

1 Spatiul evenimentelor elementare (Sample Space)

$$\Omega = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \text{ (normalizare)}$$

Exemplul 1. Aruncarea a 2 zaruri:

$$\Omega = \{ (i, j) \mid i, j \in [1, 6] \}$$

$$p(i, j) = \frac{1}{36} \quad \forall (i, j) \in \Omega$$

Exemplul 2. Alegerea unui pivot aleator:

$$\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$p(i) = \frac{1}{n}$$

2 Eveniment (Event): $S \subseteq \Omega$

$$Pr(S) = \sum_{i \in S} p(i)$$

Exemplul 1. Aruncarea a 2 zaruri:

$$Pr(\textit{Suma celor 2 zaruri} = 7) = \frac{1}{6} (= 6 \frac{1}{36})$$

$$\{ (i, j) \mid i + j = 7 \} = \{ (1, 6), (2, 5), (3, 4), \dots, (6, 1) \}$$

Exemplul 2.

$$Pr(\textit{pivotul ales da split 25\% - 75\% sau mai bun}) = \frac{1}{2}$$

3 Variabila aleatoare (v.a.) (Random Variable (r.v.))

Fie o functie $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

Exemplul 1: suma celor 2 zaruri

Exemplul 2: dimensiunea unui sub-vector pentru 1 apel recursiv

4 Media unei variabile aleatoare X

(Expectation of a random variable X)

$$Fie\ E[X] := \sum_{i \in \Omega} X(i) \cdot p(i)$$

Exemplul 1.

$$E[\textit{suma celor 2 zaruri}] = 7$$

Exemplul 2.

$$E[\textit{dimensiunea sub - vectorului unui apel recursiv}] =$$

$$= 0, 1, \dots, i, \dots, n-1 : \textit{valori}$$

$$\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} : \textit{probabil}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} i = \frac{1}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n-1}{2}$$

5 Linearitatea mediei (Linearty of expectation)

Fie $X_1, \dots, X_n : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, variabile aleatoare (Nu trebuie sa fie independente)

$$E\left[\sum_{i=1}^n X_i\right] = \sum_{i=1}^n E[X_i]$$

Exemplul:

$X_1 = \text{valoarea zarului 1}$

$X_2 = \text{valoarea zarului 2}$

$$E[X_i] = \frac{1}{6} (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{7}{2}$$

$$E[\text{Suma}] = E[X_1 + X_2] = \frac{7}{2} + \frac{7}{2} = 7$$