

УДК 533.6.011

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМ. Н.Э.БАУМАНА

Голубев А.Г., Калугин В.Т., Луценко А.Ю., Столярова Е.Г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ

Москва, 2010

Цель работы: экспериментально определить профиль скорости и толщину пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой дозвуковым потоком, рассчитать толщины вытеснения и потери импульса, а также коэффициенты трения на поверхности пластины; провести сравнительный анализ экспериментальных данных с результатами теоретических расчетов.

ВВЕДЕНИЕ

Движение реального газа существенным образом отличается от течения идеальной среды наличием вязкостных сил (сил внутреннего трения), обусловленных перераспределением количества движения и возникающих как реакции газа на изменение его формы, происходящее в процессе движения. Величина этих сил зависит от кинематических условий процесса и может меняться в широких пределах в зависимости от рода среды и ее термодинамического состояния (в основном, температуры) [1].

Непрерывное изменение скорости сохраняется вплоть до обтекаемой поверхности, причем частицы среды, непосредственно примыкающие к ней, неподвижны, т.е. на обтекаемой поверхности обращаются в ноль не только нормальная (условия непроницаемости поверхности), но и тангенциальная составляющая скорости (так называемое условие прилипания вязкой среды). По мере удаления от поверхности тела скорость непрерывно возрастает от значения, равного нулю, до значений, соответствующих представлению о свободно двигающемся газе. Следует отметить, что скорость увеличивается весьма интенсивно и уже на небольшом расстоянии от поверхности достигает своего конечного значения. В этой области, области резкого изменения скорости, существенное влияние на течение оказывают вязкостные силы.

Согласно закону Ньютона, напряжение трения в вязкой среде (например, для ламинарного режима течения)

$$\tau = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y},$$

где μ - динамическая вязкость среды; $\partial v_x / \partial y$ - градиент продольной скорости в направлении, перпендикулярном рассматриваемой площадке.

Следовательно, при резком изменении скорости в направлении, нормальном к обтекаемой поверхности, т.е. при больших значениях $\partial v_x / \partial y$, могут возникнуть значительные силы трения даже в газах, обладающих малой вязкостью.

Если сопоставить реальную картину течения с ее идеализированной схемой, то можно заметить, что различия между ними, обусловленные особенностями представления о невязкой среде, сосредоточены в очень узкой (при больших числах Рейнольдса) области, непосредственно прилегающей к поверхности обтекаемого тела. Вне этой области идеализация свойств газа не вызывает искажений действительных условий процесса, и упрощенная схема течения находится в хорошем соответствии со своим сложным прообразом.

В соответствии с изложенным, вся область течения рассматривается как совокупность некоторого пограничного слоя и внешнего потока (рис. 1).

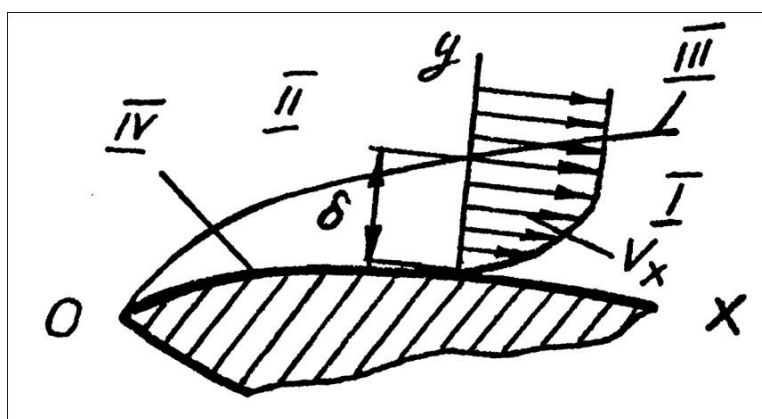


Рис. 1. Схема пограничного слоя

I - пограничный слой; II - внешнее течение;

III - граница пограничного слоя; IV - обтекаемая поверхность

Пограничным слоем называют зону течения вблизи поверхности тела, которая характеризуется высокой степенью неоднородности параметров потока (в частности, скорости), а следовательно, значительной интенсивностью вязкостных сил. В пределах этой зоны инерционные и вязкостные силы должны рассматриваться как величины одного порядка.

При исследовании течения газа в пограничном слое используется следующая система координат: ось Ox направлена вдоль поверхности тела, ось Oy – по нормали к этой поверхности. Толщина пограничного слоя δ измеряется по нормали к обтекаемой поверхности и представляет собой расстояние от стенки до границы пограничного слоя.

Внешний поток – это оставшаяся область течения (рис. 1), в пределах которого можно пренебречь вязкостными силами (вследствие малости $\partial V_x / \partial y$) и воспользоваться при определении параметров потока в этой области системой уравнений идеальной среды.

