQ

【样例输入 3】

2 2 4

【样例输出 3】

-1

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $0 \leq A, B, C \leq 100$ ， $1 \leq A + B \leq 200$ 。

对于 100% 的评测用例， $0 \leq A, B, C \leq 10^6$ ， $1 \leq A + B \leq 2 \times 10^6$ 。

试题 F：蓝桥星数字

时间限制：1.0s 内存限制：256.0MB 本题总分：15 分

【问题描述】

地球上，我们习惯用十进制数字来记录万物，从个位、十位，逐级向上构成了我们熟悉的自然数体系。

然而，在遥远的蓝桥星，数字的排列和解读方式却与我们截然不同。蓝桥星人并不单纯地以数值大小来衡量一个数字，他们更注重数字内部蕴含的“节奏感”。因此，对他们而言，任何一个有效的数字，其从左到右每一位上的数字奇偶性都必须是交替出现的。

例如，对于 10 这个数字，其十位是奇数 1，个位是偶数 0，呈现奇偶交替，因此 10 是个有效的数字。而对于 13 这个数字，其十位是奇数 1，个位也是奇数 3，不符合奇偶交替的条件，因此 13 不是个有效的数字。

根据这个规则，蓝桥星的数字序列从 10 开始，依次为 10, 12, 14, 16, 18, 21, 23, 25, 27, 29, 30, ...。

只不过，随着文明的发展，蓝桥星人需要一种方法，来快速找到第 N 个符合这种奇偶交替规则的数字，以满足其日益增长的数字处理需求。现在，请你帮助蓝桥星人，编写程序找出并输出第 N 个符合奇偶交替规则的数字。

【输入格式】

输入包含一个正整数 N ，表示需要查找第 N 个符合规则的数字。

【输出格式】

输出一个整数，表示第 N 个符合奇偶交替规则的数字。

【样例输入 1】

1

【样例输出 1】

10

【样例输入 2】

11

【样例输出 2】

30

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10^5$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10^{12}$ 。

试题 G: 翻倍

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

给定 n 个正整数 A_1, A_2, \dots, A_n , 每次操作可以选择任意一个数翻倍。

请输出让序列单调不下降, 也就是每个数都不小于上一个数, 最少需要操作多少次?

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

第二行包含 n 个正整数 A_1, A_2, \dots, A_n 。

【输出格式】

输出一个整数表示需要的最小操作次数。

【样例输入】

```
6
4 3 2 1 7 9
```

【样例输出】

```
8
```

【样例说明】

可以将序列变为: 4,6,8,8,14,18, 总计需要 $0 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1 = 8$ 次操作。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $n \leq 10, A_i \leq 100$ 。

第十六届蓝桥杯大赛软件赛决赛 C/C++ 大学 B 组

对于 50% 的评测用例, $n \leq 5000, A_i < 2^{32}$, 保证存在操作可以在所有 A_i 小于 2^{32} 的情况下满足题目要求。

对于 100% 的评测用例, $1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq A_i < 2^{32}$ 。

试题 H: 近似回文字符串

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝，一位昔日的编程大神，如今却因找不到工作，转行成了飞天大盗。近日，他正筹划着盗取蓝桥王国的至宝——水晶项链。

水晶项链被珍藏在一个固若金汤的保险库中，要想开启保险库，就必须破解保险库的密码。利用编程技能，小蓝截获情报，得知这个密码是一个长度为 N ，且仅由小写英文字母构成的“近似回文字符串”。

一个字符串 S 被称为“近似回文字符串”需满足以下条件：

1. S 本身不是回文串。
2. 从 S 中删除一个字符后，剩下的字符串是回文串。

例如，当 $S = \text{abbac}$ 时， S 不是回文，但删除最后一个字符 c 后得到的 abba 是回文，所以 S 是“近似回文字符串”。

现在，请你帮助小蓝计算长度为 N 的“近似回文字符串”的数量，为转行做飞天大盗的小蓝提供助力。由于答案可能很大，你只需给出其对 $10^9 + 7$ 取余后的结果即可。

【输入格式】

输入一行，包含一个整数 N ，表示密码字符串的长度。

【输出格式】

输出一个整数，表示长度为 N 的“近似回文字符串”的数量对 $10^9 + 7$ 取余后的结果。

【样例输入】

2

【样例输出】

650

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $2 \leq N \leq 6$ 。

对于 100% 的评测用例， $2 \leq N \leq 10^5$ 。

试题 I: 子串去重

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定一个字符串 S 以及若干组询问, 每个询问包含两个区间 (L_a, R_a) , (L_b, R_b) , 你需要判定 $S_{L_a}, S_{L_a+1}, \dots, S_{R_a}$ 与 $S_{L_b}, S_{L_b+1}, \dots, S_{R_b}$ 去重后有多少个位置上的字符是不同的。

