功率谱估计及其应用

肖春雨

2020-10-20

华中科技大学

报告内容

理论基础

算法实现

实际应用

理论基础

功率谱的计算

维纳-辛钦定理

$$S_{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{x}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

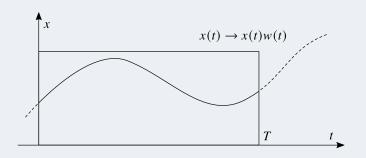
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t - \tau) x(t) dt \right) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-t} x(t - \tau) e^{-j\omega(\tau - t)} d\tau dt$$

$$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t) e^{-t} \bar{X}(j\omega) dt$$

$$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} |X(j\omega)|^{2}$$

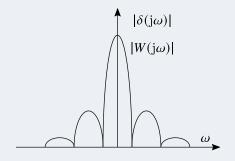
频率泄漏 — 有限时间的截断效应



$$\mathcal{F}[x(t)w(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)w(t)e^{-j\omega t} dt$$
$$= \int_{0}^{T} x(t)w(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi}X(j\omega) * W(j\omega)$$

频率泄漏 — 有限时间的截断效应

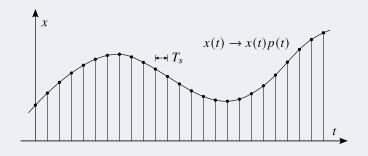
窗函数的影响



主瓣宽度: 频率分辨率

■ 旁瓣高度: 频率泄漏

频谱混叠 — 连续信号的采样失真



$$\mathcal{F}[x(t)p(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s) \right) e^{-j\omega t} dt$$
$$= \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * P(j\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(j\omega - jk\omega_s)$$

栅栏效应 — 数字算法的离散本质

算法实现

周期图法

Welch 法

LPSD

实际应用

频率检测

- 信号检测
- 噪声本底
- 系统辨识

