Econometría I
Taller 10. Series de tiempo y pronósticos

Esp. Humberto Acevedo

Ciudad de México a 03 de junio de 2021.

Serie de tiempo:

Conjunto de mediciones de cierto fenómeno o experimento registrado secuencialmente en el tiempo; [Chatfield, 2003].Estos pueden ser:

continuos (un electrocardiograma) o **discretos** (el PIB).

Aplicación Series de Tiempo

Técnicas matemáticas

- Estadísticas
- Inteligencia artificial
- Microáreas
  - Regresión
    - Regresión simple
      - Lineal
      - No lineal
    - Regresión múltiple
      - Lineal
      - No lineal
    - Econométrico (Regresión lineal multivariable utilizando variables económicas)
  - Series de tiempo
    - Descomposición
    - AR, MA, ARMA
    - Promedios móviles
    - Suavizamiento Exponencial
      - Simple
      - Holt
      - Winter
  - Distribución de probabilidad

Procesos estocásticos o aleatorios

Proceso estocástico: Colección de variables aleatorias ordenadas en el tiempo (PIB) o (electro)

Procesos estocásticos ESTACIONARIO: Un proceso estocástico es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo.

Una **serie de tiempo** es *estacionaria:* su media, su varianza y su autocovarianza (en los diferentes rezagos) permanecen *iguales* sin importar el momento en que se midan; es decir *son invariantes en el tiempo*.

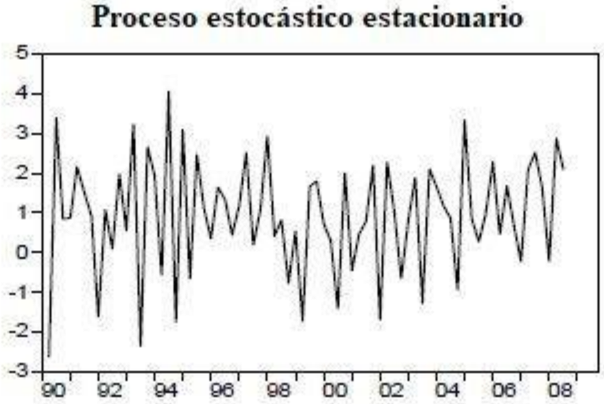
Procesos estocásticos NO ESTACIONARIO:

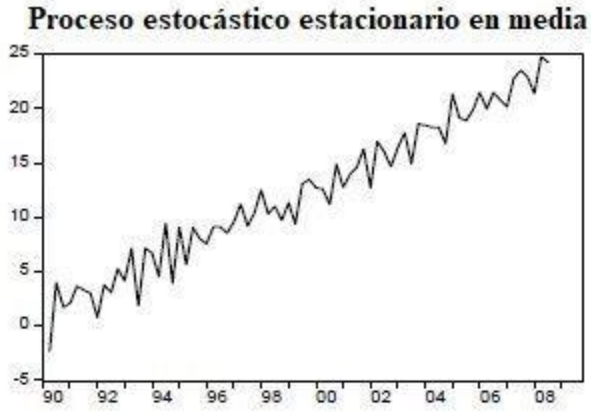
Una serie de tiempo NO estacionaria tendrá una *media* que varía en el tiempo o una *varianza* que cambia con el tiempo, o ambas.

Cuyo ejemplo clásico es el ***modelo de caminata aleatoria (MCA)***

Se dice que los precios de valores, como *acciones* o las *tasas de cambio*, siguen una caminata aleatoria. Es decir = son NO estacionarios

Ejemplos procesos estocásticos





Creación de una serie de ruido blanco en STATA 11

- Abrir software.

ruido_blanco_FAC.do

```
set obs 276
generate t=tm(1990m1)+_n-1
format t %tm
tsset t
drawnorm y1, n(276) means(0) sds(1)
twoway (line y1 t)
corrgram y1, lags(24)
```

La distinción entre procesos estocásticos (o series de tiempo) estacionarios y no estacionarios es importante para saber si la **TENDENCIA** (la evolución de largo plazo de la serie de tiempo) es:

DETERMINISTA

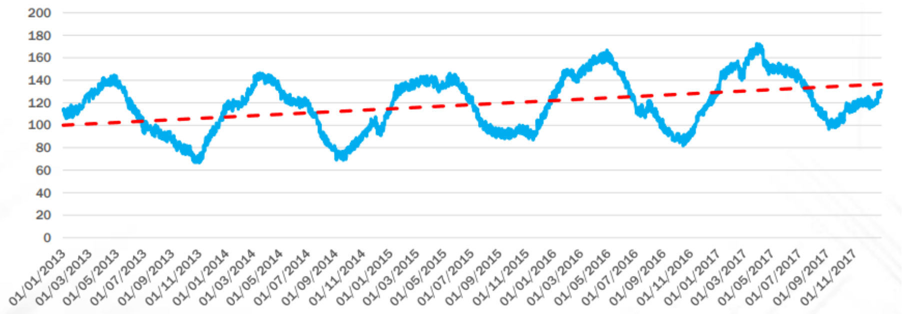
- Si la tendencia de una serie de tiempo es del todo predecible y no variable.

