计算机算数

9.1十进制系统

9.2位数字系统

9.3二进制系统

9.4二进制与十进制之间的转换

整数

分数

9.5十六进制表示法

9.6 关键术语和习题

**学习目标**

学习本章后，你应该能够：

* 理解**位数系统**的基本概念和术语。
* 描述对整数和小数进行**二进制**和**十进制**转换的方法。
* 描述**十六进制表示法**的基本原理。

## 9.1十进制系统

在日常生活中，我们使用基于十进制数字（0，1，2，3，4，5，6，7，8，9）的系统来表示数字，我们将该系统称为十进制系统。想一想数字83意味着什么，它意味着八个十加上三：

83 =（8×10）+ 3

数字4728表示四个一千、七个一百、二个十，加上八：

4728 =（4×1000）+（7×100）+（2×10）+8

十进制以10的**基础（base）**或**基数（radix）**。十进制意味着数字的大小等于每一位的数字乘上10对应权值的幂次，如：

83 =（8×101）+（3×100）

4728 =（4×103）+（7×102）+（2×101）+（8×100）

同样的原理也适用于小数部分，但是使用的是10的负幂次。因此，小数分数0.256代表2/10加上5/10加上6/1000：

0.256 =（2×10）+（5×10）+（6×10）-1-2-3

具有整数部分和分数部分的数字被提升到10:

442.256 =（4×10）+（4±10）+（2×10）+（2×10）+（5×10）210-1-2

+ （6×10）-3

在任何数字中，最左边的数字被称为最高有效数字，因为它携带最高值。最右边的数字称为最低有效位。在前面的十进制数中，左边的4是最重要的数字，右边的6是最不重要的数字。

表9.1显示了每个数字位置与分配给该位置的值之间的关系。每个位置的权重是右边位置的值的10倍，左边位置的值的十分之一。因此，职位代表10的连续权力。如果我们如表9.1所示对位置进行编号，那么位置i被值10加权。我

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 343 3/19/15下午3:57

344章9号系统

表9.1十进制数的位置解释

4 7 2 2 5 6

100秒 10秒 1s 十分之一 百分之一百 千分之一

102 101 100 10-1 10-2 10-3

位置2 位置1 位置0 位置- 1 位置- 2 位置- 3

一般来说，X的十进制表示法 D D D D. D D -3 c6 , the

x的值为 A（D＊10）ii = 5C2 1 0 -1 -2

X= （9.1）

i

另一个观察是值得的。考虑数字509，并询问数字中有多少十个。因为10位置有一个0，所以你可能会说没有10。但实际上有50个十个。在十位中的0意味着没有剩下的十不能被归入几百、几千等等中。因此，因为每个位置仅保存不能集中到较高位置的剩余数字，所以每个数字位置需要不大于9的值。9是位置翻转到下一个较高位置之前可以保持的最大值。

9.2位数字系统

在位置数字系统中，每个数字由一串数字表示，其中每个数字位置i具有相关的权重r，其中r是数字系统的基或基。在具有基r的系统中，数的一般形式是我

（CA.AC）3一2一1一0-1一-2一-3R

其中任意数字a的值是范围0...6r中的整数。a a和ai之间的点称为基点。数字被定义为具有数值。我我0 -1

c+a+a+a+a+a+a+a+c+a+a+a+a+a+a+c3R32R21R10R0-1R-1-2r-2-3r-3

= a（a\*）我B我 （9.2）

我

那么，十进制是具有基数10和数字范围从0到9的位置数系统的特殊情况。

作为另一个位置系统的示例，考虑具有底座7的系统。表9.2显示了位置-1至4的加权值。在每个位置，数字值范围从0到6。

表9.2基数7的位置解释

位置 4 3 2 1 0 -1

指数形式的值 74 73 72 71 70 7-1

十进制值 2401 343 49 7 1 1/7

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 344 3/19/15下午3:57

9.4 /二进制和十进制345之间的转换

9.3二元体系

在小数系统中，10种不同的数字用来表示以10为基数的数字。在二进制系统中，我们只有两个数字，1和0。因此，二进制系统中的数字表示为基2。

为了避免混淆，我们有时会在数字上加一个下标来表示它的基数。例如，83和4728是用十进制符号表示的数字，或者更简单地说，是十进制数字。二进制符号中的数字1和0具有与十进制符号相同的含义：1010

