Determinanti

Fie sistemul de doua ecuatii liniare cu doua necunoscute

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

Notam cu A matricea coeficientilor sistemului

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Rezolvand sistemul prin metoda reducerii, obtinem sistemul echivalent.

$$\begin{cases} (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2 \\ (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - b_1a_{21} \end{cases}$$

Daca a11a22 – a12a21 ≠ 0 se obtin solutiile

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}b_{22} - a_{12}a_{21}}$$

$$x_2 = \frac{b_2a_{11} - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Se observa ca numitorul acestor solutii este egal cu produsul elementelor de pe diagonal principal a matricei A, din care se scade produsul elementelor de pe diagonal secundara. Acest numar il notam ,,det A" si il numim determinantul matricei A.

Metode de calculare a determinantilor de ordin 3

1. Regula lui Sarus
- Se copiaza sub determinant primele doua linii in ordinea aparitiei lor
- Determinantul se obtine ca fiind diferenta dintre suma produselor elementelor de pe diagonala principala si diagonalele paralele cu ea respective suma produselor elementelor de pe diagonal secundara si produsele elementelor de pe diagonalele paralele cu aceasta diagonal inmultite cu coltul opus.
2. Regula triunghiului
- Se formeaza triunghiuri (inclusive degenerate) cu baza pe diagonal sau paralele cu ele si varful opus in determinant

Proprietatile determinantilor:

a) Determinantul unei matrice coincide cu determinantul matricei transpuse

   Adica daca A∈ M_n (C), atunci det A = det ${}^tA$

b) Daca toate elementele unei linii (sau coloane) dintr-o matrice sunt nule, atunci determinantul matricei este nul

c) Daca intr-o matrice schimbam doua linii (sau coloane) intre ele obtinem o matrice care are care are determinantul egal cu opusul determinantului matricei initiale
d) Daca o matrice are 2 linii (sau coloane) identice, atunci determinantul sau este nul
e) Daca toate elemtele unei linii (sau coloane) ale unei matrice sunt inmultite cu un nr a obtinem o matrice al carui determinant este egal cu determinantul matricei inmultite cu a.
f) Daca elementele de pe 2 linii (sau coloane) ale unei matrice sunt proportionale, atunci determinantul matricei este nul
g) Fie ca A = (a_{ij}), 1≤i≤m, I $\leq$ j $\leq n$, o matrice de ordinul n. Presupunem ca elementele liniei I, sunt de forma a_{ij} = $a'_{ij} + a^{n}_{ij}$, oricare ar fi j = 1, 2, 3, …, n. Daca A', respective A'', este matricea care se obtine din A' inlocuind elementele de pe linia I cu elementele a_{ij} (respective a^{n}_{ij}), j = 1, 2, 3, …, n atunci det A = det A' + det A''
h) Daca o linie (sau coloana) a unei matrice patratica este o combinatie liniara de celelalte linii (sau coloane), atunci determinantul matricei este 0
i) Daca la o linie (sau coloana) a matricei A adunam elementele altei linii (sau coloane) inmultite cu acelasi numar, atunci matricea astfel obtinuta are acelasi determinant ca si matricea A.