Operatii cu matrice

1. Adunarea matricelor de acelasi tip

   Fie A si B $\in M_{m,n}$ (Q). Presupunem ca A = (a_{ij}), $1 \leq i \leq m$, $I \leq j \leq n$ si B = (b_{ij}), $1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq q$. Definim matricea C = (c_{ij}) $1 \leq i \leq m, I \leq j \leq n$ ale carei elementesunt date de egalitatile $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, oricare ar fi i =1,2, …, n si j = 1, 2, …, n. Matricea C se numeste suma dintre matricele A si B si se noteaza C = A + B.

2. Inmultirea cu scalari a matricelor

   Fie A = $(a_{ij})_{1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n}$ o matrice de tipul (m, n) si λ. Definim matricea B= $(b_{ij})_{1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n}$ de tipul (m,n) ale carei elemente sunt date de egalitatea $b_{ij} = \lambda a_{ij}$ (∀) i ∈ {1, 2, 3, .., m} si (∀) j ∈ {1, 2, 3, .., n}. Matricea B se numeste produsul dintre numarul λ (scalarul lui λ) si matricea A si se noteaza B = λA.

3. Inmultirea matricelor

   Fie A = $(a_{ij})_{1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n}$ o matrice de tipul (m, n) si B = $(b_{ij})_{1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq p}$ de tipul (m, p) ale carui elemente sunt date de egalitatile: $c_{ik} = a_{i1}b_{ik} + a_{i2}b_{2k} + \dots + a_{ip}b_{nk} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, b_{jk}$ (∀) I = 1,m si k = 1,p

4. Ridicarea la putere a matricelor

   Pentru a ridica o matrice patratica de ordinul 2 la o putere naturala n avem urmatoarele metode:

   Metoda I: Inmultirea matematica

   Se calculeaza A^2, A^3, A^4, … pana observam o regula sau mai multe de calculare a lui A^n. Aceasta regula (sau reguli) se demonstreaza prin inductie completa

   Metoda 2: cu ajutorul Binomului lui Newton

   In anumite cazuri matricea A ∈ M_2 (C) se poate scrie sub forma A = B + C, unde B, C∈ M_2 (C) cu proprietatea BC = CB si pentru care puterile se calculeaza usor. Pentru calculul lui A^n se afla apoi binomul lui Newton.

   $A^n = (B + C)^n = C_n^0 B^n + C_n^1 B^{n-1}C + C_n^2 B^{n-2}C^2 + \dots + C_n^n C^n$

   Metoda 3: cu ajutorul sirurilor

   Calculam A, A^2, A^3, … . Scriem $A^n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \\ z_n & t_n \end{pmatrix}$. Din relatia $A^{n+1} = A^n A$ se obtine relatia de recurenta pentru sirurile ce apar in matrice. Prin rezolvarea acestora aflam A^n.