В пределах пограничного слоя по мере удаления от поверхности влияние внутреннего трения ослабевает, соответственно изменяется и распределение скорости и совершается плавный переход к условиям, характерным для внешнего потока.

Задача по исследованию обтекания тела сводится к рассмотрению двух самостоятельных задач (о движении реальной среды в пограничном слое и идеальной – во внешнем потоке), которые объединяются в одно целое тем, что полученные решения должны быть согласованы таким образом, чтобы на границе пограничного слоя они плавно переходили одно в другое.

Отметим, что движение во внешнем потоке исследуется с использованием упрощенной системы уравнений, не содержащих вязкостных сил. Полные уравнения привлекаются лишь для исследования

течения газа в пограничном слое, т.е. в пределах области малой протяженности, что является основой для существенных упрощений.

1. Уравнения пограничного слоя

Рассмотрим плоское течение несжимаемой среды вдоль поверхности малой кривизны. В этом случае система уравнений движения и неразрывности имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В дальнейшем будем оценивать порядки величин членов, входящих в уравнения (1), поэтому целесообразно привести эти уравнения к безразмерной форме, так как в безразмерном представлении возможно количественное сопоставление различных величин вне зависимости от их физической природы.

Масштабы отнесения координат и скоростей для приведения их к безразмерному виду заданы условиями задачи в виде характерного размера L и скорости невозмущенного потока V_∞ . Для времени и давления характерными величинами являются соответственно комплексы L/V_∞ , ρV_∞^2 , имеющие эквивалентные рассматриваемым величинам размерности.

Итак, безразмерные переменные представляются в виде

$$x' = x/L; y' = y/L; V_x' = V_x/V_\infty; V_y' = V_y/V_\infty;$$

$$t = \frac{t}{\left(L/V_{\infty}\right)}; \quad p' = p/(\rho V_{\infty}^2).$$

Подставим в уравнения выражения для переменных и будем оценивать порядок их величин на основании следующих правил.

Если изменение некоторой переменной x ограничено интервалом $(0, x_0)$, то говорят, что переменная x определена как величина порядка x_0 , что записывается в виде $O(x) = x_0$, где O (латинское *ordo* – порядок) – символ порядка значения данной величины.

Порядок произвольной величины определяется следующим образом:

$$O\left(\frac{d^m y}{dx^m}\right) = \frac{y_0}{x_0^m}.$$

После проведения оценки порядка каждого члена уравнений движения и неразрывности и сравнения их порядков можно сделать следующие выводы: в пределах пограничного слоя продольные протяженности и скорости представляют собой величины, существенно большие поперечных, и течение в пограничном слое с хорошим приближением воспроизводится движением, определяемым составляющей скорости V_x ; толщина пограничного слоя является величиной малой по сравнению с размерами тела только в случае больших чисел Рейнольдса; в пределах пограничного слоя распределение статического давления подчиняется следующей зависимости $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, что указывает на то, что в пределах любого сечения пограничного слоя давление постоянно и является внешним потоком. При этом внешнее течение можно описывать функцией лишь продольной координаты x и времени t , т.е. $p = f(x, t)$.

В окончательном виде полученную систему уравнений динамического пограничного слоя можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Система уравнений (2) содержит три неизвестных величины (V_x, V_y, p) и является незамкнутой. Эта неопределенность устраняется следующим образом. Поскольку толщина пограничного слоя очень мала и смещение линий тока, происходящее вследствие вязкости среды, в направлении, перпендикулярном обтекаемой поверхности, весьма незначительно, можно считать в большинстве случаев справедливой гипотезу об отсутствии обратного влияния пограничного слоя на внешний поток. При этом внешнее течение можно отождествлять с движением идеальной среды вдоль рассматриваемой поверхности, что позволяет находить параметры невязкого потока на стенке ($y = 0$), которые принимаются в дальнейшем равными параметрам на границе пограничного слоя. Следовательно, давление можно считать известной функцией, что допустимо лишь при отсутствии обратного влияния пограничного слоя.

Давление p оказывается связанным простой зависимостью со скоростью V_δ на границе пограничного слоя, т.е. со скоростью невязкого потока. Действительно, записав первое уравнение системы (2) для условий идеальной среды, найдем:

$$\frac{\partial V_\delta}{\partial t} + V_\delta \frac{\partial V_\delta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x},$$

где V_δ скорость среды во внешнем потоке.

В соответствии с этим систему уравнений (2) можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} &= \frac{\partial V_\delta}{\partial t} + V_\delta \frac{\partial V_\delta}{\partial x} + v \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Система уравнений (3) является замкнутой, т.к. содержит лишь две неизвестные величины V_x, V_y , она должна быть дополнена граничными и начальными условиями.

