



Econometría I

Taller 8. Modelos Ecuaciones simultáneas

Dr. Benjamín García-Páez
Esp. Humberto Acevedo
Ciudad Universitaria a 27 de mayo de 2021.

Introducción

“¿Qué es primero el huevo o la gallina?”

- El mundo real tiene efectos de retroalimentación (feedback effects) y de causalidad bidireccional que requiere de la aplicación de ecuaciones simultaneas.
- Un modelo uniecuacional típico esta dado por:

$$Y_x = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + U_t$$

Introducción

Un sistema de ecuaciones simultaneas es aquel en el que Y tiene efecto sobre al menos una de las X's además del efecto que las X's tienen sobre Y.

Estos modelos distinguen a las variables que son *determinadas simultáneamente*, Y's, denominándolas variables **endógenas**, de aquellas que no lo son llamadas variables **exógenas**, X's.

1.1

$$Y_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{2t} + \alpha_2 X_{1t} + \alpha_3 X_{2t} + U_{1t}$$

1.2

$$Y_{1t} = \beta_0 + \beta_1 Y_{1t} + \beta_2 X_{3t} + \beta_3 X_{2t} + U_{1t}$$

Introducción

Las ecuaciones (1.1) y (1.2) también suelen ser denominadas ecuaciones estructurales.

Las ecuaciones estructurales caracterizan a la teoría económica subyacente detrás de cada variable endógena expresándola en términos de variables **endógenas** y **exógenas**.

Las α 's y β 's son denominados **coeficientes estructurales**.

En ocasiones aparecen en los modelos de ecuaciones simultáneas variables endógenas retardadas.

A este tipo de variables se les denomina como **variables predeterminadas** y pueden ser consideradas como variables **exógenas**

Ejemplo. Ecuaciones FORMA ESTRUCTURAL

Sea

$$Q_{Dt} = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 X_{1t} + \alpha_3 X_{2t} + u_{Dt} \quad (1.3)$$

$$Q_{St} = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 X_{3t} + u_{St} \quad (1.4)$$

$$Q_{dt} = Q_{st} \quad (1.5)$$

donde

Q_D = cantidad demandada

Q_S = cantidad ofrecida

P = precio (propio)

X_1 = precio bien sustituto

X_2 = ingreso

X_3 = precio de un factor de producción

- En este caso, el precio y la cantidad se determinan simultáneamente, pero el precio (una de las variables endógenas), no se encuentra del lado izquierdo de las ecuaciones; es incorrecto asumir automáticamente que las variables endógenas son las que aparecen en el lado izquierdo.
- ¿Se puede estimar (1.3) y (1.4) aisladamente?
- **NO** las estimaciones serían sesgadas e inconsistentes (véase Gujarati y Porter, p. 681).
 - La estrategia de estimación debe ser otra.

Ecuaciones FORMA REDUCIDA

- **Ecuaciones en forma reducida:** es aquella que resulta de **expresar a las variables endógenas en función solo de variables exógenas y predeterminadas.**

$$Y_{1t} = \pi_0 + \pi_1 X_{1t} + \pi_2 X_{2t} + \pi_3 X_{3t} + v_{1t} \quad (1.6)$$

$$Y_{2t} = \pi_4 + \pi_5 X_{1t} + \pi_6 X_{2t} + \pi_7 X_{3t} + v_{2t} \quad (1.7)$$

- π 's son denominadas los coeficientes de forma reducida.
- Los coeficientes de forma reducida como π_1 y π_5 son conocidos como los ***multiplicadores de impacto*** ya que **miden el impacto de la variable endógena ante un cambio unitario en el valor de una variable predeterminada**, después de permitir los efectos de retroalimentación del sistema completo.

Ecuaciones FORMA REDUCIDA

- Existe al menos cuatro razones para utilizar a las ecuaciones de forma reducida:
 1. Las ecuaciones de forma reducida no tienen ninguna simultaneidad inherente, no violan el supuesto de $\text{Cov}(x, u) = 0$. Por lo tanto, pueden ser estimadas con MCO.
 2. Los coeficientes de forma reducida se pueden manipular matemáticamente para poder obtener los valores de los coeficientes estructurales. Es decir, las estimaciones de las ecuaciones (1.6) y (1.7) se pueden utilizar para solucionar a las ecuaciones originales.

Este método de cálculo de los estimadores de los coeficientes estructurales se llama mínimos cuadrados indirectos (**Indirect Least - Squares**).

3. La interpretación de los coeficientes de forma reducida pueden tener un significado económico y usos útiles por si mismos.

4. Juegan un papel importante en la técnica de estimación más empleada para modelos de ecuaciones simultaneas: **Mínimos cuadrados en dos etapas (two-stage least squares)**.

Problema de identificación

- La **identificación** es una **condición previa** para el uso del método de mínimos cuadrados en dos etapas (2SLS) a las ecuaciones en un modelo de ecuaciones simultáneas.
- Una ecuación estructural esta **identificada** si y solo si cuando un número suficiente de variables predeterminadas en el sistema es **igual o mayor** al número de **coeficientes- pendientes** de la ecuación a identificar (observe que una ecuación en un sistema de ecuaciones simultáneo puede estar identificada pero otra del mismo sistema no pudiera estarlo).

La condición de orden

- La condición de la orden es un **método sistemático para determinar** si una ecuación particular en un **sistema de ecuaciones** simultáneo tiene el **potencial para ser identificado**.
- Si una ecuación cumple con la condición de orden, es factible de ser identificada pero no se puede asegurar.
- Se dice entonces que la condición de orden es una condición necesaria pero no suficiente de la identificación.