02 = 010

12 = 110

为了表示更大的数字，如同十进制符号一样，二进制数字中的每个数字都有一个取决于其位置的值：

102 =（1\* 21）+（0\* 20)= 210

112 =（1\* 21）+（1\* 20）= 310

1002 =（1\* 22)+（0\* 21）+（0\* 20）= 410

等等。同样，分数值用基数的负幂来表示：

1001.101 ＝2＋2＋230-1

一般来说，Y值的二进制表示是

+ 2-3=9.625

5C610

Y=B2B1B0-1b-2b-3

Y= a（b＊2） 我 我 （9.3）

我

9.4二进制与十进制之间的转换

将数字从二进制符号转换为十进制符号很简单。事实上，我们在前一小节中展示了几个示例。只需要将每个二进制数字乘以2的适当幂并添加结果。

为了将小数转换为二进制，整数部分和分数部分分别进行汉化。

整数

对于整数部分，回想一下，在二进制符号中，表示为

bm - 1bm - 2 CB＝0或12B1B0B我

具有价值

（b＊2）+（b\* 2）+c+（b\* 2）+bM-1M-1M-2M-2110

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 345 3/19/15下午3:57

346章9号系统

假设需要将十进制整数N转换为二进制形式。如果我们在小数制中把N除以2，得到商N和余数R，我们可以写成10

n＝2×＋＝0或1 n1 R0R0

其次，我们将商n除以2。假设新的商是N，新的余数是R。121

n1 ＝2×＋＝0或1 n2 R1R1

以便

n= 2（2n+）+=（n\* 2）+（r\* 2）+2R1R02211R0

如果下一个

n2 = 2N+ 3 R2

我们有

n=（N\* 2）+（R\* 2）+（R\* 2）+332211R0

因为N 7 N 7 N c，所以继续这个序列最终将产生一个商N=1（除了十进制整数0和1，它们的二进制等价物分别是0和1）和一个余数R，即0或1。然后12M-1M-2

n=（1×2）+（R\* 2）+C+（R\* 2）+（R\* 2）+M-1M-2M-22211R0

这是N的二进制形式。因此，我们通过重复除以2将基10转换为基2。余数和最终商1，按照递增重要性的顺序，给出N的二进制数字。图9.1显示了两个例子。

分数

对于小数部分，回想一下，在二进制符号中，值介于0和1之间的数字表示为

0、B C＝0或1-1B-2B-3Bi

并具有价值

（b＊2）+（b＊2）+（b＊2）c这可以重写为-1-1-2-2-3-3

2-1 \*(b-1 + 2-1 \*（B-2 + 2-1 \*（B-3 + c））

这个表达暗示了一种转化的技术。假设我们想把数字F(06F 6 1 1)从十进制转换为二进制符号。我们知道F可以用形式来表达。

F= 2＊（B+ 2＊（B＋2＊（b+c）c））-1-1-1-2-1-3

如果我们乘f乘2，我们得到，

2 \*F= B+ 2 \*（B+ 2＊（B+C）C）-1-1-2-1-3

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 346 3/19 / 15下午3点57分

9.4 /二进制和十进制347之间的转换

商余数

11 = 5 1

2

5 = 2 1

2

2 = 1 0

2

1 = 0 1

2

10112= 1110

（a）1110

商余数

21 = 10 1

2

10 = 5 0

2

5 = 2 1

2

2 = 1 0

2

1 = 0 1

2

101012= 2110

（b）2110

图9.1十进制转换实例

整数的二进制记数法

从这个方程中，我们看到（2\*F）的整数部分，必须是0或1，因为06F 6 1是简单的b。-1-111

F1 = 2＊（B+ 2＊（B＋2＊（b+c）c）） -1 -2 -1 -3 -1 -4

为了找到B，我们重复这个过程。因此，转换算法包括重复乘以2.在每个步骤中，来自前一步骤的数字的分数部分乘以2。产品中小数点左边的数字是0或1，有助于二进制表示，从最高有效数字开始。在下一步中，乘积的分数部分用作乘数。图9.2显示了两个例子。-2

这个过程并不一定精确，也就是说，具有有限个数字的十进制小数可能需要具有无限个数字的二进制小数。在这种情况下，根据期望的精度，转换算法通常在预定数量的步骤之后停止。

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 347 3/19/15下午3:57

348章9号系统

产品 整数部分 0.1100112

0.81 \* 2＝1.62 1

0.62 \* 2＝1.24 1

\*

0.24 2＝0.48 0

0.48 \* 2＝0.96 0

0.96 \* 2＝1.92 1

0.5 \* 2＝1 1

0.92 \* 2＝1.84 1

（a） 0.8110= 0.1100112 （大约）

产品 整数部分 0.012

0.25 \* 2＝0.5 0

（b）0.25＝0.01（确切地说）102

图9.2十进制转换实例

分数的二进制记数法

9.5进制记数法

由于数字计算机部件固有的二进制特性，计算机内的所有形式的数据都由各种二进制代码表示。然而，无论二进制系统对于计算机多么方便，对于人类来说都非常繁琐。因此，大多数必须花时间处理计算机中实际原始数据的计算机专业人员更喜欢更紧凑的符号。