Граничные условия должны выражать условие «прилипания» жидкости к поверхности, а также удовлетворять требованию плавного перехода продольной составляющей скорости V_x в скорость внешнего потока, т.е

$$V_x = V_y = 0 \text{ при } y = 0; \quad V_x \rightarrow V_\delta \text{ при } y \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Начальные условия, имеющие смысл только для неустановившихся течений, должны быть заданы в виде распределения скоростей V_x, V_y в начальный момент. Для стационарных течений система уравнений (3) приводится к виду:

$$\left. \begin{aligned} V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} &= V_\delta \frac{\partial V_\delta}{\partial x} + v \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Интегрирование этой системы с граничными условиями (4) затруднительно, и довести решение до конечного результата удастся лишь для некоторых частных случаев распределение скорости во внешнем потоке. В соответствии с этим в теории пограничного слоя широкое распространение получили приближенные методы, основанные на использовании интегральных соотношений.

Следует заметить, что общая теория пограничного слоя включает в себя наряду с учением о движении среды в «чистом» виде (рассмотренный

выше процесс внешнего обмена количеством движения) также учение о теплообмене и массообмене. В зависимости от физической природы процесса различают динамический, тепловой и диффузионный пограничные слои.

2. Интегральное соотношение пограничного слоя

Интегральное соотношение имеет важное практическое значение в приближенной теории пограничного слоя. Для вывода этого соотношения поступим следующим образом.

Выделим в пограничном слое бесконечно малый элемент слоя $ABCD$ единичной ширины, ограниченный твердой поверхностью AD , внешней границей пограничного слоя BC и отрезками AB и CD , нормальными к обтекаемой поверхности (рис. 2).

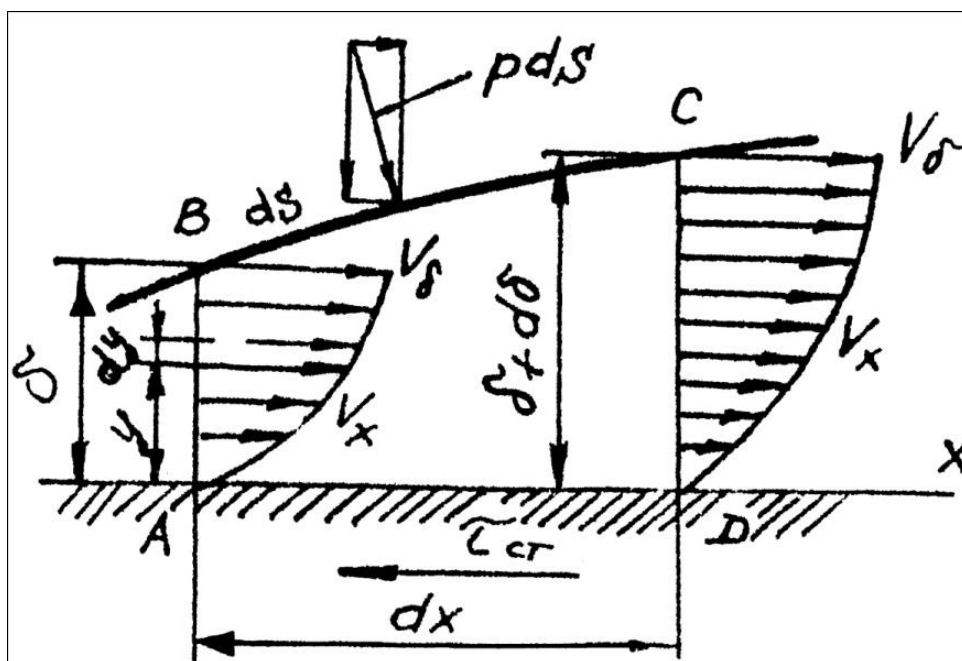


Рис. 2 Контрольный объём пограничного слоя

Рассмотрим установившееся течение и в основу вывода положим теорему об изменении количества движения (уравнение движения).

Количество движения среды, вносимое в контрольный объем в единицу времени через элементарную площадку единичной ширины и высотой dy , равно $\rho V_x^2 dy$. Следовательно, потоки количества движения, проходящие в единицу времени через грани AB и CD элемента пограничного слоя, определяются соответственно следующими соотношениями:

$$\int_0^\delta \rho V_x^2 dy \text{ и } \int_0^\delta \rho V_x^2 dy + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho V_x^2 dy \right) dx.$$

Для вычисления количества движения газа, вносимого в контрольный объем через внешнюю границу пограничного слоя, необходимо предварительно определить его массу, которая поступает в указанный объем через эту границу. Эта масса газа находится как разность потоков массы, проходящей через грани CD и AB в единицу времени, т.е.

$$\int_0^\delta \rho V_x dy + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho V_x dy \right) dx - \int_0^\delta \rho V_x dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho V_x dy \right) dx.$$

В соответствии с этим количество движения, вносимое в элемент пограничного слоя BC , определяется выражением

$$V_\delta \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho V_x dy \right) dx.$$

Согласно классической механике изменение количества движения газа, протекающего через выделенный элемент пограничного слоя, должно быть равно импульсу сил, действующих по граням этого элемента в направлении оси x .