这里的去重指的是每个子串对于每种字符, 只保留第一个出现的那个, 后续出现的直接丢弃。

例如 *aabcbac* 在选中区间 $(1, 5)$ 时, 得到子串 *aabcb*, 去重后为 *abc*, 选中区间 $(3, 6)$ 时得到 *bcba*, 去重后为 *bca*。

特别地, 两个长度不同的子串中, 较长串的多出的部分每个位置都视为不同。

【输入格式】

输入第一行包含一个字符串 S 。

第二行包含一个整数 m , 表示询问次数。

接下来 m 行, 每行包含四个整数, 表示一次询问。

【输出格式】

输出共 m 行, 每行一个整数对应每次询问的答案。

【样例输入】

```
aabcbabacdab
3
1 1 2 2
1 10 6 9
4 7 9 12
```


【样例输出】

0
1
2

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $|S| \leq 10$ ， $m = 1$ 。

对于 60% 的评测用例， $|S|, m \leq 5000$ 。

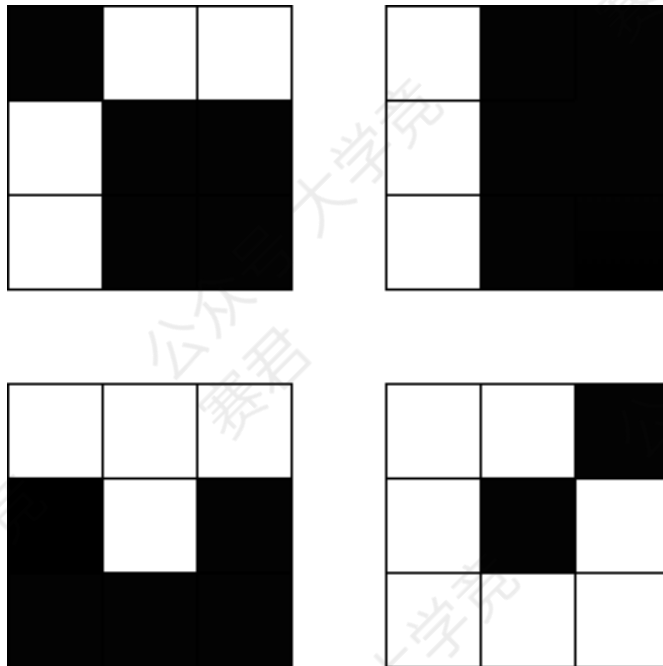
对于 100% 的评测用例， $1 \leq |S|, m \leq 10^5, 1 \leq L_a \leq R_a \leq |S|, 1 \leq L_b \leq R_b \leq |S|$ 。

试题 J: 涂格子

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝正在玩一个涂格子的游戏。他有一个大小为 $n \times m$ 的矩阵，他要给这个矩阵中的每个格子都涂上黑色或白色。小蓝希望最终涂完的格子像国际象棋棋盘一样整齐。具体来说，他希望每一个同色连通块都是矩形，且与上下左右四个异色的矩形相邻（如果存在的话）。下图中第一行的两个涂色方案是合法的，第二行的两个涂色方案是不合法的。



同时小蓝希望 k 个格子具有特定的颜色。其中第 i 个格子位置是 (x_i, y_i) ，具有特定的颜色 c_i 。你需要帮助他求出符合要求的合法涂色方案有多少种。因为方案数可能很大，请对 998244353 取模后输出。

【输入格式】

输入第一行包含三个正整数 n, m, k ，含义如问题描述所述。

接下来 k 行，每行三个正整数 x_i, y_i, c_i ，表示格子 (x_i, y_i) 必须被涂成颜色 c_i 。注意 x_i, y_i 可能重复出现。

【输出格式】

输出共一个整数，表示答案。

【样例输入 1】

```
2 2 4
1 1 0
1 2 0
2 1 0
2 2 1
```

【样例输出 1】

0

【样例输入 2】

```
3 3 2
1 1 0
2 2 1
```

【样例输出 2】

8

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $n \times m \leq 20$ 。

对于 50% 的评测用例， $n, m, k \leq 5000$ 。

另存在 30% 的评测用例， $c_i = 0$ 。

另存在 10% 的评测用例， $k = 0$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^9$ ， $1 \leq k \leq 3 \times 10^5$ ， $1 \leq x_i \leq n$ ， $1 \leq y_i \leq m$ ， $c_i \in \{0, 1\}$ 。