¿Cual es la condición de orden?

La condición de orden

Para dar respuesta es indispensable reconocer a las variables en el sistema de ecuaciones.

- Las **variables endógenas** son las que se determinan dentro del sistema en el periodo actual.
- Las **variables exógenas** están determinadas fuera del sistema.
- La **variables predeterminadas** son variables exógenas más cualquier otra variable endógena retardada que pudiera estar en el modelo.

De esta manera, para cada ecuación en el sistema se necesita determinar:

1. El número de variables predeterminadas (exógenas más endógenas retardadas) en el modelo completo.
2. El número de coeficientes pendiente estimados en la ecuación en análisis.

La condición de orden

CONDICIÓN DE LA ORDEN: Una condición necesaria para que una ecuación sea identificada es que el número de variables predeterminadas (exógenas más endógenas retardadas) sea mayor o igual al número de coeficientes pendiente en la ecuación del interés.

**Número de variables predeterminadas \geq número de coeficientes-
(en el modelo) pendiente
(en la ecuación)**

Exacta identificación

Regresando al ejemplo del modelo de O-D:

$$Q_{Dt} = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 X_{1t} + \alpha_3 X_{2t} + u_{Dt} \quad (1.3)$$

$$Q_{St} = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 X_{3t} + u_{St} \quad (1.4)$$

$$Q_{dt} = Q_{st} \quad (1.5)$$

La ecuación 1.3 esta identificada por la condición de orden ya que:
el número de variables predeterminadas en el modelo (X_1 , X_2 , y X_3)
es = al número de coeficientes-pendiente en la ecuación (α_1 , α_2 y α_3).

Este resultado particular de igualdad implica que la ecuación 1.3 esta **exactamente identificada** por la condición de la orden.

Sobre identificación

$$Q_{Dt} = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 X_{1t} + \alpha_3 X_{2t} + u_{Dt} \quad (1.3)$$

$$Q_{St} = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 X_{3t} + u_{St} \quad (1.4)$$

$$Q_{dt} = Q_{st} \quad (1.5)$$

- Por su parte, la ecuación 1.4 también esta identificada por la condición de la orden ya todavía hay tres variables predeterminadas en el sistema (exógenas o endógenas rezagadas) pero hay solamente dos coeficientes-pendiente en la ecuación; este resultado condición implica que la ecuación 1.4 esta **sobre identificada**.

Otro ejemplo

- Sea el modelo macroeconómico dado por:

$$Y_t = CO_t + I_t + G_t + NX_t \quad (14.22)$$

$$CO_t = \beta_0 + \beta_1 YD_t + \beta_2 CO_{t-1} + e_{it} \quad (14.23)$$

$$YD_t = Y_t + T_t \quad (14.24)$$

$$I_t = \beta_3 + \beta_4 Y_t + \beta_5 r_{t-1} + e_{2t} \quad (14.25)$$

Identifique a cada ecuación

- Se observan cinco variables predeterminadas (exógenas más endógenas retardadas) en el modelo (G_t , NX_t , CO_{t-1} , T_t y r_{t-1}).
- La ecuación (14.23) tiene dos coeficientes pendiente (β_1 y β_2), así que esta ecuación está sobre identificada ($5 > 2$) y cumple con la condición de orden de identificación.
- Se puede verificar que la ecuación (14.25) también resulta sobre identificada. El método de 2SLS no requiere verificar las características de identificación de las identidades.

Ejemplo práctico

Se emplea base MROZ.dta

Sum

*aplicamos MCO

*Primera ecuación

reg lwage educ age kidslt6 nwifeinc

*LO GUARDAMOS

estimates store mco_e1

Ejemplo MCO 2 ETAPAS

- *Segunda ocasión
- **Reg lwage hours educ exper expersq**

*Se guarda

estimates store mco_e2

*Para visualizar

Estimates table mco_e1 mco_e2, star

Ejemplo MCO 2E

- **ESTADISTICAS**
- **COVARIABLES ENDÓGENAS**
- **REGRESION UNIECUACIONAL CON VI**
- VAR DEP: HOURS
- VAR IND: EDUC KIDSLT6 NWIFEINC
- VAR ENDOGENA:LWAGE
- VAR INSTRUMENTALES: EDUC AGE KIDSLT6 NWIFEINC EXPER
EXPER SQ

Ejemplo MCO 2E

- NOS DA ECUACION 1
- **estimates store mc2e_1**
- Aprovechamos el comando
- **Lwage educ exper expersq (hours =)**
- **Estimates store mc2e_2**

Comparamos todos los modelos

Estimates table mco_e1 mco_e2 mc2e_1 mc2e_2, star

Ejemplo MCO 3E

- ESTADÍSTICAS
- COVARIABLES ENDÓGENAS
- TRIÉTAPICOS

EC1

- **DEP: HOURS**
- **INDEPENDIENTE: (EXOGENAS Y ENDÓGENAS) LWAGE EDUC AGE KIDSLT6 NWIFEINC**

EC2

- **DEP: LWAGE**
- **INDEPENDIENTE: (EXOGENAS Y ENDÓGENAS) HOURS EDUC EXPER EXPERSQ**

ENDOGENAS

EDUC AGE KIDSLT6 NWIFEINC EXPER EXPERSQ

Ejemplo MCO 3E

- **Estimates store mc3e**

Comparamos todos los modelos

Estimates table mco_e1 mco_e2 mc2e_1 mc2e_2 mc3e, star