Эти импульсы сил соответственно для граней AB , BC , CD , AD вычисляются в виде $p\delta$; $p d\delta$; $p\delta + \frac{\partial}{\partial x}(p\delta)dx$; $\tau_{ct}dx$.

Итак найдем:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\delta \rho V_x^2 dy + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho V_x^2 dy \right) dx - \\
& - \int_0^\delta \rho V_x^2 dy - V_\delta \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^\delta \rho V_x dy \right) dx = \\
& = p\delta + \delta d\delta - \left[p\delta + \frac{\partial}{\partial x} (p\delta) dx \right] - \tau_{\text{ст}} dx
\end{aligned}$$

или после элементарных преобразований для рассматриваемых условий получаем

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho V_x^2 dy - V_\delta \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho V_x dy = -\tau_{\text{ст}} - \delta \frac{dp}{dx}. \quad (5)$$

Это и есть одна из форм записи интегрального соотношения импульсов для пограничного слоя.

Для несжимаемого газа ($\rho = \text{const}$) соотношение (5) записывается в виде:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta V_x^2 dy - V_\delta \frac{d}{dx} \int_0^\delta V_x dy = -\frac{\tau_{\text{ст}}}{\rho} - \frac{\delta}{\rho} \frac{dp}{dx}. \quad (6)$$

Это уравнение содержит три неизвестные величины (δ ; $\tau_{\text{ст}}$; $V_x(y)$) и для его решения необходимо привлечь дополнительные соотношения.

3. Условные толщины пограничного слоя

После несложных преобразований интегрального соотношения (5) можно выделить два интеграла: $\int_0^\delta (\rho_\delta V_\delta - \rho V_x) dy$, $\int_0^\delta \rho (V_\delta V_x - V_x^2) dy$.

Величина $\int_0^\delta \rho_\delta V_\delta dy = \rho_\delta V_\delta \delta$ представляет собой расход газа в единицу времени через сечение пограничного слоя, подсчитанный по параметрам внешнего (невязкого) потока; $\int_0^\delta (\rho V_x) dy$ характеризует действительный расход газа через то же сечение пограничного слоя δ .

Следовательно, $\int_0^\delta (\rho_\delta V_\delta - \rho V_x) dy$ представляет собой уменьшение (по сравнению с невязким потоком) расхода газа через сечение пограничного слоя, обусловленное вязкостью среды.

Составим следующее выражение

$$\delta^* = \frac{\int_0^\delta (\rho_\delta V_\delta - \rho V_x) dy}{\rho_\delta V_\delta} = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho V_x}{\rho_\delta V_\delta}\right) dy.$$

Величина δ^* , имеющая линейную размерность, называется в соответствии с ее физическим смыслом, *толщиной вытеснения* и представляет собой площадку, через которую в невязком потоке протекает количество среды, равное потере расхода через пограничный слой из-за торможения газа в реальном течении.

Для несжимаемого газа

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dy.$$

Толщина вытеснения δ^* характеризует смещение линий тока в направлении, перпендикулярном обтекаемой поверхности.

Рассмотрим второй представленный интеграл. Аналогично рассуждая, можно установить, что этот интеграл характеризует уменьшение количества движения газа, протекающего через сечение пограничного слоя:

$$\delta^{**} = \frac{\int_0^\delta \rho (V_\delta V_x - V_x^2) dy}{\rho_\delta V_\delta^2} = \int_0^\delta \frac{\rho V_x}{\rho_\delta V_\delta} \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dy.$$

Величина δ^{**} представляет высоту площадки, через которую в условиях течения идеальной среды в единицу времени переносится количество движения, равное количеству движения, потерянного вследствие торможения среды в пограничном слое. В соответствии с этим δ^{**} называется *толщиной потери импульса*. Для несжимаемой среды δ^{**} ($\rho = \text{const}$) получим

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{V_x}{V_{\delta}} \left(1 - \frac{V_x}{V_{\delta}}\right) dy.$$

4. Приближенные методы расчета пограничного слоя

Приближенные методы расчета пограничного слоя основаны на использовании интегрального соотношения импульсов. Сущность этих методов состоит в том, что распределение скорости по сечениям пограничного слоя представляется функциями, которые задаются, а не получаются как результат интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя. Выбор функций обусловлен соответствующими соображениями, порой достаточно тонкими и сложными.

Ламинарный пограничный слой. При течении вдоль плоской пластины профиль скорости и давление не зависят от координаты x ($dp/dx = 0$; $dV_{\delta}/dx = 0$). Примем, что на пластине существует однородный пограничный слой – ламинарный, и он начинается с носка пластины.