ESTOCASTICA

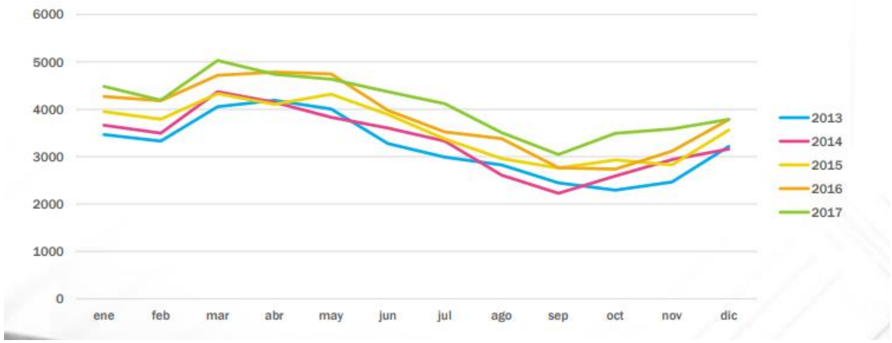
- La tendencia no es predecible

Componentes de una serie de tiempo

- ***Tendencia.*** Se puede definir como un cambio a largo plazo que se produce en relación al nivel medio, o el cambio a largo plazo de la media. La tendencia se identifica con un movimiento suave de la serie a largo plazo.

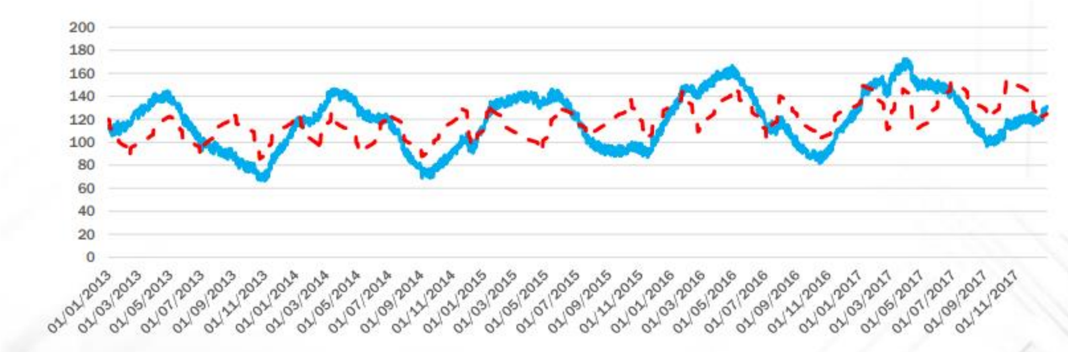


- ***Estacionalidad.*** La fluctuación periódica en las series de tiempo dentro de un período determinado. Estas fluctuaciones forman un patrón que tiende a repetirse de un período estacional al siguiente.

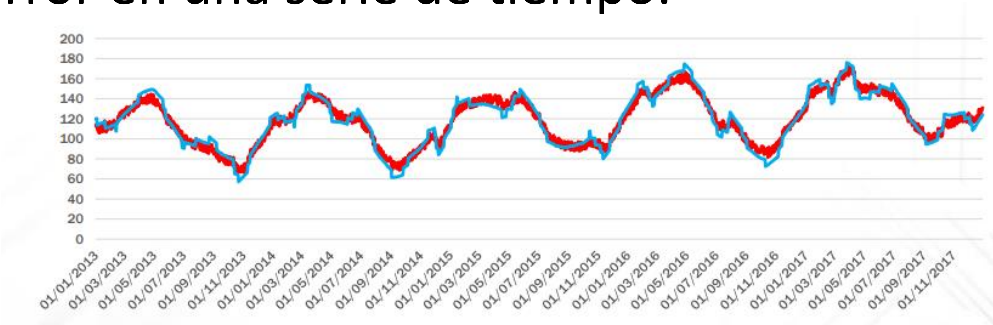


Componentes de una serie de tiempo

- ***Ciclos***. Las series de tiempo presentan secuencias alternas de puntos abajo y arriba de la línea de tendencia. Largas desviaciones de la tendencia debido a factores diferentes de la estacionalidad.



- ***Movimiento irregular***. El movimiento que queda después de explicar los movimientos de tendencia, estacionales y cíclicos; ruido aleatorio o error en una serie de tiempo.