使用什么符号？一种可能性是十进制表示法。这当然比二进制符号更紧凑，但是由于在基数2和基数10之间进行转换的繁琐，这很尴尬。

取而代之的是一种称为十六进制的符号。二进制数字被分组成四位的集合，称为小数。给四个二进制数字的每个可能的组合一个符号，如下所示：

0000 = 0 0100 = 4 1000 = 8 1100 = C

0001 = 1 0101 = 5 1001 = 9 1101 = D

0010 = 2 0110 = 6 1010 = A 1110 = e

0011 = 3 0111 = 7 1011 ＝B 1111 = f

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 348 3/19/15下午3:57

9.5 /十六进制表示法349

因为使用了16个符号，所以记号称为十六进制，16个符号是十六进制数字。

十六进制数字序列可以认为是表示基数16中的整数（表9.3）。因此，

2C＝（2×16）+（C\* 16）16161160

=（2×16）+（12×16）＝44101100

因此，在具有基16的位置数系统中，将十六进制数视为数字，我们有

Z=（H＊16） 一我 我 （9.4）

我

其中16是基数，每个十六进制数字h在小数范围0...h 6 15中，相当于十六进制范围0...h...F。我我我

表9.3十进制、二进制和十六进制

十进制（基10） 二进制（基2） 十六进制（基16）

  0 0000 0

  1 0001 1

  2 0010 2

  3 0011 3

  4 0100 4

  5 0101 5

  6 0110 6

  7 0111 7

  8 1000 8

  9 1001 9

  10 1010 一

  11 1011 B

  12 1100 C

  13 1101 D

  14 1110 E

  15 1111 F

  16 0001 0000 10

  17 0001 0001 11

  18 0001 0010 12

  31 0001 1111 1f

100 0110 0100 64

255 1111 1111 FF

256 0001 0000 0000 100

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 349 3/19/15下午3:57

350章9号系统

十六进制符号不仅用于表示整数，而且用作表示任何二进制数字序列的简明符号，不管它们是表示文本、数字还是其他类型的数据。使用十六进制记数法的原因如下：

1. 它比二进制记号更紧凑。

2. 在大多数计算机中，二进制数据占据4位的一些倍数，因此占据单个十六进制数字的一些倍数。

3. 在二进制和十六进制符号之间进行转换是非常容易的。

作为最后一点的示例，考虑二进制字符串110111100001。这相当于

1101 1110 0001 = DE116

D E 1

这个过程执行得如此自然，以至于有经验的程序员可以在头脑中将二进制数据的视觉表示转换成十六进制等值，而无需编写工作。

9.6个关键术语和问题

关键术语

基础 十六进制的 小口咬

二元的 整数 位置数字系统

十进制的 最小有效位数 基数

分数 最高有效位 基点

问题

9.1 从1到20计算如下：10

A. 8 B.6 C. 5 D.3

9.2 将数字(1.1)、(1.4)和(1.5)从小到大排序。21016

9.3 执行所指示的基转换：

A. 548基地5 B. 3124基地7 C.5206基地7 D.122123基地9

9.4 关于将数字从一个基数转换为

该基座的功率；例如，从基座3到基座9（3）或从基座2到基座4（2）或基座8（2）？223

9.5 将下列二进制数转换为它们的十进制等效数：

a. 010101 b. 110011 C.100011 D. 101000 E.101100

9.6 将下列二进制数转换为它们的十进制等效数：

A. 001100.101 B.010010.111 C.0010111111.11

9.7 将下列十进制数转换为它们的二进制等效数：

A. 27 B. 81 C. 126 D.207 E. 333

9.8 将下列十进制数转换为它们的二进制等效数：

A. 36.25 B.72.75 C. 45.3750

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 350 3/19/15下午3:57

9.6、关键术语和问题351

9.9 证明具有终止二进制表示的每个实数（二进制点右边的有限个数字）也有终止十进制表示（小数点右边的有限个数字）。

9.10 用十六进制表示法表示下列八进制数（以8为基数的数）：

A.B.C.D.E.12 5655 2550276 76545336 3726755

9.11 将下列十六进制数转换为它们的十进制等效数：

A. AA B. 18D C. B9 d. 45℃ E. 巴德

9.12 将下列十六进制数转换为它们的十进制等效数：

A. C.8 B. A9. C. 939.3 D. 147.1 E. 坏的

9.13 将下列十进制数转换为它们的十六进制等效数：

a. 45 b. 72 C. 3204 D. 6666 E. 14,050

9.14 将下列十进制数转换为十六进制数：

A.B.C.D.204.125 255.875 631.25 10000.00390625

9.15 将下列十六进制数转换为它们的二进制等价物：

A.B.C.D.E.E1C A64 1F.C 239.4

9.16 将下列二进制数转换为它们的十六进制等价物：

A.B.C.1001.1111 110101.011001 10100111.111011

M09SARST5658Y10GEYC09IDED 351 3/19 / 15下午3点57分