Тогда интегральное соотношение выглядит следующим образом:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (V_x V_{\delta} - V_x^2) dy = \frac{\tau_{ст}}{\rho}. \quad (7)$$

Функцию, аппроксимирующую распределение скорости по толщине пограничного слоя, можно представить в виде полинома третьей степени:

$$V_x = a + by + cy^2 + dy^3.$$

Коэффициенты a, b, c, d определяются из граничных условий:

$$1. \quad y = 0 \rightarrow V_x = V_y = 0;$$

$$\begin{aligned}
2. \quad y = 0 &\rightarrow \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} = 0; \quad (V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \\
&\quad \nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}; \quad V_x = V_y = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0) \\
3. \quad y = \delta &\rightarrow \tau_{\text{ст}} = \mu \frac{\partial V_x}{\partial y} = 0; \rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial y} = 0; \\
4. \quad y = \delta &\rightarrow V_x = V_\delta.
\end{aligned}$$

Профиль скорости в безразмерном виде имеет следующий вид:

$$\frac{V_x}{V_\delta} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3.$$

Решая интегральное соотношение (7), получаем следующие зависимости [1]:

$$\delta^L = 4,64 \frac{x}{\sqrt{Re_x}}; \quad \tau_{\text{ст}} = \frac{0,323 \rho V_\delta^2}{\sqrt{Re_x}}; \quad c_{f_x}^L = \frac{0,646}{\sqrt{Re_x}}; \quad c_f^L = \frac{1,3}{\sqrt{Re_L}}.$$

(L – характерный линейный размер).

Турбулентный пограничный слой. Считаем, что на пластине, начиная с передней кромки, развивается турбулентный пограничный слой. При расчете параметров турбулентного пограничного слоя может быть использован степенной закон распределения скорости по толщине слоя:

$$\frac{V_x}{V_\delta} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{\bar{k}}},$$

где $\bar{k} = 7$, а связь между $\tau_{\text{ст}}$, δ , V_∞ (V_δ) взята из данных о движении жидкости по круглой трубе:

$$\tau_{\text{ст}} = 0,0225 \rho V_\delta^2 \left[\frac{\nu}{V_\delta \delta} \right]^{\frac{1}{4}}.$$

В результате решения интегрального соотношения типа (7) находим:

$$\delta^T = \frac{0,37x}{\sqrt[5]{Re_x}}; \quad c_{fx}^T = \frac{0,0578}{\sqrt[5]{Re_x}}; \quad c_f^T = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_L}}.$$

Сравнение зависимостей для ламинарного и турбулентных слоев на плоской пластине показывает, что в турбулентном слое:

- эпюра продольных скоростей является более наполненной;
- толщина слоя по длине пластины возрастает интенсивнее;
- сопротивление трения значительно больше, чем в ламинарном.

Смешанный пограничный слой. Приступая к расчету пограничного слоя, необходимо прежде всего проанализировать характер этого слоя на обтекаемой поверхности, который зависит от режима обтекания, определяемого числом Рейнольдса [1]. В носовой части тела образуется ламинарный пограничный слой, затем следует некоторая область перехода ламинарного слоя в турбулентный и, наконец, полностью развитый турбулентный пограничный слой.

Часто при решении практических задач можно исходить из того, что ламинарный пограничный слой отделен от турбулентного областью перехода с бесконечно малыми размерами. Иными словами, можно считать, что переход одной формы течения в другую происходит мгновенно при $x_{кр} = x_{п}$ (рис. 3).