Componentes de una serie de tiempo

- De estos tres componentes los dos primeros son componentes determinísticos, mientras que la última es aleatoria. Así se puede denotar la serie de tiempo como

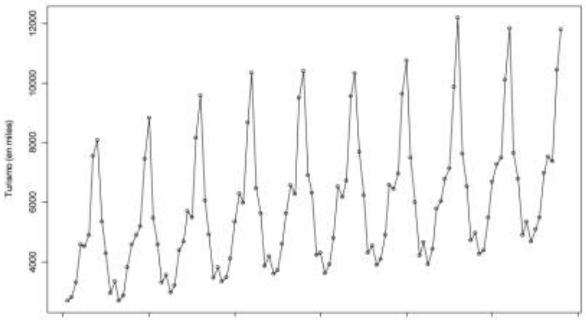
$$X_t = T_t + C_t + E_t + I_t$$

- Donde T es la tendencia, C es el ciclo, E es el componente estacional e I es el componente irregular o aleatorio.

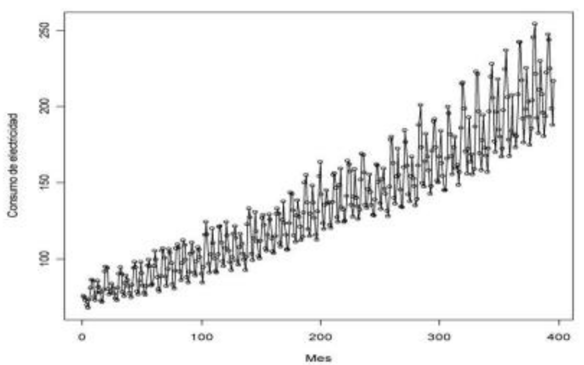
Componentes

$Y_t = T_t + C_t + E_t + I_t$	• ADITIVO
$Y_t = T_t * C_t * E_t * I_t$	• MULTIPLICATIVO
$Y_t = T_t * C_t * E_t + I_t$	• MIXTO

Modelo Aditivo Se usa cuando la magnitud de las fluctuaciones estacionales de la serie no varia al hacerlo la tendencia.



Modelo Multiplicativo o Mixto Se usa cuando la magnitud de las fluctuaciones estacionales de la serie, crece y /o decrece proporcionalmente con las variaciones de la tendencia.



Modelos de tendencia

MODELOS DE TENDENCIA

Lineal

$$Tt = \beta 0 + \beta 1t$$

Cuadrático

$$Tt = \beta 0 + \beta 1t + \beta 2t^2$$

Cúbico

$$Tt = \beta 0 + \beta 1t + \beta 2t^2 + \beta 3t^3$$

Exponencial

$$Tt = e^{\beta 0 + \beta 1t}$$

Logístico

$$Tt = \frac{\beta 2}{1 + \beta 1\,\mathrm{e}^{-\beta 0t}}$$

- Procesos Lineales Estacionarios

- **Procesos Autorregresivos AR(p)**

\- Los modelos autorregresivos se basan en la idea de que el valor actual de la serie, **Xt**, puede explicarse en función de valores pasados **Xt-1, Xt-2, Xt-p** donde **P** determina el número de rezagos necesarios para pronosticar un valor actual. El modelo autoregresivo de orden está dado por:

$$X_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 X_{t-1} + \emptyset_2 X_{t-2} + \cdots + \emptyset_p X_{t-p} + \varepsilon_t \ \ldots(1)$$

- **Proceso de Medias Móviles MA (q)**

Modelo “determinados por una fuente externa”. Estos modelos suponen linealidad, el valor actual de la serie, , está influenciado por los valores de la fuente externa.

El modelo de promedio móviles de orden q está dado por:

$$X_t = \theta_0 - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} - \varepsilon_t \ldots(2)$$

- **Proceso Autoregresivo de Medias Móviles ARMA (p,q)**
  - Es muy probable que una serie de tiempo, Xt tenga características de **AR** y de **MA** a la vez y, por consiguiente, sea **ARMA** . Así, **Xt** sigue un proceso **ARMA** (p, q), en este proceso habrá **p** términos autorregresivos y **q** términos de media móvil.

$$X_t = c + \underbrace{\emptyset_1 X_{t-1} + \cdots + \emptyset_p X_{t-p}}_{\boldsymbol{AR(p)}} + \underbrace{\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t}_{\boldsymbol{MA(q)}}$$

- Procesos Lineales NO Estacionarios

- **Proceso Autoregresivo Integrado y de Media Móvil ARIMA (p , d , q)**

  -

Los modelos de series de tiempo analizados hasta ahora se basan en el supuesto de **estacionariedad**.