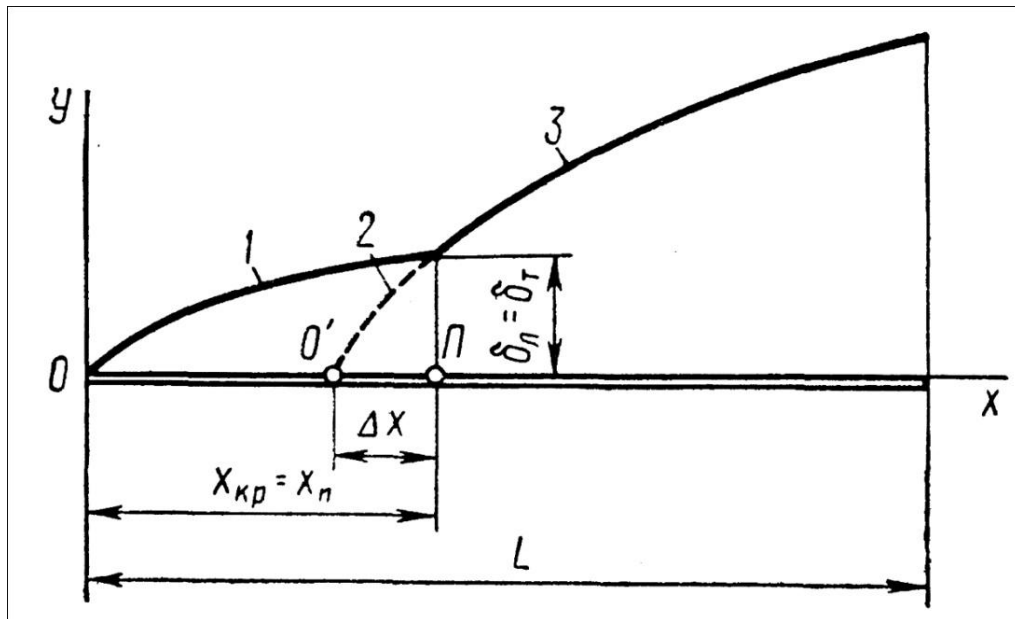


Рис. 3. Схема перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный:

- 1- ламинарный пограничный слой;
- 2- фиктивный участок турбулентного пограничного слоя;
- 3- турбулентный пограничный слой за точкой перехода

Координата этой точки перехода определяется по *критическому числу Рейнольдса* $Re_{кр}$, которое зависит от многих факторов (числа Маха M_∞ , температурного фактора $T_{ст}/T_\delta$, шероховатости поверхности, начальной степени турбулентности потока, градиента давления и т.п.). В приближенных расчетах в случае обтекания плоской пластины при дозвуковых скоростях потока принимают $Re_{кр} = 4,5 \cdot 10^5$, а при сверхзвуковых - $Re_{кр} = (2 \dots 5) \cdot 10^6$.

Расчет смешанного пограничного слоя проводится следующим образом. На участке пластины от передней кромки до точки П (рис. 3) параметры вязкого обтекания (толщина слоя, коэффициент трения и др.) рассчитываются по соотношениям ламинарного пограничного слоя.

Для расчета турбулентного течения, начинающегося за точкой П, нельзя непосредственно применять приведенные ранее зависимости для турбулентного пограничного слоя, так как этой слой начинается не с нулевой

толщины, а с какого-то конечного значения. Эти зависимости можно использовать, если входящую в них координату x отсчитывать от условного начала турбулентного пограничного слоя (точка O' на рис. 3)).

Согласно одной из схем определения положения точки O' принимается, что расстояние $\Delta x = O'P$, равное длине условной пластины с турбулентным пограничным слоем, должно быть таким, чтобы обеспечить толщину турбулентного пограничного слоя δ_T в точке перехода, равную толщине ламинарного слоя δ_L в точке с координатой $x_{кр} = x_P$, т.е.

$$\delta_{L,x_{кр}} = \delta_{T,\Delta x}. \quad (8)$$

Толщины пограничных слоев рассчитываются по соответствующим формулам для ламинарного и турбулентного течений.

Таким образом, условие (8) позволяет рассчитать величину Δx , найти положение точки O' и определить все необходимые параметры турбулентного пограничного слоя.

5. Экспериментальное исследование параметров пограничного слоя

Методика измерений в пограничном слое. Теория движения невязкого газа дает удовлетворительную картину обтекания какой-либо поверхности только в идеальном потоке, расположенном за пределами пограничного слоя, непосредственно примыкающего к этой поверхности, где существенное значение приобретают силы вязкого трения.

На рис. 4 приведена схема такого пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении. Поскольку изменение скорости пограничного слоя до ее значения во внешнем свободном потоке происходит асимптотически, то определение толщины пограничного слоя δ в известной степени произвольно. Условно за внешнюю границу пограничного

слоя принимают линию, на которой скорость течения отличается от скорости в свободном потоке на 1%.

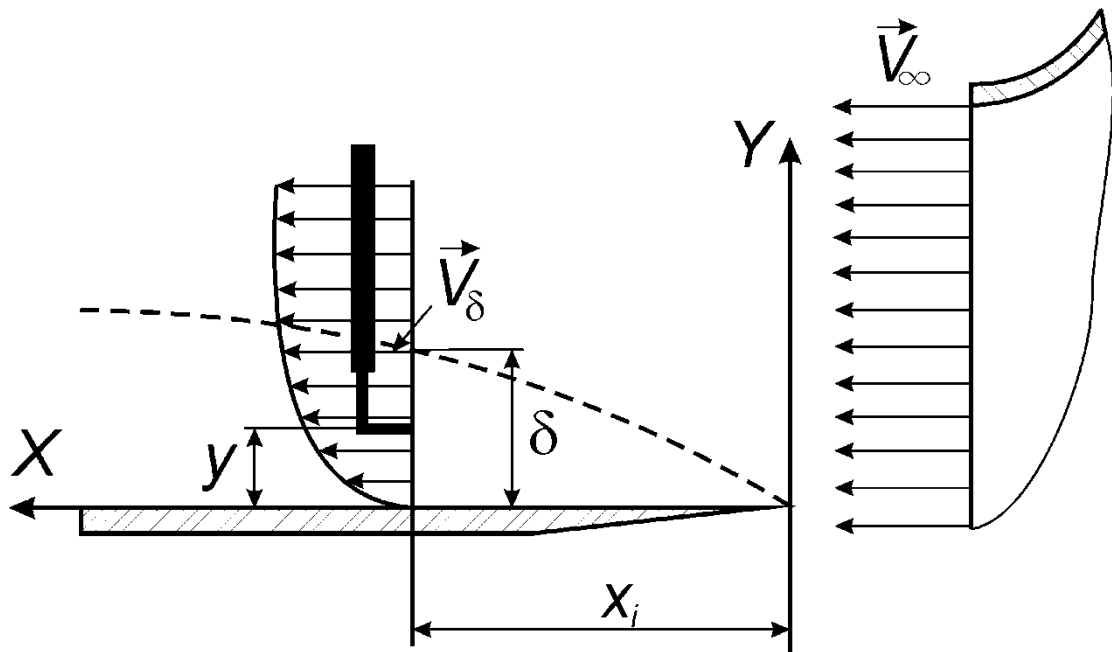


Рис. 4. Схема эксперимента

Изучение пограничного слоя связано с определением распределения по его толщине и длине продольных скоростей V_x , а также толщины слоя δ , условных толщин вытеснения и потери импульса, соответственно, δ^* , δ^{**} и коэффициентов трения. Давление в различных точках сечения пограничного слоя практически постоянно ($\partial p / \partial y = 0$), и его можно принять равным давлению p_δ на внешней границе этого слоя, что справедливо при условии, если толщина пограничного слоя мала по сравнению с поперечными размерами обтекаемого тела. Статическое давление p_δ равно его значению в набегающем невозмущенном потоке. При экспериментальных исследованиях пограничного слоя микронасадок полного напора (трубку Пито) закрепляют на координатнике, снабженном микрометрическим винтом, позволяющим измерять расстояние с точностью до 0,02 мм. Необходимо зафиксировать момент соприкосновения насадка полного давления с поверхностью пластины. Минимальное расстояние от этой

поверхности до точки замера составляет половину поперечного размера приемного отверстия трубки Пито. При измерении в пограничном слое трубку полного напора перемещают при помощи координатника до тех пор, пока она не окажется в свободном потоке, т.е. за пределами пограничного слоя, о чем судят по прекращению изменений показаний микроманометра.

Распределение скорости по толщине пограничного слоя $V_x = f(y)$ при фиксированном x_i может быть найдено по измеренному в нем полному давлению $p'_0 = f(y)$. С этой целью воспользуемся уравнением Бернулли для элементарной струйки несжимаемой среды, из которого скорость V_x находится, как:

$$V_x = \sqrt{2 \cdot \frac{(p'_0 - p_\infty)}{\rho_\infty}}.$$

На основании экспериментальных зависимостей $V_x = f(y)$ можно определить толщину пограничного слоя δ , условные толщины вытеснения и потери импульса δ^* , δ^{**} . При этом толщина δ находится по эпюре скоростей $V_x = f(y)$, на которой отыскивается координата $y = \delta$, соответствующей значению $V_x = 0,99V_\infty$. Условные толщины δ^* , δ^{**} определяются по известным формулам путем численного интегрирования:

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dy; \quad \delta^{**} = \int_0^\infty \frac{V_x}{V_\delta} \cdot \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dy.$$

Методика проведения испытаний. Экспериментальная установка для измерения полного давления в потоке аэродинамической трубы приведена на рис. 5.