Pero se sabe que muchas series de tiempo y en especial las series económicas no son estacionarias, porque pueden ir cambiando de nivel en el tiempo o sencillamente la varianza no es constante en el tiempo, a este tipo de proceso se les considera procesos integrados

Por consiguiente, se debe diferencias una serie de tiempo ***d*** veces para hacerla estacionaria y luego aplicar a esta serie diferenciada un modelo ***ARMA (p,q)***, se dice que la serie original es , ***ARIMA (p , d, q)*** es decir, una serie de tiempo autorregresiva integrada de media móvil.

Donde ***p*** denota el número de términos autorregresivos, ***d*** el número de veces que la serie debe ser diferenciada para hacerla estacionaria y ***q*** el número de términos de la media móvil invertible.

Pruebas de estacionariedad

- En ocasiones en una serie de tiempo acontece, que los valores que toma una variable en el tiempo no son independientes entre sí, sino que un valor determinado depende de los valores anteriores, existen dos formas gráficas de medir esta dependencia de las variables.

- **Función de autocorrelación (ACF) y correlograma**

La autocorrelación mide la correlación entre dos variables separadas por k periodos.

- **Función de Autocorrelación Parcial (PACF)**

La autocorrelación parcial mide la correlación entre dos variables separadas por k periodos cuando no se considera la dependencia creada por los retardos intermedios existentes entre ambas.

Simulación de proceso AR(1)

```
set obs 276
generate t=tm(1990m1)+_n-1
format t %tm
tsset t
drawnorm u1, n(276) means(0) sds(1)
gen y =.
replace y = 0 in 1
replace y = 0.9*l.y+u1 in 2/276
twoway (line y t)
```

MODELOS UNIVARIADOS DE SERIES TEMPORALES - MODELOS ARIMA (p, d, q)

La técnica de series de tiempo (modelos ARIMA) aunque conocida desde hace mucho tiempo atrás, no fue sistematizada sino hasta fines de la década de los 60 por G.E.P. Box y G.M. Jenkins

El análisis de series de tiempo implica las siguientes etapas

(i) Identificación, (ii) Estimación, (iii) Verificación y, (iv) Pronóstico

Si la serie es débilmente estacionaria, se procede de inmediato con la etapa (i); caso contrario, la serie debe ser "pre-procesada" a fin de ser transformada en realizaciones estacionarias.

Protocolo para la identificación de los modelos ARIMA (según los pasos de Box-Jenkins)

-

a.- Identificación

Representar gráficamente la serie, además de su función de autocorrelación simple (ACF) y función de autocorrelación parcial (PACF).

La gráfica de la serie nos indica si la serie es estacionaria o no. Según los motivos por los que la serie no es estacionaria, tendremos que aplicar los siguientes procedimientos hasta hacerla estacionaria.

- Si tiene tendencia: Tomaremos diferencias regulares hasta que desaparezca. Normalmente el orden de la diferencia es 1, y raramente será mayor a 3.

Asumiendo que se cuenta con series estacionarias, la identificación tiene por objeto:

Determinar el tipo de modelo a aplicar (AR, MA o ARMA) y el orden de los parámetros "p" y "q" .

Los parámetros p, d y q denotan:

1. El orden de la parte autorregresiva del proceso,
2. El grado de diferenciación requerida para transformar una serie no-estacionaria en estacionaria y
3. El orden de la parte promedio-móvil del proceso, respectivamente.

Protocolo para la identificación de los modelos ARIMA (según los pasos de Box-Jenkins)

b.- Estimación y verificación

-

Observando las dos gráficas del ACF y PACF de la serie transformada podemos hacernos una idea del modelo que describe nuestra serie, o al menos de cuáles son los primeros candidatos que debemos probar. Para comprobar analíticamente (no visualmente) un modelo frecuentemente se ajusta varios modelos candidatos ARIMA(p,d,q) y escogeremos como un buen modelo:

- Aquel que tenga los residuales semejantes al de un ruido blanco,
- valores del AIC (Criterio de Información de Akaike) y
- BIC (Criterio de Información Bayesiana) menores con relación al resto de los modelos candidatos

Protocolo para la identificación de los modelos ARIMA (según los pasos de Box-Jenkins)

- **c.- Predicción**

Una de las razones de la popularidad del proceso de construcción de modelos ARIMA es su éxito en la predicción. Los modelos *ARIMA* son buenos para realizar predicciones a corto plazo.

Simulación de un proceso AR(1)

```
set obs 276
generate t=tm(1990m1)+_n-1
format t %tm
tsset t
drawnorm u1, n(276) means(0) sds(1)
gen y =.
replace y = 0 in 1
replace y = 0.9*l.y+u1 in 2/276
twoway (line y t)
```

Ejercicios

- **Abrir archivos .dta y .do del correo**