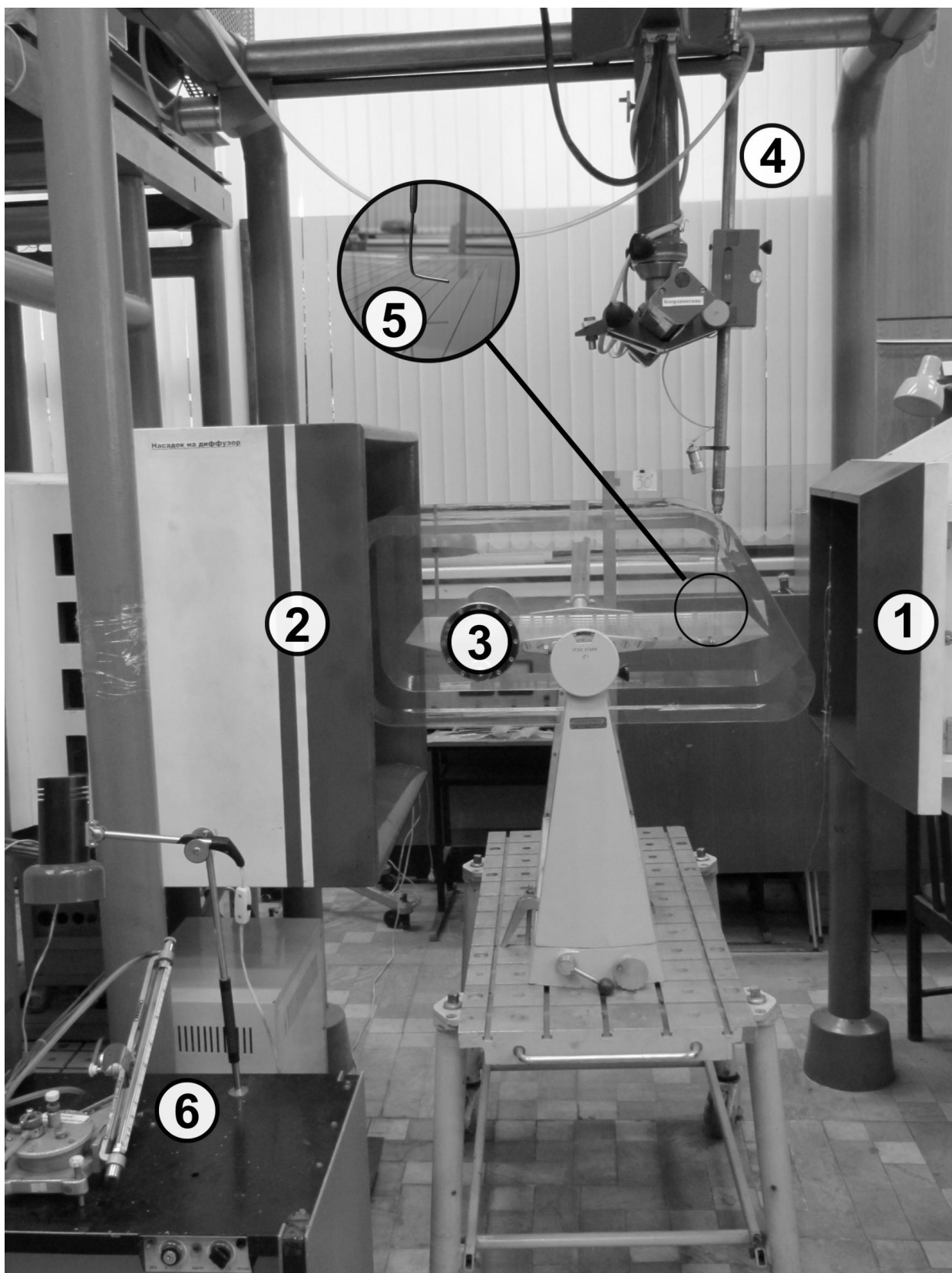


Рис 5. Экспериментальная установка с моделью и измерительным оборудованием

- 1 – сопло аэродинамической трубы;
- 2 – диффузор аэродинамической трубы;
- 3 – модель плоской пластины с боковыми шайбами;
- 4 – координатник для точного позиционирования измерительных насадков;
- 5 – трубка Пито, установленная на координатнике;
- 6 – чашечный микроманометр.

Над поверхностью плоской пластины установлен насадок полного давления, при помощи которого определяется разность давлений ($p'_0 - p_\infty$). Избыточное давление определяют в соответствии с показаниями дифференциального манометра по формуле:

$$p'_0 - p_\infty = k_T \Delta h \gamma \sin \beta,$$

где Δh - показания манометра в текущем сечении; γ – удельный вес жидкости, используемой в манометре; β – угол наклона плоскости манометрической трубки; k_T - тарировочный коэффициент.

6. Порядок проведения работы

1. Ознакомиться со схемой аэродинамической дозвуковой установки и необходимой аппаратурой, предназначенной для проведения работы.
2. Установить модель плоской пластины в рабочей части аэродинамической трубы.
3. Выбрать сечения x_i по длине пластины, в которых будут проводиться измерения.
4. Расположить насадок полного давления, установленный на координатнике в конкретном сечении x_i над поверхностью пластины и

вращением микровинта перемещать его в вертикальном направлении с заданным шагом.

5. Для каждого фиксированного положения насадка зарегистрировать соответствующие показания манометра Δh ;

6. Рассчитать по формулам значения $V_x = f(y, x)$; $\delta = f(x)$; $c_{fx} = f(x)$; $\delta^* = f(x)$; $\delta^{**} = f(x)$ и занести результаты в таблицу.

7. Построить графические зависимости рассчитанных параметров пограничного слоя от координат y , x .

Предлагаемый вариант таблиц.

Таблица 1.

N	y	Δh	V_x	$\frac{V_x}{V_\delta}$	$1 - \frac{V_x}{V_\delta}$

Таблица 2.

x_i	δ	δ^*	δ^{**}	c_{fx}

Список рекомендованной литературы:

1. Аэродинамика: учеб. пособие / [А.Г. Голубев и др.]; под ред. В.Т.Калугина. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2010. – 687с.